

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm có 01 trang)

Môn thi: Toán lớp 7

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1:** (4,5 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{\frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{11} + \frac{5}{13}} + \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{4} - \frac{5}{6} + \frac{5}{8}}$$

$$b) B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{57}(1+2+3+\dots+57)$$

2. Cho các số dương  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  và  $c \neq d$ . Chứng minh:  $\frac{(a^{24} + b^{24})^{25}}{(c^{24} + d^{24})^{25}} = \frac{(a^{25} - b^{25})^{24}}{(c^{25} - d^{25})^{24}}$

**Câu 2:** (4,0 điểm)

a) Tìm  $x, y, z$  biết  $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$  và  $x+y+z=18$

b) Tìm tất cả các số tự nhiên  $x, y$  sao cho:  $2^x + 2025 = |y - 2024| + y$

c) Tìm các số  $a, b, c$  nguyên dương thỏa mãn  $a^3 + 3a^2 + 5 = 5^b$  và  $a + 3 = 5^c$

**Câu 3:** (3,5 điểm)

1. Cho đa thức  $f(x) = 2025x^4 - 30(25k + 20)x^2 + k^2 - 100$  (với  $k$  là số thực dương cho trước).

Biết đa thức  $f(x)$  có đúng ba nghiệm phân biệt  $a, b, c$  với  $a < b < c$ . Tính hiệu  $a - c$ .

2. Hai ngọn nến hình trụ có chiều cao và đường kính khác nhau được đặt thẳng đứng trên mặt bàn. Ngọn nến thứ nhất cháy hết trong 6 giờ, ngọn nến thứ hai cháy hết trong 8 giờ. Hai ngọn nến được thắp sáng cùng lúc, sau 3 giờ chúng có cùng chiều cao. Giả sử tốc độ tiêu hao của hai cây nến khi cháy là không đổi.

a) Tìm tỉ lệ chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến.

b) Biết tổng chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến là 63cm.

Tính chiều cao lúc đầu của mỗi ngọn nến.

**Câu 4:** (6,0 điểm) Cho  $\Delta ABC$  có 3 góc nhọn,  $AB < AC < BC$ .

Các tia phân giác của góc  $A$  và góc  $C$  cắt nhau tại  $O$ . Kẻ  $OF \perp BC$  ( $F \in BC$ ),  $OH \perp AC$  ( $H \in AC$ ).

Lấy điểm  $I$  trên đoạn  $FC$  sao cho  $FI = AH$ . Gọi  $K$  là giao điểm của  $FH$  và  $AI$ .

a) Chứng minh  $\Delta FCH$  cân;

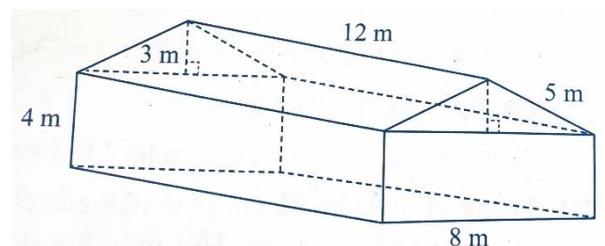
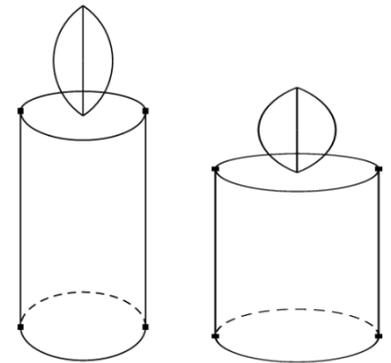
b) Qua  $I$  kẻ  $IG \parallel AC$  ( $G \in FH$ ). Chứng minh:  $K$  là trung điểm của  $GH$ ;

c) Chứng minh 3 điểm  $B, O, K$  thẳng hàng.

**Câu 5:** (2,0 điểm) Người ta làm một nhà kính trồng cây thí nghiệm gồm 2 phần, phần dưới là một hình hộp chữ nhật có kích thước 4m, 8m, 12m và phần trên là một hình lăng trụ đứng có đáy tam giác cân với cạnh bên 5m, chiều cao ứng với cạnh đáy dài 3m (hình vẽ bên) được ghép hoàn toàn bằng kính cường lực.

Biết rằng mỗi mét vuông kính cường lực có giá 800 nghìn đồng. Tính chi phí mua kính cường lực để ghép được ngôi nhà này (giả sử các chỗ ghép nối không đáng kể).

..... Hết .....



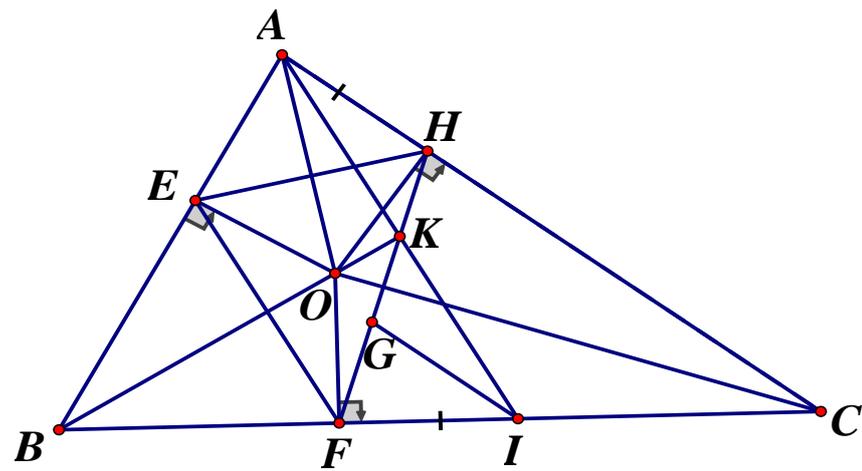
Hướng dẫn chấm môn Toán 7

(Hướng dẫn chấm gồm có 04 trang)

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1,5 đ)	Ta có: $A = \frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} - \frac{3}{11} + \frac{3}{13} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$	1
	$= \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 1$	0,5
Câu 1b (1,5 đ)	$B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{57}(1+2+3+\dots+57)$	0,5
	$B = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2.3}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{3.4}{2}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{4.5}{2}\right) + \dots + 57 \cdot \left(\frac{57.58}{2}\right)$	0,5
	$= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{58}{2} = \frac{1}{2} \cdot (2+3+4+\dots+58)$	0,5
	$= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{57.60}{2}\right) = 855$	0,5
Câu 1c (1,5 đ)	Vì $a, b, c, d$ là các số dương và $c \neq d$ , mà $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ nên $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$	
	$\Rightarrow \frac{a^{24}}{c^{24}} = \frac{b^{24}}{d^{24}} = \frac{a^{24} + b^{24}}{c^{24} + d^{24}}$	0,25
	$\Rightarrow \left(\frac{a^{24}}{c^{24}}\right)^{25} = \left(\frac{a^{24} + b^{24}}{c^{24} + d^{24}}\right)^{25}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{a^{24.25}}{c^{24.25}} = \frac{(a^{24} + b^{24})^{25}}{(c^{24} + d^{24})^{25}} \quad (1)$	0,25
	Lại có $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a^{25}}{c^{25}} = \frac{b^{25}}{d^{25}} = \frac{a^{25} - b^{25}}{c^{25} - d^{25}}$	0,25
	$\Rightarrow \left(\frac{a^{25}}{c^{25}}\right)^{24} = \left(\frac{a^{25} - b^{25}}{c^{25} - d^{25}}\right)^{24} \Rightarrow \frac{a^{25.24}}{c^{25.24}} = \frac{(a^{25} - b^{25})^{24}}{(c^{25} - d^{25})^{24}} \quad (2)$	0,25
Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{(a^{24} + b^{24})^{25}}{(c^{24} + d^{24})^{25}} = \frac{(a^{25} - b^{25})^{24}}{(c^{25} - d^{25})^{24}}$	0,25	
Câu 2a (1,5 đ)	Ta có: $\frac{3x-2y}{4} = \frac{2z-4x}{3} = \frac{4y-3z}{2}$	
	Suy ra $\frac{4(3x-2y)}{16} = \frac{3(2z-4x)}{9} = \frac{2(4y-3z)}{4} = \frac{12x-8y+6z-12x+8y-6z}{29} = 0$	0,5
	$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3x-2y}{4} = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{2z-4x}{3} = 0 \Rightarrow 2z = 4x \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{z}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$	0,5

	<p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{18}{9} = 2 \Rightarrow x=4; y=6; z=8$	0,5
<b>Câu 2b</b> <b>(1,5 đ)</b>	Ta có: $2^x + 2025 =  y - 2024  + y \Rightarrow 2^x + 1 =  y - 2024  + y - 2024$	0,25
	<p>Mà <math> A  + A = \begin{cases} 2A (A \geq 0) \\ 0 (A &lt; 0) \end{cases}</math></p> $\Rightarrow  y - 2024  + y - 2024 \text{ là số chẵn} \Rightarrow 2^x + 1 \text{ là số chẵn} \Rightarrow 2^x \text{ lẻ} \Rightarrow x = 0$	0,5
	Do đó: $ y - 2024  + y - 2024 = 2 \Rightarrow y - 2024 = 1 \Rightarrow y = 2025$	0,5
	Vậy: $(x, y)$ là $(0, 2025)$	0,25
<b>Câu 2c</b> <b>(1 đ)</b>	<p>Do <math>a \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow 5^b = a^3 + 3a^2 + 5 &gt; a + 3 = 5^c</math></p> $\Rightarrow 5^b > 5^c \Rightarrow b > c \Rightarrow 5^b : 5^c$	0,25
	$\Rightarrow (a^3 + 3a^2 + 5) : (a + 3) \Rightarrow a^2(a + 3) + 5 : (a + 3)$	
	Mà $a^2(a + 3) : (a + 3) \Rightarrow 5 : (a + 3) \Rightarrow a + 3 \in U(5) = \{\pm 1; \pm 5\}$ (1)	0,25
	Do $a \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow a + 3 \geq 4$ (2)	
	<p>Từ (1) và (2) <math>\Rightarrow a + 3 = 5 \Rightarrow a = 2</math></p> $\Rightarrow 2^3 + 3 \cdot 2^2 + 5 = 5^b; 25 = 5^b \Rightarrow b = 2$ $\Rightarrow 2 + 3 = 5^c \Rightarrow c = 1$ <p>Vậy <math>a = 2; b = 2; c = 1</math></p>	0,25
<b>Câu 3.1</b> <b>(1,0 đ)</b>	Ta thấy đa thức $f(x)$ nếu có nghiệm $x = a$ ( $a$ khác 0) thì $x = -a$ cũng là một nghiệm của $f(x)$ nên $f(x)$ có 2m nghiệm	0,25
	Mà đa thức $f(x)$ có đúng ba nghiệm phân biệt nên một trong ba nghiệm sẽ bằng 0. Thay $x = 0$ vào đa thức đã cho ta được: $k^2 - 100 = 0$ nên $k = 10$ (vì $k$ dương)	0,25
	Với $k = 10$ ta có $f(x) = 2025x^4 - 8100x^2 = 2025x^2 \cdot (x^2 - 4) = 0$	0,25
	Từ đó $f(x)$ sẽ có 3 nghiệm phân biệt là $a = -2; b = 0; c = 2$ nên $a - c = -4$	0,25
<b>Câu 3.2.a</b> <b>(1,5 đ)</b>	<p>Gọi chiều cao ban đầu ngọn nến thứ nhất là <math>x</math> cm</p> <p>Chiều cao ban đầu ngọn nến thứ hai là <math>y</math> cm</p> <p>Điều kiện: <math>x &gt; 0, y &gt; 0</math></p>	0,25
	<p>Mỗi giờ cây nến thứ nhất giảm <math>\frac{x}{6}</math> cm</p> $\Rightarrow \text{Sau 3 giờ chiều cao cây nến thứ nhất còn: } x - 3 \cdot \frac{x}{6} = \frac{x}{2} \text{ cm}$	0,25
	<p>Mỗi giờ cây nến thứ hai giảm <math>\frac{y}{8}</math> cm</p> $\Rightarrow \text{Sau 3 giờ chiều cao cây nến thứ hai còn: } y - 3 \cdot \frac{y}{8} = \frac{5y}{8} \text{ cm}$	0,25
	Vì sau 3 giờ cháy, hai cây nến có cùng chiều cao nên ta có: $\frac{x}{2} = \frac{5y}{8} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$	0,5
	Vậy tỉ lệ chiều cao ban đầu của hai ngọn nến là $\frac{x}{y} = \frac{5}{4}$	0,25

<b>Câu 3.2.b (1 đ)</b>	Vì tổng chiều cao lúc đầu của hai ngọn nến là 63cm nên $x + y = 63$	0,25
	Theo câu a ta có: $\frac{x}{y} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{y}{4}$	0,25
	Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = \frac{x+y}{5+4} = \frac{63}{9} = 7$	0,25
	Suy ra: $x = 5 \cdot 7 = 35$ (tm) $y = 4 \cdot 7 = 28$ (tm) Vậy chiều cao ban đầu của cây nến thứ nhất là 35cm; chiều cao ban đầu cây nến thứ hai là 28cm.	0,25
<b>Câu 4a (2 đ)</b>		
	Ta có $\angle CHO = \angle CFO = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC, OF \perp BC$ ) Xét $\triangle CHO$ vuông và $\triangle CFO$ vuông có: $OC$ chung; $\angle HCO = \angle FCO$ ( $CO$ là phân giác $C$ )	1,0
	Vậy $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow CH = CF$ (hai cạnh tương ứng). Vậy $\triangle FCH$ cân tại $C$	1,0
<b>Câu 4b (2 đ)</b>	Ta có $\triangle FCH$ cân tại $C$ (cmt) $\Rightarrow \angle CHF = \angle CFH$ (1) Mà $\angle CHF = \angle FGI$ (đồng vị, $IG \parallel AC$ ) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle CFH = \angle FGI$ hay $\angle IFG = \angle IGF$ $\Rightarrow \triangle IFG$ cân tại $I$	1,0
	$\Rightarrow FI = GI$ , mặt khác: $FI = AH$ nên $GI = AH (= FI)$ Ta lại có: $\angle IGK = \angle AHK; \angle HAK = \angle GIK$ (so le trong, $IG \parallel AC$ ) Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có: $\angle IGK = \angle AHK$ (cmt); $GI = AH$ (cmt); $\angle HAK = \angle GIK$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AHK = \triangle IGK$ (g.c.g) $\Rightarrow HK = KG$ (hai cạnh tương ứng) Vậy $K$ là trung điểm của $GH$	1,0
<b>Câu 4c (2 đ)</b>	Kẻ $OE \perp AB$ tại $E$ , Chứng minh được $BO$ là tia phân giác của $\angle ABC$ (*)	0,5
	Chứng minh được $AB = BI$ Theo câu b $\triangle AHK = \triangle IGK$ (g.c.g) $\Rightarrow AK = KI$ (hai cạnh tương ứng) Chứng minh được: $\triangle ABK = \triangle IBK$ (c.c.c)	0,5
	$\Rightarrow \angle ABK = \angle IBK$ Từ đó suy ra $BK$ là tia phân giác của $\angle ABC$ (**)	0,5
	Từ (*) và (**) suy ra tia $BK, BO$ trùng nhau Hay $B, O, K$ là ba điểm thẳng hàng.	0,5

<b>Câu 5 (2 đ)</b>	Diện tích xung quanh của phần hình hộp chữ nhật là: $4.2.(8 + 12) = 160 \text{ (m}^2\text{)}$	0,5
	Tổng diện tích hai mái nhà là: $2.12.5 = 120 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25
	Tổng diện tích hai đáy của phần hình lăng trụ đứng tam giác là: $2. \frac{3.8}{2} = 24 \text{ (m}^2\text{)}$	0,25
	Tổng diện tích kính cường lực cần phải sử dụng là: $160 + 120 + 24 = 304 \text{ (m}^2\text{)}$	0,5
	Chi phí mua kính cường lực để ghép được ngôi nhà này là: $304. 800 = 243200 \text{ (nghìn đồng)}$	0,5