

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức : $A = \sqrt[3]{(1-2\sqrt{2})^3} + \sqrt{8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-x}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Chứng minh $B = \frac{2x+3}{x-1}$.
3. Tìm giá trị nguyên dương của x để biểu thức B đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2. (1,5 điểm)

1. Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$. (P).
2. Tìm điểm $M(x_1; y_1)$ thuộc parabol (P) sao cho $y_1 = x_1 - 1$.

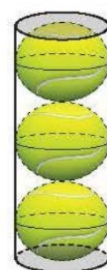
Bài 3. (2,0 điểm)

1. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 32 m. Khi giảm chiều rộng đi 1m và tăng chiều dài thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính kích thước ban đầu của mảnh vườn.

2. Cho phương trình $x^2 - 3x - 1010 = 0$. Chứng minh rằng phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Khi đó, không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1(x_1 + 3) - x_2(1 - x_2) - 4x_1$.

Bài 4. (4,0 điểm)

1. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (hình bên). Các quả bóng tennis dạng hình cầu, đường kính 6,5 cm.



- a. Tính diện tích bề mặt của một quả bóng tennis.
- b. Tính thể tích hộp đựng bóng (bỏ qua bề dày của vỏ hộp làm tròn kết quả câu b đến hàng đơn vị của cm^3).

2. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A bất kì nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) với B và C là các tiếp điểm.

- a. Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.
- b. Vẽ điểm D đối xứng với điểm C qua O, chứng minh $BD \parallel AO$.
- c. Khi $AO = 2R$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.
- d. Đường thẳng AD cắt đường tròn tại E. Tiếp tuyến tại E của đường tròn (O) cắt tia CB tại S. Chứng minh SD là tiếp tuyến của đường tròn (O).

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} > 1$$

Hết

Môn: TOÁN

Bài 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức : $A = \sqrt[3]{(1-2\sqrt{2})^3} + \sqrt{8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-2}{1-x}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

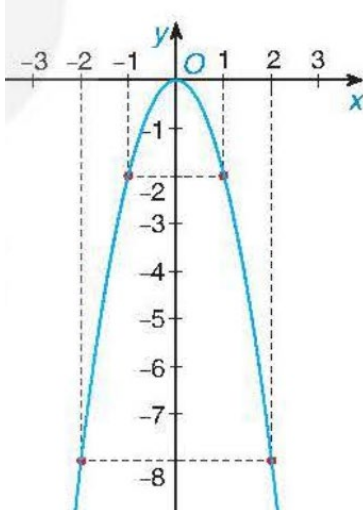
1. Tính giá trị của biểu thức A.
2. Chứng minh $B = \frac{2x+3}{x-1}$
3. Tìm giá trị nguyên dương của x để biểu thức B nhận giá trị lớn nhất.

Ý	Đáp án	BD
1 (0,5 điểm)	$A = \sqrt[3]{(1 - 2\sqrt{2})^3} + \sqrt{8}$ $A = 1 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$ $A = 1$	0,25 0,25
2 (1 điểm)	$B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - x} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1.$ $B = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1}{x - 1} + \frac{x - \sqrt{x}}{x - 1} - \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1}$ $B = \frac{x + 2\sqrt{x} + 1 + x - \sqrt{x} - \sqrt{x} + 2}{x - 1}$ $B = \frac{2x + 3}{x - 1}$ Vậy với $x \geq 0, x \neq 1$. thì $B = \frac{2x + 3}{x - 1}$	0,25 0,25 0,25 0,25
3 (0,5 điểm)	$B = \frac{2x + 3}{x - 1} = 2 + \frac{5}{x - 1} \text{ với } x \geq 0, x \neq 1.$ Do : $x \geq 0, x \neq 1$ và x nguyên dương . Nên $x \geq 2$. Do đó ta có : $x - 1 \geq 2 - 1 > 0$ $\frac{5}{x - 1} \leq 5$ $2 + \frac{5}{x - 1} \leq 7 \text{ hay } B \leq 7.$ Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ (thỏa mãn) Vậy B đạt giá trị lớn nhất là $B = 7$ khi $x = 2$	0,25 0,25

Bài 2. (1,5 điểm)

1. Vẽ đồ thị hàm số $y = -2x^2$ (P).
2. Tìm điểm $M(x_1; y_1)$ thuộc parabol (P) sao cho $y_1 = x_1 - 1$

Ý -Điểm	Đáp án	BĐ
---------	--------	----

1 (1,0 điểm)	Lập bảng một số giá trị tương ứng giữa x và y <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$y = -2x^2$</td><td>-8</td><td>-2</td><td>0</td><td>-2</td><td>-8</td></tr></table> Biểu diễn các điểm $(-2; -8); (-1; -2); (0; 0); (1; -2); (2; -8)$ trên mặt phẳng tọa độ và nối lại ta được đồ thị hàm số $y = -2x^2$. 	x	-2	-1	0	1	2	$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8	0,25 0,25 0,5
x	-2	-1	0	1	2									
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8									
2 (0,5 điểm)	2. Tìm điểm $M(x_1; y_1)$ thuộc parabol (P) sao cho $y_1 = x_1 - 1$ Do $M(x_1; y_1)$ thuộc parabol (P) ta có $y_1 = -2x_1^2$ (1) Lại có $y_1 = x_1 - 1$ thay vào (1) ta có $-2x_1^2 = x_1 - 1$ $2x_1^2 + x_1 - 1 = 0$ $(2x_1 - 1)(x_1 + 1) = 0$ Nên $x_1 = -1$ hoặc $x_1 = 0,5$ Khi $x_1 = -1$ thì $y_1 = -2$ Khi $x_1 = 0,5$ thì $y_1 = -0,5$ Vậy tìm được hai điểm thỏa mãn đề bài là $M(-1; -2)$ và $M(0,5; -0,5)$	0,25 <												

Bài 3. (2 điểm)

1. Mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 32 m. Khi giảm chiều rộng đi 1m và tăng chiều dài thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính kích thước ban đầu của mảnh vườn.

2. Cho phương trình $x^2 - 3x - 1010 = 0$.

Chứng minh phương trình có hai nghiệm phân biệt. x_1, x_2 và không giải phương trình hãy tính giá trị biểu thức $A = x_1(x_1 + 3) - x_2(1 - x_2) - 4x_1$.

Ý- Điểm	Đáp án	BĐ
1 (1,0 điểm)	Gọi chiều rộng và chiều dài mảnh vườn HCN lúc đầu lần lượt là x,y (m). ĐK : $1 < x < y < 16$	0,25

	Chu vi mảnh vườn là 32m ta có : $x + y = 32 : 2 = 16$ Khi giảm chiều rộng đi 1m và tăng chiều dài thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn lúc này là $(x - 1)(y + 2)$ (m^2) Diện tích mảnh vườn ban đầu là $x.y$ (m^2) Ta có : $(x - 1)(y + 2) = xy$ $2x - y = 2$ Giải hệ $\begin{cases} x + y = 16 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 6 \\ y = 10 \end{cases}$ (thỏa mãn ĐK của ẩn) Vậy chiều rộng và chiều dài mảnh vườn HCN lúc đầu lần lượt là 6m và 10m	0,25 0,25 0,25
2 (1,0 điểm)	2. phương trình $x^2 - 3x - 1010 = 0$ Phương trình có $ac = -1010 < 0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ Vì $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình đã cho Theo hệ thức Viète $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -1010 \end{cases}$ $A = x_1(x_1 + 3) - x_2(1 - x_2) - 4x_1$ $A = x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)$ $A = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - (x_1 + x_2)$ $A = 9 + 2020 - 3 = 2026$ Vậy $A = 2026$	0,25 0,25 0,25 0,25

Bài 4. (4 điểm)

1. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ chứa vừa khít ba quả bóng tennis xếp theo chiều dọc (hình bên). Các quả bóng tennis dạng hình cầu, đường kính 6,5 cm.



a. Tính diện tích bề mặt của một quả bóng tennis.

b. Tính thể tích hộp đựng bóng (bỏ qua bề dày của vỏ hộp làm tròn kết quả câu b đến hàng đơn vị cm^3)

2. Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A bất kì nằm ngoài đường tròn (O). Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) với B và C là các tiếp điểm.

a. Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp đường tròn.

b. Vẽ điểm D đối xứng với điểm C qua O, chứng minh $BD \parallel AO$

c. Khi $AO = 2R$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d. Đường thẳng AD cắt đường tròn tại E. Tiếp tuyến tại E của đường tròn (O) cắt tia CB tại S. Chứng minh SD là tiếp tuyến của đường tròn (O).

	Nên $AB=AC$ và tia AO là phân giác của $\widehat{CAB}$ Có $\triangle ABC$ cân tại A và $\widehat{CAB}=2\widehat{OAB}=60^\circ$. Do đó tam giác ABC đều Bán kính đtròn nội tiếp tam giác đều ABC cạnh $AB = R\sqrt{3}$ là: $r = \frac{\sqrt{3}}{6} R\sqrt{3} = \frac{1}{2} R$	0,25 0,25
d (0,5 điểm)	Gọi hai tiếp tuyến tại D và tại E của (O) cắt nhau ở S', H là giao điểm của BC và AO và I là giao điểm của $S'O$ và DE. Chứng minh được $S'O \perp ED$ tại I và $OE^2=OI.OS'$ Chứng minh $OB^2=OH.OA$ nên có $OI.OS'=OH.OA$ Chứng minh $\triangle OIA$ đồng dạng $\triangle OHS'$ (c.g.c) suy ra $S'H \perp AO$ tại H Mà $BC \perp AO$ tại H nên S', B, C thẳng hàng Suy ra S' là giao của BC và tiếp tuyến tại E Mà S là giao của BC và tiếp tuyến tại E Do đó S và S' trùng nhau Lại có $S'D$ là tiếp tuyến tại D của (O) Nên SD là tiếp tuyến tại D của (O)	0,25 0,25

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho a, b, c là độ dài ba cạnh một tam giác chứng minh: $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{b+a}} > 1$

Ý -Điểm	Nội dung	BD
0,5 điểm	+ Ta chứng minh được nếu $0 < x < 1$ thì $\sqrt{x} > x > 0$ Thật vậy Nếu $0 < x < 1$ thì $1 > \sqrt{x} > 0$ nên $\sqrt{x} - x = \sqrt{x}(1 - \sqrt{x}) > 0$ Vậy nếu $0 < x < 1$ thì $\sqrt{x} > x > 0$ Vì a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác ta có: $0 < a < b+c ; 0 < b < a+c ; 0 < c < b+a$ Suy ra : $0 < \frac{a}{b+c} ; \frac{b}{a+c} ; \frac{c}{b+a} < 1$ Áp dụng bất trên ta có : $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{b+a}} > \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a}$ Mặt khác mọi $a, b, c > 0$ ta có : $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{b+a} > \frac{a}{b+c+a} + \frac{b}{a+c+b} + \frac{c}{b+a+c} = 1$ Vậy $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{b+a}} > 1$	0,25 0,25

Lưu ý: Kết quả bài thi không làm tròn .

Các ý có nhiều cách giải khác nhau học sinh làm đúng vẫn cho điểm.

Xem thêm: **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 MÔN TOÁN**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-tuyen-sinh-lop-10-mon-toan>