SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HUẾ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2025-2026
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:...
Số báo danh: ....

Câu 1 ***(1,5 điểm)***

Cho biểu thức $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$ với x là số thực dương.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Chứng minh rằng với mọi số thực dương x thì $(x+1)A\geq 2$.

Câu 2 ***(1,0 điểm)***

Cho phương trình $x^2-3x+1=0$.

a) Tính giá trị của Δ, từ đó suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{2}{x_2-1}+\dfrac{x_2}{x_1-1}$.

Câu 3 ***(1,5 điểm)***

a) Sau khi thống kê cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 44 bạn học sinh lớp 9A ở một trường trung học cơ sở, giáo viên chủ nhiệm có được bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
Tần số	5	11	14	8	4	2

Tính tần số tương đối của nhóm [45;50).

b) Một hộp chứa 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Bạn An lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An. Tính xác suất của biến cố X: "Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10".

Câu 4 ***(1,0 điểm)***

Nhắc đến ẩm thực Huế, nổi tiếng nhất có lẽ là món bún bò Huế cay nồng, đậm đà hương vị. Một quán bún bò Huế có chi phí chuẩn bị mỗi ngày bao gồm chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng.

a) Hỏi chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là bao nhiêu nghìn đồng?

b) Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày được tính bằng tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày (với $x\in\mathbb{N}$, $x\leq 100$) trừ đi chi phí chuẩn bị của ngày đó. Biết quán bán mỗi tô bún bò với giá 40 nghìn đồng, hãy viết công thức biểu thị y theo x.

Câu 5 *(1,0 điểm)*

Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người. Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I. Tính số người của mỗi đội lúc đầu.

Câu 6 *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

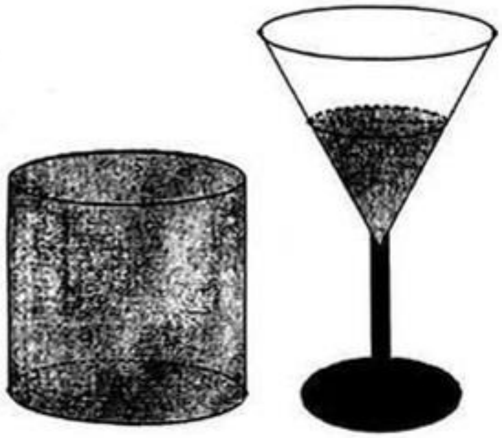
a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Câu 7 *(1,0 điểm)*

Cho hai cốc thủy tinh không nắp (không chứa nước) gồm một cốc dạng hình trụ và một cốc có phần đựng nước dạng hình nón với bề dày thành cốc và đáy cốc không đáng kể, biết hình trụ và hình nón có cùng chiều cao và cùng bán kính đáy (tham khảo hình vẽ). Bạn Chi lấy một chai nước, đầu tiên đổ nước từ chai vào cốc hình trụ cho đến khi đầy rồi đổ tiếp vào cốc hình nón thì vừa hết nước trong chai và khi đó chiều cao của nước trong cốc hình nón bằng một nửa chiều cao của hình nón. Hỏi với cùng lượng nước ban đầu, bạn Chi đổ nước từ chai vào cốc hình nón trước cho đến khi đầy rồi đổ phần nước còn lại vào cốc hình trụ thì chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng bao nhiêu phần chiều cao của cốc hình trụ?



HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Chữ ký của Giám thị 1: .... Chữ ký của Giám thị 2: ....

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1. ***(1,5 điểm)***

Cho biểu thức $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$ với x là số thực dương.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Chứng minh rằng với mọi số thực dương x thì $(x+1)A\geq 2$.

Giải.

a) Thay $x=1$ vào biểu thức A ta có: $A=\dfrac{1}{\sqrt{1}+1}+\dfrac{1}{1+\sqrt{1}}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$.

Vậy khi $x=1$ thì $A=1$.

b) Với $x>0$, ta có:
$$\begin{aligned}A&=\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{x+\sqrt{x}}\\&=\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\\&=\frac{\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\\&=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}\\&=\frac{1}{\sqrt{x}}.\end{aligned}$$

Vậy $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0$.

c) Với mọi số thực dương x, ta xét hiệu sau: $(x+1).A-2=(x+1).\dfrac{1}{\sqrt{x}}-2=\dfrac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}$

Vì $x>0$ nên $\left(\sqrt{x}-1\right)^2\geq 0$ và $\sqrt{x}>0$, suy ra $\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}}\geq 0$. Do đó $(x+1).A-2\geq 0$, hay $(x+1).A\geq 2$.

Vậy với mọi số thực dương x thì $(x+1)A\geq 2$.

Câu 2. ***(1,0 điểm)***

Cho biểu thức $x^2-3x+1=0$.

a) Tính giá trị của Δ, từ đó suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{2}{x_2-1}+\dfrac{x_2}{x_1-1}$.

Giải.

a) Ta có: $\Delta=(-3)^2-4.1.1=5>0$

Vì $\Delta>0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Vì phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 nên theo định lí Vi-ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-(-3)}{1} = 3 \\ x_1x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{1} = 1 \end{cases}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ nên ta có $x_2^2 - 3x_2 + 1 = 0$, suy ra $x_2^2 = 3x_2 - 1$.

Khi đó: $P = \dfrac{2}{x_2 - 1} + \dfrac{x_2}{x_1 - 1}$

$$P = \frac{2(x_1 - 1)}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)} + \frac{x_2(x_2 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$$

$$P = \frac{2x_1 - 2 + x_2^2 - x_2}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)}$$

$$P = \frac{2x_1 - 2 + 3x_2 - 1 - x_2}{x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1}$$

$$P = \frac{2x_1 + 2x_2 - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$P = \frac{2(x_1 + x_2) - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$P = \frac{2.3 - 3}{1 - 3 + 1}$$

$$P = -3$$

Vậy $P = -3$.

Câu 3. *(1,5 điểm)*

a) Sau khi thống kê cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 44 bạn học sinh lớp $9A$ ở một trường trung học cơ sở, giáo viên chủ nhiệm có được bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$	$[65;70)$
Tần số	5	11	14	8	4	2

Tính tần số tương đối của nhóm $[45;50)$.

b) Một hộp chứa 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Bạn An lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An. Tính xác suất của biến cố X: "Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10".

Giải.

a) Kích thước mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm là $n = 44$.

Tần số của nhóm $[45;50)$ là 11.

Tần số tương đối của nhóm $[45;50)$ là: $\dfrac{11}{44} \cdot 100\% = 25\%$

b) Có 36 kết quả có thể xảy ra khi bạn An lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố X: "Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10", đó là: $(2;5)$, $(5;2)$; $(4;5)$; $(5;4)$; $(6;5)$; $(5;6)$.

Vậy xác suất của biến cố X là $P(X)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Câu 4. ***(1,0 điểm)***

Nhắc đến ẩm thực Huế, nổi tiếng nhất có lẽ là món bún bò Huế cay nồng, đậm đà hương vị. Một quán bún bò Huế có chi phí chuẩn bị mỗi ngày bao gồm chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng.

a) Hỏi chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là bao nhiêu nghìn đồng?

b) Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày được tính bằng tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày (với $x\in\mathbb{N}$, $x\le 100$) trừ đi chi phí chuẩn bị của ngày đó. Biết quán bán mỗi tô bún bò với giá 40 nghìn đồng, hãy viết công thức biểu thị y theo x.

Giải.

a) Vì chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng nên chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là:

$$500+100.25=3\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

b) Tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày là $40x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày là:

$$y=40x-3\,000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy công thức biểu thị y theo x là $y=40x-3\,000$ (nghìn đồng).

Câu 5. ***(1,0 điểm)***

Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người. Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I. Tính số người của mỗi đội lúc đầu.

Giải.

+) Gọi số người của đội I lúc đầu là x (người), điều kiện $x\in\mathbb{N}$ và $15<x<180$.
+) Khi đó số người của đội II lúc đầu là $180-x$ (người)
+) Số người của đội I lúc sau là $x-15$ (người)
+) Số người của đội II lúc sau là $180-(x-15)=195-x$ (người)
+) Nếu chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I nên ta có phương trình: $195-x=2(x-15)$
+) Ta giải phương trình: $195-x=2(x-15)$

$$\begin{aligned}195-x&=2x-30\\3x&=225\\x&=75 \text{ (tmđk)}\end{aligned}$$

Vậy lúc đầu đội I có 75 người, đội II có 105 người.

Câu 6. ***(3,0 điểm)***

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn $(AB<AC)$, nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

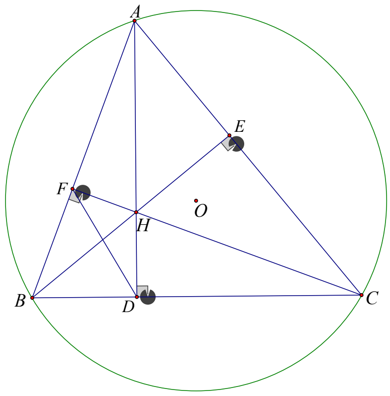
a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M

là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Giải.



a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

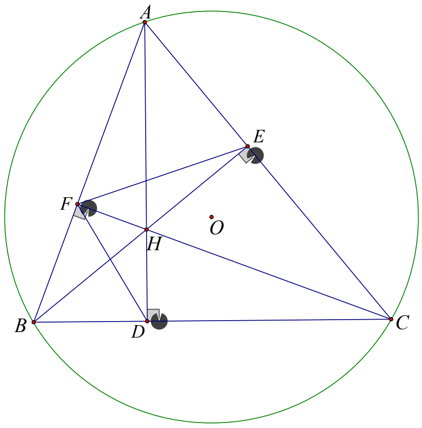
+) Vì AD là đường cao của ΔABC nên $AD \perp BC$, suy ra $\widehat{ADC} = 90°$. Hay ΔADC nội tiếp đường tròn đường kính AC.

+) Vì CF là đường cao của ΔABC nên $CF \perp AB$, suy ra $\widehat{AFC} = 90°$. Hay ΔAFC nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Do đó tứ giác $ACDF$ nội tiếp đường tròn đường kính AC.

Vậy 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.



+) Vì tứ giác $ACDF$ nội tiếp nên $\widehat{FDA} = \widehat{FCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung FA). Suy ra $\widehat{FDH} = \widehat{FCE}$.

+) Mặt khác, tứ giác $ACDF$ nội tiếp nên $\widehat{DFC} = \widehat{DAC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DC). (1)

+) Ta có: $\widehat{AEH} = 90°$ nên ΔAEH nội tiếp đường tròn đường kính AH.

$\widehat{AFH} = 90°$ nên ΔAFH nội tiếp đường tròn đường kính AH.

Do đó, tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH.

Suy ra $\widehat{HFE} = \widehat{HAE}$ (2)

Từ (1) và (2), ta có: $\widehat{DFH} = \widehat{CFE}$.

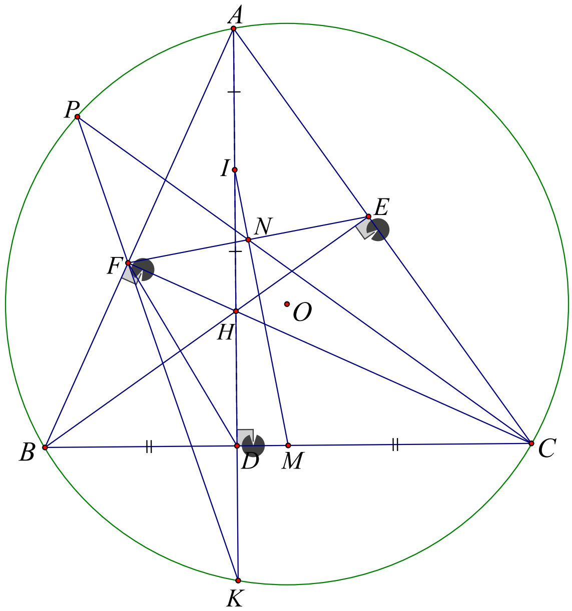
Xét hai tam giác ΔFHD và ΔFEC có:

$\widehat{DFH} = \widehat{CFE}$ (chứng minh trên)

$\widehat{FDH} = \widehat{FCE}$ (chứng minh trên)

Vậy $\Delta FHD \,\#\, \Delta FEC$ (g-g)

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.



+) Tứ giác $BFHD$ nội tiếp đường tròn đường kính BH nên $\widehat{FHD}+\widehat{FBD}=180°$.

+) Tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn tâm M nên $MF=ME$ và $\widehat{FEC}+\widehat{FBD}=180°$.

Do đó $\widehat{FHD}=\widehat{FEC}$ hay $\widehat{FHK}=\widehat{NEC}$.

+) Xét hai tam giác ΔFHK và ΔNEC có:

$\widehat{FHK}=\widehat{NEC}$ (chứng minh trên)

$\widehat{FKH}=\widehat{NCE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AP)

Vậy $\Delta FHK \backsim \Delta NEC$ (g-g)

+) Tứ giác $AFHE$ nội tiếp đường tròn tâm I nên $IF=IE$;

và $MF=ME$ (chứng minh trên).

Do đó MI là đường trung trực của EF. (3)

+) Ta có: $\Delta FHD \backsim \Delta FEC$ (chứng minh trên) nên $\dfrac{HD}{EC}=\dfrac{FH}{FE}$, suy ra $FH.EC=HD.FE$ (4)

+) Ta lại có: $\Delta FHK \backsim \Delta NEC$ (chứng minh trên) nên $\dfrac{FH}{NE}=\dfrac{HK}{EC}$, suy ra $FH.EC=HK.NE$ (5)

+) Từ (4) và (5), ta có: $HD.FE=HK.NE$, suy ra $\dfrac{HD}{HK}=\dfrac{NE}{EF}$ (6)

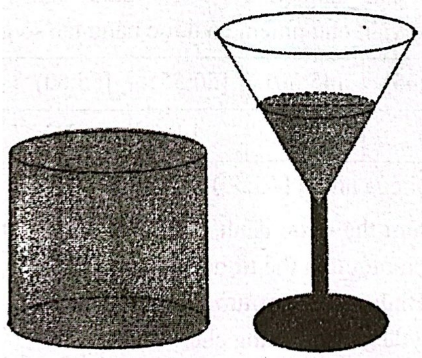
+) Mặt khác ta có: $\widehat{KBD}=\widehat{KAC}=\widehat{DBH}$ nên BD vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của ΔKBH. Do đó, D là trung điểm của HK, suy ra $\dfrac{HD}{HK}=\dfrac{1}{2}$ (7)

+) Từ (6) và (7) suy ra $\dfrac{NE}{EF}=\dfrac{1}{2}$. Hay N là trung điểm của EF. (8)

+) Từ (3) và (8) suy ra ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Câu 7. *(1,0 điểm)*

Cho hai cốc thủy tinh không nắp (không chứa nước) gồm một cốc dạng hình trụ và một cốc có phần đựng nước dạng hình nón với bề dày thành cốc và đáy cốc không đáng kể, biết hình trụ và hình nón có cùng chiều cao và cùng bán kính đáy (tham khảo hình vẽ). Bạn Chi lấy một chai nước, đầu tiên đổ nước từ chai vào cốc hình trụ cho đến khi đầy rồi đổ tiếp vào cốc hình nón thì vừa hết nước trong chai và khi đó chiều cao của nước trong cốc hình nón bằng một nửa chiều cao của hình nón. Hỏi với cùng lượng nước ban đầu, bạn Chi đổ nước từ chai vào cốc hình nón trước cho đến khi đầy rồi đổ phần nước còn lại vào cốc hình trụ thì chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng bao nhiêu phần chiều cao của cốc hình trụ?



Giải.

+) Gọi r_1, h_1 lần lượt là bán kính và chiều cao của phần hình nón chứa nước.

+) Gọi R, h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình trụ.

+) Theo bài ra ta có: $\frac{r_1}{R}=\frac{h_1}{h}=\frac{1}{2}$, suy ra $h_1=\frac{h}{2}$.

+) Thể tích hình trụ là: $V_1=\pi R^2 h$.

+) Thể tích của hình nón là: $V_2=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}V_1$

+) Thể tích nước là: $V_3=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2\frac{h}{2}=\frac{1}{24}\pi R^2 h=\frac{1}{24}V_1$

+) Thể tích chai nước là: $V_1+V_3=V_1+\frac{1}{24}V_1=\frac{25}{24}V_1$

+) Thể tích nước đổ vào hình trụ sau khi đổ đầy hình nón là:

$$\frac{25}{24}V_1-\frac{1}{3}V_1=\frac{17}{24}V_1=\frac{17}{24}\pi R^2 h=\pi R^2\left(\frac{17}{24}h\right)$$

Vậy chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng $\frac{17}{24}$ chiều cao của cốc hình trụ.

HẾT