SỞ GD&ĐT HẢI PHÒNG
CỤM 13 TRƯỜNG THPT

MÃ ĐỀ THI: 1001

ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN I, NĂM HỌC 2025-2026
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 18/01/2026
Thời gian làm bài: **90 phút** *(không tính thời gian phát đề)*
Số trang: **04 trang**

Họ và tên thí sinh: ....Lớp:........ Số báo danh: ....

PHẦN 1: Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ bằng

A. $a\sqrt{6}$ **B.** $a\sqrt{3}$ **C.** $a\sqrt{2}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. -5. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 5.

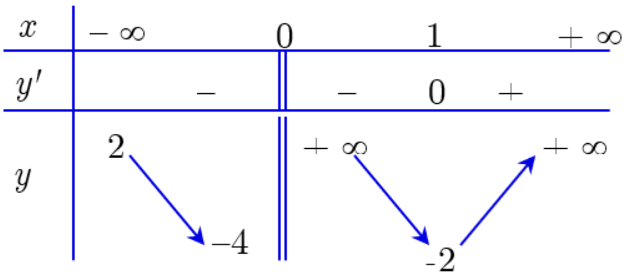
Câu 3. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty(đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	16	12	2	$n = 50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $3{,}34$. **B.** $3{,}16$. **C.** $3{,}15$. **D.** $3{,}32$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

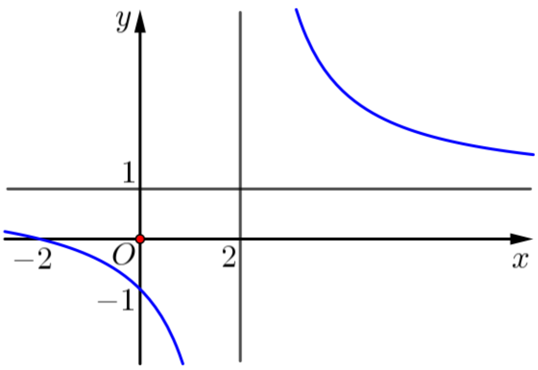


A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 5. Cho a, b, x là các số thực dương và $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_a b}$. **B.** $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$. **C.** $\log_a x = \dfrac{\log_a b}{\log_b x}$. **D.** $\log_a x = \dfrac{\log_b a}{\log_b x}$.

Câu 6. Tìm hệ số a, b, c để hàm số $y = \dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ



A. $a = 2, b = 2, c = -1$. **B.** $a = 1, b = 2, c = 1$. **C.** $a = 1, b = 1, c = -1$. **D.** $a = 1, b = -2, c = 1$

.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 9. Thống kê điểm kiểm tra toán của học sinh hai lớp $12A$ và $12B$, được mẫu số liệu ghép nhóm như sau. Gọi R_A và R_B lần lượt là khoảng biến thiên của mẫu số liệu lớp $12A$ và $12B$. Tính giá trị $R_A + R_B$.

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Lớp 12A	0	1	10	15	17
Lớp 12B	1	5	17	10	9

A. 14. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 18.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng:

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7) + 2 > 0$ là:

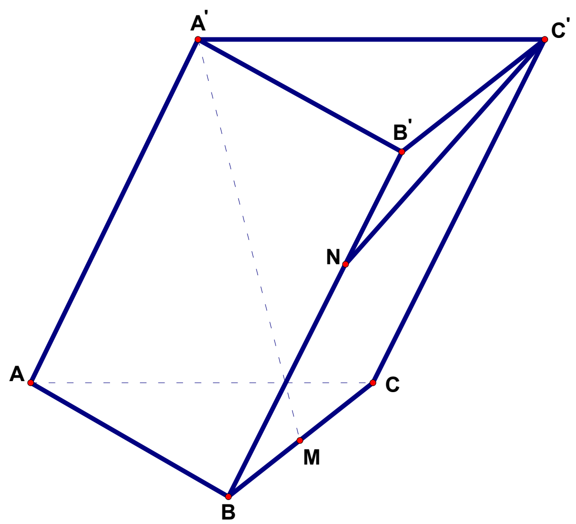
A. $(7;11)$. **B.** $(-\infty;11)$. **C.** $(11;+\infty)$. **D.** $[7;11]$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 7\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(7;\ 4;\ 2)$. **B.** $(-7;4;2)$. **C.** $(-7;-4;-2)$. **D.** $(7;-4;-2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, $\widehat{A'AB} = 120^\circ, \widehat{A'AC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC; N là điểm trên cạnh BB' sao cho $BN = \dfrac{2}{3}BB'$.



a) $\overrightarrow{A'M}.\overrightarrow{C'N} = \dfrac{4a^2}{3}$.

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NB'}$.

d) Giả sử $\overrightarrow{A'M} = x.\overrightarrow{AB} + y.\overrightarrow{AC} + z.\overrightarrow{AA'}$ thì $x + y = z$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết $AA' = BC = a\sqrt{2}$.

a) Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $\frac{2a^3}{9}$.

b) Độ dài đường cao hình lăng trụ bằng $\frac{4a}{3}$.

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC gấp ba lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC bằng $\frac{4a\sqrt{17}}{51}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Hàm số có cực đại, cực tiểu.

b) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;3)$.

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ).

d) Gọi $MNPQ$ là hình vuông có tâm I là giao điểm của hai đường tiệm cận và hai đỉnh M, P lần lượt nằm trên hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất bằng $12\left(\sqrt{2} - 1\right)$.

Câu 4. Cho một đa giác đều (H) có 9 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác trên.

a) Chọn một tam giác trong tập X. Xác suất để tam giác đó là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều bằng $\frac{3}{7}$.

b) Số tam giác đều có trong tập X là 3.

c) Đặt 9 đồng xu được đánh số từ 1 đến 9 trên các đỉnh của đa giác đều (H), mỗi đỉnh đặt một đồng xu. Gọi A là biến cố "Các tam giác đều có ba đỉnh là đỉnh của (H) có tổng các số ghi trên ba đồng xu của mỗi tam giác đó là bằng nhau". Khi đó $P(A) = \frac{1}{280}$.

d) Số tam giác có trong tập X là 84.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 6.

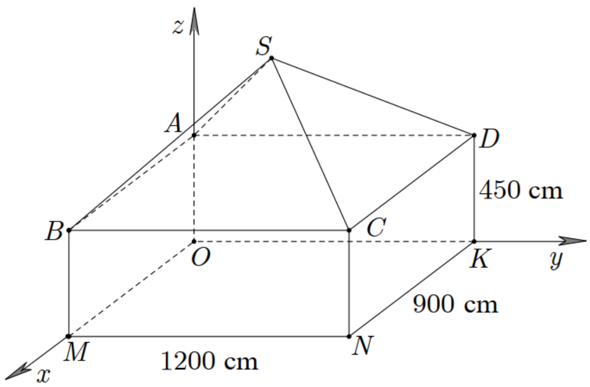
Câu 1. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất $2{,}1\%$ / kỳ hạn, sau 2 năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất $0{,}65\%$ / tháng.

Tính tổng số tiền lãi nhận được sau 5 năm (đơn vị là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần ($1 \le k \le 2$) là $t_k = \frac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k

lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng $(60 \le x \le 300)$ khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x-20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \dfrac{36}{x+10}$ và $t_2 = \dfrac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần). Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà $S.ABCD$ có dạng một hình chóp tứ giác có các cạnh bên bằng nhau. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật và chiều cao của ngôi nhà (bằng khoảng cách từ S đến mp$(OMNK)$) bằng 600 cm. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox, K thuộc tia Oy, A thuộc tia Oz (như hình vẽ), (mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 1m).



Gọi tọa độ điểm S là $S(a;b;c)$. Hãy tính $a-b+c$.

Câu 4. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \dfrac{3000}{1+3e^{-t}}, t \ge 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 1cm$, $AC = \sqrt{2}\,cm$; $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90°$, góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC, với đơn vị là cm (centimet) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 6. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 9 giờ sáng, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3$ km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Vị trí người quan sát đứng lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính tổng $32a+60b+5c$.

----------- HẾT -----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

SỞ GD&ĐT HẢI PHÒNG **CỤM 13 TRƯỜNG THPT** -------------------- **MÃ ĐỀ THI: 1002**	**ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN I, NĂM HỌC 2025-2026** **Môn thi: TOÁN** *Ngày thi: 18/01/2026* *Thời gian làm bài:* **90 phút** *(không tính thời gian phát đề)* *Số trang*: **04 trang**

Họ và tên thí sinh: ....Lớp:........ Số báo danh: ....

PHẦN 1: Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. 3. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 5.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng:

A. 3. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

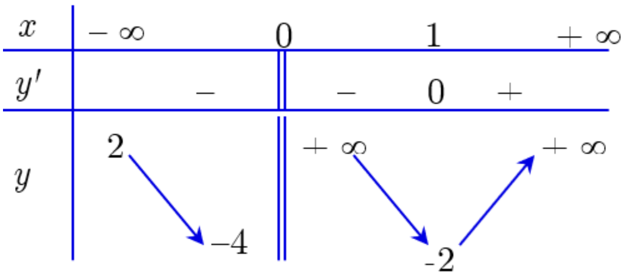
Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ bằng

A. $a\sqrt{6}$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $a\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 7\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-7;4;2)$. **B.** $(7;-4;-2)$. **C.** $(-7;-4;-2)$. **D.** $(7;\ 4;\ 2)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Số đo của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

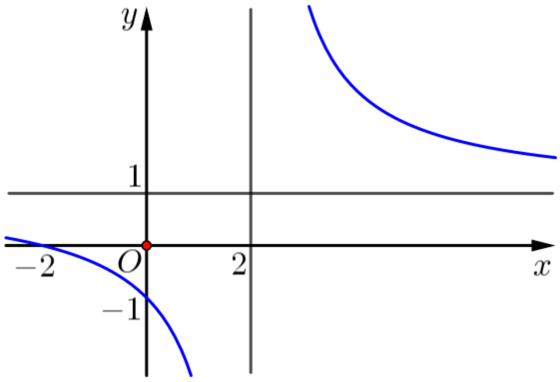
A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Câu 7. Thống kê điểm kiểm tra toán của học sinh hai lớp $12A$ và $12B$, được mẫu số liệu ghép nhóm như sau. Gọi R_A và R_B lần lượt là khoảng biến thiên của mẫu số liệu lớp $12A$ và $12B$. Tính giá trị $R_A + R_B$.

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Lớp 12A	0	1	10	15	17
Lớp 12B	1	5	17	10	9

A. 20. **B.** 14. **C.** 25. **D.** 18.

Câu 8. Tìm hệ số a, b, c để hàm số $y = \dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ



A. $a=1,b=-2,c=1$. **B.** $a=1,b=2,c=1$. **C.** $a=1,b=1,c=-1$. **D.** $a=2,b=2,c=-1$.

Câu 9. Cho a,b,x là các số thực dương và $a,b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_a b}$. **B.** $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}$. **C.** $\log_a x=\dfrac{\log_b a}{\log_b x}$. **D.** $\log_a x=\dfrac{\log_a b}{\log_b x}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2>0$ là:

A. $[7;11]$. **B.** $(7;11)$. **C.** $(-\infty;11)$. **D.** $(11;+\infty)$.

Câu 11. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty(đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	16	12	2	$n=50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $3,32$. **B.** $3,15$. **C.** $3,34$. **D.** $3,16$.

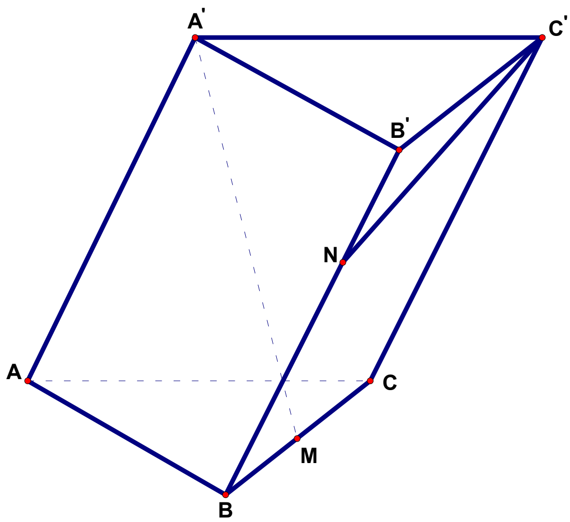
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1),\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, $\widehat{A'AB}=120^\circ$, $\widehat{A'AC}=60^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC; N là điểm trên cạnh BB' sao cho $BN=\dfrac{2}{3}BB'$.



a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AB'}$.

b) $\overrightarrow{A'M}.\overrightarrow{C'N} = \frac{4a^2}{3}$.

c) $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NB'}$.

d) Giả sử $\overrightarrow{A'M} = x.\overrightarrow{AB} + y.\overrightarrow{AC} + z.\overrightarrow{AA'}$ thì $x + y = z$.

Câu 2. Cho một đa giác đều (H) có 9 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác trên.

a) Chọn một tam giác trong tập X. Xác suất để tam giác đó là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều bằng $\frac{3}{7}$.

b) Số tam giác có trong tập X là 84.

c) Số tam giác đều có trong tập X là 3.

d) Đặt 9 đồng xu được đánh số từ 1 đến 9 trên các đỉnh của đa giác đều (H), mỗi đỉnh đặt một đồng xu. Gọi A là biến cố "Các tam giác đều có ba đỉnh là đỉnh của (H) có tổng các số ghi trên ba đồng xu của mỗi tam giác đó là bằng nhau". Khi đó $P(A) = \frac{1}{280}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết $AA' = BC = a\sqrt{2}$.

a) Độ dài đường cao hình lăng trụ bằng $\frac{4a}{3}$.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC bằng $\frac{4a\sqrt{17}}{51}$.

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC gấp ba lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

d) Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $\frac{2a^3}{9}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;3)$.

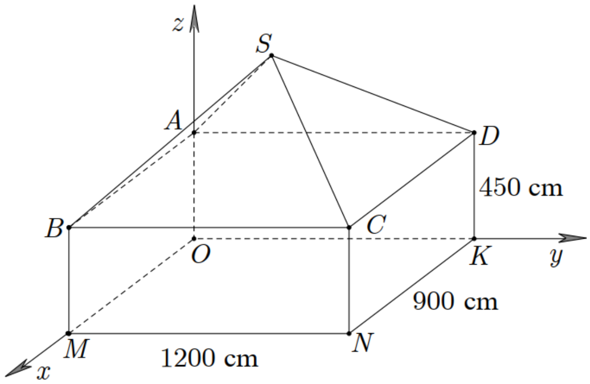
b) Hàm số có cực đại, cực tiểu.

c) Gọi $MNPQ$ là hình vuông có tâm I là giao điểm của hai đường tiệm cận và hai đỉnh M, P lần lượt nằm trên hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất bằng $12(\sqrt{2} - 1)$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ).

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 6.

Câu 1. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà $S.ABCD$ có dạng một hình chóp tứ giác có các cạnh bên bằng nhau. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật và chiều cao của ngôi nhà (bằng khoảng cách từ S đến mp$(OMNK)$) bằng 600 cm. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox, K thuộc tia Oy, A thuộc tia Oz (như hình vẽ), (mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 1m).



Gọi tọa độ điểm S là $S(a;b;c)$. Hãy tính $a-b+c$.

Câu 2. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t)=\dfrac{3000}{1+3e^{-t}}, t\geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 9 giờ sáng, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Vị trí người quan sát đứng lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính tổng $32a+60b+5c$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1cm, AC=\sqrt{2}\,cm$; $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$, góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC, với đơn vị là cm (centimet) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 5. Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần ($1\leq k\leq 2$) là $t_k=\dfrac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng $(60\leq x\leq 300)$ khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x-20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1=\dfrac{36}{x+10}$ và $t_2=\dfrac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần). Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 2,1% / kỳ hạn, sau 2 năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất 0,65% / tháng.

Tính tổng số tiền lãi nhận được sau 5 năm (đơn vị là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

---------- HẾT ----------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ LẦN 1

PHẦN 1: Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7)+2>0$ là:

A. $(7;11)$. **B.** $(11;+\infty)$. **C.** $(-\infty;11)$. **D.** $[7;11]$.

Lời giải

$ĐK: x-7>0 \Leftrightarrow x>7$

$\log_{0,5}(x-7)+2>0 \Leftrightarrow \log_{0,5}(x-7)>-2 \Rightarrow x-7<0,5^{-2}$

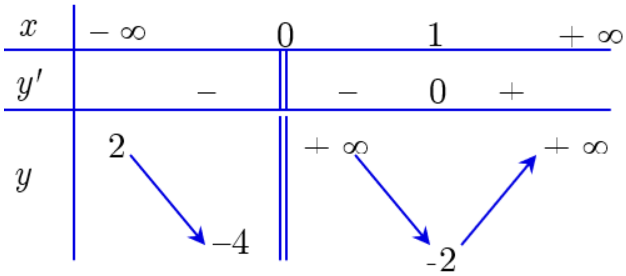
$\Leftrightarrow x-7<4 \Leftrightarrow x<11$

$S=(7;11)$

Câu 2. Cho a,b,x là các số thực dương và $a,b\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}$. **B.** $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_a b}$. **C.** $\log_a x=\dfrac{\log_b a}{\log_b x}$. **D.** $\log_a x=\dfrac{\log_a b}{\log_b x}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ suy ra $y=2$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một đường tiệm cận ngang.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=12$ và công bội $q=2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng:

A. 8. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 5. Thống kê điểm kiểm tra toán của học sinh hai lớp $12A$ và $12B$, được mẫu số liệu ghép nhóm như sau. Gọi R_A và R_B lần lượt là khoảng biến thiên của mẫu số liệu lớp $12A$ và $12B$. Tính giá trị R_A+R_B.

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
Lớp 12A	0	1	10	15	17
Lớp 12B	1	5	17	10	9

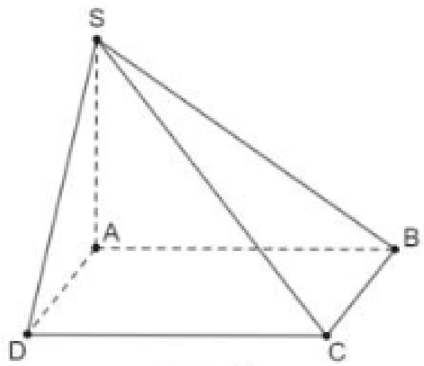
A. 20. **B.** 18. **C.** 25. **D.** 14.

Lời giải

Ta có $R_A=10-2=8; R_B=10-0=10$

$R_A+R_B=18$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Số đo của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) bằng?

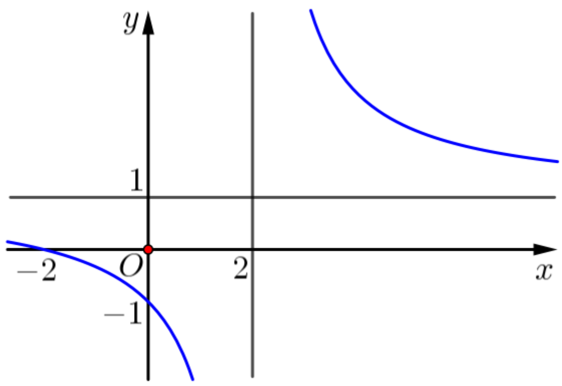


A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABCD) là: $\widehat{SBA}$ và $\tan\left(\widehat{SBA}\right)=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SBA}=60^0$

Câu 7. Tìm hệ số a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ



A. $a=2,b=2,c=-1$. **B.** $a=1,b=2,c=1$. **C.** $a=1,b=-2,c=1$. **D.** $a=1,b=1,c=-1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua $(0;-1)$ nên $b=-2$.

Đồ thị hàm số đi qua $(-2;0)$ nên $a=1$.

Tiệm cận đứng $x=2$ nên $c=1$

Câu 8. Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty(đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	16	12	2	$n=50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $3,15$. **B.** $3,16$. **C.** $3,32$. **D.** $3,34$.

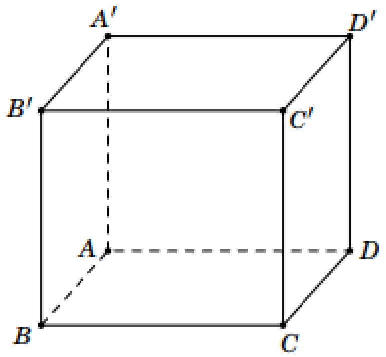
Lời giải

$$Q_1=8+\frac{\frac{50}{4}-6}{14}.2=\frac{125}{14}$$

$$Q_3=12+\frac{3.\frac{50}{4}-36}{12}.2=\frac{49}{4}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm: $\Delta_Q=Q_3-Q_1=\dfrac{93}{28}\approx 3,32$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Độ dài của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{A'C'}-\overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $a\sqrt{2}$ **C.** $a\sqrt{6}$ **D.** $a\sqrt{3}$

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -5.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = 7\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(-7;4;2)$. **B.** $(-7;-4;-2)$. **C.** $(7;\ 4;\ 2)$. **D.** $(7;-4;-2)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;2)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Lời giải

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x+1}$ có đồ thị (C).

a) Hàm số có cực đại, cực tiểu.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ).

c) Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;3)$.

d) Gọi $MNPQ$ là hình vuông có tâm I là giao điểm của hai đường tiệm cận và hai đỉnh M, P lần lượt nằm trên hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất bằng $12(\sqrt{2}-1)$.

Lời giải

Đúng	Đúng	Sai	Sai

Ta có $y = x - 2 + \dfrac{3}{x+1}, (x \neq -1)$

Do đó: $y' = 1 - \dfrac{3}{(x+1)^2}, (x \neq -1)$

Hàm số có cực đại, cực tiểu.

Tiệm cận đứng: $x = -1$

Tiệm cận xiên: $y = x - 2$

Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm $A(2;0)$; $B(0;-2)$

$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2} OA.OB = 2.$

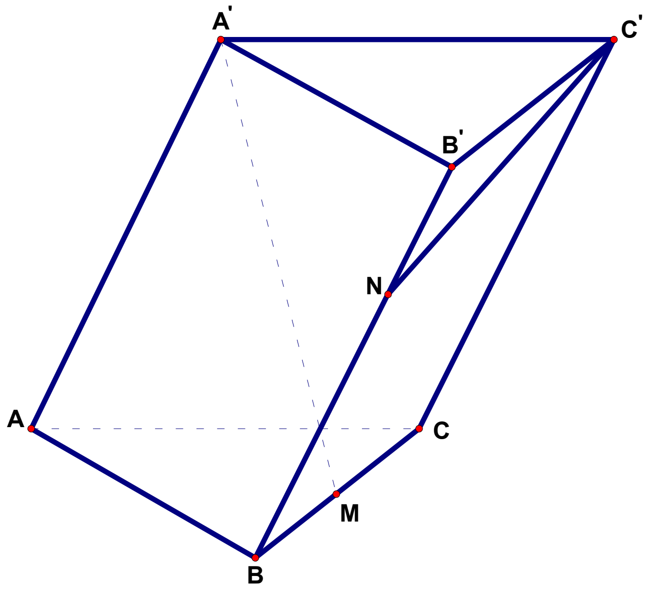
Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận: $I(-1;-3)$

Giả sử điểm M thuộc nhánh phải của đồ thị $(C) \Rightarrow M\left(-1+a;-3+a+\dfrac{3}{a}\right)$ với $a>0.$

Khi đó $IM^2 = a^2 + \left(a+\dfrac{3}{a}\right)^2 = 2a^2 + \dfrac{9}{a^2} + 6 \geq 2\sqrt{2a^2.\dfrac{9}{a^2}} + 6 = 6\sqrt{2} + 6$

Suy ra: $\min S_{MNPQ} = MN^2 = 2IM^2 = 12\left(\sqrt{2}+1\right).$

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a, $\widehat{A'AB} = 120^{\circ}, \widehat{A'AC} = 60^{\circ}$. Gọi M là trung điểm của BC; N là điểm trên cạnh BB' sao cho $BN = \dfrac{2}{3}BB'.$



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB'}.$

b) $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NB'}.$

c) Giả sử $\overrightarrow{A'M} = x.\overrightarrow{AB} + y.\overrightarrow{AC} + z.\overrightarrow{AA'}$ thì $x+y=z.$

d) $\overrightarrow{A'M}.\overrightarrow{C'N} = \dfrac{4a^2}{3}.$

Lời giải

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AB'}.$

b) $\overrightarrow{NB} = -2\overrightarrow{NB'}.$

c) $\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AA'} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) - \overrightarrow{AA'}$

d) Ta có: $\overrightarrow{A'M} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{C'N} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$

Suy ra $\overrightarrow{A'M}.\overrightarrow{C'N} = \left(\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'}\right)\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA'}\right) = \dfrac{4a^2}{3}.$

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm H của tam giác ABC. Biết $AA' = BC = a\sqrt{2}.$

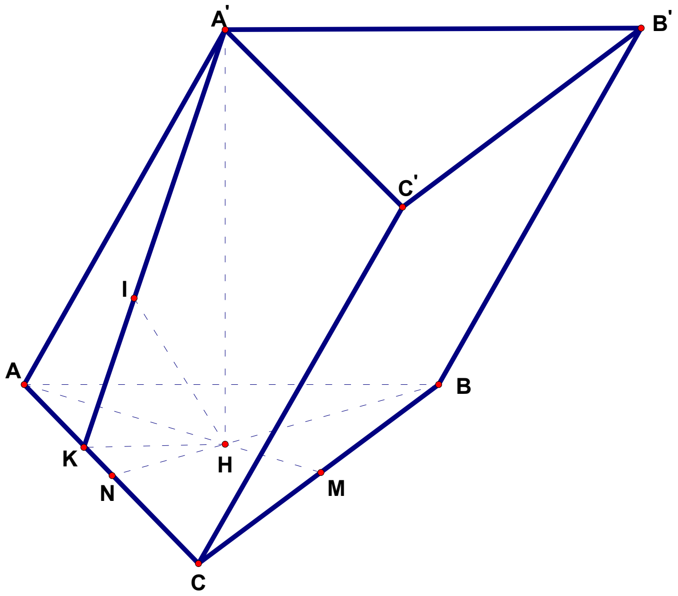
a) Độ dài đường cao hình lăng trụ bằng $\dfrac{4a}{3}.$

b) Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $\frac{2a^3}{9}$.

c) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC gấp ba lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và AC bằng $\frac{4a\sqrt{17}}{51}$.

Lời giải



a) Ta có: $AM=\frac{1}{2}BC=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow AH=\frac{2}{3}AM=\frac{a\sqrt{2}}{3}\Rightarrow A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\frac{4a}{3}$.

b) $AB=AC=a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{a^2}{2}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2a^3}{3}$.

c) Do $BB'//(ACC'A')$ nên $d(BB';AC)=d(BB';(ACC'A'))=d(B;(ACC'A'))$.

Ta có $\frac{d(B;(ACC'A'))}{d(H;(ACC'A'))}=\frac{BN}{HN}=3$. Suy ra $d(BB';AC)=3.d(H;(ACC'A'))$.

d) Kẻ $HK\perp AC$ và $HI\perp A'K$. Khi đó $HI\perp(ACC'A')\Rightarrow d(H;(ACC'A'))=HI$.

Ta có $HK//AB\Rightarrow\frac{HK}{AB}=\frac{NH}{NB}=\frac{1}{3}\Rightarrow HK=\frac{1}{3}AB=\frac{a}{3}$.

$d(BB';AC)=3.d(H;(ACC'A'))=3.HI=3.\frac{A'H.HK}{\sqrt{A'H^2+HK^2}}=\frac{4a}{\sqrt{17}}$.

Câu 4. Cho một đa giác đều (H) có 9 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác trên.

a) Số tam giác có trong tập X là 84.

b) Số tam giác đều có trong tập X là 3.

c) Chọn một tam giác trong tập X. Xác suất để tam giác đó là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều bằng $\frac{3}{7}$.

d) Đặt 9 đồng xu được đánh số từ 1 đến 9 trên các đỉnh của đa giác đều (H), mỗi đỉnh đặt một đồng xu. Gọi A là biến cố "Các tam giác đều có ba đỉnh là đỉnh của (H) có tổng các số ghi trên ba đồng xu của mỗi tam giác đó là bằng nhau". Khi đó $P(A)=\frac{1}{280}$.

Lời giải

a) Số tam giác có trong tập X là $C_9^3=84$.

b) Chia 9 đỉnh của đa giác đều (H) thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 3 đỉnh liên tiếp. Lấy mỗi nhóm một đỉnh thích hợp nối với nhau để tạo ra một tam giác đều. Vậy có 3 tam giác đều.

c) Giả sử ABC là một tam giác cân tại A nhưng không đều.

Số cách chọn đỉnh A có 9 cách.

Đường kính đi qua A của đường tròn (O) chia 8 đỉnh còn lại của đa giác thành 2 phần, mỗi phần gồm 4 đỉnh tương ứng đối xứng nhau qua đường kính đó. Mỗi cặp đỉnh đối xứng này cùng với đỉnh A sẽ tạo thành tam giác cân, trong đó có một cặp đỉnh đối xứng cùng với đỉnh A sẽ tạo thành tam giác đều.

Vậy số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $9.3=27$ tam giác. Xác suất cần tìm là $P=\frac{27}{84}=\frac{9}{28}$.

d) Trong đa giác (H) có 3 tam giác đều. Do $1+2+3+...+8+9=45$ nên tổng các giá trị của ba đồng xu trên các đỉnh của mỗi tam giác đều là 15.

Có 2 trường hợp thỏa mãn:

TH1: $(1;5;9)$; $(3;4;8)$; $(2;6;7)$

-Xếp 3 bộ số vào 3 tam giác có $3!$ cách.

-Trong mỗi tam giác lại có $3!$ cách hoán đổi vị trí 3 đồng xu.

Vậy TH1 có $3!.3!.3!.3!=1296$ cách

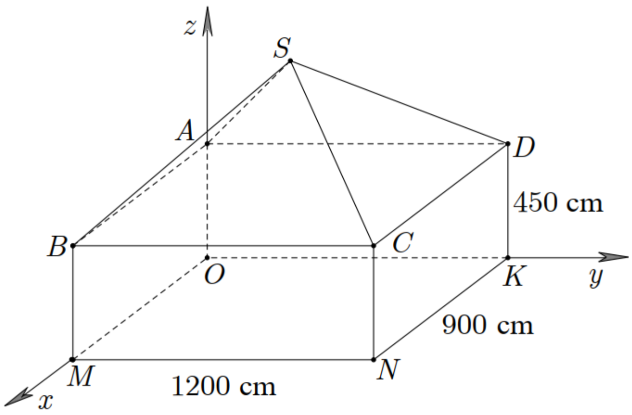
TH2: $(3;5;7)$; $(2;4;9)$; $(1;6;8)$

Tương tự cũng có 1296 cách. Tổng hai trường hợp có $1296+1296=2592$ cách.

Xác suất cần tìm là: $P=\frac{2592}{9!}=\frac{1}{140}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 tới câu 6.

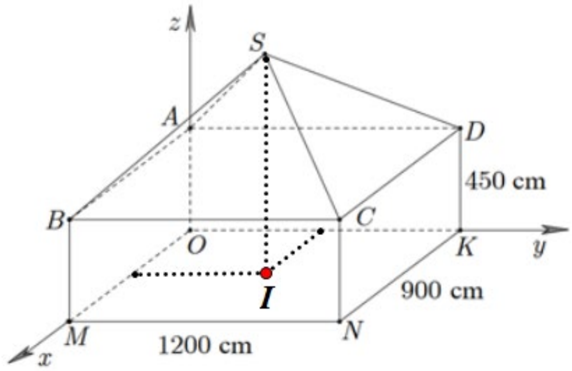
Câu 1. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà $S.ABCD$ có dạng một hình chóp tứ giác có các cạnh bên bằng nhau. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật và chiều cao của ngôi nhà (bằng khoảng cách từ S đến mp$(OMNK)$) bằng 600 cm. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox, K thuộc tia Oy, A thuộc tia Oz (như hình vẽ), (mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 1m).



Gọi tọa độ điểm S là $S(a;b;c)$. Hãy tính $a-b+c$.

Lời giải

Đáp số: 4,5



Gọi I là hình chiếu vuông góc của điểm S lên mặt phẳng $(OMNK)$. Dễ thấy I là tâm của hình chữ nhật $OMNK$. Do đó tọa độ của điểm I là $I(4,5;6;0)$. Suy ra tọa độ của điểm S là $S(4,5;6;6)$. Do đó $a-b+c=4,5$.

Câu 2. Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần $(1 \le k \le 2)$ là $t_k = \dfrac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng $(60 \le x \le 300)$ khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x-20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \dfrac{36}{x+10}$ và $t_2 = \dfrac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần). Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 103

Tổng số công nhân: $N = 2400$.

Số công nhân vi phạm đúng 1 lần: N_1 , tỉ lệ $t_1 = \dfrac{N_1}{N} = \dfrac{36}{x+10} \Rightarrow N_1 = 2400.\dfrac{36}{x+10}$.

Số công nhân vi phạm đúng 2 lần: N_2 , tỉ lệ $t_2 = \dfrac{N_2}{N} = \dfrac{4}{x-30}$ $N_2 = 2400.\dfrac{4}{x-30}$.

Không có công nhân nào vi phạm quá 2 lần.

Tiền phạt mỗi lần vi phạm:

Lần 1: x (nghìn đồng), với $60 \le x \le 300$.

Lần 2: $x-20$ (nghìn đồng),

Tiền phạt công nhân vi phạm 1 lần: $S_1 = N_1 x = 2400.\dfrac{36}{x+10}.x$

Tiền phạt công nhân vi phạm 2 lần: $S_2 = N_2\left(2x-20\right) = 2400.\dfrac{4}{x-30}.\left(x+x-20\right)$

Tổng tiền phạt $S\left(x\right) = S_1 + S_2 = 2400.\left(\dfrac{36x}{x+10} + \dfrac{8x-80}{x-30}\right)$

$$S'\left(x\right) = 2400.\left[\frac{360}{\left(x+10\right)^2} - \frac{160}{\left(x-30\right)^2}\right]$$

$$S'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{360}{\left(x+10\right)^2} - \frac{160}{\left(x-30\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 14 \ \ (l) \\ x = 110 \ \left(n\right) \end{array}\right.$$

$S\left(60\right) \approx 106057$, $S\left(110\right) = 103200$, $S\left(300\right) \approx 104235$

Giá trị nhỏ nhất là tại $x = 110$, $S\left(110\right) = 103200$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền phạt: $S = 103,2$ triệu đồng

Câu 3. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất $2,1\%$ / kỳ hạn, sau 2 năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất $0,65\%$ / tháng.

Tính tổng số tiền lãi nhận được sau 5 năm (đơn vị là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 98,2

Xét 2 năm đầu tiên, số tiền nhận được là

$$T_1 = 200.10^6\left(1+2,1\%\right)^{\frac{2.12}{3}} \simeq 236176000 \text{ (đồng).}$$

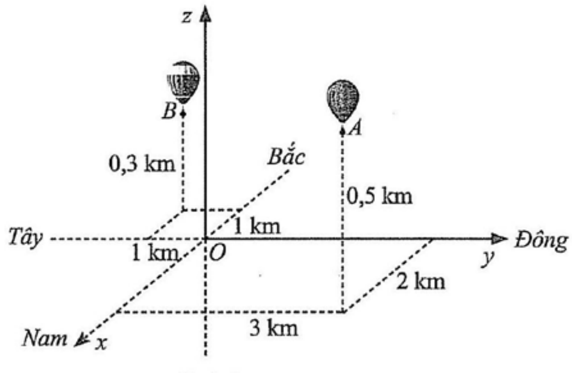
Số tiền nhận được sau 5 năm là

$$T_2 = T_1\left(1+0,65\%\right)^{3.12} = 298217000 \text{ (đồng).}$$

Tổng số tiền lãi nhận được sau 5 năm là $298217000 - 200000000 = 98217000$ (đồng).

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 9 giờ sáng, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $3\,\text{km}$ về phía Đông và $2\,\text{km}$ về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5\text{ km}$; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1\,\text{km}$ về phía Bắc và $1\,\text{km}$ về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3\text{ km}$. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Vị trí người quan sát đứng lúc đó là $M\left(a;b;c\right)$. Tính tổng $32a + 60b + 5c$.

Lời giải



Đáp số: 34

Vào lúc 9 giờ sáng, chiếc khinh khí cầu thứ nhất ở vị trí $A(2;3;0,5)$, chiếc khinh khí cầu thứ hai ở vị trí $B(-1;-1;0,3)$.

Mặt đất là mặt phẳng (Oxy), hai điểm A,B nằm về cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy). Khi đó $A'(2;3;-0,5)$ và tổng khoảng cách từ vị trí người đó đúng trên mặt đất đến hai khinh khí cầu là: $T = MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $A'B$ đạt được khi và chỉ khi A',M,B thẳng hàng.

$M(a;b;c) \in (Oxy) \Rightarrow c = 0$.

Ta có $\overrightarrow{A'M} = (a-2;b-3;0,5)$, $\overrightarrow{A'B} = (-3;-4;\ 0,8)$.

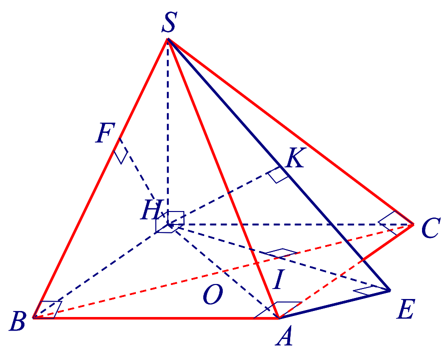
Ba điểm A',M,B thẳng hàng khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{A'M}$, $\overrightarrow{A'B}$ cùng phương. Khi đó ta có:

$\begin{cases} \dfrac{a-2}{-3} = \dfrac{0,5}{0,8} \\ \dfrac{b-3}{-4} = \dfrac{0,5}{0,8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{8} \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$. Vậy $32a + 60b + 5c = 34$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 1cm$, $AC = \sqrt{2}\,cm$; $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90°$, góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC, với đơn vị là cm (centimet) và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Đáp số: 0,68



Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC).

Khi đó ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ SB \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHB) \Rightarrow AB \perp HB \ (1)$.

Tương tự $AC \perp HC \ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $ABHC$ là hình chữ nhật.

Như vậy ta có hình chóp quen thuộc $S.ABHC$ có đáy $ABHC$ là hình chữ nhật và cạnh bên SH vuông góc với đáy.

Gọi F là hình chiếu của H trên SB. Đặt $SH = x$, suy ra $HF = \dfrac{HB.SH}{\sqrt{HB^2 + SH^2}} = \dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+2}}$.

Lại có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3}$

Do góc giữa BC và (SAB) bằng $45°$ nên

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45° = \frac{d(C,(SAB))}{BC} = \frac{d(H,(SAB))}{BC} = \frac{HF}{BC} = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{3}\sqrt{x^2+2}} \Leftrightarrow 2x = \sqrt{3(x^2+2)} \Leftrightarrow x = \sqrt{6}.$$

Qua A kẻ đường thẳng Δ song song với BC. Gọi E là hình chiếu của H trên Δ. Gọi K là hình chiếu của H trên SE. Suy ra $HK \perp (SAE)$.

Đường thẳng HE cắt BC tại I. Khi đó ta có $HI = \dfrac{HB.HC}{\sqrt{HB^2 + HC^2}} = \dfrac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{1^2 + \sqrt{2}^2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $HA \cap BC = O \Rightarrow O$ là trung điểm của $HA \Rightarrow I$ là trung điểm của HE.

Suy ra $HE = 2HI = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. Từ đó suy ra $HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{\sqrt{6}.\dfrac{2\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{6 + \dfrac{24}{9}}} = \dfrac{2\sqrt{78}}{13}$.

Vì $BC // AE \Rightarrow BC // (SAE)$

$$\Rightarrow d(BC, SA) = d(BC,(SAE)) = d(O,(SAE)) = \frac{1}{2} d(H,(SAE)) = \frac{1}{2} HK = \frac{\sqrt{78}}{13} \approx 0,68\ cm$$

Câu 6. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \dfrac{3000}{1+3e^{-t}}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Ta có: $f(t) = \dfrac{3000}{1+3e^{-t}} = \dfrac{3000e^t}{e^t+3} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{9000e^t}{(e^t+3)^2}$. Tốc độ bán hàng lớn nhất tức là $f'(t)$ lớn nhất.

Xét hàm số $h(t) = f'(t) = \dfrac{9000e^t}{(e^t+3)^2}$, $t \geq 0$

Ta có: $h'(t) = \dfrac{(9000e^t)'.(e^t+3)^2 - 2(e^t+3).(e^t+3)'.9000e^t}{(e^t+3)^4} = \dfrac{9000e^t.(3-e^t)}{(e^t+3)^3}$

$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 3 - e^t = 0 \Leftrightarrow e^t = 3 \Leftrightarrow t = \ln 3$

Từ bảng biến thiên của hàm số $h(t)$, với $t \geq 0$ suy ra tốc độ bán hàng $h(t)$ lớn nhất khi $t = \ln 3 \approx 1,1$

Vậy sau khi phát hành khoảng $t = \ln 3 \approx 1,1$ năm thì thì tốc độ bán hàng là lớn nhất.