

Câu 1: (3 điểm)

a) Một căn nhà có số nhà là một số chính phương A gồm bốn chữ số. Nếu mỗi chữ số của A giảm đi một đơn vị thì ta được một số mới B cũng là số chính phương và có bốn chữ số. Hỏi số nhà A là số nào?

b) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy - 2x - y = 3$.

Câu 2: (6 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{x+3}{15} + \frac{x+3}{16} = \frac{x+3}{17} + \frac{x+3}{18}$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \end{cases}$$

Câu 3: (3 điểm)

a) Một gia đình muốn cải tạo ao nước thành một hồ nước đẹp hơn. Hồ nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp hai lần chiều rộng và có thể tích là $\frac{62500}{3} m^3$.

Theo thị trường xây dựng, giá tiền xây dựng bình quân là 35000 đồng/m² (bao gồm cả đáy và thành hồ). Hỏi chi phí thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây dựng hồ nước trên là bao nhiêu?

b) An, Bình, Cường mỗi người chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương không vượt quá 3 (tức là chọn một số trong tập $S = \{1; 2; 3\}$). Các lựa chọn của ba người là độc lập với nhau. Tính xác suất để tổng ba số mà ba bạn chọn là một số lẻ.

Câu 4: (6 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC > AB$), đường cao AH ($H \in BC$). Trên tia HC lấy điểm D sao cho $HD = HA$. Đường vuông góc với BC tại D cắt AC tại E .

a) Chứng minh $CD \cdot CB = CA \cdot CE$ và hai tam giác BEC và ADC đồng dạng.

b) Gọi M là trung điểm của đoạn BE . Chứng minh rằng hai tam giác BHM và BEC đồng dạng. Tính số đo góc AHM .

c) Tia AM cắt BC tại G. Chứng minh rằng: $\frac{GB}{BC} = \frac{HD}{AH+HC}$.

Câu 5: (2 điểm)

Bên trong một hình vuông cạnh bằng 2 được đặt 5 điểm bất kỳ. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai điểm trong số đó có khoảng cách không vượt quá $\sqrt{2}$

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh.....