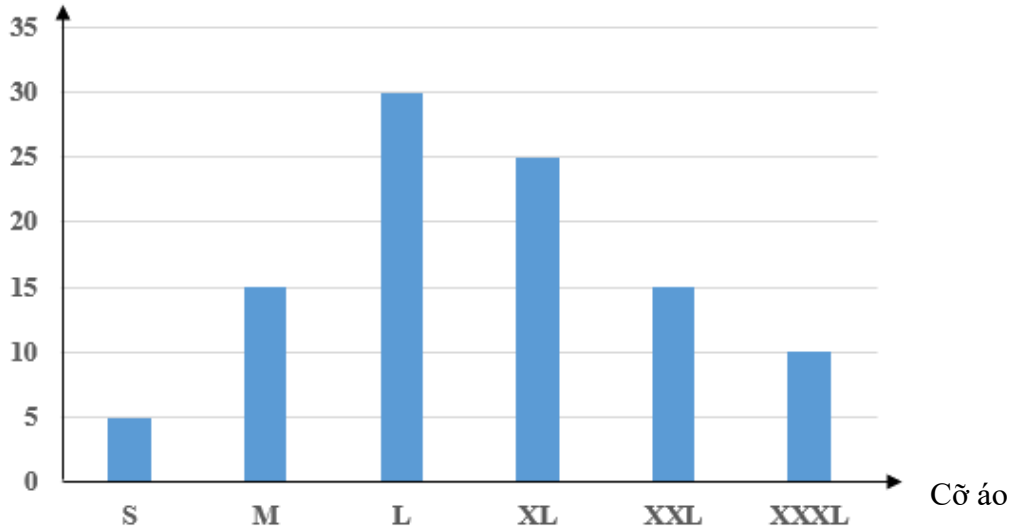


Họ và tên: Lớp: 9A...

Bài 1. (1,5 điểm).

1) Biểu đồ dưới đây ghi lại kết quả đăng kí cỡ áo đồng phục của các học sinh lớp 8A.

Tần số tương đối (%)



a) Xác định tần số tương đối của cỡ áo L.

b) Theo quy ước của công ty may, chiều cao học sinh và cỡ áo tương ứng được cho bởi bảng sau:

| | | | | | | |
|-----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Chiều cao (cm) | [146;152) | [152;158) | [158;164) | [164;170) | [170;176) | [176;182) |
| Cỡ áo | S | M | L | XL | XXL | XXXL |

Biết rằng có 12 học sinh chọn cỡ áo L. Hãy tính số học sinh lớp 8A và số học sinh của lớp 8A có chiều cao từ 164 cm trở lên.

2) Một hộp có 20 quả bóng được đánh số từ 1 đến 20, trong đó các quả bóng từ 1 đến 10 được sơn màu đỏ và các quả bóng còn lại được sơn màu xanh; các quả bóng có kích cỡ và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp. Tính xác suất của biến cố A: “Quả bóng được lấy ra được sơn màu xanh và ghi số chia hết cho 3”.

Bài 2. (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$.

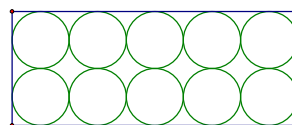
3) Tìm số nguyên x lớn nhất thỏa mãn $\frac{B}{A} \leq \frac{1}{2}$.

Bài 3. (2,5 điểm).

- Vào ngày hội thể thao, mỗi lớp cử một số học sinh tham gia thi đấu. 40% học sinh nam và 25% học sinh nữ của lớp 9A đã tham gia các môn thi đấu. Biết rằng, số học sinh của lớp 9A là 45 và số học sinh tham gia thi đấu là 15, hãy tính số học sinh nam và số học sinh nữ của lớp 9A.
- Anh Đông chở hàng bằng xe đạp lên chợ trung tâm để bán. Lúc về, anh đã tăng tốc độ thêm 3km, do đó thời gian về ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính tốc độ của anh Đông lúc đi, biết quãng đường từ nhà anh đến chợ là 20 km.
- Cho phương trình bậc hai $x^2 + mx - 3 = 0$ (ẩn x) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = 5$ và $x_1 < x_2$. Tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$.

Bài 4. (4,0 điểm).

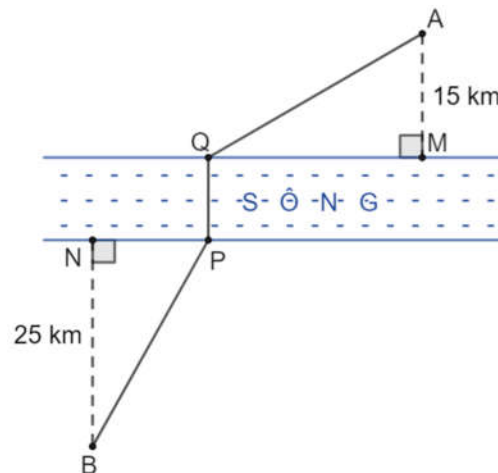
- Một hộp phấn không bụi có dạng hình hộp chữ nhật đựng vừa đủ 10 viên phấn có dạng hình trụ (sắp xếp như hình minh họa). Biết mỗi viên phấn có đường kính đáy là 1cm, chiều dài 8cm.



- Tính thể tích một viên phấn (lấy $\pi \approx 3,14$);
 - Thể tích 10 viên phấn chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích hộp? (Coi độ dày của vỏ hộp là không đáng kể).
- Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD và BE của tam giác ABC cắt nhau tại H.
 - Chứng minh tứ giác HDCE là tứ giác nội tiếp;
 - Chứng minh rằng $AH \cdot AD = AE \cdot AC$;
 - Gọi K là trung điểm của AH. Đường thẳng vuông góc với BK tại K cắt AC tại N. Chứng minh rằng $\widehat{KNB} = \widehat{ECB}$;
 - Kẻ đường kính BM của đường tròn (O). Chứng minh rằng $NM = NC$.

Bài 5. (0,5 điểm).

Hai khu dân cư A và B nằm ở hai bờ đối diện của một con sông. Khu A cách bờ sông 15km, khu B cách bờ sông 25 km. Chính quyền muốn xây dựng một cây cầu PQ bắc ngang qua sông để thuận tiện đi lại (hình vẽ minh họa). Biết rằng $QM + NP = 30$ km và độ dài cây cầu PQ là không đổi. Hỏi đầu cầu Q cách thành phố A là bao nhiêu km để quãng đường đi từ thành phố A đến thành phố B theo đường gấp khúc AQP B là ngắn nhất?

**HẾT**

BIỂU ĐIỂM KHẢO SÁT LẦN 2 TOÁN 9 NĂM HỌC 2024 – 2025

| | | |
|---|---|--------------|
| Bài I (1,5đ) | 1a) Xác định tần số tương đối của cỡ áo L. | 0,5 |
| | 30% | 0,5 |
| | 1b) Hãy tính số học sinh lớp 8A và số học sinh của lớp 8A có chiều cao từ 164 cm trở lên. | 0,5 |
| | Số học sinh lớp 8A là $12:30\% = 40$ hs | 0,25 |
| | Số học sinh có chiều cao từ 164 cm trở lên: $40.(25\% + 15\% + 10\%) = 20$ hs | 0,25 |
| | 2) Tính xác suất của biến cố A: “Quả bóng được lấy ra được sơn màu xanh và ghi số chia hết cho 3”. | 0,5 |
| | Không gian mẫu gồm 20 phân tử. Ta thấy các kết quả có thể xảy ra của phép thử là đồng khả năng. Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A: viên bi số 12, 15, 18. $P(A) = \frac{3}{20}$. | 0,25 0,25 |
| Bài II (1,5đ) | 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$. | 0,5 |
| | Thay $x = 16$ (TMĐK) vào A: | 0,25 |
| | $A = \frac{\sqrt{16} + 2}{\sqrt{16} - 2} = \frac{6}{2} = 3$. | 0,25 |
| | 2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$, $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2}$ | 0,5 |
| | $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ | 0,25 |
| | $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$. (ĐPCM). | 0,25 |
| | 3) Tìm số nguyên x lớn nhất thỏa mãn $B : A \leq \frac{1}{2}$. | 0,5 |
| Ta có: $\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$. $\frac{B}{A} \leq \frac{1}{2}$ khi $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{1}{2}$ $\sqrt{x} \leq 2$ hay $x \leq 4$ Mà $x \neq 4$ nên x nguyên lớn nhất thỏa mãn điều kiện này là $x = 3$. Vậy $x = 3$ | 0,25 0,25 | |
| Bài III (2,5đ) | 1) Hỏi số học sinh...? | 1,0 |
| | Gọi số học sinh nam, học sinh nữ của lớp 9A lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$, học sinh) | 0,25 |
| | Lập luận ra được hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 45 \\ 0,4x + 0,25y = 15 \end{cases}$ | 0,25 |
| | Giải HPT: tìm được $x = 25$ (TMĐK), $y = 20$ (TMĐK). | 0,25 |
| | Kết luận | 0,25 |
| | 2) Hỏi tốc độ của anh Đông lúc đi? | 1,0 |
| Gọi tốc độ của anh Đông lúc đi là x (km/h, $x > 0$). | 0,25 | |

| | | | |
|--------------------------------|--|--|------|
| | Thời gian lúc đi là $\frac{20}{x}$ (h). | | |
| | Tốc độ của anh Đông lúc về là $x + 3$ (km/h) | | |
| | Thời gian về là $\frac{20}{x+3}$ (h). | | |
| | Do thời gian về ít hơn thời gian đi là $20' = 1/3$ giờ | 0,25 | |
| | nên ta có PT: $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+3} = \frac{1}{3}$ | | |
| | Giải phương trình, tìm được $x = -15$ (Loại) hoặc $x = 12$ (TMĐK). | 0,25 | |
| | Vậy tốc độ của anh Đông lúc đi là 12 km/h | 0,25 | |
| | 3) Cho phương trình bậc hai $x^2 + mx - 3 = 0$ (ẩn x) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $ x_1 - x_2 = 5$ và $x_1 < x_2$. Tính giá trị biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2$. | 0,5 | |
| | Xét: $ac = -3 < 0 \Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm trái dấu mà $x_1 < x_2$ | | |
| | $\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \\ x_1 - x_2 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = -5$ | 0,25 | |
| | Theo định lí Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$ | | |
| | $m = 5$ | | |
| | Xét $A = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 5^2 + 6 = 31$. | 0,25 | |
| | 1a) Tính thể tích một viên phân (lấy $\pi \approx 3,14$). | 0,5 | |
| | Bán kính đáy $1:2 = 0,5$ (cm) | 0,25 | |
| | $V_{phần} = \pi(0,5)^2 \cdot 8 = 2\pi \approx 6,28cm^3$ | 0,25 | |
| | (HS có thể làm gộp hai phép tính) | | |
| | b) Thể tích 10 viên phân chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích hộp? (Coi độ dày của vỏ hộp là không đáng kể). | 0,5 | |
| | Thể tích 10 viên phân: $V_{phần} = 10 \cdot \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 8 = 20\pi \approx 62,8cm^3$ | 0,25 | |
| | Thể tích hộp: $V_{hộp} = 2.5.8 = 80cm^3$ | | |
| | Thể tích 10 viên phân chiếm $62,8:80 = 78,5\%$ thể tích hộp. | 0,25 | |
| | 2a) Chứng minh tứ giác HDCE là tứ giác nội tiếp; | 1,0 | |
| Bài IV (4,0đ) | | Vẽ hình đúng đến ý a. | 0,25 |
| | | Chỉ ra $\widehat{HDC} = 90^\circ$ (đường cao) suy ra ba điểm H, D, C thuộc đường tròn đường kính HC . | 0,25 |
| | | Chỉ ra $\widehat{CEH} = 90^\circ$ (đường cao), từ đó suy ra ba điểm C, E, H thuộc đường tròn đường kính HC . | 0,25 |
| | | Kết luận bốn điểm ... cùng thuộc đường tròn đường kính $HC \Rightarrow$ tứ giác ... nội tiếp. | 0,25 |
| | 2b) Chứng minh rằng $AH \cdot AD = AE \cdot AC$; | 0,75 | |

| | | |
|-------------------------------|--|------|
| | Chỉ ra $\widehat{AEH} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ | 0,25 |
| | Chỉ ra góc A chung; suy ra ΔAHE đồng dạng ΔACD . | 0,25 |
| | Suy ra $AH \cdot AD = AE \cdot AC$ | 0,25 |
| | 2c) Gọi K là trung điểm của AH . Đường thẳng vuông góc với BK tại K cắt AC tại N . Chứng minh rằng $\widehat{KNB} = \widehat{ECB}$; | 0,75 |
| | | |
| | Chứng minh $\widehat{KHE} = \widehat{ECB}$ | 0,25 |
| | Chứng minh bốn điểm B, K, E, N thuộc đường tròn đường kính BN , suy ra $\widehat{KNB} = \widehat{KEH}$; | 0,25 |
| | Chứng minh $\widehat{KHE} = \widehat{KEH}$ Suy ra $\widehat{KNB} = \widehat{ECB}$ (đpcm) | 0,25 |
| | 2d) Kẻ đường kính BM của đường tròn (O) . Chứng minh rằng $NM = NC$. | 0,5 |
| | <p>Chứng minh $\Delta KNB \sim \Delta ECB$ suy ra $\frac{BK}{BN} = \frac{BE}{BC}$</p> <p>Chứng minh $\Delta AMB \sim \Delta ECB$ suy ra $\frac{BA}{BM} = \frac{BE}{BC}$</p> <p>Từ đó suy ra $\frac{BA}{BK} = \frac{BM}{BN}$ (đpcm)</p> <p>Chứng minh $\Delta BAK \sim \Delta BMN$</p> | 0,25 |
| | Chứng minh $\widehat{NMC} = \widehat{NCM}$ suy ra ΔNMC cân tại N hay $NM = NC$ (đpcm) | 0,25 |
| | Khoảng cách AQ... | 0,5 |
| Bài V (0,5đ) | <p>Đặt $QM = x$ (km) thì $NP = 30 - x$ (km)</p> <p>Ta có: $AQ = \sqrt{15^2 + x^2}$ (km) và $BP = \sqrt{25^2 + (30 - x)^2}$ (km)</p> <p>Chứng minh được: Với a, b, c, d là các số dương thì $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2} \geq \sqrt{(a + c)^2 + (b + d)^2}$.</p> | 0,25 |
| | <p>$AQ + BP = \sqrt{15^2 + x^2} + \sqrt{25^2 + (30 - x)^2} \geq \sqrt{(15 + 25)^2 + (x + 30 - x)^2} = 50$.</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi $\frac{15}{25} = \frac{x}{30 - x}$ hay $x = 11,25$ (km). Vậy Q cách thành phố A một khoảng là $\sqrt{15^2 + 11,25^2} = 18,75$ km để quãng đường $AQPB$ ngắn nhất.</p> | 0,25 |