

TÀI LIỆU HỌC THÊM MÔN TOÁN 8
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2025 – 2026

PHẦN I
ĐẠI SỐ

| | |
|---|---------------------------------------|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: ĐƠN THỨC NHIỀU BIẾN |
|---|---------------------------------------|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Đơn thức nhiều biến

- Đơn thức là biểu thức đại số chỉ gồm một số, hoặc một biến, hoặc một tích giữa các số và các biến.

- **Ví dụ minh họa:**

+ Đơn thức số: 15; -27; 0.

+ Đơn thức chỉ gồm một biến (đơn thức một biến): $-2x$; $3a$; $\frac{1}{4}y^2$.

+ Đơn thức nhiều biến: $-5x^2y$; $\frac{1}{2}ab^3$; $3xy^2z^3$.

- **Bài tập tương tự 1:** Lấy ba ví dụ về mỗi loại đơn thức

.....

- **Bài tập tương tự 2:** Đánh dấu \checkmark vào ô trước đơn thức và dấu \times vào ô không phải đơn thức.

0; $\frac{1}{2}xyz^5$; $-12xy\left(\frac{-3}{4}ab^2\right)$; $3x+2y$; $-2\sqrt{x}$; $\frac{5}{x+y^2}$; $\frac{3}{x}+y^3$

$(\sqrt{2}-1)x$; $(x-3)x^2y$; $\frac{x^2y^3}{4}$; $\frac{1}{\sqrt{2}}x^3yz$

2. Đơn thức thu gọn

- Đơn thức thu gọn là đơn thức chỉ gồm một số hoặc có dạng tích của một số với những biến, mỗi biến chỉ được viết một lần và đã được nâng lên lũy thừa với số mũ nguyên dương.

- **Ví dụ minh họa:**

+ Đơn thức thu gọn: $3xy^2z^4$; $-\frac{1}{2}x^2y$; $-xyz^2$.

+ Đơn thức chưa thu gọn: $-2xyx^3$; $-x^2yzy^2$; $\frac{2}{3}xyx^2y^3$.

- **Bài tập tương tự:** Trong các đơn thức sau, đơn thức nào là đơn thức thu gọn? đơn thức nào là đơn thức chưa thu gọn?

$-6x^3y$; $-x^2y^2$; $\frac{1}{2}xy^34x^2$; $12xy$; $-xy^2\frac{1}{2}x^3y^5$; $4a^2b(-3ab^2)$; $-7x^5y^2$; $-ab^3\frac{3}{4}a^2b$.

Đơn thức thu gọn:.....

Đơn thức chưa thu gọn:.....

3. Thu gọn đơn thức. Phần hệ số, biến và bậc của đơn thức thu gọn

- Để thu gọn đơn thức, ta áp dụng quy tắc nhân đơn thức đã học ở lớp 7. Ta nhân hệ số với hệ số và biến số với biến số.

Chú ý: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- **Hệ số** của đơn thức thu gọn là phần số đứng phía trước đơn thức.

- **Phần biến** của đơn thức thu gọn là phần chữ ở phía sau hệ số.

- **Bậc** của đơn thức thu gọn là tổng số mũ của các biến trong đơn thức.

- **Ví dụ minh họa:** Thu gọn đơn thức $-\frac{1}{4}x^2y4xy^4$ và xác định hệ số, biến số, bậc của đơn thức thu được

Ta có: $-\frac{1}{4}x^2y4xy^4 = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^4 = -1x^3y^5 = -x^3y^5$

Hệ số: -1 ; Biến số: x^3y^5 ; Bậc: 8 .

- **Bài tập tương tự:** Thu gọn các đơn thức $\frac{9}{2}x^2y(-2)xyz$; $\frac{2}{3}xy^3(-3x^2yz^2)^3$ và xác định hệ số, biến số, bậc của đơn thức thu được.

.....

.....

.....

.....

.....

4. Đơn thức đồng dạng

- Hai đơn thức đồng dạng là hai đơn thức có hệ số khác 0 là có cùng phần biến.

+ **Chú ý:** Khi xác định đơn thức đồng dạng, ta phải thu gọn những đơn thức chưa thu gọn.

- **Ví dụ minh họa:**

+ Đơn thức $-x^2yz^3$ và $\frac{2}{3}x^2yz^3$ là hai đơn thức đồng dạng vì có cùng phần biến x^2yz^3 .

+ Đơn thức $\frac{1}{3}x^3y^5$; $-4y^5x^3$; $\sqrt{3}x^3y^5$ là những đơn thức đồng dạng vì có cùng phần biến x^3y^5 .

+ Đơn thức $-2x^3y$ và $13xyx^2$ là hai đơn thức đồng dạng vì khi thu gọn đơn thức $13xyx^2$ ta được đơn thức $13x^3y$.

- **Bài tập tương tự:** Lấy ba đơn thức đồng dạng với mỗi đơn thức sau

- + $5x^2y^4z$:
- + $\frac{-3}{4}a^2b$:
- + $-m^2n^5$:

5. Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng

- Để cộng (trừ) các đơn thức đồng dạng, ta cộng (trừ) các hệ số với nhau và giữ nguyên phần biến.

- **Ví dụ minh họa:**

$$(1) 3x^3y^2 + 5x^3y^2 - 7x^3y^2 = (3+5-7)x^3y^2 = 1x^3y^2 = x^3y^2.$$

$$(2) \frac{1}{2}xy^2 - xy^2 + xy^2 = \left(\frac{1}{2}-1+1\right)xy^2 = \frac{1}{2}xy^2.$$

- **Bài tập tương tự:** Hãy tính tổng của các đơn thức đồng dạng mà em đã cho ở phần bài tập tương tự bên trên.

.....

.....

.....

.....

.....

6. Giá trị của đơn thức

- Để tính giá trị của đơn thức tại các giá trị cho trước của biến ta thay các giá trị của biến tương ứng vào đơn thức thu gọn và thực hiện phép tính.

- **Ví dụ minh họa:** Tính giá trị của đơn thức $A = -2x^2y \frac{1}{2}xy$ tại $x = -2; y = \frac{1}{2}$

Ta có: $A = -2x^2y \frac{1}{2}xy = -1x^3y^2$. Với $x = -2; y = \frac{1}{2}$ ta có $A = -1 \cdot (-2)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2$.

- **Bài tập tương tự:** Tính giá trị của các đơn thức sau

$$(1) A = \frac{1}{2}x^2y^5 \text{ khi } x = -1; y = \frac{1}{2}.$$

$$(2) B = xyz^2 \frac{1}{2}y^2z \text{ khi } x = 2; y = -1; z = -\frac{2}{3}.$$

$$(3) C = \frac{2}{3}x^3y - \frac{5}{2}x^3y + \frac{3}{4}x^3y \text{ khi } x = \frac{2}{3}; y = -1.$$

.....

.....

.....

.....

.....

Chú ý: Phải thu gọn đơn thức trước khi tính giá trị.

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Thu gọn các đơn thức sau và cho biết phần hệ số, biến số, bậc của đơn thức thu gọn

- (1) $7x^2y \frac{2}{49}xy^3$; (2) $-a^2b^5(-3)ab^2c$; (3) $\frac{3}{5}x^3y^4z \frac{10}{9}x^4y$;
 (4) $\frac{5}{7}xy^2 \frac{-21}{2}y^3z \frac{-1}{2}x^3z$; (5) $-2x^6yxy^2 \frac{1}{2}y^3$; (6) $\frac{1}{2}xy^3z \left(-\frac{1}{5}x^2y\right)^2$;
 (7) $\left(-\frac{3}{2}x^2y^3\right)^4 (-x^3y^2z^4)^2$; (8) $(-xy^2)^5 (-x^2y^3)^2$; (9) $(-a^2b^3c)^3 \left(\frac{3}{4}ab^2c^3\right)^2$;

Bài 2. Thực hiện phép tính và cho biết phần hệ số, biến số, bậc của đơn thức thu được.

- (1) $10x^2y + 15x^2y - x^2y$; (2) $-\frac{1}{5}xy^3 + xy^3 - 2xy^3$;
 (3) $xy^2 - 2xy^2 + 3xy^2 + \frac{2}{3}xy^2$; (4) $-x^2y^3 - 5x^2y^3 + x^2y^3 - 7x^2y^3$;
 (5) $-7x^3y^4z + 4x^3y^4z - x^3y^4z$; (6) $-6x^5y + 7x^5y + x^5y - x^5y$;

Bài 3. Tính giá trị của các đơn thức sau

- (1) $A = \frac{3}{2}x^5y^2(-2xy)$ tại $x = 1; y = 0$;
 (2) $B = \frac{-5}{9}x^6yz \left(\frac{9}{10}x^2y^3\right)$ tại $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{3}{4}$;
 (3) $C = 2x^5y \left(\frac{-1}{4}y^2z^3\right) 2xz^2$ tại $x = -1; y = 2; z = -3$;
 (4) $D = \left(\frac{-2}{3}x^2y\right) \left(\frac{1}{2}xy^3\right) (-x)$ tại $x = \frac{-2}{3}; y = -1$;
 (5) $E = \left(-\frac{1}{2}x\right)^2 \left(\frac{2}{3}x^2y^3\right)^4$ tại $x = -1; y = -5$;

Bài 4. Một miếng đất hình vuông cạnh $x(m)$

- (1) Viết đơn thức tính chu vi và diện tích của hình vuông đó;
 (2) Nếu $x = 15(m)$ thì chu vi và diện tích của hình vuông là bao nhiêu?

Bài 5. Bạn Trinh chạy bộ trên một đoạn đường với tốc độ không đổi $v(km/h)$ trong thời gian $t(h)$.

- (1) Viết đơn thức tính quãng đường mà bạn Trinh chạy được;
 (2) Nếu bạn chạy với tốc độ $v = 1,5(m/s)$ trong thời gian $t = 30$ phút thì quãng đường chạy được dài bao nhiêu *kilometer*?

Bài 6. Một bể bơi có chiều dài $x(m)$, chiều rộng $y(m)$ và sâu $z(m)$

- (1) Viết đơn thức tính thể tích của bể;
 (2) Nếu $x = 15(m); y = 10(m); z = 1,5(m)$ thì bể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?

Bài 7. Tìm đơn thức M , biết

(1) $2x^4y^3 + M = -3x^4y^3$;

(3) $M - x^2y = -2x^2y$;

(5) $-xyz = 4xyz - M + xyz$;

(2) $3x^3y^3 - M = 4x^3y^3$;

(4) $7x^2y^2 - M + x^2y^2 = 5x^2y^2$;

(6) $12x^3y^6 = M - 15x^3y^6$;

| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: ĐA THỨC NHIỀU BIẾN CỘNG, TRỪ ĐA THỨC NHIỀU BIẾN |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Đa thức nhiều biến

- Đa thức nhiều biến (hay đa thức) là tổng của những đơn thức; mỗi đơn thức trong tổng được gọi là một hạng tử của đa thức đó.
- **Chú ý:** Mỗi đơn thức cũng được coi là một đa thức. Đa thức này có một hạng tử.
- **Ví dụ:**

Đa thức $A = xy^2 - 1 + \frac{1}{2}x^2y$ có 3 hạng tử.

Đa thức $B = 2 - \frac{3}{4}xyz^2 + xy^2 - 5x^2yz$ có 4 hạng tử.

- **Bài tập tương tự:** Hãy lấy các đa thức có
 - a) Một hạng tử. b) Hai hạng tử. c) Năm hạng tử.

.....

.....

.....

2. Đa thức thu gọn. Bậc của đa thức

- **Đa thức thu gọn** là đa thức không có hai hạng tử nào đồng dạng.
- **Bậc của đa thức** là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
- **Chú ý:**
 - + Một số khác 0 tùy ý được coi là một đa thức bậc 0.
 - + Số 0 cũng là một đa thức, gọi là **đa thức không**. Nó không có bậc xác định.
- **Ví dụ:**

+ Đa thức $A = x^3y^2 - 1 + \frac{1}{2}x^2y$ là đa thức thu gọn vì không có hai hạng tử nào đồng dạng. Bậc của đa thức là 5.

+ Đa thức $B = xy^2 + 2xy - 3xy^2 + 1$ là đa thức chưa thu gọn vì có các hạng tử đồng dạng là xy^2 và $-3xy^2$. Với đa thức chưa thu gọn ta chưa xác định được bậc mà phải thu gọn nó trước.

- **Bài tập tương tự:** Đa thức nào sau đây là đa thức thu gọn? Xác định bậc của các đa thức đó?

a) $P = 3x^4 - 2xy + 4 - 3x^4$; b) $Q = -6xy^3 + 2x^2y - 3y^4 + 2$; c) $M = -15$;

.....

.....

.....

3. Giá trị của đa thức

- Để tính giá trị của một đa thức tại những giá trị cho trước của các biến, ta thay những giá trị cho trước đó vào đa thức rồi thực hiện phép tính.

- **Chú ý:** Trước khi tính giá trị của đa thức, ta phải thu gọn đa thức đó.

- **Ví dụ:** Tính giá trị của các đa thức

a) $A = x^2 - 2xy + y^2$ tại $x = 1; y = -2$.

b) $B = 2x^2 - 3xy + y^2 + 3xy - x^2$ tại $x = -1; y = 2$.

Giải

a) **Nhận xét:** Đa thức A đã thu gọn nên ta có thể tính giá trị của nó

Với $x = 1; y = -2$, ta có: $A = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot (-2) + (-2)^2 = 9$

b) **Nhận xét:** Đa thức B chưa thu gọn nên trước tiên ta phải thu gọn rồi mới tính giá trị.

$$B = 2x^2 - 3xy + y^2 + 3xy - x^2$$

$$B = (2x^2 - x^2) + (-3xy + 3xy) + y^2$$

$$B = x^2 + y^2$$

Với $x = -1; y = 2$, ta có: $B = (-1)^2 + 2^2 = 5$.

- **Bài tập tương tự:** Tính giá trị của các đa thức

a) $M = x^2y^3z^4 + xyz - 1$ tại $x = 1; y = -1; z = 2$.

b) $N = \frac{1}{2}xy^3 - 3 + \frac{2}{5}xy^3 + 8 - xy$ tại $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{2}{3}$.

.....

4. Cộng, trừ đa thức nhiều biến

- **Các bước thực hiện**

+ **Bước 1:** Viết tổng hoặc hiệu của hai đa thức, mỗi đa thức đặt trong ngoặc.

+ **Bước 2:** Áp dụng quy tắc dấu ngoặc để phá ngoặc.

+ **Bước 3:** Ghép nhóm các đơn thức đồng dạng, phân cách giữa các nhóm luôn là dấu cộng.

+ **Bước 4:** Thực hiện phép tính trong từng nhóm.

- **Chú ý:** Nếu đa thức chưa thu gọn thì ta phải thu gọn trước khi cộng, trừ hai đa thức.

- **Ví dụ:** Cho hai đa thức $A = x^2 + 2xy + y^2$ và $B = -2xy + x^2 + y^2$. Tính

- a) $A + B$; b) $A - B$;

Giải

| | |
|--|--|
| <p>a)</p> $A + B = (x^2 + 2xy + y^2) + (-2xy + x^2 + y^2)$ $A + B = x^2 + 2xy + y^2 - 2xy + x^2 + y^2$ $A + B = (x^2 + x^2) + (2xy - 2xy) + (y^2 + y^2)$ $A + B = 2x^2 + 2y^2$ | <p>b)</p> $A - B = (x^2 + 2xy + y^2) - (-2xy + x^2 + y^2)$ $A - B = x^2 + 2xy + y^2 + 2xy - x^2 - y^2$ $A - B = (x^2 - x^2) + (2xy + 2xy) + (y^2 - y^2)$ $A - B = 4xy$ |
|--|--|

- **Bài tập tương tự:** Cho đa thức $M = 2 + x^2 - 2xy + y^2$; $N = x^2 - 3xy + 2$; $P = -4 - x^2 - 3xy$

Tính:

- a) $M + N + P$; b) $M + N - P$; c) $P - M - N$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Thu gọn các đa thức sau và cho biết bậc của đa thức thu được

$$(1) A = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy - 3;$$

$$(2) B = -xy^2z + 2x^2yz - xyz - 3xy^2z - 2x^2yz;$$

$$(3) C = 4x^2y^3 + x^4 - 2x^2y^3 + 5x^4 - 2x^2y^3 + 3;$$

$$(4) D = \frac{3}{4}xy^2 - 2xy + 3 - \frac{1}{2}xy^2 - 4xy - 7;$$

$$(5) E = -\frac{3}{4}x^2y - 5xy + \frac{1}{2}x^2y + 10xy - x^2y + xy;$$

$$(6) F = 3xy^2z - xy^2z - xyz + 2xy^2z - 3xyz - 5xy^2z;$$

Bài 2. Tính giá trị của mỗi đa thức sau

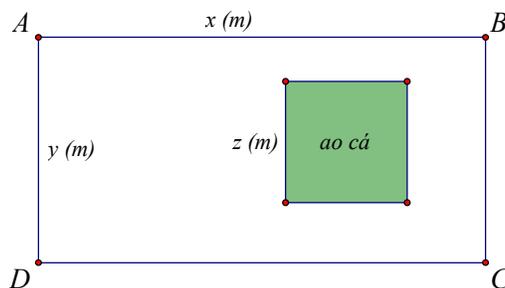
$$(1) A = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3 \text{ tại } x = y = -1;$$

$$(2) B = x^6 + 2x^2y^3 - x^5 + xy - x^2y^3 - x^6 + x^5 \text{ tại } x = -2; y = -1;$$

$$(3) C = 7xy^2 - 4xy + 2xy^2 - xy - 9xy^2 + 5xy - \frac{1}{2}x^2y^3 \text{ tại } x = 15; y = -3;$$

$$(4) D = \frac{2}{3}x^2y + 3x^2y - x^2y - 1 \text{ tại } x = -3; y = 1;$$

Bài 3. Một miếng đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $x(m)$ và chiều rộng $y(m)$. Trên miếng đất đó người ta đào một cái ao hình vuông cạnh $z(m)$. Phần đất còn lại dùng để trồng rau.



(1) Viết đa thức biểu thị diện tích đất dùng để trồng rau;

(2) Nếu $x = 20(m)$; $y = 15(m)$; $z = 3(m)$ thì diện tích đất trồng rau là bao nhiêu?

Bài 4. Thực hiện phép tính

$$(1) A = x + 2y; B = -2y + x. \text{ Tính } A + B; A - B.$$

$$(2) A = 2x^2y - x^3 - xy^2 + 1; B = x^3 + 2xy^2 - 2. \text{ Tính } B + A; B - A.$$

$$(3) A = \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3; B = \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3. \text{ Tính } A - B; B - A.$$

Bài 5. Cho đa thức $M = 3x^3 - x^2y + 2xy + 3$; $N = x^2y - 2xy - 2$. Tìm đa thức P , biết

$$(1) M + P = N;$$

$$(2) M - P = N;$$

$$(3) P - M = N;$$

| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: NHÂN, CHIA ĐA THỨC NHIỀU BIẾN |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Nhân hai đơn thức nhiều biến

- **Quy tắc:** Nhân hệ số với hệ số và nhân biến số với biến số.
- **Ví dụ:** Thực hiện phép tính

a) $-2xy^2 \cdot 3x^2yz$; b) $-x^2y^3 \cdot \frac{1}{2}xy \cdot (-4x^3y)$;

Giải

a) $-2xy^2 \cdot 3x^2yz = (-2 \cdot 3) \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y^2 \cdot y) \cdot z = -6x^3y^3z$.

b) $-x^2y^3 \cdot \frac{1}{2}xy \cdot (-4x^3y) = \left[-1 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-4) \right] \cdot (x^2 \cdot x \cdot x^3) \cdot (y^3 \cdot y \cdot y) = 2x^6y^5$.

- **Bài tập tương tự:** Thực hiện phép tính và tìm bậc của đơn thức thu được

a) $3x^2y^3 \cdot (-8x^3yz)$; b) $4xy^2 \cdot (-x^3y^2z) \cdot 2yz^2$;

.....

.....

.....

2. Nhân đơn thức cho đa thức

- **Quy tắc:** Nhân đơn thức đó với từng đơn thức của đa thức.

$$A \cdot (B + C - D) = A \cdot B + A \cdot C - A \cdot D$$

- **Chú ý:** Nhân dấu của các đơn thức với nhau trước

$$(-) \times (-) = (+); \quad (-) \times (+) = (-); \quad (+) \times (-) = (-)$$

- **Ví dụ:** Thực hiện phép tính

a) $(-2xy) \cdot (x - 3x^2y + 4)$; b) $\left(5x^2y - 3xy + 2y^2 - \frac{2}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^2 \right)$;

Giải

| | |
|--|--|
| a) $(-2xy) \cdot (x - 3x^2y + 4)$ $= -2xy \cdot x + 2xy \cdot 3x^2y - 2xy \cdot 4$ $= -2x^2y + 6x^3y^2 - 4xy$ | b) $\left(5x^2y - 3xy + 2y^2 - \frac{2}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy^2 \right)$ $= -5x^2y \cdot \frac{1}{2}xy^2 + 3xy \cdot \frac{1}{2}xy^2 - 2y^2 \cdot \frac{1}{2}xy^2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}xy^2$ $= \frac{-5}{2}x^3y^3 + \frac{3}{2}x^2y^3 - 1xy^4 + \frac{1}{3}xy^2$ |
|--|--|

- **Bài tập tương tự:** Thực hiện phép tính

a) $(2y - 3x)^2$;

b) $(2x - 3y) \cdot (-x^2y - 5xy + 4y^2)$;

c) $(2x - 3) \cdot (3y - 2) - (3x - 2) \cdot (2y - 3)$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Chia hai đơn thức nhiều biến

- **Phép chia hết:** Đơn thức A chia hết cho đơn thức B ($B \neq 0$) khi mỗi biến của B đều là biến của A với số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong A .

- **Ví dụ:**

+ Đơn thức $5x^2y^3$ chia hết cho đơn thức $2x^2y$ vì mỗi biến trong đơn thức $2x^2y$ đều có số mũ không lớn hơn số mũ của nó trong đơn thức $5x^2y^3$.

+ Đơn thức $-6xy^3$ không chia hết cho đơn thức $7x^3y$ vì số mũ của x trong đơn thức $7x^3y$ lớn hơn số mũ của x trong đơn thức $-6xy^3$.

+ Đơn thức $\frac{1}{2}xy^2$ không chia hết cho đơn thức xyz vì trong đơn thức $\frac{1}{2}xy^2$ không chứa biến z .

- **Bài tập tương tự:** Các đơn thức sau có chia hết cho nhau không? Vì sao?

a) $-5x^2yz^3$ và $x^2y^2z^3$;

b) x^3y^4 và x^3y ;

c) $12x^3y$ và $15xyz^2$;

.....

.....

.....

.....

- **Quy tắc chia hai đơn thức:** Chia hệ số cho hệ số và chia biến số cho biến số sau đó nhân các kết quả lại với nhau.

- **Chú ý:** $a^0 = 1$

- **Ví dụ:** Thực hiện phép tính

a) $7x^3y^2z : (-5xy^2)$; b) $15x^2y^3 : 15x^2y^3$; c) $3x^2y : (-3x^2y)$;

Giải

a) $7x^3y^2z : (-5xy^2) = \frac{-7}{5} \cdot x^{3-1} \cdot y^{2-2} \cdot z = \frac{-7}{5} x^2 \cdot y^0 \cdot z = \frac{-7}{5} x^2z$;

b) $15x^2y^3 : 15x^2y^3 = \frac{15}{15} \cdot x^{2-2} \cdot y^{3-3} = 1 \cdot x^0 \cdot y^0 = 1$;

c) $3x^2y : (-3x^2y) = \frac{-3}{3} \cdot x^{2-2} \cdot y^{1-1} = -1 \cdot x^0 \cdot y^0 = -1$;

- **Bài tập tương tự:** Thực hiện phép tính

a) $18x^5y^4 : 9x^4y^3$; b) $-13x^3yz^2 : 2x^3z^2$; c) $25x^4y^3z^5 : 4x^4y^3z^4$;

.....

.....

.....

.....

5. Chia đa thức cho đơn thức

- **Quy tắc:** Muốn chia đa thức A cho đơn thức B . Ta chia mỗi đơn thức của A cho B

- **Ví dụ:** Thực hiện phép chia $(12x^3y^3 - 6x^4y^3 + 21x^3y^4) : (3x^3y^3)$

Giải

$$\begin{aligned} & (12x^3y^3 - 6x^4y^3 + 21x^3y^4) : (3x^3y^3) \\ & = 12x^3y^3 : 3x^3y^3 - 6x^4y^3 : 3x^3y^3 + 21x^3y^4 : 3x^3y^3 \\ & = 4 - 2x + 7y \end{aligned}$$

- **Bài tập tương tự:** Thực hiện phép chia

a) $\left(x^2y^2 + \frac{1}{6}x^3y^2 - x^5y^4\right) : \left(\frac{1}{2}xy^2\right)$; b) $(xy^4 - x^3y^2 + 2x^2y) : (-xy)$;

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Tìm đơn thức M , biết

$$(1) (3x^2y^3) \cdot M = 5x^2y^2;$$

$$(2) M : (-2x^3y^2) = -xyz^2;$$

$$(3) (-15x^3y^4) : M = 3xy^4;$$

$$(4) M \cdot \left(\frac{1}{2}xy\right) = -\frac{3}{2}xy^3;$$

Bài 2. Thực hiện phép tính

$$(1) (-2x^2y^2) \cdot \left(\frac{1}{2}xy - 3x + 5y^3 - 7\right);$$

$$(2) \left(\frac{-3}{5}x^2y^3 - 4x^3 + y^2 - 6\right) \cdot (-x^2y^3);$$

$$(3) (-a^2b) \cdot (-2 + 3a^2b - 5a^3 + b^2);$$

$$(4) (-a + 5ab^3 - 6 + 2b) \cdot (-8a);$$

$$(5) (5x - 2y) \cdot (5x + 2y);$$

$$(6) (x - y) \cdot (x^2 + xy + y^2);$$

$$(7) (-3x^3 + 2x^2y - 5x^2y^2) \cdot (-x + 2xy - 3);$$

$$(8) (x - 2y + 1) \cdot (x^2z + 2xyz - 4y^2z);$$

Bài 3. Thu gọn biểu thức rồi tính giá trị

$$(1) A = 2x^2y(x^2 - 3xy - 5y) + (4x^2y^3 - 5x^2) \cdot (-x^2y^2) \text{ tại } x = 1; y = -1.$$

$$(2) B = (2x + 3y)^2 - (x - 2y)^2 \text{ tại } x = -2; y = 3.$$

$$(3) C = (-x) \cdot (x^2 + 2xy + y^2) - 2xy \cdot (x - y)^2 \text{ tại } x = \frac{1}{2}; y = -1.$$

Bài 4. Chứng tỏ rằng giá trị của biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của biến

$$(1) M = (x - 1)(x^2 + x + 1) - x^2(x - 1) - x^2 - 25;$$

$$(2) N = \left(x - \frac{1}{2}y\right)(x^2 + 2y) - x(x^2 + 2y) + y\left(\frac{1}{2}x^2 + y\right) - \frac{2}{3};$$

$$(3) P = (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) - x^8 - 5;$$

Bài 5. Thực hiện phép tính

$$(1) (x^5y^6 + 2x^5y^4 - 7x^3y^5) : (-x^3y^4);$$

$$(2) \left(2x^5y^3 - 5x^3y^5 + \frac{3}{4}x^3y^4z\right) : \left(-\frac{1}{2}x^3y^3\right);$$

$$(3) (5x^2y^4z - 12x^4y^3z^2 - 4xy^3) : (-6xy^3);$$

$$(4) (15x^5y^4 - 10x^4y^5 + 20x^4y^4) : (-20x^4y^4);$$

$$(5) \left(\frac{1}{3}x^2y^5 - \frac{2}{5}x^5y^2 + \frac{3}{2}x^3y^3\right) : (-3x^2y^2);$$

$$(6) (7x^5y^4z^3 - 3x^4y^7z^2 - 2x^2y^2z) : (-x^2y^2z);$$

Bài 6. Một bể nước hình hộp chữ nhật có chiều dài đáy là $x(m)$, chiều rộng đáy là $y(m)$ và chiều cao là $z(m)$.

(1) Viết biểu thức tính thể tích của bể?

(2) Người ta đổ nước vào bể sao cho mực nước còn cách miệng bể $20(cm)$. Viết biểu thức tính thể tích nước có trong bể?

(3) Nếu $x = 5(m)$, $y = 3(m)$, $z = 1,5(m)$ thì dung tích của bể là bao nhiêu và thể tích nước trong bể là bao nhiêu?

| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: HẰNG ĐẲNG THỨC – PHẦN 1 |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Hiệu hai bình phương

- **Phát biểu:** $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$. Chú ý: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $x^2 - 4$; b) $(2x)^2 - (3y)^2$; c) $(x + y)^2 - 9$;

Giải

a) $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$.

b) $(2x)^2 - (3y)^2 = (2x - 3y)(2x + 3y)$.

c) $(x + y)^2 - 9 = (x + y)^2 - 3^2 = [(x + y) - 3][(x + y) + 3] = (x + y - 3)(x + y + 3)$.

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $y^2 - 16$; b) $(4x)^2 - (5y)^2$; c) $(2x - y)^2 - 1$;

.....

.....

.....

.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng hiệu hai bình phương

a) $(x - 1)(x + 1)$; b) $(3 + 2y)(3 - 2y)$; c) $(5y - 2x)(5y + 2x)$;
 d) $(3 - x)(x + 3)$;

Giải

a) $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$.

b) $(3 + 2y)(3 - 2y) = 3^2 - (2y)^2 = 9 - 4y^2$.

c) $(5y - 2x)(5y + 2x) = (5y)^2 - (2x)^2 = 25y^2 - 4x^2$.

d) $(3 - x)(x + 3) = (3 - x)(3 + x) = 3^2 - x^2 = 9 - x^2$.

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng hiệu hai bình phương

a) $(y - 5)(y + 5)$; b) $(7x - 1)(7x + 1)$; c) $(5b + 3a)(3a - 5b)$;

.....

.....

.....

.....

2. Bình phương một tổng

- **Phát biểu:** $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$. **Chú ý:** $(A+B)^2 = (B+A)^2$

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $(x+4)^2$; b) $(2y+3)^2$; c) $(4x+2y)^2$;

Giải

a) $(x+4)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = x^2 + 8x + 16$.

b) $(2y+3)^2 = (2y)^2 + 2 \cdot (2y) \cdot 3 + 3^2 = 4y^2 + 12y + 9$.

c) $(4x+2y)^2 = (4x)^2 + 2 \cdot (4x) \cdot (2y) + (2y)^2 = 16x^2 + 16xy + 4y^2$.

Chú ý: Phải đặt các đơn thức có hệ số khác 1 trong ngoặc đơn khi lấy lũy thừa.

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $(5+x)^2$; b) $(1+6x)^2$; c) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)^2$;

.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng bình phương một tổng

a) $x^2 + 6x + 9$; b) $4x^2 + 4x + 1$; c) $9x^2 + 49y^2 + 42xy$;

Nhận xét: Trước tiên, ta phải xác định được hai hạng tử đóng vai trò là A^2 và B^2 . Từ đó, tìm được A và B rồi tiến hành tách hạng tử thứ ba theo dạng tích $2 \cdot A \cdot B$.

Giải

a) $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 6x + 3^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x+3)^2$.

b) **Phân tích:** Hạng tử $4x^2$ và 1 có thể viết dưới dạng bình phương là $(2x)^2$ và 1^2 . Vậy hai hạng tử này có thể đóng vai trò A^2 và B^2 trong hằng đẳng thức.

Ta chọn:

$$\begin{cases} A^2 = (2x)^2 \\ B^2 = 1^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2x \\ B = 1 \end{cases}$$

Từ đây ta thử tính tích $2 \cdot A \cdot B$ để xem có bằng với hạng tử $4x$ như đề bài đã cho hay không. Thật vậy, ta có: $2 \cdot A \cdot B = 2 \cdot 2x \cdot 1 = 4x$.

Trình bày: $4x^2 + 4x + 1 = 2^2 \cdot x^2 + 4x + 1^2 = (2x)^2 + 2 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^2 = (2x+1)^2$.

Chú ý: Ngoài ra ta có thể chọn $\begin{cases} A^2 = 1^2 \\ B^2 = (2x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 2x \end{cases}$. Khi đó, hằng đẳng thức

được viết lại như sau: $(1+2x)^2$.

c) **Phân tích:** Hạng tử $9x^2$ và $49y^2$ có thể viết dưới dạng bình phương là $(3x)^2$ và $(7y)^2$. Vậy hai hạng tử này có thể đóng vai trò là A^2 và B^2 trong hằng đẳng thức.

Ta chọn:

$$\begin{cases} A^2 = (3x)^2 \\ B^2 = (7y)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 3x \\ B = 7y \end{cases}$$

Từ đây ta thử tính tích $2 \cdot A \cdot B$ để xem có bằng với hạng tử $42xy$ như đề bài đã cho hay không. Thật vậy, ta có: $2 \cdot A \cdot B = 2 \cdot 3x \cdot 7y = 42xy$.

Trình bày:

$$\begin{aligned} & 9x^2 + 49y^2 + 42xy \\ &= 9x^2 + 42xy + 49y^2 \\ &= 3^2 \cdot x^2 + 42xy + 7^2 \cdot y^2 \\ &= (3x)^2 + 2 \cdot (3x) \cdot (7y) + (7y)^2 \\ &= (3x + 7y)^2 \end{aligned}$$

Chú ý: Ngoài ra ta có thể chọn $\begin{cases} A^2 = (7y)^2 \\ B^2 = (3x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 7y \\ B = 3x \end{cases}$. Khi đó, hằng đẳng thức

được viết lại như sau: $(7y + 3x)^2$.

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng bình phương một tổng

- a) $36 + 12x + x^2$; b) $6y + 9y^2 + 1$; c) $16x^2 + 25y^2 + 40xy$;

.....

.....

.....

.....

.....

3. Bình phương một hiệu

- **Phát biểu:** $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$. **Chú ý:** $(A-B)^2 = (B-A)^2$

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $(x-1)^2$; b) $\left(4y-\frac{1}{3}\right)^2$; c) $(5y-3x)^2$;

Giải

a) $(x-1)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 - 2x + 1$.

b) $\left(4y-\frac{1}{3}\right)^2 = (4y)^2 - 2 \cdot (4y) \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 16y^2 - \frac{8}{3}y + \frac{1}{9}$.

c) $(5y-3x)^2 = (5y)^2 - 2 \cdot (5y) \cdot (3x) + (3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$.

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2$; b) $(2-5x)^2$; c) $\left(\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}y\right)^2$;

.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng bình phương một hiệu

a) $x^2 - 8x + 16$; b) $9x^2 - 6x + 1$; c) $9x^2 + 4y^2 - 12xy$;

Nhận xét: Trước tiên, ta phải xác định được hai hạng tử đóng vai trò là A^2 và B^2 . Từ đó, tìm được A và B rồi tiến hành tách hạng tử thứ ba theo dạng tích $2 \cdot A \cdot B$. Ta thực hiện phép phân tích và chọn tương tự như khi làm với hằng đẳng thức bình phương một tổng.

Giải

a) $x^2 - 8x + 16 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x-4)^2$.

b) $9x^2 - 6x + 1 = 3^2 \cdot x^2 - 2 \cdot (3x) \cdot 1 + 1^2 = (3x-1)^2$.

c) $9x^2 + 4y^2 - 12xy$
 $= 9x^2 - 12xy + 4y^2$
 $= 3^2 \cdot x^2 - 2 \cdot (3x) \cdot (2y) + (2y)^2$
 $= (3x-2y)^2$

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng bình phương một hiệu

a) $x^2 - x + \frac{1}{4}$; b) $-10y + 25y^2 + 1$; c) $25y^2 + 36x^2 - 60xy$;

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Khai triển hằng đẳng thức

(1) $\frac{1}{4} - x^2$; (2) $1 - 49x^2$; (3) $\frac{4}{9}x^2 - 16y^2$;

(4) $\left(\frac{5}{7} + x\right)^2$; (5) $\left(4x + \frac{3}{5}\right)^2$; (6) $\left(\frac{2}{3}x + 9y\right)^2$;

(7) $\left(y - \frac{1}{3}\right)^2$; (8) $(3y - x)^2$; (9) $\left(\frac{7}{2}x - \frac{2}{7}y\right)^2$;

Bài 2. Viết đa thức dưới dạng một hằng đẳng thức

(1) $(4 - x)(4 + x)$; (2) $(8x + 1)(1 - 8x)$; (3) $\left(\frac{1}{2}x - 5y\right)\left(5y + \frac{1}{2}x\right)$;

(4) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$; (5) $\frac{4}{9}y^2 + 25 + \frac{20}{3}y$; (6) $20xy + 25y^2 + 4x^2$;

(7) $-2x + 1 + x^2$; (8) $4x^2 + \frac{1}{4} - 2x$; (9) $\frac{16}{9}y^2 + \frac{25}{4}x^2 - \frac{20}{3}xy$;

Bài 3. Tìm x , biết

Chú ý:

$\oplus (A + B)^2 = 0 \Rightarrow A + B = 0; \quad (A - B)^2 = 0 \Rightarrow A - B = 0$

(1) $16x^2 - (4x - 5)^2 = 15$; (2) $(2x + 3)^2 - 4(x - 1)(x + 1) = 49$;

(3) $(2x + 1)(1 - 2x) + (1 - 2x)^2 = 18$; (4) $4x^2 + 4x + 1 = 0$;

(5) $x^2 - 25 = 0$; (6) $49 - 4x^2 = 0$;

(7) $(3x + 1)^2 - (2x - 4)^2 = 0$; (8) $x^2 - 12x + 36 = 0$;

(9) $(2x - 5)^2 - (x + 3)^2 = 0$; (10) $9x^2 + 1 - 6x = 0$;

(11) $x^2 + 8x = -16$; (12) $(x + 3)^2 - 16 = 0$;

(13) $(x + 5)^2 = (x - 1)^2 + 12x$; (14) $(x + 1)^2 + (x - 1)^2 = 2x^2 + 2$;

(15) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = 24x$; (16) $(x + 4)^2 = (x - 3)^2 + 28$;

(17) $81 = (x - 5)^2$; (18) $(x^2 + 1)^2 - (x^2 - 1)^2 = 4x^2 - x + 2$;

Bài 4. Chứng minh các đẳng thức

$$(1) (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab;$$

$$(2) (x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2);$$

$$(3) (a^2 - 1)^2 + 4a^2 = (a^2 + 1)^2;$$

$$(4) (x-y)^2 + (x+y)^2 + 2(x^2 - y^2) = 4x^2;$$

Bài 5. Bài toán tìm giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN).

Phương pháp chung: Biến đổi biểu thức về dạng $(A \pm B)^2 + m$ hoặc $m - (A \pm B)^2$ với $m \in \mathbb{R}$.

Khi đó:

- Vì $(A \pm B)^2 \geq 0$ nên $(A \pm B)^2 + m \geq m \Rightarrow$ **GTNN** của biểu thức là m , dấu bằng xảy ra khi $A \pm B = 0$.

- Vì $(A \pm B)^2 \geq 0$ nên $m - (A \pm B)^2 \leq m \Rightarrow$ **GTLN** của biểu thức là m , dấu bằng xảy ra khi $A \pm B = 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$(1) P = x^2 - 2x + 3;$$

$$(1) A = -x^2 + 6x + 1;$$

$$(2) Q = x^2 - 4x + 5;$$

$$(2) B = -x^2 + x;$$

$$(3) N = x^2 - 4x + \frac{9}{2};$$

$$(3) C = -x^2 + 4x + 3;$$

$$(4) K = 2x^2 + 8x + 10;$$

$$(4) D = -2x^2 + 2x + 5;$$

$$(5) L = x^2 + y^2 - 2xy + 1;$$

$$(5) E = -x^2 + x - 1;$$

$$(6) D = x^2 + y^2 - 2x - 4y + 6;$$

$$(6) F = x - x^2 + 2;$$

$$(7) A = x^2 + 4y^2 - 2x + 4y + 5;$$

$$(7) G = -x^2 + 2 + 4x;$$

$$(8) M = x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5;$$

$$(8) H = -x^2 - y^2 + 4x + 2y - 6;$$

| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: HẰNG ĐẲNG THỨC – PHẦN 2 |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

4. Lập phương một tổng

- **Phát biểu:** $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$. **Chú ý:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

- a) $(x+2)^3$; b) $(3y+1)^3$; c) $(4x+2y)^3$;

Giải

a) $(x+2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8.$

b) $(3y+1)^3 = (3y)^3 + 3 \cdot (3y)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (3y) \cdot 1^2 + 1^3 = 27y^3 + 27y^2 + 9y + 1.$

c) $(4x+2y)^3$
 $= (4x)^3 + 3 \cdot (4x)^2 \cdot (2y) + 3 \cdot (4x) \cdot (2y)^2 + (2y)^3$
 $= 64x^3 + 96x^2y + 48xy^2 + 8y^3$

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

- a) $(3+x)^3$; b) $(5x+1)^3$; c) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)^3$;

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng lập phương của một tổng

- a) $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$; b) $27y^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 8x^3$;

Nhận xét: Trước tiên, ta phải xác định được hai hạng tử đóng vai trò là A^3 và B^3 . Từ đó, tìm được A và B rồi tiến hành tách hai hạng tử còn lại theo dạng tích $3 \cdot A^2 \cdot B$ và $3 \cdot A \cdot B^2$.

Giải

a) **Phân tích:** Hạng tử $8x^3$ và 1 có thể viết dưới dạng lập phương là $(2x)^3$ và 1^3 . Vậy hai hạng tử này có thể đóng vai trò là A^3 và B^3 trong hằng đẳng thức. Ta chọn:

$$\begin{cases} A^3 = (2x)^3 \\ B^3 = 1^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2x \\ B = 1 \end{cases}$$

Từ đây ta thử tính tích $3 \cdot A^2 \cdot B$ và $3 \cdot A \cdot B^2$ để xem có bằng với hai hạng tử còn lại trong biểu thức hay không.

Thật vậy, ta có:

$$\begin{cases} 3 \cdot A^2 \cdot B = 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 = 12x^2 \\ 3 \cdot A \cdot B^2 = 3 \cdot 2x \cdot 1^2 = 6x \end{cases}$$

Trình bày:

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 \\ &= 2^3 \cdot x^3 + 12x^2 + 6x + 1^3 \\ &= (2x)^3 + 3 \cdot (2x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (2x) \cdot 1 + 1^3 \\ &= (2x+1)^3 \end{aligned}$$

Chú ý: Ngoài ra ta có thể chọn $\begin{cases} A^3 = 1^3 \\ B^3 = (2x)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ B = 2x \end{cases}$. Khi đó, hằng đẳng thức

được viết lại như sau: $(1+2x)^3$.

b) **Phân tích:** Hạng tử $27y^3$ và $8x^3$ có thể viết dưới dạng lập phương là $(3y)^3$ và $(2x)^3$. Vậy hai hạng tử này có thể đóng vai trò là A^3 và B^3 trong hằng đẳng thức.

Ta chọn:

$$\begin{cases} A^3 = (3y)^3 \\ B^3 = (2x)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 3y \\ B = 2x \end{cases}$$

Từ đây ta thử tính tích $3 \cdot A^2 \cdot B$ và $3 \cdot A \cdot B^2$ để xem có bằng với hai hạng tử còn lại trong biểu thức hay không.

Thật vậy, ta có:

$$\begin{cases} 3 \cdot A^2 \cdot B = 3 \cdot (3y)^2 \cdot (2x) = 54xy^2 \\ 3 \cdot A \cdot B^2 = 3 \cdot (3y) \cdot (2x)^2 = 36x^2y \end{cases}$$

Trình bày:

$$\begin{aligned} & 27y^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 8x^3 \\ &= 3^3 \cdot y^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 2^3 \cdot x^3 \\ &= (3y)^3 + 54xy^2 + 36x^2y + (2x)^3 \\ &= (3y)^3 + 3 \cdot (3y)^2 \cdot (2x) + 3 \cdot (3y) \cdot (2x)^2 + (2x)^3 \\ &= (3y+2x)^3 \end{aligned}$$

Chú ý: Ngoài ra ta có thể chọn $\begin{cases} A^3 = (2x)^3 \\ B^3 = (3y)^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2x \\ B = 3y \end{cases}$. Khi đó, hằng đẳng thức

được viết lại như sau: $(2x+3y)^3$.

- Bài tập tương tự 2: Viết biểu thức dưới dạng lập phương một tổng

a) $64 + 12x^2 + 48x + x^3$;

b) $3x^2 + x^3 + 1 + 3x$;

.....
.....
.....
.....

5. Lập phương một hiệu

- Phát biểu: $(A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$. Chú ý: $(A - B)^3 \neq (B - A)^3$

- Ví dụ 1: Khai triển hằng đẳng thức

a) $(2 - x)^3$;

b) $(3x - 1)^3$;

c) $\left(\frac{1}{2}x - 3y\right)^3$;

Giải

a) $(2 - x)^3 = 2^3 - 3 \cdot 2^2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 - x^3 = 8 - 12x + 6x^2 - x^3$.

b) $(3x - 1)^3 = (3x)^3 - 3 \cdot (3x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot (3x) \cdot 1^2 - 1^3 = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$.

c)

$$\left(\frac{1}{2}x - 3y\right)^3$$

$$= \left(\frac{1}{2}x\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \cdot (3y) + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) \cdot (3y)^2 - (3y)^3$$

$$= \frac{1}{8}x^3 - \frac{9}{4}x^2y + \frac{27}{2}xy^2 - 27y^3$$

- Bài tập tương tự 1: Khai triển hằng đẳng thức

a) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^3$;

b) $\left(\frac{2}{3}y - 1\right)^3$;

c) $(4x - 2y)^3$;

.....
.....
.....
.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng lập phương một hiệu

a) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$;

b) $-x^3 + 6x^2 - 12x + 8$;

Nhận xét: Trước tiên, ta phải xác định được hai hạng tử đóng vai trò là A^3 và B^3 . Từ đó, tìm được A và B rồi tiến hành tách hai hạng tử còn lại theo dạng tích $3 \cdot A^2 \cdot B$ và $3 \cdot A \cdot B^2$.

Giải

a) **Phân tích:** Hạng tử 27 có thể viết dưới dạng lập phương là 3^3 . Vậy hai hạng tử x^3 và 27 có thể đóng vai trò là A^3 và B^3 trong hằng đẳng thức.

Ta chọn:

$$\begin{cases} A^3 = x^3 \\ B^3 = 3^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = x \\ B = 3 \end{cases}$$

Từ đây ta thử tính tích $3 \cdot A^2 \cdot B$ và $3 \cdot A \cdot B^2$ để xem có bằng với hai hạng tử còn lại trong biểu thức hay không. Chú ý dấu của hai hạng tử.

Thật vậy, ta có:

$$\begin{cases} 3 \cdot A^2 \cdot B = 3 \cdot x^2 \cdot 3 = 9x^2 \\ 3 \cdot A \cdot B^2 = 3 \cdot x \cdot 3^2 = 27x \end{cases}$$

Trình bày:

$$\begin{aligned} & x^3 - 9x^2 + 27x - 27 \\ &= x^3 - 9x^2 + 27x - 3^3 \\ &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 - 3^3 \\ &= (x - 3)^3 \end{aligned}$$

Chú ý: Ta không thể chọn như sau $\begin{cases} A^3 = 3^3 \\ B^3 = x^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = x \end{cases}$.

Khi đó, ta có: $\begin{cases} 3 \cdot A^2 \cdot B = 3 \cdot 2^2 \cdot x = 12x \\ 3 \cdot A \cdot B^2 = 3 \cdot 2 \cdot x^2 = 6x^2 \end{cases}$. Các kết quả này khác với hai hạng tử còn lại trong biểu thức.

b) **Phân tích:** Ta để ý rằng dấu của các hạng tử bị ngược so với hằng đẳng thức nên ta đưa biểu thức vào trong dấu ngoặc và đặt dấu (-) phía trước ngoặc để đổi dấu tất cả các hạng tử trong ngoặc. Từ đó ta tiến hành phân tích và chọn như câu a).

$$\begin{aligned} & -x^3 + 6x^2 - 12x + 8 \\ &= -(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) \\ &= -(x^3 - 6x^2 + 12x - 2^3) \\ &= -(x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3) \\ &= -(x - 2)^3 \end{aligned}$$

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng lập phương một hiệu

a) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1$; b) $-\frac{x^3}{8} + \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$;

.....

.....

.....

.....

.....

6. Tổng hai lập phương

- **Phát biểu:** $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$. **Chú ý:** $A^3 + B^3 = B^3 + A^3$.

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $x^3 + 1$; b) $8x^3 + 27$; c) $64x^3 + 125y^3$;

Giải

a) $x^3 + 1 = x^3 + 1^3 = (x + 1)(x^2 - x \cdot 1 + 1^2) = (x + 1)(x^2 - x + 1)$.

b) $8x^3 + 27 = (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)[(2x)^2 - (2x) \cdot 3 + 3^2] = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$.

c)

$$\begin{aligned} 64x^3 + 125y^3 &= (4x)^3 + (5y)^3 \\ &= (4x + 5y)[(4x)^2 - (4x) \cdot (5y) + (5y)^2] \\ &= (4x + 5y)(16x^2 - 20xy + 25y^2) \end{aligned}$$

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $\frac{1}{8} - x^3$; b) $\frac{y^3}{27} + 8$; c) $\frac{x^3}{64} + \frac{y^3}{216}$;

.....

.....

.....

.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng tổng hai lập phương

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$; b) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$;

Giải

a) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - 2 \cdot x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$.

b) $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) = (2x + 1)[(2x)^2 - (2x) \cdot 1 + 1^2] = (2x)^3 + 1^3 = 8x^3 + 1$.

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng tổng hai lập phương

a) $(3+x)(x^2-3x+9)$;

b) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$;

.....
.....
.....

7. Hiệu hai lập phương

- **Phát biểu:** $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$. **Chú ý:** $A^3 - B^3 \neq B^3 - A^3$

- **Ví dụ 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $\frac{1}{125} - x^3$;

b) $8x^3 - 1$;

c) $27y^3 - 512x^3$;

Giải

a) $\frac{1}{125} - x^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 - x^3 = \left(\frac{1}{5} - x\right) \left[\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} \cdot x + x^2\right] = \left(\frac{1}{5} - x\right) \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{5}x + x^2\right)$.

b) $8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1) \left[(2x)^2 + (2x) \cdot 1 + 1^2\right] = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$.

c)

$$\begin{aligned} 27y^3 - 512x^3 &= (3y)^3 - (8x)^3 \\ &= (3y - 8x) \left[(3y)^2 + (3y) \cdot (8x) + (8x)^2\right] \\ &= (3y - 8x)(9y^2 + 24xy + 64x^2) \end{aligned}$$

- **Bài tập tương tự 1:** Khai triển hằng đẳng thức

a) $\frac{x^3}{8} - 1$;

b) $-125x^3 + 64$;

c) $\frac{x^3}{343} - \frac{y^3}{27}$;

.....
.....
.....
.....

- **Ví dụ 2:** Viết biểu thức dưới dạng hiệu hai lập phương

a) $(1-3x)(1+3x+9x^2)$;

b) $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$;

Giải

$$\begin{aligned} a) &(1-3x)(1+3x+9x^2) \\ &= (1-3x) \left[1^2 + 1 \cdot (3x) + (3x)^2\right] \\ &= 1^3 - (3x)^3 \\ &= 1 - 27x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } & (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \\ &= (2x - 3y)\left[(2x)^2 + (2x) \cdot (3y) + (3y)^2\right] \\ &= (2x)^3 - (3y)^3 \\ &= 8x^3 - 27y^3 \end{aligned}$$

- **Bài tập tương tự 2:** Viết biểu thức dưới dạng hiệu hai lập phương

$$\text{a) } \left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}\right); \quad \text{b) } (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9);$$

.....
.....
.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Khai triển hằng đẳng thức

| | | |
|--------------------------------------|--|---|
| (1) $(a+5)^3$; | (2) $\left(3x+\frac{1}{2}\right)^3$; | (3) $\left(\frac{7}{4}x+2y\right)^3$; |
| (4) $\left(\frac{2}{7}-x\right)^3$; | (5) $\left(5x-\frac{8}{5}\right)^3$; | (6) $\left(-\frac{2}{3}x+3y\right)^3$; |
| (7) $a^3+\frac{1}{27}$; | (8) $\frac{8x^3}{27}+1$; | (9) $125y^3+\frac{1}{8}x^3$; |
| (10) $\frac{1}{8}-a^3$; | (11) $\frac{x^3}{343}-\frac{8}{64}y^3$; | (12) $\frac{8}{x^3}-\frac{y^3}{27}$; |

Bài 2. Viết đa thức dưới dạng một hằng đẳng thức

| | |
|------------------------------|------------------------------|
| (1) $x^3+12x^2+48x+64$; | (2) $8x^3+12x^2+6x+1$; |
| (3) $125x^3+75x^2+15x+1$; | (4) $27x^3-54x^2+36x-8$; |
| (5) $125x^3-150x^2+60x-8$; | (6) $-64x^3+96x^2-48x+8$; |
| (7) $(4+x)(x^2-4x+16)$; | (8) $(4x+5)(16x^2-20x+25)$; |
| (9) $(6x+7)(36x^2-42x+49)$; | (10) $(2x-3)(4x^2+6x+9)$; |
| (11) $(2-5x)(4+10x+25x^2)$; | (12) $(4x-5)(16x^2-20x+25)$ |

Bài 3. Tìm x , biết

Chú ý:

$$\begin{aligned} \oplus (A+B)^3=0 &\Rightarrow A+B=0; & (A-B)^3=0 &\Rightarrow A-B=0 \\ \oplus A^2=B^2 &\Rightarrow A=B \text{ hoặc } A=-B; & A^3=B^3 &\Rightarrow A=B \end{aligned}$$

| | |
|---|-------------------------------------|
| (1) $x^3+3x^2+3x+1=0$; | (2) $x^3-6x^2+12x-8=0$; |
| (3) $x^3+27=0$; | (4) $8-x^3=0$; |
| (5) $(x+2)^3=27$; | (6) $(2x-1)^3=8$; |
| (7) $x^3+3x^2+3x=7$; | (8) $x^3-9x^2+27x-27=0$; |
| (9) $(x+1)(x^2-x+1)=126$; | (10) $(x-2)(x^2+2x+4)=19$; |
| (11) $(2x-1)^3=64$; | (12) $(x-2)^3=-8$; |
| (13) $(x-3)(x^2+3x+9)+x(x+2)(2-x)=0$; | (14) $(x+1)^3-(x-1)^3-6(x-1)^2=0$; |
| (15) $(2x-3)(4x^2+6x+9)+8(x-1)(1+x)+35=0$; | |

Bài 4. Thu gọn biểu thức sau đó tính giá trị

(1) $A=(2x+y)^2+(2x-y)^3+12x(2x+y)(2x-y)$ tại $x=-1; y=2$;

(2) $B=(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)+(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)$ tại $x=-\frac{1}{2}; y=-1$;

(3) $C=(x-2)^3+(x+2)^3-6x(x-2)(x+2)$ tại $x=-2$;

| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: PHÂN TÍCH ĐA THỨC THÀNH NHÂN TỬ |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Phân tích đa thức thành nhân tử là biến đổi đa thức đó thành một tích của những đa thức.

- Ví dụ:

a) $2x^2 - 4x = 2x \cdot (x - 2)$; b) $2(x + y) - 2y(x + y) = 2 \cdot (x + y) \cdot (1 - y)$;

2. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung

- **Bước 1:** Xác định thừa số chung của các hạng tử (số, biến)

- **Bước 2:** Đưa các thừa số chung ra ngoài bằng công thức $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$

- Ví dụ:

a) $6x^3 + 2x$; b) $4x^2y^2 + 36x^2y^3 + 6xy^4$; c) $20x^4y - 5x^3y^2 + 15x^5y$;

Giải

a) $6x^3 + 2x = 2x(3x^2 + 1)$;

b) $4x^2y^2 + 36x^2y^3 + 6xy^4 = 2xy(2xy + 18xy^2 + 3y^3)$;

c) $20x^4y - 5x^3y^2 + 15x^5y = 5x^3y(4x - y + 3x^2)$;

- **Bài tập tương tự:**

a) $4x^2y^3 - 6x^3y^2$; b) $-3x - 6xy + 9x^2$; c) $9x^4y^3 + 3x^2y^4 - x^2y^3$;

.....

3. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử

- **Tổng quát:** $A \cdot (B + C) + D \cdot (B + C) = (B + C) \cdot (A + D)$

- Ví dụ:

a) $x^5 - x^3 + x^2 - 1$; b) $x(x - 2) - x + 2$; c) $10x^2 + 10xy + 5x + 5y$;

Giải

a) $x^5 - x^3 + x^2 - 1 = (x^5 - x^3) + (x^2 - 1) = x^3(x^2 - 1) + 1(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 + 1)$;

b) $x(x - 2) - x + 2 = x(x - 2) + (-x + 2) = x(x - 2) - 1(x - 2) = (x - 2)(x - 1)$;

c) $10x^2 + 10xy + 5x + 5y$
 $= (10x^2 + 10xy) + (5x + 5y)$
 $= 10x(x + y) + 5(x + y)$
 $= (x + y)(10x + 5)$
 $= 5(x + y)(2x + 1)$

- Bài tập tương tự:

a) $x^2y + xy^2 - x - y$;

b) $x^2 + x - ax - a$;

c) $2xy - ax + x^2 - 2ay$;

.....

.....

.....

.....

.....

4. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng phương pháp hằng đẳng thức

- Sử dụng các hằng đẳng thức để phân tích đa thức thành nhân tử

(1) $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 = (A + B)(A + B)$
 (2) $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2 = (A - B)(A - B)$
 (3) $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
 (4) $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
 (5) $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$
 (6) $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$
 (7) $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3$

- Ví dụ:

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4$;

b) $27 + x^3$;

c) $x^2 - 1$;

Giải

a) $x^2 + 2xy + y^2 - 4 = (x + y)^2 - 2^2 = (x + y - 2)(x + y + 2)$.

b) $27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3 + x)(3^2 - 3 \cdot x + x^2) = (3 + x)(9 - 3x + x^2)$.

c) $x^2 - 1 = x^2 - 1^2 = (x - 1)(x + 1)$.

- Bài tập tương tự:

a) $-10x + 25 + x^2$;

b) $16 - 4x^2$;

c) $64 - 8x^3$;

.....

.....

.....

.....

.....

5. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng cách phối hợp nhiều phương pháp

- Ví dụ:

a) $2x^2 + 4x + 2;$

b) $2x^3 + 2x^2 - 8x - 8;$

c) $5x^2 - 10xy + 5y^2 - 20z^2$

Giải

a) $2x^2 + 4x + 2 = 2(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)^2.$

b) $2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = 2x^2(x + 1) - 8(x + 1) = (x + 1)(2x^2 - 8) = 2(x + 1)(x^2 + 4).$

c) $5x^2 - 10xy + 5y^2 - 20z^2$
 $= 5(x^2 - 2xy + y^2 - 4z^2)$
 $= 5[(x - y)^2 - (2z)^2]$
 $= 5(x - y - 2z)(x - y + 2z)$

- Bài tập tương tự:

a) $3x^2 - 12x + 12;$

b) $x^3 + 3x^2 - x - 3;$

c) $4x^2 + 4x - 9y^2 + 1;$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Phân tích đa thức thành nhân tử bằng định lí Bézout

- **Định lí Bézout:** Nếu đa thức $P(x)$ có nghiệm $x = a$ thì $P(x) = (x - a) \cdot Q(x)$. Ta có thể tìm được đa thức $Q(x)$ bằng cách thực hiện phép chia $P(x) : (x - a)$.

- **Hướng dẫn bấm máy tính tìm nghiệm của đa thức dạng $ax^2 + bx + c$:**

+ **Bước 1:** Bấm $\boxed{mode \rightarrow 5 \rightarrow 3}$ đối với máy tính *casio fx570*; $\boxed{menu \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 2}$ đối với máy tính *casio fx580*.

+ **Bước 2:** Nhập hệ số $a; b; c$. Chú ý nhập dấu $(-)$ của các hệ số.

+ **Bước 3:** Bấm dấu $\boxed{=}$ để hiển thị nghiệm của đa thức.

- **Ví dụ:** Phân tích đa thức $x^2 - 5x + 6$ thành nhân tử

Giải

Nháp:

+ Bấm máy tính ta tìm được một nghiệm của đa thức là $x = 3$.

+ Thực hiện phép chia $(x^2 - 5x + 6) : (x - 3) = x - 2$.

Vậy $x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2) = x^2 - 2x - 3x + 6$.

Trình bày:

$$\begin{aligned} & x^2 - 5x + 6 \\ & = x^2 - 2x - 3x + 6 \\ & = (x^2 - 2x) + (-3x + 6) \\ & = x(x - 2) - 3(x - 2) \\ & = (x - 3)(x - 2) \end{aligned}$$

- Bài tập tương tự:

a) $x^2 + 3x + 2$; b) $x^2 - 7x + 6$; c) $x^2 + 5x + 6$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. Áp dụng vào bài toán tìm x

- Bước 1: Phân tích đa thức thành nhân tử.

- Bước 2: Áp dụng công thức $A \cdot B = 0 \Rightarrow A = 0 \text{ hoac } B = 0$

- Ví dụ: Tìm x , biết

a) $x^2 - 36 = 0$; b) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$; c) $x^3 - 9x^2 + 14x = 0$;

Giải

a)

$$\begin{aligned} & x^2 - 36 = 0 \\ & x^2 - 6^2 = 0 \\ & (x - 6)(x + 6) = 0 \\ & \Rightarrow x - 6 = 0 \text{ hoac } x + 6 = 0 \\ & \quad x = 6 \qquad \qquad x = -6 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \\ & x^2(x + 1) + (x + 1) = 0 \\ & (x + 1)(x^2 + 1) = 0 \\ & \Rightarrow x + 1 = 0 \text{ hoac } x^2 + 1 = 0 \\ & \quad x = -1 \qquad \quad x^2 = -1 \text{ (loại)} \end{aligned}$$

Vì $x^2 \geq 0$ với mọi giá trị của x nên không tồn tại x thỏa mãn $x^2 = -1$.

Vậy $x = -1$.

c)

$$x^3 - 9x^2 + 14x = 0$$

$$x(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$x(x-2)(x-7) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ hoac } x - 2 = 0 \text{ hoac } x - 7 = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 7$$

- Bài tập tương tự:

a) $81 - x^2 = 0$;

b) $x(x-2) - x + 2 = 0$;

c) $2x^3 - 6x^2 + 4x = 0$;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung

- | | | |
|------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| (1) $5x^2 - 10x$; | (2) $2a^2b + 4ab^2$; | (3) $7x^2y - 14xy$; |
| (4) $6x^3y - 3x^2y^2$; | (5) $12a^2b - 8ab^2$; | (6) $4x + 2x^2 + 6x^3$; |
| (7) $2xy + 4x + 6xy^2$; | (8) $x^2y + 3xy^2 + 9xy$; | (9) $6x^2 - 3x + 9x^3$; |
| (10) $2x^2y - 4xy^2 + 6xy$; | (11) $7x^3y - 14xy - 21x^2y$; | (12) $-5xy^2 - 10x^2y + 15xy$; |

Bài 2. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| (1) $x^2 + 3x + xy + 3y$; | (2) $2x^2 - 2xy - x + y$; | (3) $3x^2 - 6x + xy - 2y$; |
| (4) $2x^2 + 3xy + 2x + 3y$; | (5) $xy + x + 2 + 2y$; | (6) $x^2 + 2xy + 2x + y$; |
| (7) $x^3 + x - x^2 - 1$; | (8) $-2x + 4x^2 + 2xy - y$; | (9) $3x^2 + 2x^2 - 3x - 2$; |
| (10) $x^4 - x^3y - x^2y + xy^2$; | (11) $2x^3 - 2xy^2 + 3x^2 - 3y^2$; | (12) $4x^3 - 4x^2 - xy^2 + y^2$; |

Bài 3. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử bằng phương pháp đặt nhân tử chung sau đó dùng hằng đẳng thức.

- | | | |
|----------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| (1) $5x^2 - 20$; | (2) $3x^2 + 6x + 3$; | (3) $2x^2 - 8x + 8$; |
| (4) $6x^3 - 24x^2 + 24x$; | (5) $2x^3 - 2x$; | (6) $2x^4 - 16x$; |
| (7) $3x^3 + 24$; | (8) $4x^3 + 12x^2 + 12x + 4$; | (9) $3x^3 - 81y^3$; |

Bài 4. Phân tích các đa thức sau thành nhân tử bằng phương pháp nhóm hạng tử chung sau đó dùng hằng đẳng thức.

- | | |
|---|--|
| (1) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$; | (2) $x^3 + 7x^2 - 4x - 28$; |
| (3) $x^2 - y^2 - x + y$; | (4) $x^2 - 4 - 2(x - 2)^2$; |
| (5) $x^2 - y^2 - 2x - 2y$; | (6) $x^3 - 2x + y^3 - 2y$; |
| (7) $x^2 + 4x - 2xy - 4y + y^2$; | (8) $7y - 4xy + 14x - y^2 - 4x^2$; |
| (9) $x^2 + 2x + 1 - y^2$; | (10) $9 - x^2 + 6xy - 9y^2$; |
| (11) $x^5 - x^3y^2 + x^2y^3 - y^5$; | (12) $x^2 + 2xy + y^2 + 2x + 2y + 1$; |
| (13) $a^2 + 2ab + b^2 - x^2 + 2x - 1$; | (14) $x^5 - x^3 + x^2 - 1$; |

Bài 5. Áp dụng định lí Bézout để phân tích đa thức thành nhân tử

- | | | |
|-----------------------|------------------------|---------------------------|
| (1) $x^2 - 7x + 12$; | (2) $x^2 + x - 12$; | (3) $x^2 + 3x + 2$; |
| (4) $2x^2 - 3x - 2$; | (5) $3x^2 + 11x + 6$; | (6) $5x^2 - 13x + 6$; |
| (7) $2x^2 - 5x + 2$; | (8) $3x^2 + 2x - 1$; | (9) $4x^2 - 8x + 3 = 0$; |

Bài 6. Phân tích đa thức thành nhân tử để đưa về dạng $A \cdot B = 0 \Rightarrow A = 0$ hoặc $B = 0$ để tìm x

(1) $x^2 + 5x = 0$;

(2) $2x^2 - 6x = 0$;

(3) $x^2 - 25 = 0$

(4) $(x+2)^2 - 9 = 0$;

(5) $(x-2)(x+3) + (x-2)^2 = 0$;

(6) $x^2 - 4 = x - 2$;

(7) $(x+1)^2 - x - 1 = 0$;

(8) $x^2 + 5x + 6 = x(x+2)$;

(9) $x^3 - 3x^2 = x(x-3)^2$;

(10) $2x^2 + x - 3 = 0$;

(11) $4x^2 - 4x - 3 = 0$;

(12) $6x^2 - 11x + 3 = 0$;

(13) $x^3 - 9x^2 + 14x = 0$;

(14) $x(x-2) - x + 2 = 0$;

(15) $2x^3 + x^2 - 4x - 2 = 0$;

(16) $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$;

(17) $x^3 - 3x^2 - 16x + 48 = 0$;

(18) $(5x-4)^2 - 49x^2 = 0$;

(19) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$;

(20) $4x^3 - 36x = 0$;

(21) $x^3 + 8 = 0$;

(22) $x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 0$;

(23) $2(x+3) - x^2 - 3x = 0$;

(24) $(x+1)^2 = x+1$;

(25) $(3x-5)^2 - (x+1)^2 = 0$;

(26) $x^3 - x^2 = 4x^2 - 8x + 4$;

(27) $3x(x-2) - x + 2 = 0$

(28) $2x(3x-5) = 10 - 6x$;

(29) $2(x+3) - x^2 - 3x = 0$;

(30) $2x^3 + x^2 - 8x - 4 = 0$;

TÀI LIỆU HỌC THÊM MÔN TOÁN 8
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2025 – 2026

PHẦN II
HÌNH HỌC

| | |
|---|---------------------------|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TỨ GIÁC |
|---|---------------------------|

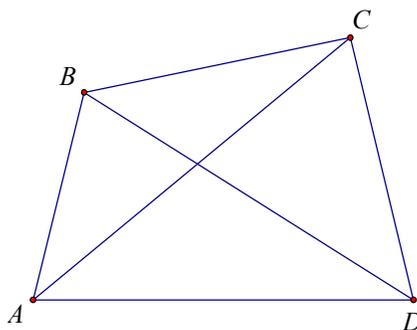
PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Tứ giác

- Tứ giác $ABCD$ là hình gồm bốn đoạn thẳng AB, BC, CD, DA trong đó không có hai đoạn thẳng nào nằm trên cùng một đường thẳng.

- **Ví dụ:** Tứ giác $ABCD$ có

- + Bốn đỉnh: A, B, C, D .
- + Bốn cạnh: AB, BC, CD, DA .
- + Các cặp cạnh đối: AB và CD ; BC và AD .
- + Bốn góc: $\widehat{BAD}, \widehat{CBA}, \widehat{DCB}, \widehat{ADC}$.
- + Các cặp góc đối: \widehat{BAD} và \widehat{DCB} ; \widehat{CBA} và \widehat{ADC} .
- + Hai đường chéo: AC, BD .



- **Bài tập tương tự:** Vẽ tứ giác $MNPQ$ và hoàn thành bảng sau

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

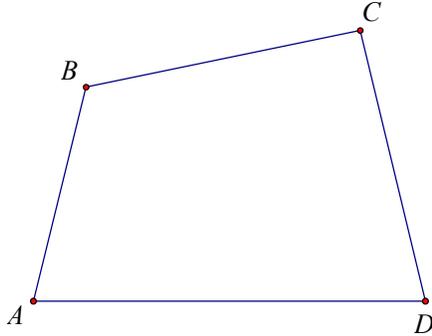
.....

| Đỉnh | Cạnh | Cặp cạnh đối | Góc | Cặp góc đối | Đường chéo |
|------|------|--------------|-----|-------------|------------|
| | | | | | |

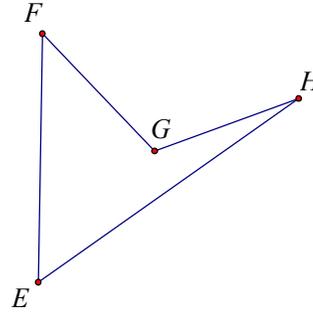
2. Tứ giác lồi

- Tứ giác lồi là tứ giác luôn nằm về một phía của đường thẳng chứa một cạnh bất kì của tứ giác đó. Khi nói về tứ giác mà không chú thích gì thêm thì ta hiểu đó là tứ giác lồi.

- Ví dụ:



Tứ giác lồi



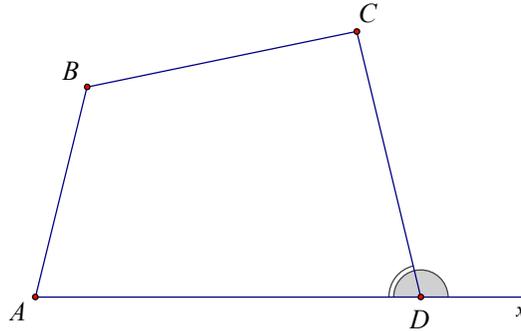
Tứ giác lõm

3. Tổng các góc của một tứ giác

- Góc ngoài của tứ giác là góc kề bù với một góc của tứ giác đó.

- Ví dụ: Cho hình vẽ, góc \widehat{CDx} được gọi là góc ngoài của tứ giác $ABCD$.

Ta có: $\widehat{CDx} + \widehat{CDA} = 180^\circ$



- **Bài tập tương tự:** Cho tứ giác $ABCD$ như hình vẽ trên, em hãy vẽ và tính số đo góc ngoài của tứ giác tại đỉnh A , biết $\widehat{BAD} = 76^\circ$.

.....

- Trong một tứ giác, tổng các góc bằng 360° .

- Ví dụ: Cho tứ giác $ABCD$ có các số đo như hình vẽ. Tính số đo góc \widehat{B} ?

Giải

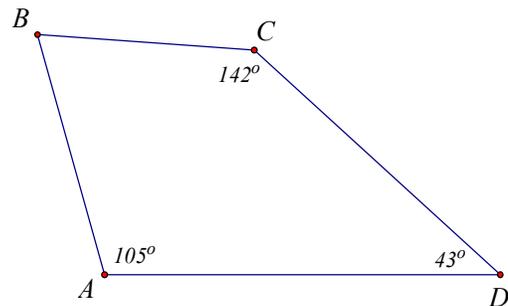
Xét tứ giác $ABCD$, ta có:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} = 360^\circ$$

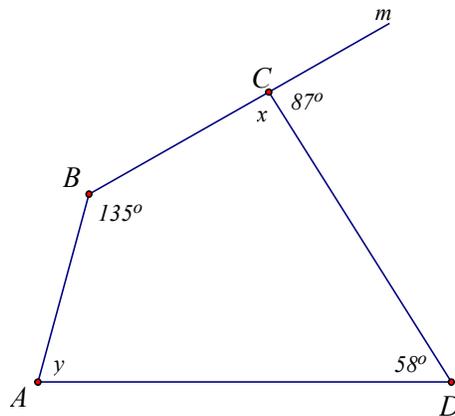
$$105^\circ + \widehat{B} + 142^\circ + 43^\circ = 360^\circ$$

$$\widehat{B} = 360^\circ - 105^\circ - 142^\circ - 43^\circ$$

$$\widehat{B} = 70^\circ$$



- Bài tập tương tự: Tìm x và y trong hình vẽ sau



.....

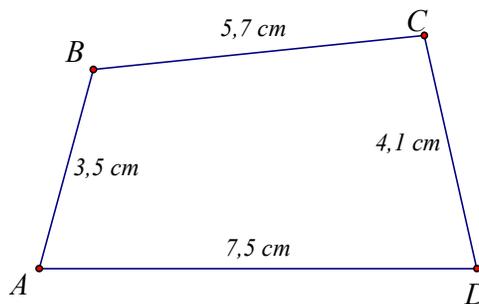
.....

.....

.....

4. Chu vi của tứ giác

- Chu vi của tứ giác bằng tổng độ dài bốn cạnh của tứ giác đó.
- **Ví dụ:** Cho tứ giác $ABCD$ có kích thước như hình vẽ. Tính chu vi của tứ giác

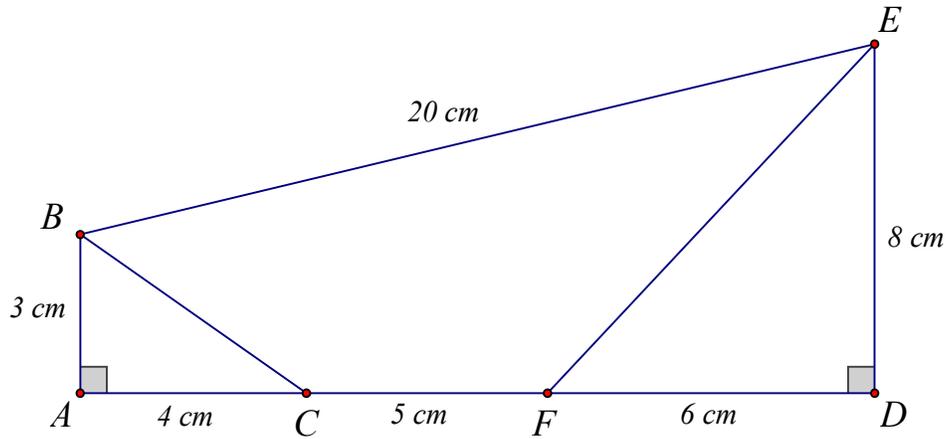


Giải

Chu vi của tứ giác $ABCD$ là

$$AB + BC + CD + DA = 3,5 + 5,7 + 4,1 + 7,5 = 20,8 \text{ cm}$$

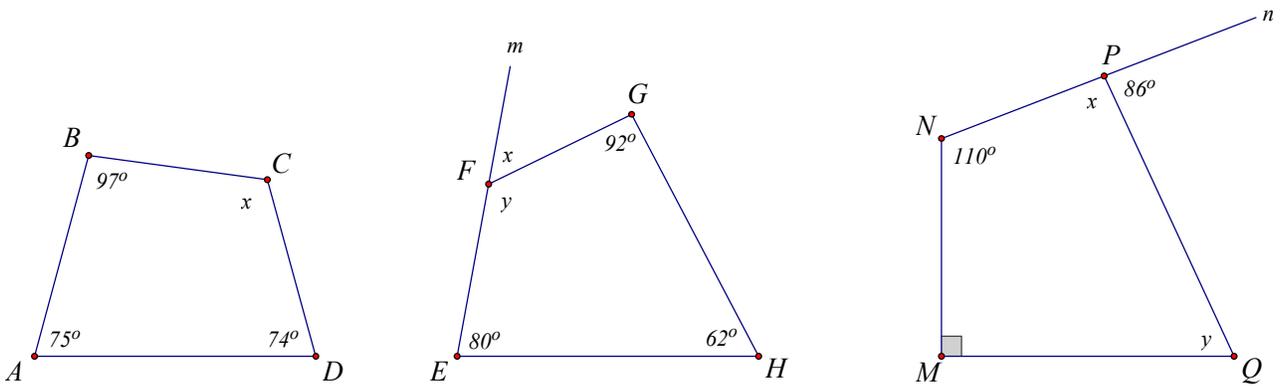
- Bài tập tương tự: Cho hình vẽ. Tính chu vi của tứ giác $BEFC$



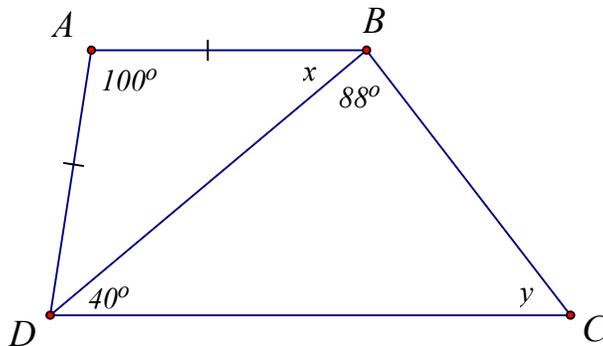
.....

PHẦN II. BÀI TẬP

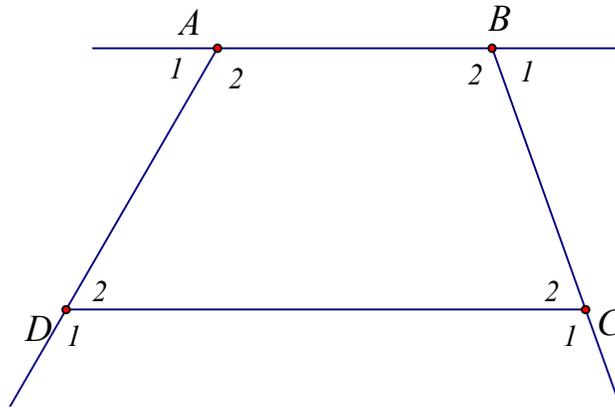
Bài 1. Tìm x, y trong các hình sau



Bài 2. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB = AD$. Tìm x, y ?



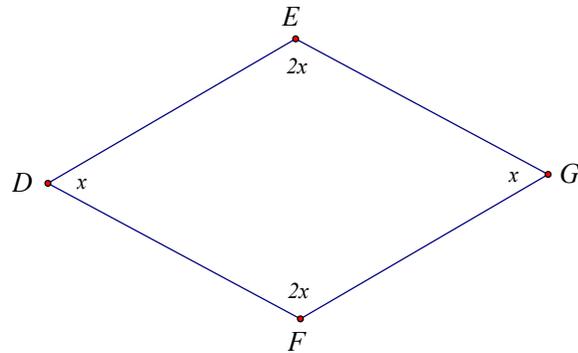
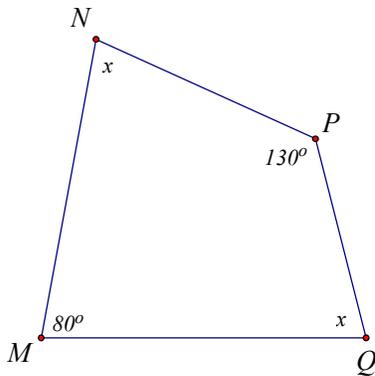
Bài 3. Cho hình vẽ. Chứng minh $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 + \widehat{D}_1 = 360^\circ$



Bài 4. Cho tứ giác ABCD có số đo bốn góc tỉ lệ với 1; 2; 3; 4. Tính số đo các góc của tứ giác?

Bài 5. Cho $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Lấy điểm A nằm trong góc \widehat{xOy} . Vẽ $AB \perp Ox$ tại B và $AC \perp Oy$ tại C. Tính số đo góc \widehat{BAC} ?

Bài 6. Cho hình vẽ. Tính số đo các góc chưa biết trong tứ giác?

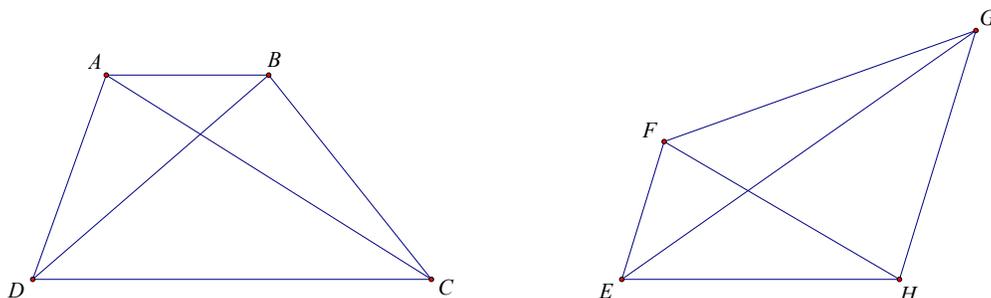


| | |
|---|--|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: HÌNH THANG HÌNH THANG CÂN |
|---|--|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Hình thang

- Hình thang là tứ giác có hai cạnh đối song song
- **Ví dụ:** Cho hai hình thang như hình vẽ



+ Hình thang $ABCD$ có:

- Cạnh AB song song với cạnh CD ($AB \parallel CD$), hai cạnh này được gọi là hai cạnh đáy.
- Cạnh AD và BC được gọi là hai cạnh bên.
- AC và BD được gọi là hai đường chéo.
- \hat{A} và \hat{C} ; \hat{B} và \hat{D} được gọi là hai góc đối nhau.
- \hat{A} và \hat{B} ; \hat{C} và \hat{D} được gọi là hai góc kề một đáy.
- \hat{A} và \hat{D} ; \hat{B} và \hat{C} được gọi là hai góc kề một cạnh bên.

+ Hình thang $EFGH$ có:

- Cạnh EF song song với cạnh GH ($EF \parallel GH$), hai cạnh này được gọi là hai cạnh đáy.
- Cạnh EH và FG được gọi là hai cạnh bên.
- FH và EG được gọi là hai đường chéo.
- \hat{E} và \hat{G} ; \hat{F} và \hat{H} được gọi là hai góc đối nhau.
- \hat{E} và \hat{F} ; \hat{G} và \hat{H} được gọi là hai góc kề một đáy.
- \hat{E} và \hat{H} ; \hat{F} và \hat{G} được gọi là hai góc kề một cạnh bên.

- Bài tập tương tự: Vẽ một hình thang và chỉ ra

.....
.....
.....
.....
.....

+ Cạnh đáy:.....

+ Cạnh bên:.....

+ Đường chéo:.....

+ Hai góc đối nhau:.....

+ Hai góc kề một đáy:.....

+ Hai góc kề một cạnh bên:.....

2. Hình thang cân

- Hình thang cân là hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau.

- Tính chất của hình thang cân: Trong một hình thang cân

+ Hai cạnh bên bằng nhau.

+ Hai đường chéo bằng nhau.

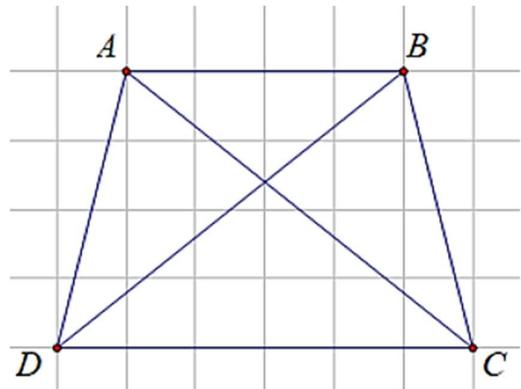
- Ví dụ: Cho hình thang cân $ABCD$ có

+ $AB \parallel CD$.

+ $\hat{A} = \hat{B}$ và $\hat{C} = \hat{D}$.

+ $AD = BC$.

+ $AC = BD$.



- Bài tập tương tự: Vẽ một hình thang cân và chỉ ra

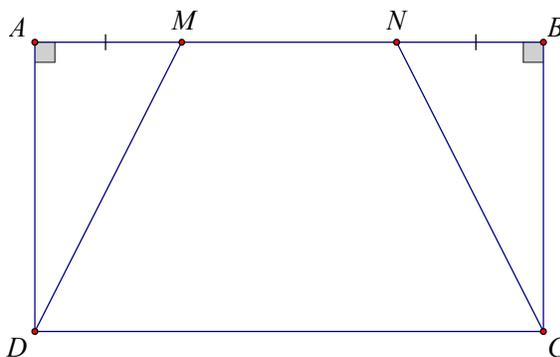


- + Hai cạnh đáy song song:.....
- + Hai góc kề một đáy bằng nhau:.....
- + Hai cạnh bên bằng nhau:.....
- + Hai đường chéo bằng nhau:.....

3. Chứng minh một tứ giác là hình thang cân

- **Bước 1:** Chứng minh tứ giác có hai cạnh đối song song \Rightarrow Tứ giác đã cho là hình thang.
- **Bước 2:** Chứng minh hình thang có
 - + Hai đường chéo bằng nhau.
 - Hoặc + Hai góc kề một cạnh đáy bằng nhau.
- **Ví dụ:** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên cạnh AB lấy hai điểm M và N sao cho $AM = NB$. Chứng minh tứ giác $MNCD$ là hình thang cân.

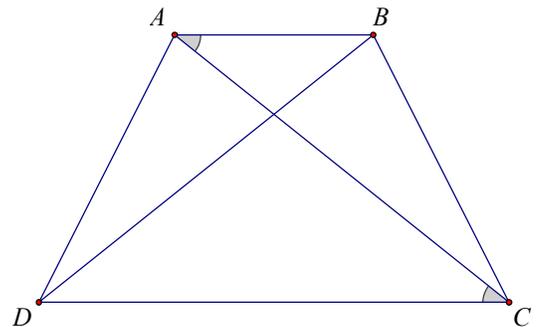
Giải



PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB < CD$. Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A, B trên đường thẳng CD . Chứng minh $DH = CK$.

Bài 2. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB < CD$, hai đường chéo AC và BD bằng nhau, $\widehat{BAC} = \widehat{ACD}$ (như hình vẽ). Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình thang cân.



Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có hai đường phân giác BE và CK . Chứng minh tứ giác $BKEC$ là hình thang cân.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ cân tại A . Trên các cạnh AB, AC lấy hai điểm D và E sao cho $BE = CD$.

- Chứng minh $BDEC$ là hình thang cân.
- Tính các góc của hình thang cân $BDEC$, biết $\hat{A} = 50^\circ$.

Bài 5. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB < CD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Chứng minh $\triangle OAB$ và $\triangle OCD$ là tam giác cân.

Bài 6. Cho hình thang $MNPQ$ có $MN \parallel PQ$; $MN < PQ$ và $MP = NQ$. Qua N kẻ đường thẳng song song với MP cắt đường thẳng PQ tại K . Chứng minh

- $\triangle NKQ$ là tam giác cân.
- $\triangle MPQ = \triangle NQP$.
- $MNPQ$ là hình thang cân.

Bài 7. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB < CD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo, E là giao điểm của hai đường thẳng chứa cạnh bên AD và BC . Chứng minh

- $OA = OB$; $OC = OD$.
- OE là đường trung trực của hai đáy hình thang $ABCD$.

Bài 8. Cho hình thang cân $MNPQ$, biết $\hat{P} = 40^\circ$. Tính các góc còn lại của hình thang cân.

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có hai đường trung tuyến BD và CE . Chứng minh

- $\triangle ADE$ cân tại A .
- $\triangle ABD = \triangle ACE$.
- $BCDE$ là hình thang cân.

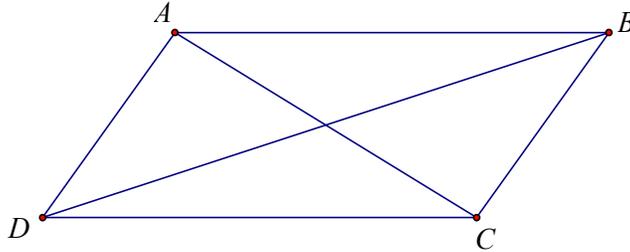
Bài 10. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có hai đường phân giác BE và CF . Chứng minh

- $\triangle AEF$ là tam giác cân.
- $BCEF$ là hình thang cân.
- $CE = EF = FB$.

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa hình bình hành

- Hình bình hành là tứ giác có hai cặp cạnh đối song song.
- **Ví dụ:** Cho hình bình hành $ABCD$ có



- + Hai cặp cạnh đối song song: $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.
- + Hai đường chéo: AC và BD .
- + Hai góc đối nhau: \hat{A} và \hat{C} ; \hat{B} và \hat{D} .

- **Bài tập tương tự:** Vẽ một hình bình hành và chỉ ra các cạnh đối song song; hai đường chéo; hai góc đối nhau.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

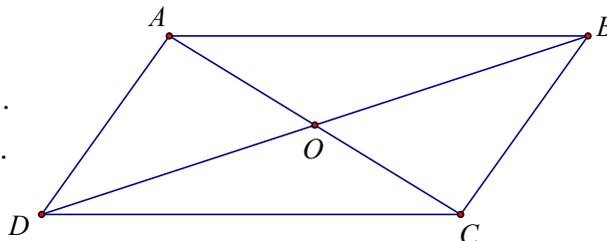
2. Tính chất của hình bình hành

Trong một hình bình hành

- + Các góc đối bằng nhau.
- + Các cạnh đối bằng nhau.
- + Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

- **Ví dụ:** Cho hình bình hành $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo

- + $\hat{A} = \hat{C}$; $\hat{B} = \hat{D}$.
- + $AB = CD$; $AD = BC$.
- + $OA = OC$; $OB = OD$.



3. Chứng minh một tứ giác là hình bình hành

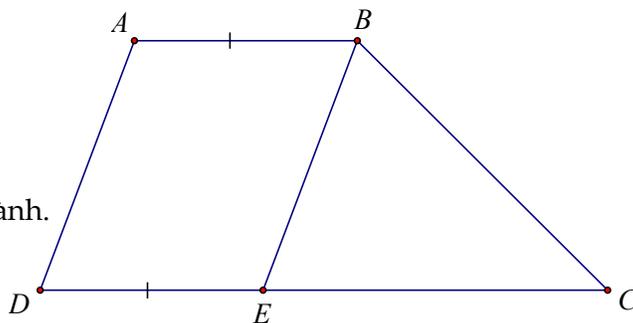
Để chứng minh một tứ giác là hình bình hành, ta chứng minh tứ giác có một trong các dấu hiệu nhận biết sau

- (1) Tứ giác có các cặp cạnh đối bằng nhau.
- (2) Tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- (3) Tứ giác có các cặp cạnh đối song song.
- (4) Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau.
- (5) Tứ giác có các cặp góc đối bằng nhau.

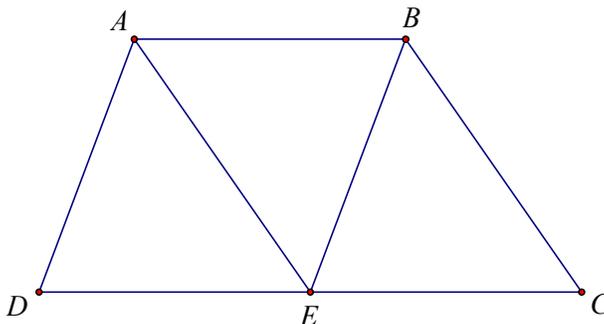
- **Ví dụ:** Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB < CD$. Trên cạnh CD lấy điểm E sao cho $ED = AB$. Chứng minh tứ giác $ABED$ là hình bình hành.

Giải

Xét tứ giác $ABED$ có
 $AB \parallel DE$ ($ABCD$ là hình thang)
 $AB = ED$ (gt)
 Vậy tứ giác $ABED$ là hình bình hành.



- **Bài tập tương tự:** Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$; $AB = \frac{1}{2}CD$, lấy E là trung điểm của CD (hình vẽ). Chứng minh $ABED$ và $ABCE$ là hình bình hành.



.....

.....

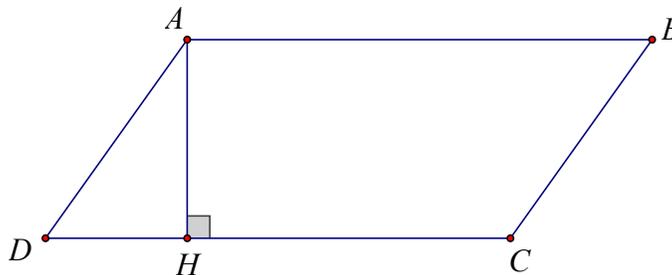
.....

.....

.....

4. Chu vi và diện tích của hình bình hành

- Cho hình bình hành $ABCD$

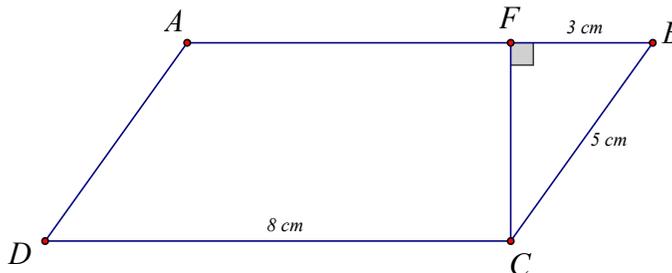


+ Chu vi: $2 \cdot (AB + BC)$

+ Diện tích: $AH \cdot CD$

Trong đó: AH được gọi là đường cao của hình bình hành $ABCD$.

- **Ví dụ:** Cho hình bình hành $ABCD$ như hình vẽ. Tính chu vi và diện tích của hình bình hành



Giải

Ta có: $CD = AB = 8 \text{ cm}$ (Vì $ABCD$ là hình bình hành nên các cạnh đối bằng nhau)

Chu vi hình bình hành $ABCD$: $C = 2 \cdot (5 + 8) = 26 \text{ cm}$

Xét $\triangle CBF$ vuông tại F , áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = BF^2 + CF^2 \Rightarrow CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

Hình bình hành $ABCD$ có đường cao $CF = 4 \text{ cm}$ ứng với cạnh đáy $AB = 8 \text{ cm}$

Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S = CF \cdot AB = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}^2$.

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho tam giác ABC có G là giao điểm của hai đường trung tuyến BM và CG . Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của GB và GC . Chứng minh tứ giác $PQMN$ là hình bình hành.

Bài 2. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > BC$. Tia phân giác của \widehat{DAB} cắt CD tại M . Tia phân giác của \widehat{BCD} cắt AB tại N .

a) Chứng minh tứ giác $ANCM$ là hình bình hành.

b) Chứng minh ba đường thẳng AC, MN, BD đồng quy.

Bài 3. Cho ΔABC có các đường trung tuyến BD và CE . Trên tia đối của tia DB lấy điểm K sao cho D là trung điểm của BK ; trên tia đối của tia EC lấy điểm H sao cho E là trung điểm của CH . Chứng minh

a) $AHBC, AKCB$ là hình bình hành.

b) A là trung điểm của HK .

Bài 4. Cho ΔABC nhọn có ba đường cao AM, BN, CP cắt nhau tại H . Qua B kẻ tia Bx vuông góc với AB , qua C kẻ tia Cy vuông góc với AC . Gọi D là giao điểm của Bx và Cy .

a) Chứng minh $BHCD$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng $\widehat{BAC} + \widehat{BDC} = 180^\circ$.

c) Gọi E là trung điểm của BC . Chứng minh rằng ba điểm H, E, D thẳng hàng.

Bài 5. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi H là hình chiếu của A lên BD ; K là hình chiếu của C lên BD . Chứng minh $AHCK$ là hình bình hành.

Bài 6. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E là trung điểm của AD , F là trung điểm của BC . Chứng minh

a) $BE = DF$ và $\widehat{ABE} = \widehat{CDF}$.

b) $BE \parallel FD$.

Bài 7. Cho hình bình hành $ABCD$ ($AB > BC$). Tia phân giác của góc \widehat{D} cắt AB tại E , tia phân giác của góc \widehat{B} cắt CD tại F . Chứng minh

a) $DE = BF$.

b) Tứ giác $DEBF$ là hình bình hành.

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Qua O vẽ đường thẳng song song với AB cắt hai cạnh AD, BC lần lượt tại M và N . Trên cạnh AB, CD lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $AP = CQ$. Chứng minh

a) $AMNB, APCQ, MNCD$ là hình bình hành.

b) Ba đường thẳng AC, BD, PQ đồng quy.

Bài 9. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi I, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Chứng minh $AI \parallel CK$.

Bài 10. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB lấy điểm K , trên cạnh CD lấy điểm I sao cho $AK = CI$. Chứng minh rằng ba điểm K, O, I thẳng hàng và ba đường thẳng AC, BD, KI đồng quy.

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Qua O vẽ đường thẳng a cắt hai cạnh AD, BC lần lượt tại hai điểm E và F ; qua O vẽ đường thẳng b cắt hai cạnh AB, CD lần lượt tại hai điểm K và H . Chứng minh tứ giác $EKFH$ là hình bình hành.

Bài 12. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD và DA . Chứng minh

- a) $\triangle AEH = \triangle CGF$.
- b) Tứ giác $HEFG$ là hình bình hành.

Bài 13. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD, AB < CD$, hai đường cao AH, BK .

- a) Chứng minh $DH = CK$.
- b) Trên tia đối của tia HD lấy điểm N sao cho $HN = HD$. Chứng minh tứ giác $ABCN$ là hình bình hành.

Bài 14. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Gọi M là giao điểm của AF và DE ; N là giao điểm của BF và CE . Chứng minh

- a) $AF = CE$ và tứ giác $AECF$ là hình bình hành.
- b) $BF \parallel DE$ và tứ giác $EMFN$ là hình bình hành.
- c) Ba đường thẳng AC, EF, MN đồng quy.

Bài 15. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB > AD$. Vẽ $AE \perp BD$ tại E và $CF \perp BD$ tại F . Tia AE cắt CD tại H , tia CF cắt AB tại K . Chứng minh tứ giác $AECF$ và $AKCH$ là hình bình hành.

Bài 16. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Trung tuyến AM , trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho M là trung điểm của AD .

- a) Chứng minh tứ giác $ACDB$ là hình bình hành.
- b) Gọi H là hình chiếu của C lên AD và K là hình chiếu của B lên AD . Chứng minh tứ giác $BKCH$ là hình bình hành.
- c) Chứng minh rằng $S_{BAD} = S_{CDA}$.

Bài 17. Cho $\triangle ABC$ nhọn có $AB < AC$. Hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau tại G . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của GB, GC . Chứng minh tứ giác $FENM$ là hình bình hành.

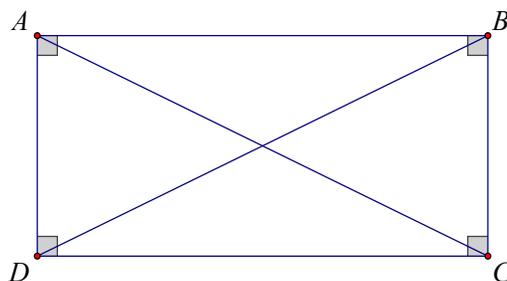
Bài 18. Cho hình bình hành $ABCD$ có M, N là trung điểm của AB và CD . AN và CM cắt BD lần lượt tại E và F .

- a) Chứng minh tứ giác $AMCN$ là hình bình hành.
- b) Gọi I là giao điểm của AC và BD . Chứng minh $FI = \frac{1}{3}BI$.
- c) Chứng minh $DE = EF = FB$.

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa hình chữ nhật

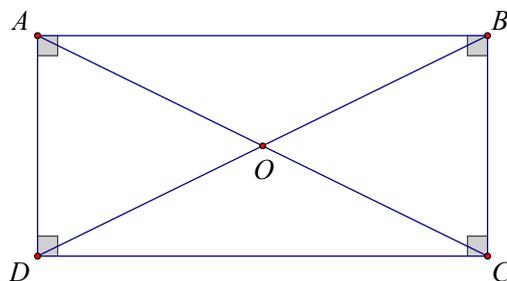
- Hình chữ nhật là tứ giác có bốn góc vuông
- **Ví dụ:** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có



- + Bốn góc vuông: $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$.
- + Hai cạnh đối song song: $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.
- + Hai cạnh đối bằng nhau: $AB = CD$ và $AD = BC$.
- + Hai đường chéo: AC và BD .

2. Tính chất của hình chữ nhật

- Trong một hình chữ nhật
 - + Hai cạnh đối song song và bằng nhau.
 - + Hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
- **Ví dụ:** Xét hình chữ nhật $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo, ta có:



- + $AB \parallel CD$ và $AB = CD$.
- + $AD \parallel BC$ và $AD = BC$.
- + $AC = BD$ và $OA = OB = OC = OD$.

3. Chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật

- Để chứng minh một tứ giác là hình chữ nhật, ta chứng minh tứ giác có một trong những dấu hiệu nhận biết sau:

- (1) Tứ giác có ba góc vuông là hình chữ nhật.
- (2) Hình bình hành có một góc vuông là hình chữ nhật.
- (3) Hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật.
- (4) Hình thang cân có một góc vuông là hình chữ nhật.

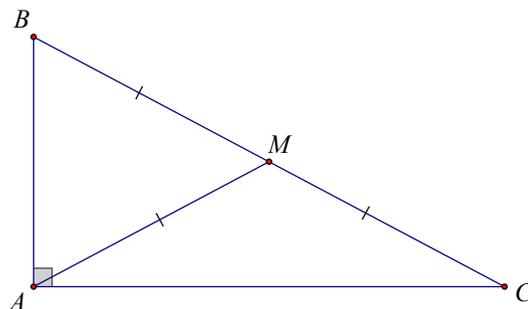
4. Áp dụng vào tam giác vuông

- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền thì bằng nửa cạnh huyền.

- **Ví dụ:** Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có đường trung tuyến AM , ta có:

$$AM = \frac{1}{2}BC = BM = MC$$

$\Rightarrow \triangle MAB$ cân tại M và $\triangle MAC$ cân tại M



- Ngược lại, nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh và bằng nửa cạnh ấy thì tam giác đó là tam giác vuông.

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho ΔABC vuông tại A có M là trung điểm của cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và $AM = \frac{1}{2}BC$.

Bài 2. Cho ΔABC vuông tại A có trung tuyến AD . Gọi H là hình chiếu của D lên AC và K là hình chiếu của D lên AB .

- a) Chứng minh tứ giác $AHDK$ là hình chữ nhật.
- b) Chứng minh $KH = BD = DC$.
- c) Chứng minh tứ giác $BDHK$ và $KDCH$ là hình bình hành.

Bài 3. Cho ΔABC cân tại A có các đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia GB lấy điểm D sao cho $GD = GB$; trên tia đối của tia GC lấy điểm E sao cho $GE = GC$. Chứng minh tứ giác $BEDC$ là hình chữ nhật?

Bài 4. Cho ΔABC vuông cân tại A . Lấy điểm M thuộc cạnh BC . Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng AB, AC .

- a) Tứ giác $ADME$ là hình gì? Vì sao?
- b) Gọi I là trung điểm của DE . Chứng minh ba điểm A, I, M thẳng hàng.
- c) Chứng minh ΔDBM vuông cân.
- d) Chứng minh khi điểm M thay đổi vị trí trên cạnh BC thì chu vi của tứ giác $ADME$ không đổi.

Bài 5. Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH . Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của AB, AC . Chứng minh $\widehat{IHK} = 90^\circ$.

Bài 6. Cho ΔABC nhọn có đường cao AI . Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AC , từ B kẻ tia By song song với AC . Gọi M là giao điểm của Ax và By . Gọi P là trung điểm của AB , tia MP cắt AC tại Q .

- a) Tứ giác $AMBQ$ là hình gì? Vì sao?
- b) Chứng minh tam giác PIQ cân.

Bài 7. Cho ΔABC cân tại A có trung tuyến AH . Gọi O là trung điểm của AC , trên tia đối của tia OH lấy điểm D sao cho $OD = OH$.

- a) Tứ giác $AHCD$ là hình gì? Vì sao?
- b) Tứ giác $ADHB$ là hình gì? Vì sao?
- c) Cho $BC = 6\text{cm}, AH = 4\text{cm}$. Tính diện tích tứ giác $AHCD$.

Bài 8. Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH , M là trung điểm của AB , trên tia đối của tia MH lấy điểm D sao cho $MD = MH$.

- a) Chứng minh $AHBD$ là hình chữ nhật.
- b) Trên cạnh BC lấy điểm E sao cho H là trung điểm của BE . Chứng minh $AEHD$ là hình bình hành.

Bài 9. Cho ΔABC vuông tại A . Vẽ bên ngoài ΔABC hai tam giác vuông cân ADB ($DA = DB$) và ACE ($EA = EC$). Gọi M là trung điểm của BC , I là giao điểm của MD với AB , K là giao điểm của ME với AC . Chứng minh

- a) Ba điểm D, A, E thẳng hàng.
- b) Tứ giác $IAKM$ là hình chữ nhật.
- c) ΔMED vuông cân.

Bài 10. Cho ΔABC nhọn. Từ điểm M trên cạnh BC vẽ ME song song với AC ; MD song song với AB .

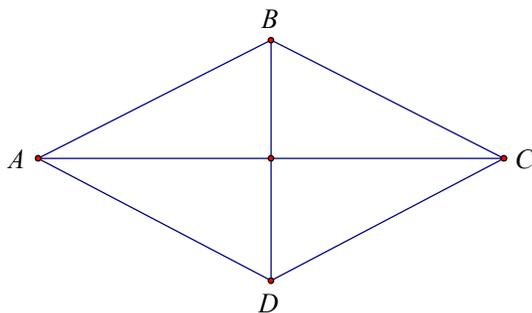
- a) Tứ giác $AEMD$ là hình gì? Vì sao?
- b) Tìm điều kiện của ΔABC để tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật.

| | |
|---|-----------------------------|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: HÌNH THOI |
|---|-----------------------------|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa hình thoi

- Hình thoi là tứ giác có bốn cạnh bằng nhau.
- **Ví dụ:** Xét hình thoi $ABCD$ có



- + Bốn cạnh bằng nhau: $AB = BC = CD = DA$.
 - + Hai góc đối nhau: \widehat{A} và \widehat{C} ; \widehat{B} và \widehat{D} .
 - + Hai đường chéo: AC và BD .
 - + Hai cạnh đối nhau: AB và CD ; BC và AD .
- **Bài tập tương tự:** Vẽ một hình thoi và chỉ ra cạnh; góc đối; đường chéo.
Hướng dẫn: Vẽ hai đoạn thẳng vuông góc nhau tại trung điểm của mỗi đường sau đó nối 4 đầu mút lại, ta được một hình thoi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

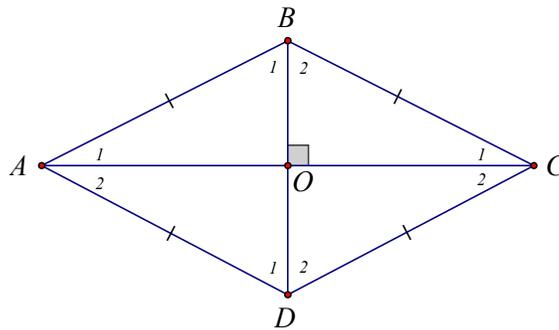
.....

.....

.....

2. Tính chất của hình thoi

- Trong một hình thoi
 - + Các cạnh đối song song.
 - + Các góc đối bằng nhau.
 - + Hai đường chéo vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
 - + Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh.
- **Ví dụ:** Xét hình thoi $ABCD$ có O là giao điểm hai đường chéo, ta có:



- + Các cạnh đối song song: $AB \parallel BC$ và $BC \parallel DA$.
- + Các góc đối bằng nhau: $\widehat{A} = \widehat{B}$ và $\widehat{B} = \widehat{D}$.
- + Hai đường chéo vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường: $AC \perp BD$ và $OA = OC$; $OB = OD$.
- + Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh: $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 = \widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ và $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 = \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$

3. Chứng minh một tứ giác là hình thoi

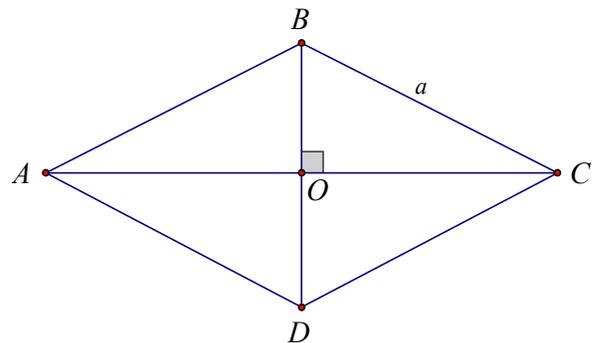
- Để chứng minh một tứ giác là hình thoi, ta chứng minh tứ giác có một trong những dấu hiệu nhận biết sau:
 - (1) Hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau là hình thoi.
 - (2) Hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình thoi.
 - (3) Hình bình hành có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình thoi.
 - (4) Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình thoi.

4. Chu vi và diện tích của hình thoi

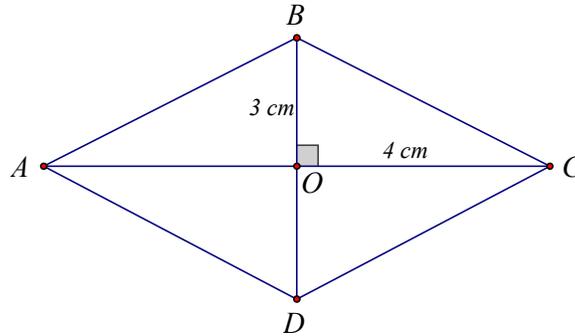
- Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh a

+ Chu vi: $4 \cdot a$

+ Diện tích: $\frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$



- **Ví dụ:** Cho hình thoi $ABCD$ có kích thước như hình vẽ. Tính chu vi và diện tích của hình thoi



Giải

Vì O là trung điểm của AC và BD nên:

$$AC = 2 \cdot OC = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm} \text{ và } BD = 2 \cdot OB = 2 \cdot 3 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Diện tích của hình thoi } ABCD: S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ cm}^2$$

Xét $\triangle OBC$ vuông tại O , áp dụng định lý Pythagore ta có:

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Chu vi của hình thoi } ABCD: C = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}.$$

- **Bài tập tương tự:** Cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 12 \text{ cm}$; $BD = 16 \text{ cm}$. Tính chu vi và diện tích của hình thoi?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho \widehat{xOy} và tia phân giác Ot . Từ điểm M thuộc tia Ot , vẽ $MA \parallel Oy$ và $MB \parallel Ox$. Chứng minh tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 2. Cho tam giác $\triangle ABC$, phân giác AD . Qua D kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB tại F , qua D kẻ đường thẳng song song với AB cắt AC tại E . Chứng minh EF là phân giác của \widehat{AED} .

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$ có $AC \perp AD$. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD . Chứng minh tứ giác $AECF$ là hình thoi.

Bài 4. Cho $\triangle ABC$, qua điểm D thuộc cạnh BC kẻ đường thẳng song song với AB và cắt AC tại E ; kẻ đường thẳng song song với AC và cắt AB tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AEDF$ là hình bình hành.

b) Xác định vị trí của điểm D trên BC để tứ giác $AEDF$ là hình thoi.

Bài 5. Cho hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O .

Chứng minh $AC^2 + BD^2 = 4 \cdot (OA^2 + OB^2) = 4 \cdot AB^2$

Bài 6. Cho hình thoi $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Lấy các điểm E, F thuộc đường chéo AC sao cho $AE = CF$. Chứng minh tứ giác $BEDF$ là hình thoi.

Bài 7. Cho hình thoi $ABCD$ có \widehat{B} là góc tù. Kẻ $BE \perp AD$ tại E ; $BF \perp CD$ tại F . Gọi M, N lần lượt là giao điểm của BE, BF với AC . Chứng minh tứ giác $BMDN$ là hình thoi.

Bài 8. Cho một hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là $\frac{18}{5} \text{ cm}$ và $\frac{27}{10} \text{ cm}$. Tính chu vi và diện tích của hình thoi đó.

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ nhọn có các đường cao BD, CE . Tia phân giác của $\widehat{ACE}, \widehat{ABD}$ cắt nhau tại O và cắt AB, AC lần lượt tại M, N . Tia BN cắt CE tại K , tia CM cắt BD tại H . Chứng minh

a) $BN \perp CM$.

b) Tứ giác $MNHK$ là hình thoi.

Bài 10. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho B là trung điểm của AE ; trên tia đối của tia BC lấy điểm F sao cho B là trung điểm của CF .

a) Chứng minh tứ giác $ACEF$ là hình thoi.

b) Biết $AD = 5 \text{ cm}, DC = 12 \text{ cm}$. Tính chu vi và diện tích của hình thoi $ACEF$.

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có đường cao AH . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB, AC . Trên tia đối của tia MH lấy điểm E sao cho $ME = MH$; trên tia đối của tia HA lấy điểm F sao cho $HF = HA$. Chứng minh

a) Tứ giác $AHBE$ là hình chữ nhật.

b) Tứ giác $ACFB$ là hình thoi.

Bài 12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), gọi D là trung điểm của cạnh BC . Vẽ $DE \perp AB$ tại E ; $DF \perp AC$ tại F .

a) Chứng minh $AD = EF$.

b) Trên tia đối của tia FD lấy điểm H sao cho $FH = FD$. Chứng minh tứ giác $ADCH$ là hình thoi.

c) Chứng minh ba đường thẳng AD, BH, EF đồng quy.

Bài 13. Cho hình chữ nhật $ABCD$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = CB$.

a) Chứng minh tứ giác $ACED$ là hình bình hành.

b) Gọi M là trung điểm của BC . Tia AM cắt tia DC tại F .

Chứng minh $\triangle MBA = \triangle MCF$ và tứ giác $BDEF$ là hình thoi.

c) Gọi I là giao điểm của AE và DC , tia BI cắt DE tại K . Gọi N là giao điểm của BD và AE . Chứng minh $KI = \frac{1}{6}AE$.

Bài 14. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH . M là trung điểm của AB , trên tia đối của tia MH lấy điểm D sao cho $MD = MH$.

a) Chứng minh tứ giác $AHBD$ là hình chữ nhật.

b) Trên đoạn thẳng HC lấy điểm E sao cho $HB = HE$. Chứng minh tứ giác $AEHD$ là hình bình hành.

c) Trên tia đối của tia HA lấy điểm N sao cho $HN = HA$. Chứng minh tứ giác $AENB$ là hình thoi.

d) MN cắt BH tại G . Chứng minh $BE = 3BG$.

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa hình vuông

- Hình vuông là tứ giác có bốn góc vuông và bốn cạnh bằng nhau.

2. Tính chất của hình vuông

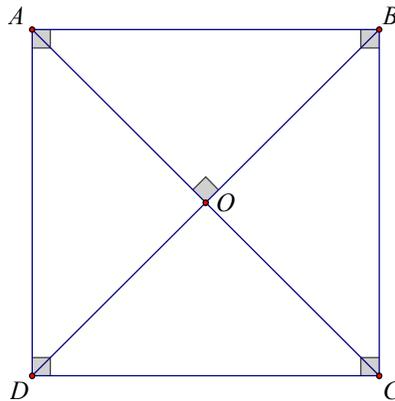
- Trong một hình vuông

+ Các cạnh đối song song.

+ Hai đường chéo bằng nhau, vuông góc với nhau và cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

+ Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh (mỗi góc có số đo bằng 45°)

- **Ví dụ:** Xét hình vuông $ABCD$ có O là giao điểm của hai đường chéo, ta có



+ Bốn cạnh bằng nhau: $AB = BC = CD = DA$.

+ Bốn góc vuông: $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$.

+ Các cạnh đối song song: $AB \parallel CD$ và $AD \parallel BC$.

+ Hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau: $AC = BD$ và $AC \perp BD$.

+ Hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường: $OA = OB = OC = OD$

+ Hai đường chéo là các đường phân giác của các góc ở đỉnh:

$$\widehat{ABD} = \widehat{ADB} = \widehat{CBD} = \widehat{CDB} = \widehat{BAC} = \widehat{BCA} = \widehat{DAC} = \widehat{DCA} = 45^\circ$$

3. Chứng minh một tứ giác là hình vuông

- Để chứng minh một tứ giác là hình vuông, ta chứng minh tứ giác có một trong những dấu hiệu nhận biết sau:

- (1) Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau là hình vuông.
- (2) Hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau là hình vuông.
- (3) Hình chữ nhật có một đường chéo là đường phân giác của một góc là hình vuông.
- (4) Hình thoi có hai đường chéo bằng nhau là hình vuông.
- (5) Hình thoi có một góc vuông là hình vuông.

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , gọi AD là đường phân giác của góc \widehat{A} ($D \in BC$). Từ D kẻ $DE \perp AB$ tại E và $DF \perp AC$ tại F . Chứng minh rằng tứ giác $AEDF$ là hình vuông.

Bài 2. Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AD, DC lần lượt lấy các điểm E và F sao cho $AE = DF$. Chứng minh

- a) $\triangle ADF = \triangle BAE$.
- b) Gọi I là giao điểm của BE và AF . Chứng minh $BE \perp AF$ tại I .

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , M là một điểm bất kì thuộc cạnh BC . Gọi E là hình chiếu của M lên cạnh AB , F là hình chiếu của M lên cạnh AC .

- a) Tứ giác $AFME$ là hình gì? Vì sao?
- b) Xác định vị trí điểm M trên cạnh BC để tứ giác $AFME$ là hình vuông.

Bài 4. Cho hình vuông $ABCD$, trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt lấy điểm M, N, P, Q sao cho $AM = BN = CP = DQ$. Chứng minh tứ giác $MNPQ$ là hình vuông.

Bài 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai cạnh kề không bằng nhau. Tia phân giác của các góc \widehat{A} và \widehat{B} cắt nhau tại E . Tia phân giác của các góc \widehat{C} và \widehat{D} cắt nhau tại F . Gọi G là giao điểm của AE và DF , H là giao điểm của BE và CF . Chứng minh

- a) $GH \parallel CD$.
- b) Tứ giác $GFHE$ là hình vuông.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A có đường cao AH . Gọi O là trung điểm của AC , trên tia đối của tia OB lấy điểm D sao cho $OD = OB$.

- a) Tứ giác $ABCD$ là hình gì? Vì sao?
- b) Gọi E là trung điểm của AB . Tứ giác $AOHE$ là hình gì? Vì sao?

Bài 7. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi I là trung điểm của AB và K là trung điểm của CD . Chứng minh

- a) Tứ giác $AIKD$ và $BIKC$ là hình vuông.
- b) $IK = \frac{DC}{2}$ và $\widehat{DIC} = 90^\circ$.

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$ có DE và BK lần lượt là phân giác của góc \widehat{ADC} và \widehat{ABC}

Chứng minh

- $DE \parallel BK$.
- Tứ giác $DEBK$ là hình gì? Vì sao?
- Tìm điều kiện của tam giác ABD để tứ giác $DEBK$ là
 - Hình chữ nhật.
 - Hình vuông.

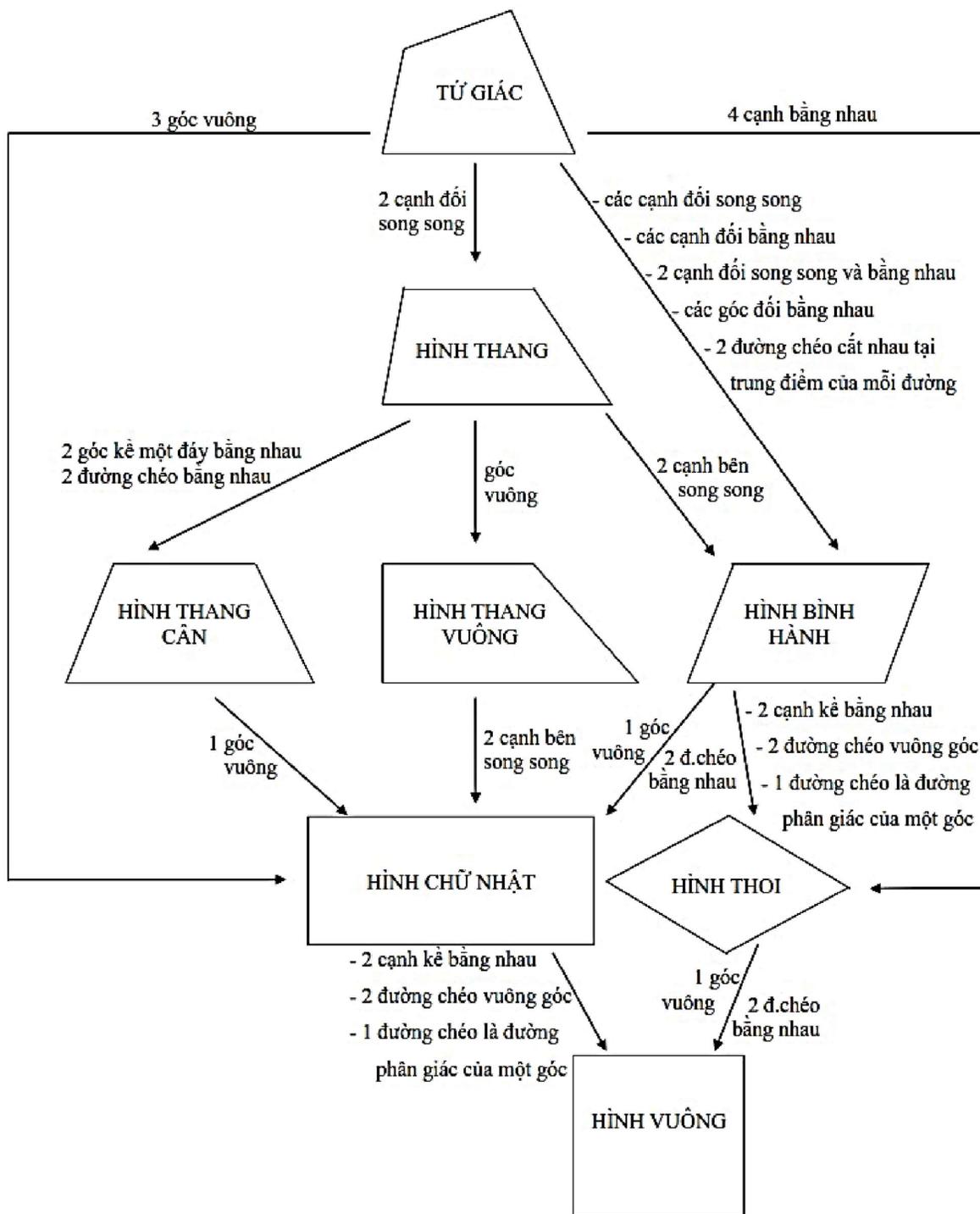
Bài 9. Cho ΔABC vuông tại A , đường trung tuyến AM , gọi P là trung điểm của AB . Trên tia đối của tia PM lấy điểm Q sao cho $PQ = PM$.

- Chứng minh tứ giác $AMBQ$ là hình thoi.
- Tam giác ABC cần điều kiện gì để tứ giác $AMBQ$ là hình vuông?

Bài 10. Cho ΔABC cân tại A có đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AC , trên tia đối của tia IM lấy điểm K sao cho $IM = IK$.

- Tứ giác $AKCM$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh tứ giác $AKMB$ là hình bình hành.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $AKCM$ là hình vuông.

SƠ ĐỒ NHẬN BIẾT CÁC LOẠI TỨ GIÁC



| | |
|---|---|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: ĐỊNH LÍ THALES TRONG TAM GIÁC |
|---|---|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Đoạn thẳng tỉ lệ

- Hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng MN và PQ nếu có tỉ lệ thức

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$$

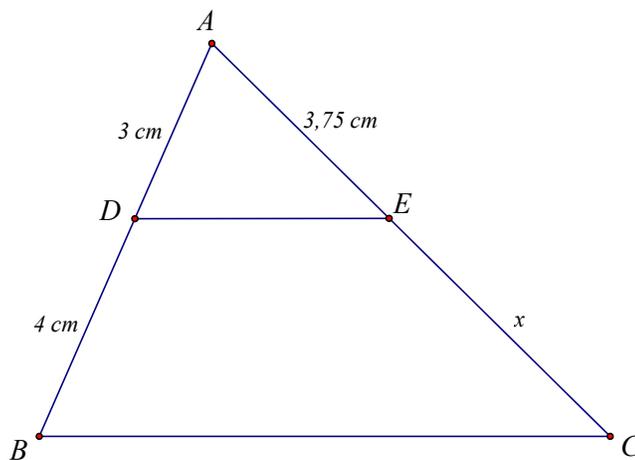
- **Ví dụ:** Cho hai đoạn thẳng $AB = 4\text{ cm}$; $CD = 6\text{ cm}$; $EF = 8\text{ cm}$; $MN = 12\text{ cm}$. Hai đoạn thẳng nào tỉ lệ với hai đoạn thẳng nào? Vì sao?

Giải

Ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EF}{MN} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{EF}{MN} \left(= \frac{2}{3} \right)$. Vậy hai đoạn thẳng AB và CD tỉ lệ với hai đoạn thẳng EF và MN .

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Tìm x , biết rằng hai đoạn thẳng AD và DB tỉ lệ với hai đoạn thẳng AE và EC



.....

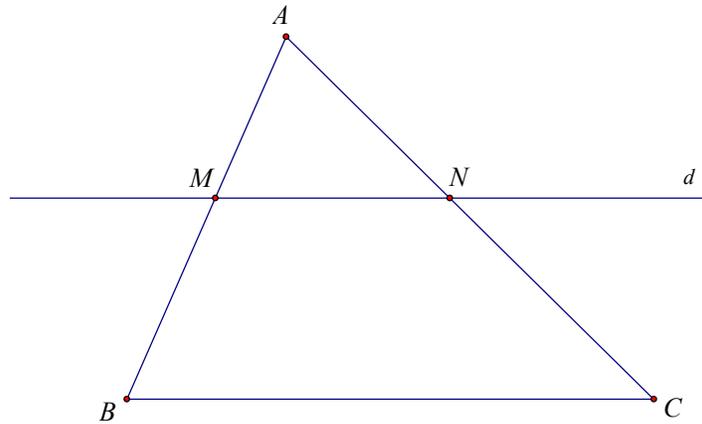
.....

.....

.....

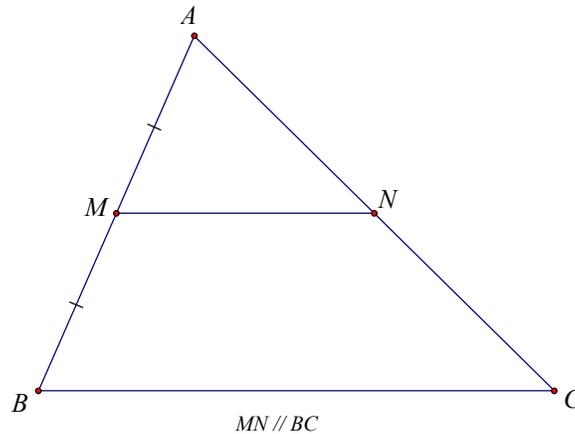
2. Định lí Thales trong tam giác

- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó định ra trên hai cạnh đó những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.
- **Ví dụ:** Xét $\triangle ABC$ có $d \parallel BC$ và cắt AB tại M , cắt AC tại N . Theo định lí Thales, ta có các tỉ lệ sau:



$$(1) \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}; \quad (2) \frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}; \quad (3) \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$$

- **Bài tập tương tự:** Cho $\triangle ABC$ có M là trung điểm của cạnh AB . Đường thẳng qua M song song với BC cắt cạnh AC tại N . Chứng minh N là trung điểm của cạnh AC



.....

.....

.....

.....

.....

.....

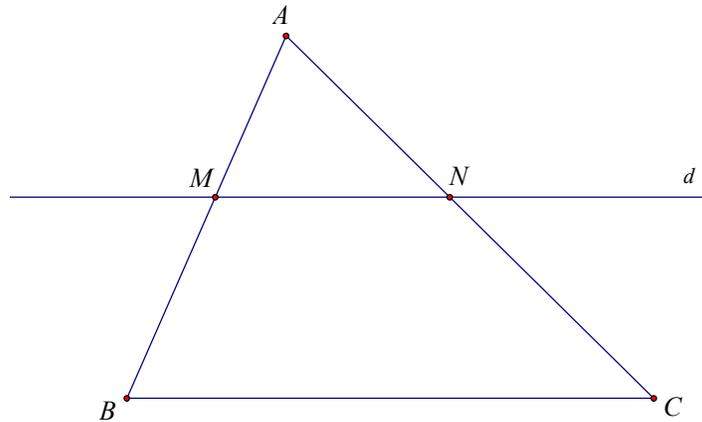
.....

3. Định lí Thales đảo

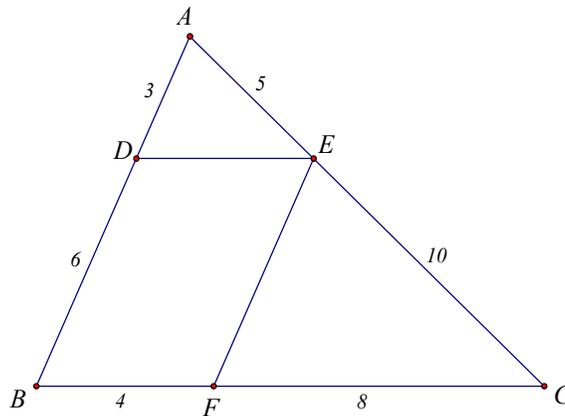
- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ thì đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ, nếu $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$ thì $MN \parallel BC$

Tương tự, nếu ta có một trong hai tỉ lệ thức $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ hoặc $\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC}$ thì ta cũng có thể kết luận $MN \parallel BC$.



- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Chứng minh $DE \parallel BC$ và $EF \parallel AB$



.....

.....

.....

.....

.....

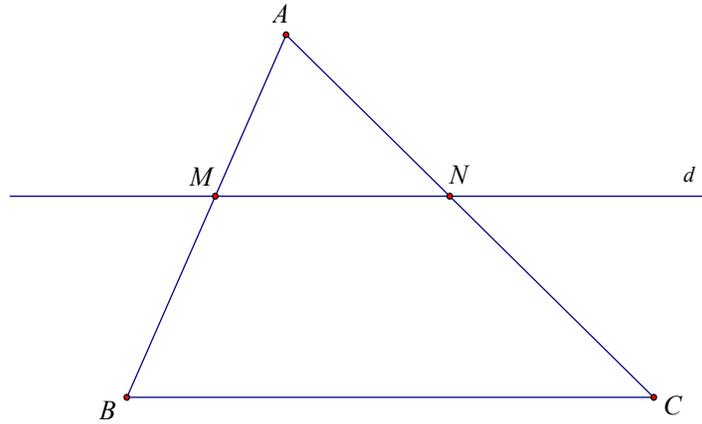
.....

.....

4. Hệ quả của định lí Thales

- **Phát biểu:** Nếu một đường thẳng song song với một cạnh của tam giác và cắt hai cạnh còn lại thì nó tạo thành một tam giác mới có ba cạnh tương ứng tỉ lệ với ba cạnh của tam giác đã cho.

- **Ví dụ:** Cho $\triangle ABC$, đường thẳng d song song với BC và cắt AB, AC lần lượt tại M và N . Biết $AM = 4\text{ cm}$, $MB = 10\text{ cm}$, $MN = 5\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn BC ?



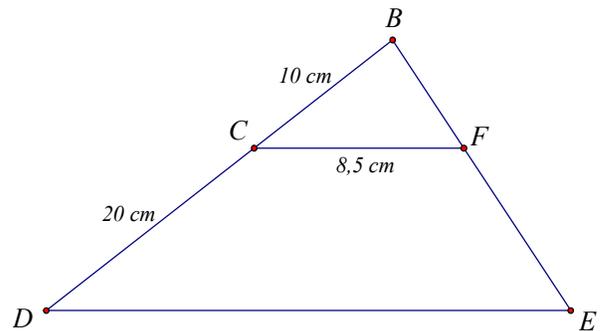
Giải

Xét $\triangle ABC$ có $MN \parallel BC$ (gt). Theo hệ quả của định lí Thales, ta có:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{14} = \frac{5}{BC} \Rightarrow BC = \frac{14 \cdot 5}{4} = 17,5\text{ cm} \text{ (Trong đó: } AB = AM + MB = 4 + 10 = 14\text{ cm)}$$

- **Bài tập tương tự:** Cho hình vẽ. Tìm độ dài cạnh BF ; BE ; DE ?



.....

.....

.....

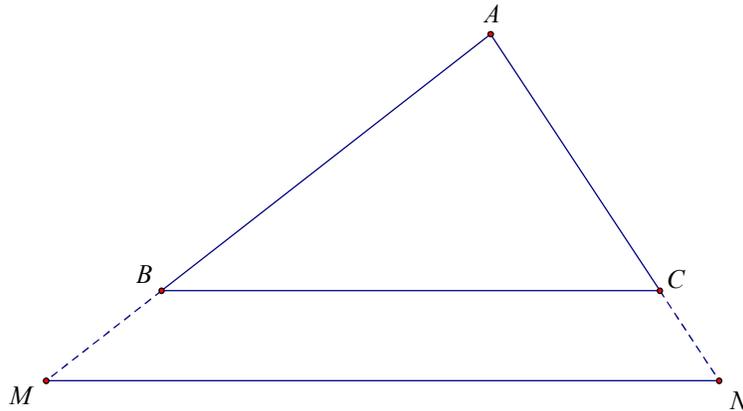
.....

.....

.....

.....

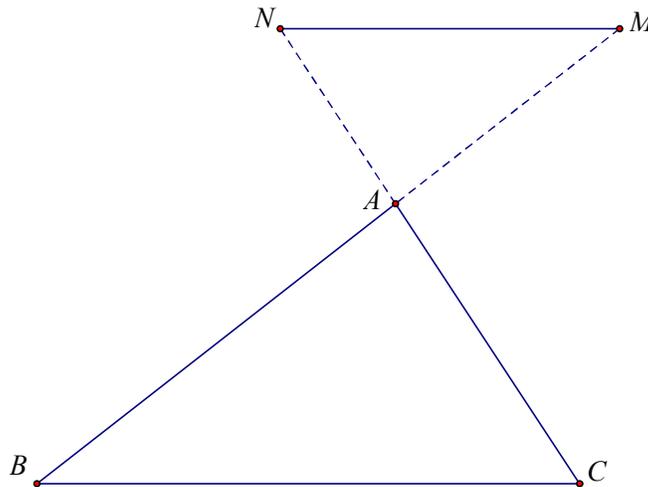
- **Chú ý:** Hệ quả của định lí Thales vẫn đúng khi đường thẳng d song song với một cạnh của tam giác và cắt phần kéo dài của hai cạnh còn lại. Em hãy viết hệ quả của định lí Thales cho hai hình dưới đây.



.....

.....

.....



.....

.....

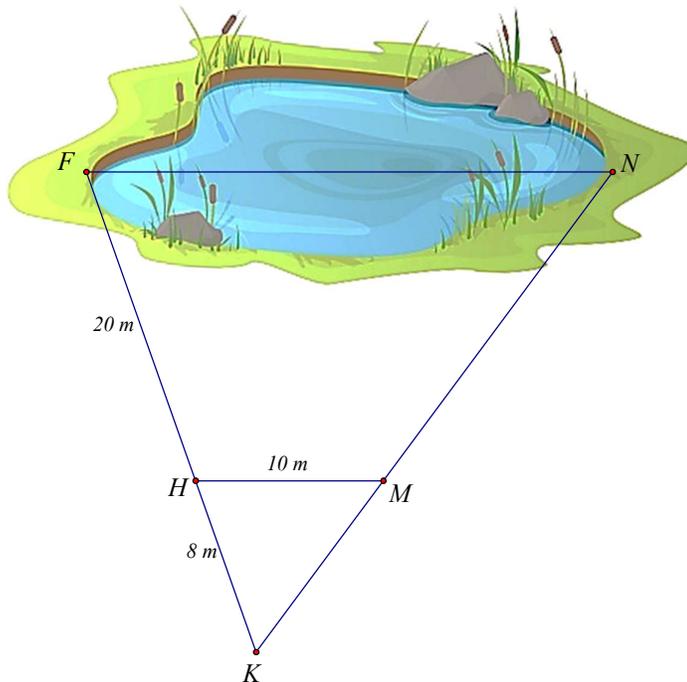
.....

5. Ứng dụng của định lí Thales

- Khi không thể đo trực tiếp độ dài của một đoạn thẳng, ta có thể dùng định lí Thales để xác định độ dài đó.

- Ví dụ:

a) Tính chiều rộng của cái ao trên hình, biết $MH \parallel NF$



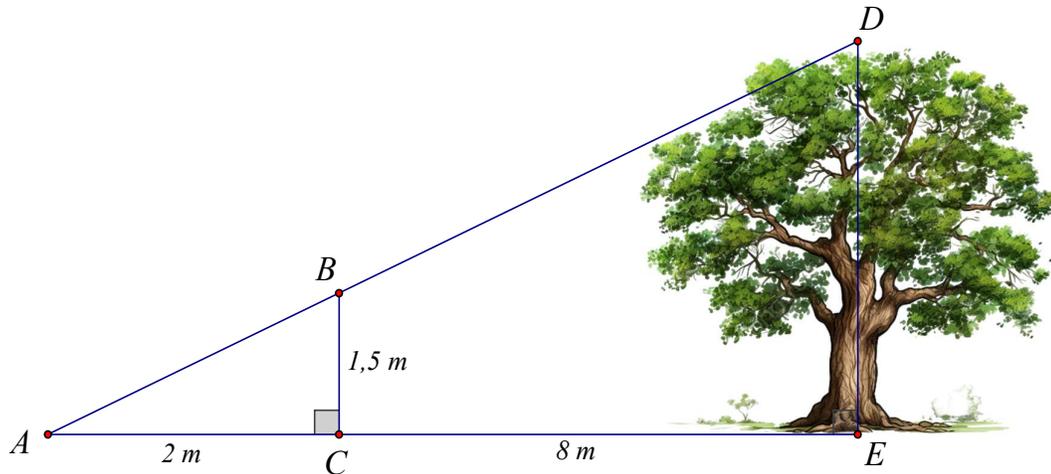
Giải

a) Xét $\triangle KNF$ có $MH \parallel NF$, theo hệ quả của định lí Thales, ta có

$$\frac{KH}{KF} = \frac{KM}{KN} \Rightarrow \frac{8}{8+20} = \frac{10}{NF} \Rightarrow NF = \frac{28 \cdot 10}{8} = 35\text{ m}$$

Vậy cái ao rộng 35 m .

b) Tính chiều cao của cái cây



Giải

Ta có: $BC \perp AE$ và $DE \perp AE \Rightarrow BC \parallel DE$

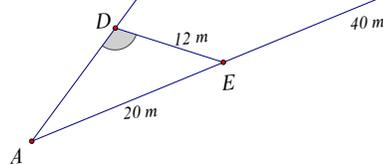
Xét $\triangle ADE$ có $BC \parallel DE$, theo hệ quả của định lý Thales, ta có

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{2}{2+8} = \frac{1,5}{DE} \Rightarrow DE = \frac{10 \cdot 1,5}{2} = 7,5 m$$

Vậy cái cây cao $7,5 m$

- Bài tập tương tự:

a) Tính khoảng cách từ gốc cây đến ngôi nhà



.....

.....

.....

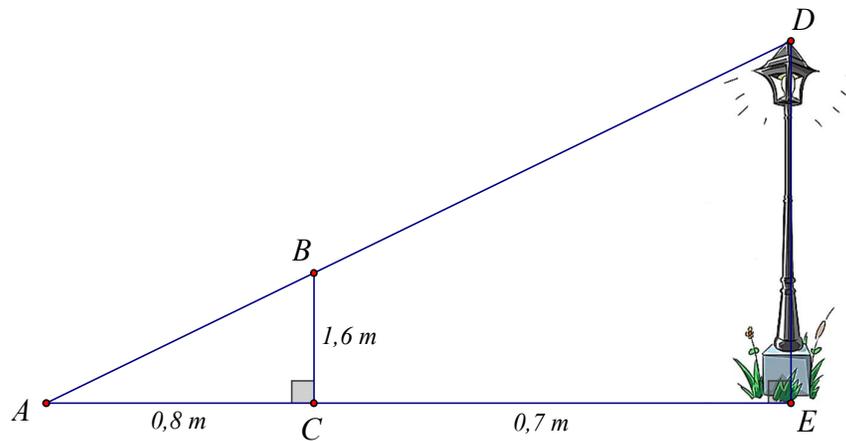
.....

.....

.....

.....

b) Tính chiều cao của cái cột đèn



.....

.....

.....

.....

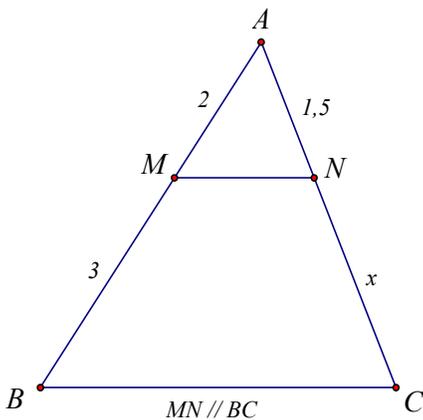
PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ với $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Hai đường chéo cắt nhau tại O , đường thẳng qua O song song với hai đáy lần lượt cắt AD , BC tại M và N . Chứng minh

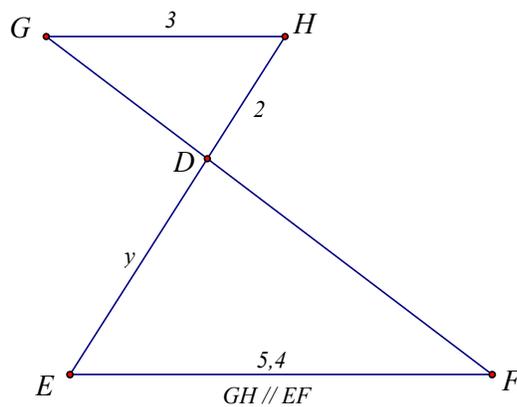
a) $\frac{OA}{AC} = \frac{OB}{BD}$;

b) O là trung điểm của MN ;

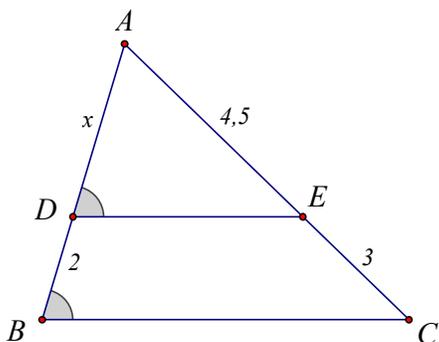
Bài 2. Tìm x ; y trong hình



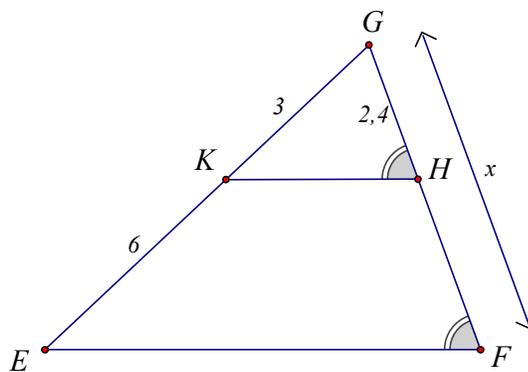
Hình 1



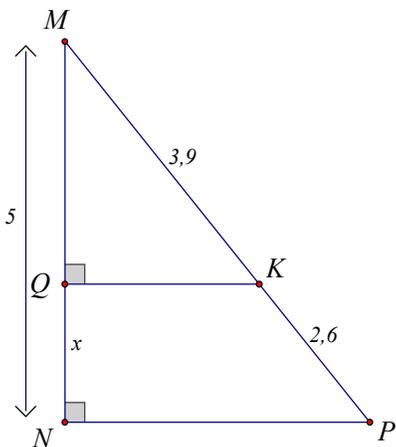
Hình 2



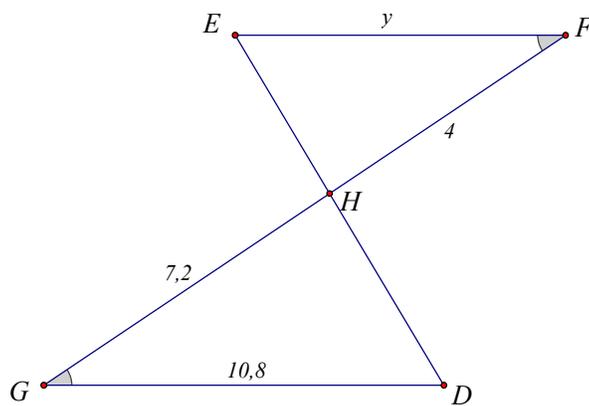
Hình 3



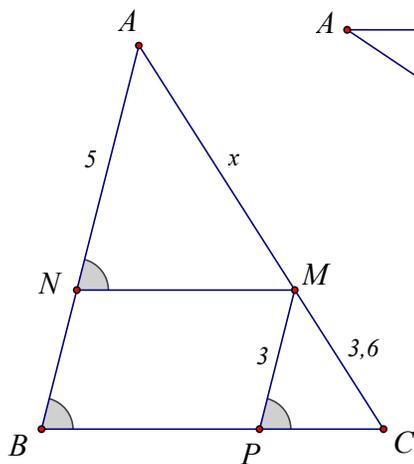
Hình 4



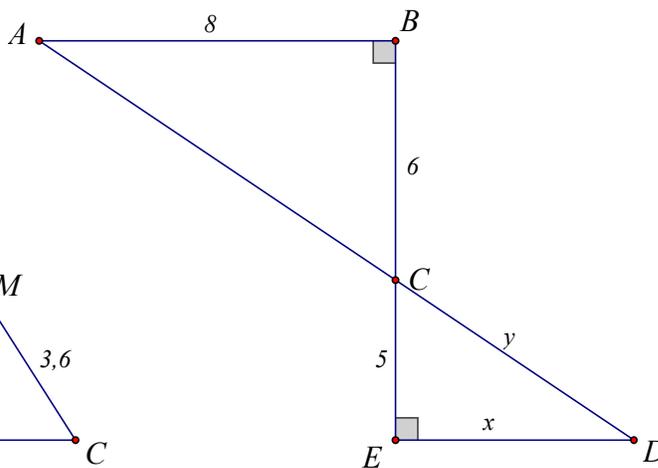
Hình 5



Hình 6

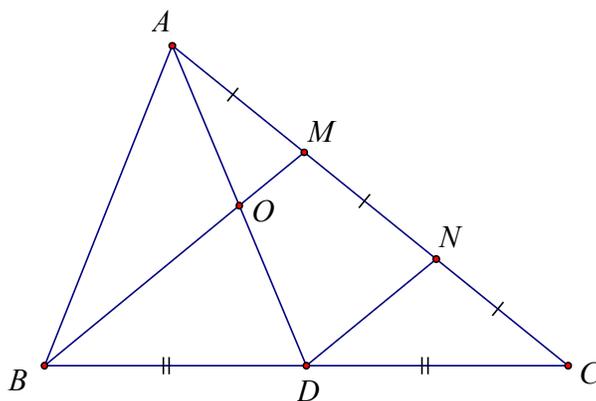


Hình 7

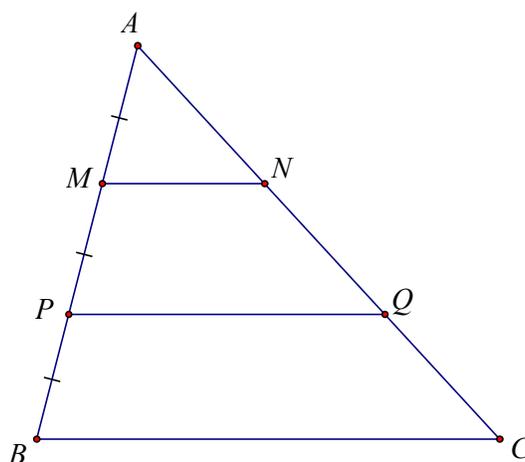


Hình 8

Bài 3. Cho hình vẽ, biết $DN \parallel BM$. Chứng minh $OA = OD$



Bài 4. Cho hình vẽ, biết $MN \parallel PQ \parallel BC$. Chứng minh $AN = NQ = QC$



Bài 5. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi E là trung điểm của AD , đường thẳng đi qua E và song song với AB cắt BD tại I ; cắt AC tại K . Chứng minh I là trung điểm của BD và K là trung điểm của AC .

Bài 6. Chứng minh bổ đề hình thang

Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo; K là giao điểm của hai đường thẳng AD , BC . Đường thẳng KO cắt AB và CD lần lượt tại M , N . Chứng minh:

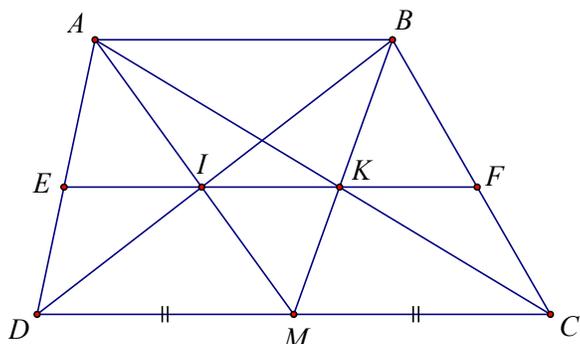
- a) $\frac{MA}{ND} = \frac{MB}{NC}$; b) $\frac{MA}{NC} = \frac{MB}{ND}$; c) $NC = ND$ và $MA = MB$;

Bài 7. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 16\text{ cm}$, $CD = 40\text{ cm}$, $AD = 12\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AD và BC . Tính độ dài OA , OB ?

Bài 8. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AB = 9\text{ cm}$, $CD = 27\text{ cm}$. Hai đường chéo $AC = 18\text{ cm}$, $BD = 24\text{ cm}$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Tính độ dài OA , OB , OC , OD

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Chứng minh rằng $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

Bài 10. Cho hình vẽ, biết $ABCD$ là hình thang có $AB \parallel CD$, $AB < CD$; M là trung điểm của DC ; AM cắt BD tại I ; BM cắt AC tại K ; IK cắt AD , BC lần lượt tại E , F . Chứng minh

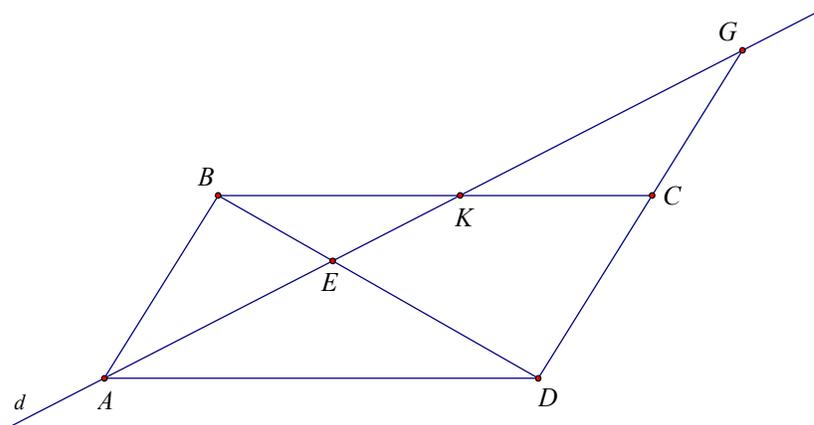


- a) $IK \parallel AB$; b) $EI = IK = KF$;

Bài 11. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường thẳng d đi qua A cắt BD , BC , DC lần lượt tại E , K , G . Chứng minh

a) $AE^2 = EK \cdot EG$;

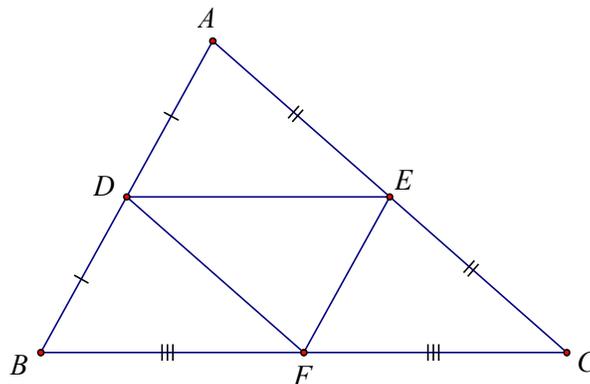
b) $\frac{1}{AE} = \frac{1}{AK} + \frac{1}{AG}$;



PHẦN I. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

- Đường trung bình của tam giác là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh của tam giác đó.
- **Ví dụ:** Xét $\triangle ABC$ có D là trung điểm của cạnh AB ; E là trung điểm của cạnh AC ; F là trung điểm của cạnh BC .



Ta có: DE, EF, DF là đường trung bình của tam giác ABC .

- Để chứng minh một đoạn thẳng là đường trung bình của tam giác, ta chỉ ra hai đầu mút của đoạn thẳng đó là trung điểm hai cạnh của tam giác.
- **Ví dụ:** Chứng minh DE là đường trung bình của $\triangle ABC$
 Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $AE = EC$. Suy ra DE là đường trung bình của $\triangle ABC$

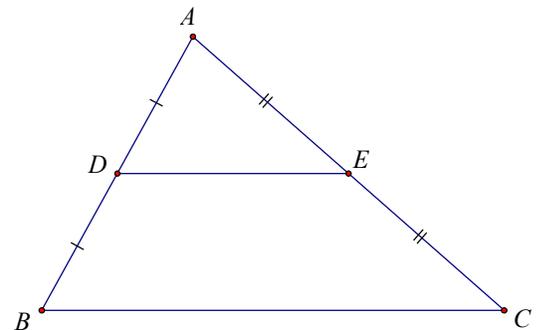
2. Tính chất

- **Tính chất 1:** Đường trung bình của tam giác thì song song với cạnh thứ ba và bằng nửa cạnh đó.
- **Ví dụ:** Cho hình vẽ

Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $AE = EC$.

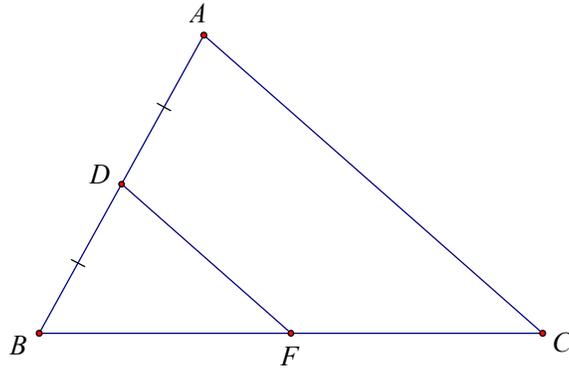
Suy ra DE là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow DE \parallel BC \text{ và } DE = \frac{1}{2} BC$$



- **Tính chất 2:** Đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh của tam giác và song song với cạnh thứ hai thì đi qua trung điểm cạnh thứ ba.

- **Ví dụ:** Cho hình vẽ, biết $DF \parallel AC$. Chứng minh DF là đường trung bình của $\triangle ABC$



Xét $\triangle ABC$ có $AD = DB$ và $DF \parallel AC \Rightarrow BF = FC$.

Vậy DF là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow DF = \frac{1}{2} AC$.

- **Bài tập tương tự:** Cho $\triangle MNP$ có H là trung điểm của cạnh MN , đường thẳng qua H và song song với NP cắt cạnh MP tại K . Biết $NP = 10\text{cm}$. Chứng minh HK là đường trung bình của $\triangle MNP$ và tính độ dài HK ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, AC . Chứng minh

a) Ba điểm M, N, P thẳng hàng;

b) $MN = \frac{1}{2}(AB + CD)$;

Bài 2. Cho $\triangle DEF$ có M là trung điểm EF , đường thẳng qua M và song song với DF cắt DE tại N . Biết $MN = 6\text{cm}$. Chứng minh MN là đường trung bình của $\triangle DEF$ và tính độ dài DF ?

Bài 3. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có M là trung điểm của BC . Kẻ tia Mx song song với AC cắt AB tại E và tia My song song với AB cắt AC tại F . Chứng minh

a) EF là đường trung bình của $\triangle ABC$;

b) AM là đường trung trực của EF ;

Bài 4. Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ $CH \perp BD$ tại H . Gọi I, K, M lần lượt là trung điểm của BH, CH, AD . Chứng minh

a) $IK = MD$;

b) Tứ giác $MIKD$ là hình bình hành;

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 5\text{cm}$, $BC = 13\text{cm}$. Qua trung điểm M của AB , vẽ một đường thẳng song song với AC và cắt BC tại N . Tính độ dài MN ?

Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có AH là đường cao. Lấy E, K lần lượt là trung điểm của AB, AC .

a) Chứng minh EK là đường trung bình của $\triangle ABC$;

b) Gọi I là giao điểm của EK và AH . Chứng minh I là trung điểm của AH ;

c) Biết $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài EK ;

Bài 7. Cho $\triangle ABC$ nhọn, kẻ trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của AM , đường thẳng CI cắt AB tại E . Từ M kẻ đường thẳng song song với CE cắt AB tại F . Chứng minh

a) $EF = FB$; b) $AE = \frac{1}{3}AB$; c) $CE = 4 \cdot EI$;

Bài 8. Cho $\triangle ABC$, hai đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G . Gọi D, E lần lượt là trung điểm của GB, GC . Chứng minh

a) $MN \parallel DE$; b) Tứ giác $NMED$ là hình bình hành;

Bài 9. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AD, BC, BD, AC . Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của AC, BC .

a) Chứng minh tứ giác $AMNB$ là hình thang;

b) Gọi I là giao điểm của AN và BM . Trên tia đối của tia NA lấy điểm E sao cho $NE = NI$. Trên tia đối của tia MB lấy điểm F sao cho $MF = MI$. Chứng minh $EF \parallel AB$

Bài 11. Cho $\triangle ABC$ đều có I là trung điểm của BC . Kẻ $IM \parallel AC$ ($M \in AB$), $IN \parallel AB$ ($N \in AC$) Chứng minh $\triangle IMN$ đều.

Bài 12. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$, $AB < CD$. Gọi E là trung điểm AD ; I là trung điểm BD , đường thẳng EI cắt AC tại K và cắt BC tại F .

- a) Chứng minh $AK = KC$ và $BI = ID$;
 b) Cho $AB = 6\text{cm}$; $CD = 10\text{cm}$. Tính độ dài EI , KF , IK ;

Bài 13. Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A . Trên các cạnh góc vuông AB , AC lần lượt lấy D , E sao cho $AD = AE$. Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC tại K . Qua A vẽ đường thẳng vuông góc với BE cắt BC tại H . Gọi M là giao điểm của DK và AC . Chứng minh

- a) $\triangle BAE = \triangle CAD$; b) $\triangle MDC$ cân; c) $HK = HC$;

Bài 14. Cho $\triangle ABC$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , AC , BC . Gọi I là giao điểm của AP và MN . Chứng minh I là trung điểm của AP .

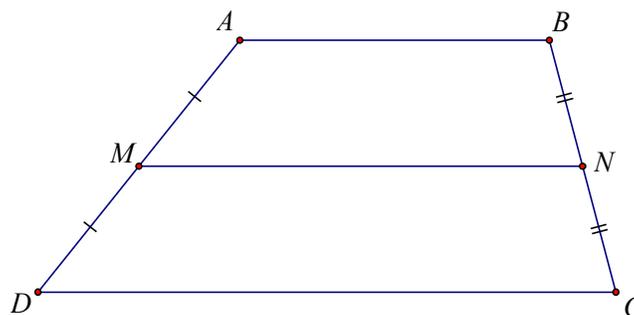
Bài 15. Cho $\triangle ABC$ cân tại A , đường cao AD . Kẻ $DH \perp AC$ ($H \in AC$). Gọi I là trung điểm của DH ; M là trung điểm của HC . Chứng minh

- a) $IM \perp AD$; b) $AI \perp MD$;

Bài 16. Cho tứ giác $ABCD$ có đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , AD , AC . Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với CD cắt AC tại H . Chứng minh rằng H là trực tâm của $\triangle MNP$.

MỞ RỘNG: ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA HÌNH THANG

- **Phát biểu:** Đường trung bình của hình thang là đoạn thẳng nối trung điểm hai cạnh bên của hình thang.
- **Tính chất:** Đường trung bình của hình thang thì song song với hai đáy và có độ dài bằng trung bình cộng độ dài hai đáy.
- **Chú ý:** Nếu đường thẳng đi qua trung điểm một cạnh bên của hình thang và song song với hai đáy thì đi qua trung điểm của cạnh bên thứ hai.



Xét hình thang $ABCD$ có $AM = MD$ và $BN = NC \Rightarrow MN$ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

Suy ra: $MN \parallel AB \parallel CD$ và $MN = \frac{AB + CD}{2}$

| | |
|---|--|
| THẦY CƯỜNG PLEIKU ĐỊA CHỈ: 74A VÕ TRUNG THÀNH SĐT: 0989 476 642 | TOÁN 8 CHỦ ĐỀ: TÍNH CHẤT ĐƯỜNG PHÂN GIÁC CỦA TAM GIÁC |
|---|--|

PHẦN I. LÝ THUYẾT

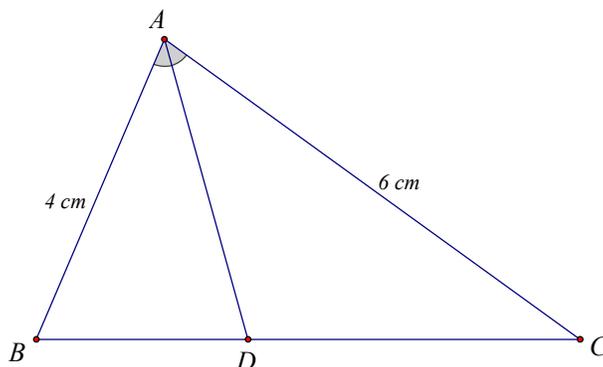
1. Tính chất đường phân giác trong của tam giác

- **Định lí:** Trong tam giác, đường phân giác của một góc chia cạnh đối diện thành hai đoạn thẳng tỉ lệ với hai cạnh kề hai đoạn ấy.

- **Ví dụ:** Cho $\triangle ABC$ có phân giác AD ($D \in BC$). Biết $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$, $BC = 8\text{ cm}$.

Tính độ dài BD , DC

Giải



Xét $\triangle ABC$ có phân giác AD , ta có: $\frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$

$\Rightarrow \frac{DB}{4} = \frac{DC}{6}$. Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:

$$\frac{DB}{4} = \frac{DC}{6} = \frac{DB+DC}{4+6} = \frac{BC}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{4} = \frac{4}{5} \Rightarrow DB = \frac{4}{5} \cdot 4 = 3,2\text{ cm}$$

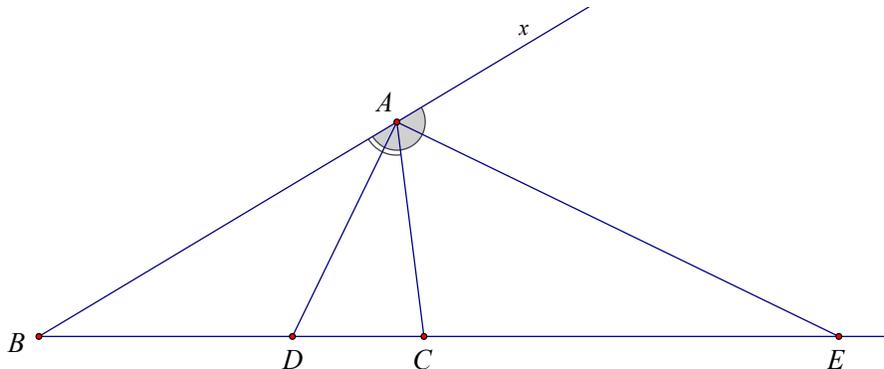
$$\Rightarrow \frac{DC}{6} = \frac{4}{5} \Rightarrow DC = \frac{4}{5} \cdot 6 = 4,8\text{ cm}$$

2. Tính chất đường phân giác ngoài của tam giác

- Góc ngoài của tam giác là góc kề bù với một góc trong của tam giác. Mỗi góc ngoài của tam giác bằng tổng hai góc trong không kề với nó.

- **Ví dụ:** \widehat{xAC} được gọi là góc ngoài của ΔABC vì $\widehat{xAC} + \widehat{CAB} = 180^\circ$.

Ta có: $\widehat{xAC} = \widehat{ABC} + \widehat{BCA}$.



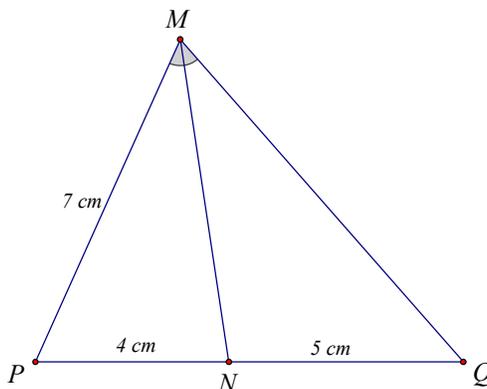
- Ta có: AE là phân giác ngoài của $\Delta ABC \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{EB}{AB}$ hay $\frac{EB}{EC} = \frac{AB}{AC}$

AD là phân giác trong của $\Delta ABC \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{DC}{AC}$ hay $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

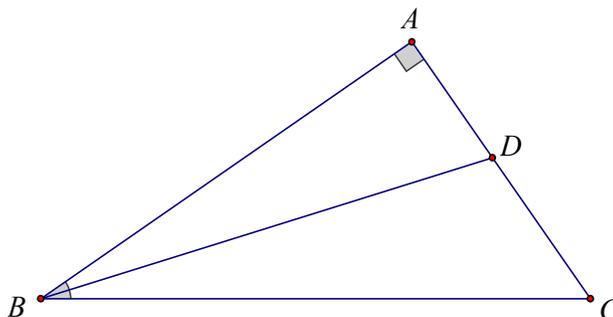
Vậy ta có tỉ lệ: $\frac{EB}{EC} = \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$

PHẦN II. BÀI TẬP

Bài 1. Cho hình vẽ. Tính độ dài cạnh MQ



Bài 2. Cho hình vẽ. Biết $AB = 8\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$ và BD là phân giác của \widehat{ABC} . Tính độ dài BC , AD , DC ?



Bài 3. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$. Đường phân giác của \widehat{BAC} cắt cạnh BC tại D .

- a) Chứng minh $\triangle ABC$ là tam giác vuông;
- b) Tính độ dài cạnh DB và DC ;
- c) Tính tỉ số diện tích của $\triangle ADB$ và $\triangle ADC$;

Bài 4. Cho $\triangle ABC$ có đường trung tuyến AM . Tia phân giác của góc \widehat{ABC} lần lượt cắt các đoạn thẳng AM , AC tại điểm D , E . Chứng minh $\frac{EC}{EA} = 2 \cdot \frac{MD}{AD}$.

Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có ba đường phân giác AD , BE , CF . Chứng minh $\frac{DB}{DC} \cdot \frac{EC}{EA} \cdot \frac{FA}{FB} = 1$.

Bài 6. Cho $\triangle ABC$, điểm D thuộc cạnh BC sao cho $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$. Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt AD tại E . Chứng minh

- a) $\triangle ABE$ cân;
- b) AD là phân giác của \widehat{BAC} ;

Bài 7. Cho ΔABC vuông tại A có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$, AD là đường phân giác. Tính

- Độ dài các đoạn thẳng BC , DB , DC ;
- Khoảng cách từ điểm D đến đường thẳng AC (Là độ dài đoạn thẳng kẻ từ D vuông góc với AC);
- Độ dài đường phân giác AD ;

Bài 8. Cho hình bình hành $ABCD$. Đường phân giác của góc \widehat{A} cắt BD tại E , đường phân giác của góc \widehat{B} cắt AC tại F . Chứng minh

- $\frac{BE}{ED} = \frac{AF}{FC}$;
- $EF \parallel AB$;

Bài 9. Cho ΔABC cân tại A , các phân giác của \widehat{B} và \widehat{C} lần lượt cắt AC , AB tại D và E . Chứng minh

- $DE \parallel BC$;
- $\frac{1}{BC} + \frac{1}{AC} = \frac{1}{DE}$;

Bài 10. Cho ΔABC , trung tuyến AM , các đường phân giác của các góc \widehat{AMB} , \widehat{CMA} lần lượt cắt các cạnh AB , AC tại D và E .

- Chứng minh $DE \parallel BC$;
- Gọi O là giao điểm của AM và DE . Chứng minh $OD = OE$;