

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{125} - 5\sqrt{45} + 6\sqrt{20}$.

2) Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Chứng minh $P = \frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$.

b) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất để $P < \frac{3}{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm).

1) Giải hệ phương trình và phương trình sau.

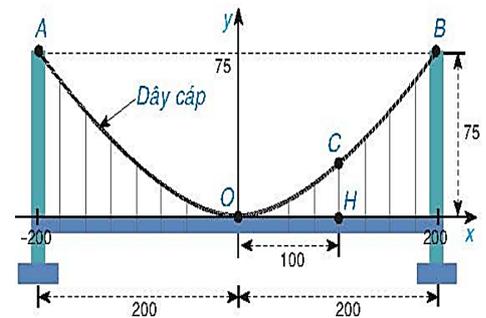
a)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$$

b) $5x^2 + 9x - 2 = 0$.

2) Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 75m so với mặt của cây cầu và cách nhau 400m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình bên và được treo trên các đỉnh tháp.

a) Xác định hệ số a của hàm số trên.

b) Tìm chiều cao CH của dây cáp biết điểm H cách tâm O của cây cầu 100m (giả sử mặt của cây cầu là bằng phẳng).



Bài 3 (2,5 điểm).

1) Thống kê điểm kiểm tra cuối kì I môn toán của 40 học sinh lớp 9A được kết quả như sau :

Điểm	5	6	7	8	9
Số học sinh	4	8	10	12	6

a) Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên.

b) Chọn ngẫu nhiên 1 bạn lớp 9A đi dự Hội nghị “Dạy tốt, học tốt” của nhà trường. Tính xác suất của biến cố “Chọn được học sinh có điểm Toán cao hơn 7” để tham dự Hội nghị.

2) Một lon nước ngọt có dạng hình trụ với chiều cao 14cm và đường kính đáy là 6cm. Tính thể tích lon nước ngọt, (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

Bài 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

1) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và BH. BE = BD. BC

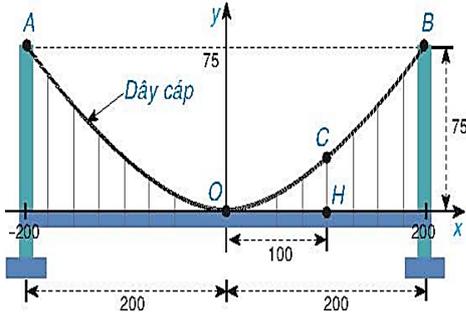
2) Chứng minh hai tam giác BFE và DHE đồng dạng.

3) Gọi giao điểm AD với (O) là I, IE cắt (O) tại K, M là trung điểm của EF. Chứng minh 3 điểm B; M; K thẳng hàng.

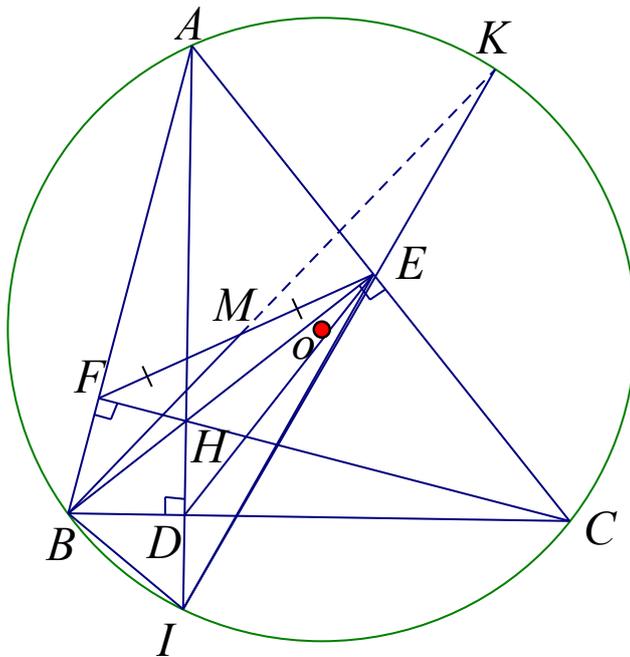
Bài 5 (0,5 điểm).

Cho các số $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh $\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq \frac{1}{2}$.

Bài	Đáp án	Điểm
1	Bài 1 (2,0 điểm). 1) Rút gọn biểu thức : $A = 2\sqrt{125} - 5\sqrt{45} + 6\sqrt{20}$ 2) Cho biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. a) Chứng minh $P = \frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$. b) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất để $P < \frac{3}{2}$.	
1) 0,5 điểm	$A = 2\sqrt{125} - 5\sqrt{45} + 6\sqrt{20}$ $A = 2\sqrt{5^2 \cdot 5} - 5\sqrt{3^2 \cdot 5} + 6\sqrt{2^2 \cdot 5}$ $A = 10\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 12\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$ Vậy $A = 7\sqrt{5}$	0,5
2.a) 1,0 điểm	Với $x \geq 0; x \neq 1$, ta có $P = \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{15\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
	$P = \frac{(2\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{(3\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{15\sqrt{x} - 11}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
	$P = \frac{5x - 7\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{(5\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$	0,25
	Vậy $P = \frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. (đpcm)	0,25
2.b) 0,5 điểm	với $x \geq 0; x \neq 1$. Để $P < \frac{3}{2}$ nên $\frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} < \frac{3}{2}$ $\frac{5\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} - \frac{3}{2} < 0$ $\frac{7\sqrt{x} - 13}{2(\sqrt{x} + 3)} < 0$ Suy ra :	0,25

	<p>Vì $2(\sqrt{x} + 3) > 0$ nên $7\sqrt{x} - 13 < 0$</p> <p>Suy ra: $x < \frac{169}{49}$.</p> <p>Mà x nguyên lớn nhất nên $x = 3$.</p> <p>Vậy $x = 3$ là giá trị cần tìm.</p>	0,25
2	<p>Bài 2 (2,0 điểm). 1) Giải hệ phương trình và phương trình sau:</p> <p>a) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$</p> <p>2) Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 75m so với mặt của cây cầu và cách nhau 400m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình bên và được treo trên các đỉnh tháp.</p> <p>a) Xác định hệ số a của hàm số trên</p> <p>b) Tìm chiều cao CH của dây cáp biết điểm H cách tâm O của cây cầu 100m (giả sử mặt của cây cầu là bằng phẳng).</p>	<p>b) $5x^2 + 9x - 2 = 0$</p> 
2.1a 0,5 điểm	<p>Nhân hai vế của phương trình thứ hai với 2, ta được hệ $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + 8y = 12 \end{cases}$</p> <p>Trừ từng vế phương trình thứ nhất và thứ hai của hệ mới, ta được $-11y = -11$ hay $y = 1$</p>	0,25
	<p>Thế $y = 1$ vào phương trình $x + 4y = 6$, ta được $x + 4.1 = 6$, suy ra $x = 2$.</p> <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (2; 1)$.</p>	0,25
2.1b 0,5 điểm	<p>Ta có: $\Delta = 9^2 - 4.5.(-2) = 121$</p> <p>Do $\Delta > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.</p>	0,25
	<p>Tính đúng được 2 nghiệm: $x_1 = \frac{1}{5}$; $x_2 = -2$.</p>	0,25
2.2a 0,5 điểm	<p>Vì đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $B(200; 75)$ nên thay $x = 200$; $y = 75$ vào công thức ta được: $75 = a.200^2$</p> <p>Suy ra $a = \frac{3}{1600}$ (tm $a \neq 0$).</p> <p>Vậy hàm số là: $y = \frac{3}{1600}x^2$.</p>	0,5
2.2b 0,5 điểm	<p>Điểm H thuộc đồ thị hàm số trên và có hoành độ 100 nên thay $x = 100$ vào công thức hàm số ta được:</p> $y = \frac{3}{1600}.100^2 = 18,75.$ <p>Vậy chiều CH của dây cáp là 18,75m.</p>	0,5
3	Bài 3 (2,5 điểm).	

	<p>1) Thống kê điểm kiểm tra cuối kì I môn toán của 40 học sinh lớp 9A được kết quả như sau :</p> <table border="1"> <tr> <td>Điểm</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>Số học sinh</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>6</td> </tr> </table> <p>a) Lập bảng tần số tương đối cho bảng thống kê trên b) Chọn ngẫu nhiên 1 bạn lớp 9A đi dự Hội nghị “Dạy tốt, học tốt” của nhà trường. Tính xác suất của biến cố “Chọn được học sinh có điểm Toán cao hơn 7” để tham dự Hội nghị.</p> <p>2) Một lon nước ngọt có dạng hình trụ với chiều cao 14cm và đường kính đáy là 6 cm. Tính thể tích lon nước ngọt. (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn đến số thập phân thứ nhất)</p>	Điểm	5	6	7	8	9	Số học sinh	4	8	10	12	6	
Điểm	5	6	7	8	9									
Số học sinh	4	8	10	12	6									
3.1a 1,0 điểm	<p>Tổng số học sinh là $n = 40$</p> <p>Tỉ lệ học sinh đạt điểm 5 là : $f_1 = \frac{4}{40} \cdot 100\% = 10\%$</p> <p>Tỉ lệ học sinh đạt điểm 6 là : $f_2 = \frac{8}{40} \cdot 100\% = 20\%$</p> <p>Tỉ lệ học sinh đạt điểm 7 là : $f_3 = \frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%$</p> <p>Tỉ lệ học sinh đạt điểm 8 là : $f_4 = \frac{12}{40} \cdot 100\% = 30\%$</p> <p>Tỉ lệ học sinh đạt điểm 9 là : $f_5 = \frac{6}{40} \cdot 100\% = 15\%$</p>	0,5												
	<p>Ta có bảng tần số tương đối:</p> <table border="1"> <tr> <td>Điểm</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>Tần số tương đối</td> <td>10%</td> <td>20%</td> <td>25%</td> <td>30%</td> <td>15%</td> </tr> </table>	Điểm	5	6	7	8	9	Tần số tương đối	10%	20%	25%	30%	15%	0,5
	Điểm	5	6	7	8	9								
Tần số tương đối	10%	20%	25%	30%	15%									
3.1 b 0,5 điểm	<p>Số học sinh có điểm Toán cao hơn 7 là 18.</p> <p>Vậy xác suất của biến cố “Chọn được học sinh có điểm Toán cao hơn 7” để tham dự Hội nghị là : $\frac{18}{40} = \frac{9}{20}$.</p>	0,5												
3.2 1,0 điểm	<p>Bán kính đáy của lon nước là: $R = \frac{6}{2} = 3$ cm.</p>	0,5												
	<p>Thể tích của lon nước ngọt là: $V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 3^2 \cdot 14 \approx 395,6$ cm³.</p>	0,5												
4	<p>Bài 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.</p> <p>1) Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và BH. BE = BD. BC.</p> <p>2) Chứng minh hai tam giác BFE và DHE đồng dạng.</p> <p>3) Gọi giao điểm AD với (O) là I, IE cắt (O) tại K, M là trung điểm của EF. Chứng minh 3 điểm B ; M ; K thẳng hàng.</p>													



4.1 1,5 điểm	Chứng minh rằng tứ giác BFEC nội tiếp và BH. BE = BD. BC	
	Vì $AD \perp BC; BE \perp AC$ nên: $\widehat{BEC} = 90^\circ; \widehat{BFC} = 90^\circ$.	0,25
	Vì $\triangle BEC$ vuông tại E nên 3 điểm B; E; C cùng thuộc đường tròn có đường kính BC. Vì $\triangle BFC$ vuông tại F nên 3 điểm B; F; C cùng thuộc đường tròn có đường kính BC.	0,25
	Suy ra B; E; F; C cùng thuộc một đường tròn đường kính BC Vậy tứ giác BFEC nội tiếp.	0,25
	Chứng minh được $\triangle BDH \sim \triangle BEC$ (g.g).	0,25
	Suy ra: $\frac{BH}{BC} = \frac{BD}{BE}$ nên $BH \cdot BE = BD \cdot BC$.	0,5
4.2 1,0 điểm	Chứng minh : Chứng minh hai tam giác BFE và DHE đồng dạng.	
	Vì tứ giác BFEC nội tiếp nên $\widehat{BEF} = \widehat{BCF}$. (hai góc nội tiếp cùng chắn cung BF) Hay $\widehat{BEF} = \widehat{HCD}$.	0,25
	Tương tự chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp nên $\widehat{HED} = \widehat{HCD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD) Suy ra $\widehat{BEF} = \widehat{HED}$ (1)	0,25
	Chứng minh được tứ giác ABDE nội tiếp suy ra $\widehat{ABE} = \widehat{ADE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AE) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) chỉ ra $\triangle BFE \sim \triangle DHE$ (g.g).	0,25
4.3 0,5 điểm	Chứng minh 3 điểm B ; M ; K thẳng hàng.	
	Chỉ ra được $\widehat{EBC} = \widehat{CBI}$ (vì cùng bằng góc CAI) Do đó BC là tia phân giác của \widehat{HBI} suy ra tam giác HBI cân tại B Nên D là trung điểm của IH. Vì $\triangle BFE \sim \triangle DHE$ nên $\frac{BF}{DH} = \frac{FE}{HE}$ hay $\frac{BF}{2DH} = \frac{FE}{2HE}$.	0,25

	<p>Mà $HI = 2DH$ và $FE = 2FM$ (M là trung điểm của FE) Do đó $\frac{BF}{HI} = \frac{FM}{HE}$. Suy ra $\triangle BFM \sim \triangle IHE$ (c.g.c). Khi đó $\widehat{FBM} = \widehat{HIE}$ hay $\widehat{ABM} = \widehat{AIK}$ (3).</p>	
	<p>Mặt khác trong (O) $\widehat{ABK} = \widehat{AIK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AK) (4). Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ABK}$ nên hai tia BM và BK trùng nhau. Vậy 3 điểm $B ; M ; K$ thẳng hàng.</p>	0,25
5	<p>Bài 5 (0,5 điểm) : Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh $\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq \frac{1}{2}$.</p>	
	<p>Theo bất đẳng thức AM-GM cho 2 số dương, ta có:</p> $\frac{a}{1+9b^2} = \frac{a(1+9b^2) - 9ab^2}{1+9b^2} = a - \frac{9ab^2}{1+9b^2} \geq a - \frac{9ab^2}{2\sqrt{1.9b^2}} = a - \frac{3}{2}ab.$ <p>Tương tự $\frac{b}{1+9c^2} \geq b - \frac{3}{2}bc$, $\frac{c}{1+9a^2} \geq c - \frac{3}{2}ca$.</p> <p>Cộng theo từng vế ba bất đẳng thức trên, ta được</p> $\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq a + b + c - \frac{3}{2}(ab + bc + ca).$	0,25
	<p>Vì $ab + bc + ca \leq \frac{a^2 + b^2}{2} + \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{c^2 + a^2}{2} = a^2 + b^2 + c^2$ suy ra</p> $a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \text{ hay } ab + bc + ca \leq \frac{(a + b + c)^2}{3}.$ <p>Do đó $\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq a + b + c - \frac{1}{2}(a + b + c)^2 = \frac{1}{2}$</p> <p>Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.</p>	0,25

Chú ý

:- Trên đây là hướng dẫn chấm. Giám khảo căn cứ vào nội dung và điểm số tương ứng trong hướng dẫn để thống nhất cho điểm bài thi một cách hợp lý và thống nhất!

*- Điểm thành phần và điểm toàn bài **không** làm tròn!*

Xem thêm: **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 MÔN TOÁN**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan>