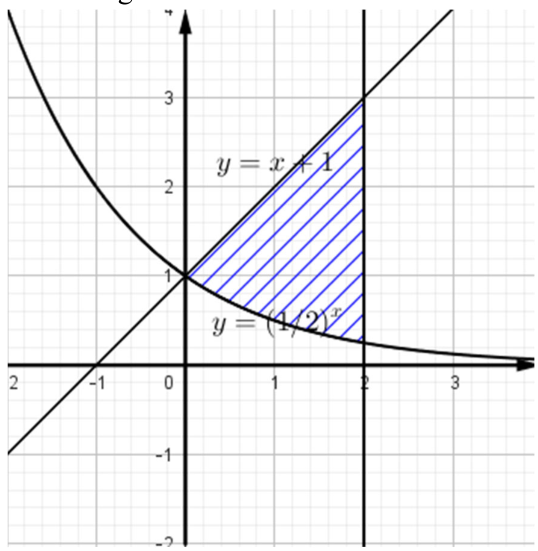
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = -\sin x$. **B.** $f(x) = -\cos x$. **C.** $f(x) = \sin x$. **D.** $f(x) = \cos x$.

Câu 2: Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là

A. $S = \int_0^2 \left[x + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_0^2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x - x - 1\right]\mathrm{d}x$.

C. $S = \int_0^2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^x - x + 1\right]\mathrm{d}x$. **D.** $S = \int_0^2 \left[x + 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x$.

Câu 3: *Bảng 1, Bảng 2* lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (Đơn vị: $^\circ C$)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8; 19,8)$	18,3	2
$[19,8; 22,8)$	21,3	3
$[22,8; 25,8)$	24,3	2
$[25,8; 28,8)$	27,3	1
$[28,8; 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8; 19,8)$	18,3	1
$[19,8; 22,8)$	21,3	2
$[22,8; 25,8)$	24,3	3
$[25,8; 28,8)$	27,3	2
$[28,8; 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 2

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Dựa vào độ lệch chuẩn, hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hà Nội có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Huế.

B. Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

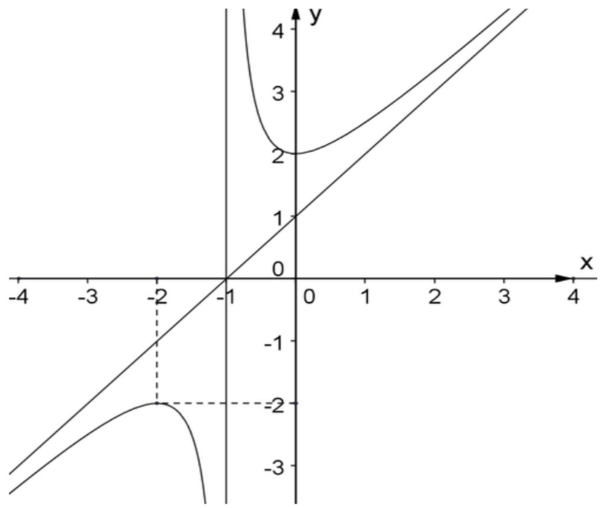
A. Hà Nội và Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều như nhau.

D. Không so sánh được.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;0;1), C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=x+1$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a\sqrt{2}$. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Góc nhị diện $[S,BC,A]$ có số đo bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$. **C.** $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23}<9$

A. $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 9: Nghiệm phương trình $3^{4x}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$ là.

A. $-\frac{1}{4}$ **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{12\sqrt{3}}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=-2$, công bội $q=\frac{3}{4}$. Số $-\frac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 11: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + x$.

a) $f(0) = 0$; $f(\pi) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x + 1$.

c) Trên đoạn $[0;\pi]$, phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\,\text{km/h}$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\,\text{m}$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người của tỉnh X.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\frac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(6;4;1\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-1;-2\right)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=6+2t \\ y=4-t \\ z=1-2t \end{cases}, \quad \left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau $t(s)$ kể từ xuất phát $(t\ge 0)$, cabin đến điểm M. Toạ độ của điểm M theo t là $\left(-\dfrac{10}{3}t-6;\dfrac{5}{3}t-4;\dfrac{10}{3}t-1\right)$.

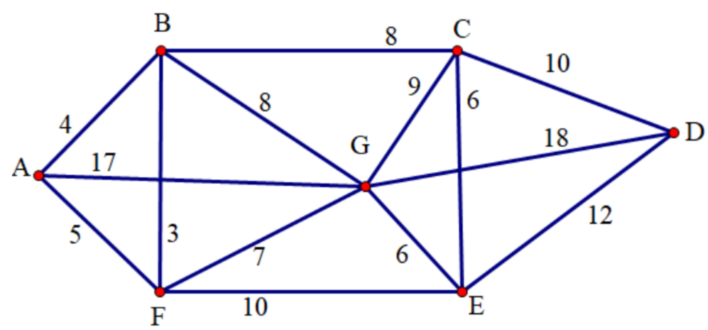
c) Cabin dừng ở điểm B có tung độ $y_B=-396$. Độ dài quãng đường AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét) bằng 1200 mét.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxz) góc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là $47°$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

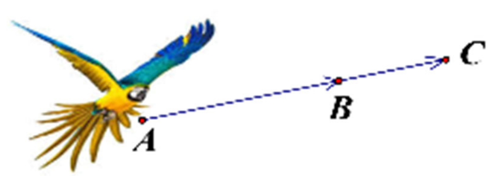
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 2: Một bác Shipper giao hàng xuất phát từ kho A để lấy hàng và đi giao tất cả các con đường sau đó lại trở về kho A để trả lại những hàng hóa mà khách hàng chưa nhận. Con đường có sơ đồ và thời gian giao hàng (phút) trên mỗi con đường được mô tả trong hình sau:

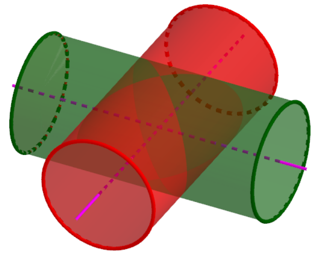


Thời gian ngắn nhất để bác Shipper hoàn thành công việc trên là bao nhiêu phút?

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn An quan sát và phát hiện một con chim Đại Bàng đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$ Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



Câu 4: Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H) .



Câu 5: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x)=45-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=100+30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B khoảng bao nhiêu tấn sản phẩm? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

Câu 6: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	B	D	D	C	D	A	B	A	C	B

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.
Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	9	63	27	114	780	0,42

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

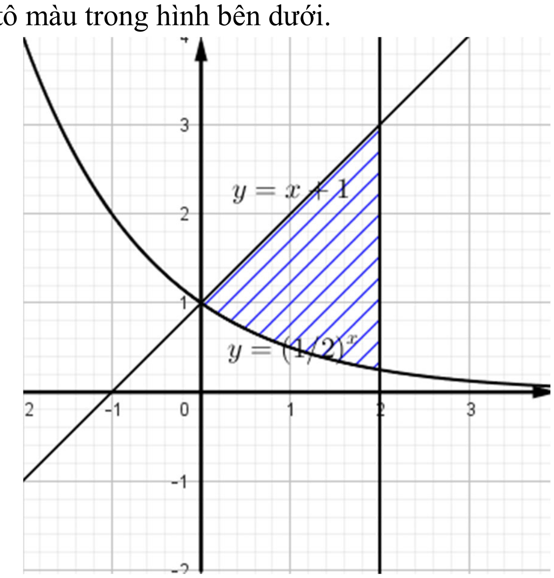
Câu 1: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f(x) = -\sin x$. **B.** $f(x) = -\cos x$. **C.** $f(x) = \sin x$. **D.** $f(x) = \cos x$.

Lời giải

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Vậy $f(x) = \sin x$.

Câu 2: Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là

A. $S=\int\limits_0^2\left[x+1-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_0^2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x-x-1\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_0^2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x-x+1\right]\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_0^2\left[x+1+\left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là

$$S=\int\limits_0^2\left|x+1-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|\mathrm{d}x=\int_0^2\left[x+1-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right]\mathrm{d}x.$$

Câu 3: *Bảng 1, Bảng 2* lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (Đơn vị: $^\circ C$)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\,19,8)$	18,3	2
$[19,8;\,22,8)$	21,3	3
$[22,8;\,25,8)$	24,3	2
$[25,8;\,28,8)$	27,3	1
$[28,8;\,31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\,19,8)$	18,3	1
$[19,8;\,22,8)$	21,3	2
$[22,8;\,25,8)$	24,3	3
$[25,8;\,28,8)$	27,3	2
$[28,8;\,31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 2

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Dựa vào độ lệch chuẩn, hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hà Nội có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Huế.

B. Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

A. Hà Nội và Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều như nhau.

D. Không so sánh được.

Lời giải

Mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội (*Bảng 1*)

Phương sai và độ lệch chuẩn

Ta có $\overline{x_1}=\dfrac{2.18,3+3.21,3+2.24,3+27,3+4.30,3}{12}=24,8\left({}^0C\right)$

Phương sai

$$s_1^2=\frac{2(18,3-24,8)^2+3(21,3-24,8)^2+2(24,3-24,8)^2+(27,3-24,8)^2+4(30,3-24,8)^2}{12}=20,75$$

Độ lệch chuẩn

$s_1=\sqrt{s_1^2}=\sqrt{20,75}\approx 4,56\left({}^0C\right)$

Mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Huế (*Bảng 2*)

+ Phương sai và độ lệch chuẩn

Ta có $\overline{x_2}=\dfrac{18,3+2.21,3+3.24,3+2.27,3+4.30,3}{12}=25,8\left({}^0C\right)$

Phương sai

$$s_2^2 = \frac{(18,3-25,8)^2 + 2(21,3-25,8)^2 + 3(24,3-25,8)^2 + 2(27,3-24,8)^2 + 4(30,3-24,8)^2}{12} = 15,75$$

Độ lệch chuẩn

$s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{15,75} \approx 3,97\left({}^0C\right)$

Vì $s_2 < s_1$ nên Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

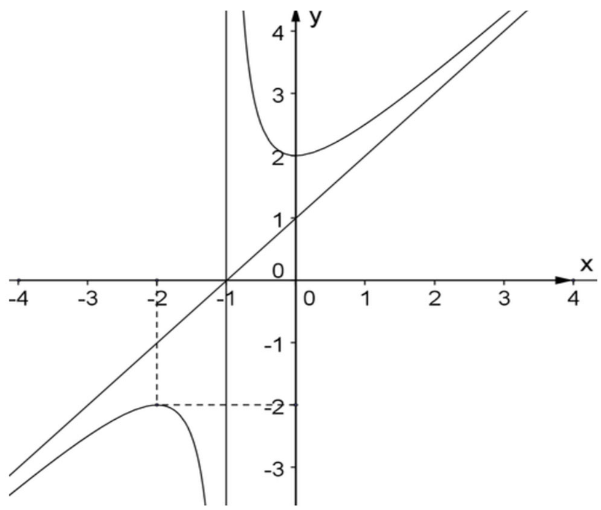
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;0;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;4;2)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{u} = (1;2;1)$ làm một véc tơ chỉ phương có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2$. **B.** $y = x - 2$. **C.** $y = x - 1$. **D.** $y = x + 1$

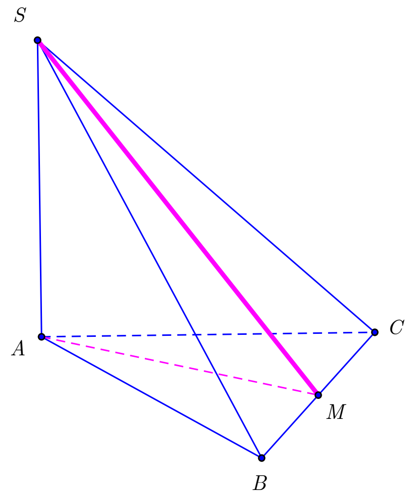
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Kẻ $AM \perp BC$ tại $M \Rightarrow M$ là trung điểm của BC và $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{\left(a\sqrt{2}\right)\sqrt{2}}{2} = a$.

Ta có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC) = BC \\ (SAM)\perp BC \\ (SAM)\cap(SBC) = SM \\ (SAM)\cap(ABC) = AM\end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SM,AM}\right)$.

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc $\widehat{SMA}$. Ta có $\tan\widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45°$

Suy ra góc nhị diện $[S,BC,A]$ có số đo bằng $45°$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x + y + 3z - 3 = 0$. **C.** $2x + y + 3z + 3 = 0$. **D.** $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) song song với (P) có phương trình dạng: $:2x - y + 3z + d = 0\,(d \neq 5)$

Lại có $A \in (Q)$ nên suy ra $2.0 - (-3) + 3.2 + d = 0 \Leftrightarrow d = -9\,(tm)$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$

A. $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Lời giải

Ta có

$3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-23} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-5;5)$.

Câu 9: Nghiệm phương trình $3^{4x} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$ là.

A. $-\frac{1}{4}$ **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{12\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có: $3^{4x}=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}\Leftrightarrow 3^{4x}=3^{-\frac{3}{2}}\Leftrightarrow 4x=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{8}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=-2$, công bội $q=\dfrac{3}{4}$. Số $-\dfrac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số nhân $u_n=u_1q^{n-1}\Rightarrow -\dfrac{81}{128}=-2.\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{4}\right)^4=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n-1}\Leftrightarrow n=5$.

Câu 11: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

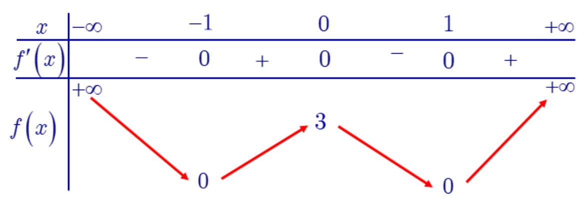
A. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

Lời giải

Theo quy tắc trọng tâm của tứ diện, cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và điểm O tùy ý ta có:
$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=4\overrightarrow{OG}$ hay $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(0;1)$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1);(0;1)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+x$.

a) $f(0)=0$; $f(\pi)=\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\cos 2x+1$.

c) Trên đoạn $[0;\pi]$, phương trình $f'(x)=0$ có đúng 2 nghiệm là $\dfrac{\pi}{3}$ và $\dfrac{2\pi}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Thay $x=0$ và $x=\pi$ vào hàm số ta được $f(0)=0$ và $f(\pi)=\pi$.

b) Sai.

Đạo hàm của $\sin 2x$ là $2\cos x$, đạo hàm của x là 1. Do đó $f'(x)=2\cos 2x+1$.

c) Đúng.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos 2x+1=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\cos\frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Vì $x\in\left[0;\pi\right]$ nên phương trình $f'(x)=0$ có đúng 2 nghiệm là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.

d) Đúng.

Ta có $f(0)=0$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}, f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\pi}{3}$ và $f\left(\pi\right)=\pi$.

Vì $0<-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\pi}{3}<\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}<\pi$ nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là π.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\,\text{km/h}$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\,\text{m}$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Do $s'(t)=v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int(-10t+20)\mathrm{d}t=-5t^2+20t+C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t)=-5t^2+20t+C$.

b) Đúng

Do $s(0)=0$ nên $C=0$. Suy ra $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Sai

Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t)=0$ hay $-10t+20=0 \Leftrightarrow t=2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

d) Đúng

Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\,\text{km/h}\approx 18\,\text{m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn đi chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2)=-5.2^2+20.2=20$ (m).

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18+20\approx 38$ (m).

Do $38<50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Câu 3: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người của tỉnh X.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\frac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi B là biến cố "người bị bệnh phổi".

Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là $P(B|A) = 0{,}7$.

b) Đúng

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B \mid A) + P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A})$$

Ta có: $P(A) = 0{,}2$; $P(\bar{A}) = 0{,}8$; $P(B|\bar{A}) = 0{,}15$.

Vậy $P(B) = P(A).P(B \mid A) + P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A}) = 0{,}2.0{,}7 + 0{,}8.0{,}15 = 0{,}26$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

c) Sai

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A \mid B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A \mid B) = \frac{P(A).P(B \mid A)}{P(B)} = \frac{0{,}2.0{,}7}{0{,}26} = \frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

d) Đúng

Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là $P(B|\bar{A}) = 0{,}15$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(6;4;1)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$

b) Giả sử sau $t(s)$ kể từ xuất phát $(t \geq 0)$, cabin đến điểm M. Toạ độ của điểm M theo t là $\left(-\frac{10}{3}t - 6; \frac{5}{3}t - 4; \frac{10}{3}t - 1\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có tung độ $y_B = -396$. Độ dài quãng đường AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét) bằng 1200 mét.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxz) góc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là $47°$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(6;4;1)$ và có VTCP $\vec{u} = (2;-1;-2)$ là: $\begin{cases} x = 6+2t \\ y = 4-t \\ z = 1-2t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$

b) Sai

Do tốc độ chuyển động của cabin là $5\,(\text{m/s})$ nên độ dài AM bằng $AM = v.t = 5t\,(\text{m})$.

Vì vậy $|\overrightarrow{AM}| = 5t(t \geq 0)$.

Mà hai vectơ $\overrightarrow{AM}$ và $\vec{u}$ là cùng phương và cùng hướng nên $\overrightarrow{AM} = k\vec{u}$ với k là số thực dương nào đó.

Suy ra $|\overrightarrow{AM}| = k|\vec{u}| = k \cdot \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = 3k$

Do đó $3k = 5t$. Suy ra $k = \dfrac{5t}{3}$. Vì thế, ta có: $\overrightarrow{AM} = \dfrac{5}{3}\vec{u} = \left(\dfrac{10}{3}t; -\dfrac{5}{3}t; -\dfrac{10}{3}t\right)$.

Gọi toạ độ của điểm M là $M(x_M; y_M; z_M)$.

Do $\overrightarrow{AM} = (x_M - x_A; y_M - y_A; z_M - z_A) = \left(\dfrac{10}{3}t; -\dfrac{5}{3}t; -\dfrac{10}{3}t\right)$.

Nên $\begin{cases} x_M = \dfrac{10}{3}t + x_A \\ y_M = -\dfrac{5}{3}t + y_A \\ z_M = -\dfrac{10}{3}t + z_A \end{cases}$ $\begin{cases} x_M = \dfrac{10}{3}t + 6 \\ y_M = -\dfrac{5}{3}t + 4 \\ z_M = -\dfrac{10}{3}t + 1 \end{cases}$

Vậy điểm M có toạ độ là $\left(\dfrac{10}{3}t + 6; -\dfrac{5}{3}t + 4; -\dfrac{10}{3}t + 1\right)$.

c) Đúng.

Do $y_B = 396$ nên $-\dfrac{5}{3}t + 4 = -396 \Rightarrow t = 240(s)$.

Do đó, ta có điểm $B(806; -396; -799)$.

Vậy $AB = \sqrt{(806-6)^2 + (-396-4)^2 + (-799-1)^2} = \sqrt{1440000} = 1200(m)$.

d) Đúng.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ và mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{j} = (0;1;0)$.

Do đó, ta có: $\sin\left(\Delta;(Oxy)\right)=|\cos\left(\vec{u};\vec{j}\right)|=\dfrac{|\vec{u}\cdot\vec{j}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{j}|}=\dfrac{1}{1.3}=\dfrac{1}{3}$

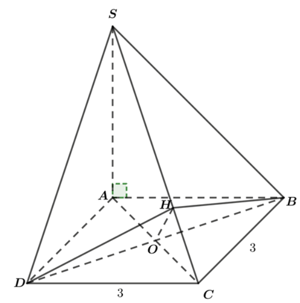
Vậy $\left(\Delta;(Oxy)\right)\approx 19^\circ$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng 120°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Trả lời: 9



Ta có: $\begin{cases} BD\perp AC\subset(SAC) \\ BD\perp SA \end{cases}$ nên $BD\perp SC$.

Kẻ $DH\perp SC(H\in SC)$, suy ra $SC\perp(BHD)$ mà $BH\in(BHD)$ nên $SC\perp BH$.

$\Rightarrow$ Số đo của góc nhị diện $[B,SC,D]$ là $\widehat{BHD}=120^\circ$.

Dễ thấy ΔHBD cân tại $H, HO\perp BD$ và $\widehat{DHO}=60^\circ$.

Suy ra $DO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\Rightarrow OH=\dfrac{DO}{\tan 60^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

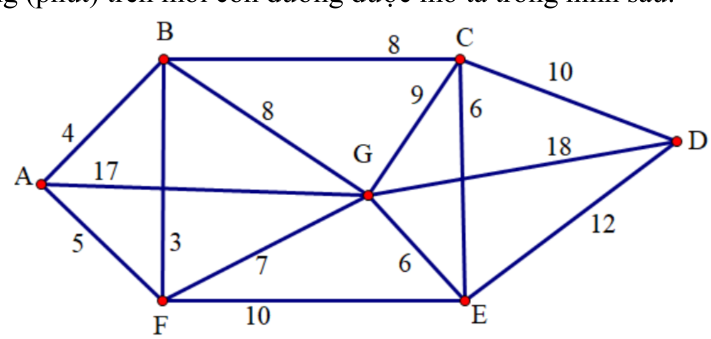
Lại có ΔOHC vuông tại H, suy ra

$\sin(\widehat{OCH})=\dfrac{OH}{OC}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}:\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\cot(\widehat{SAC})=\dfrac{1}{\sin^2(\widehat{SAC})}-1=\sqrt{2}\Rightarrow\tan(\widehat{SAC})=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

ΔSAC vuông tại A có $SA=\tan(\widehat{SAC})\cdot AC=3$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SA=\dfrac{1}{3}\cdot 3\cdot 3\cdot 3=9$.

Câu 2: Một bác Shipper giao hàng xuất phát từ kho A để lấy hàng và đi giao tất cả các con đường sau đó lại trở về kho A để trả lại những hàng hóa mà khách hàng chưa nhận. Con đường có sơ đồ và thời gian giao hàng (phút) trên mỗi con đường được mô tả trong hình sau:



Thời gian ngắn nhất để bác Shipper hoàn thành công việc trên là bao nhiêu phút?

Lời giải

Trả lời: 145

Do đỉnh A và D là bậc lẻ nên ta có đường đi Euler từ A đến D, mỗi con đường đi đúng 1 lần là ABCDECGEFGBFAGD với tổng thời gian:

$4+8+10+12+6+9+6+10+7+8+3+5+17+18=123$ phút.

Dựa vào thuật toán Dijkstra ta có đường đi ngắn nhất từ D về A là DCBA với tổng thời gian là: $10+8+4=22$ phút.

Vậy thời gian ngắn nhất bác Shipper hoàn thành công việc là: $123+22=145$ phút.

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn An quan sát và phát hiện một con chim Đại Bàng đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút. Nếu con chim bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$ Tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 165

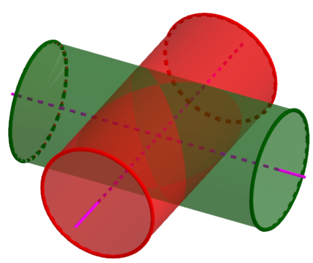
Vì hướng bay và vận tốc bay của con chim không đổi nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Mặt khác, do thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên

$$\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 40-20=2(a-40) \\ 50-40=2(b-50) \\ 50-30=2(c-50) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=100 \\ 2b=110 \\ 2c=120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=50 \\ b=55 \\ c=60 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c=50+55+60=165$

Câu 4: Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H) .

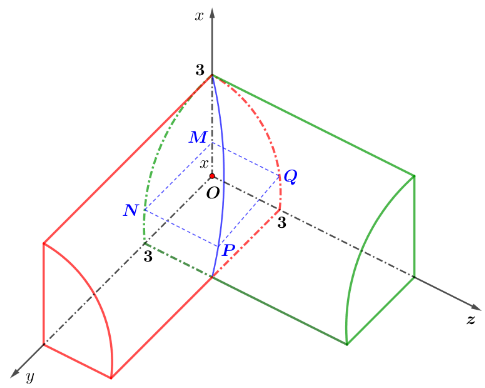


Lời giải

Trả lời: 114

Ta cắt một phần tư mỗi khối trụ và gọi (D) là phần giao nhau của chúng như hình vẽ bên dưới

Hình vẽ



Khi đó $V_{(H)} = 8 \cdot V_{(D)}$.

Đặt hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Khi đó mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (Oyz) và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng là x, $0 \le x \le 3$, cắt (D) theo thiết diện là hình tứ giác $MNPQ$.

Ta có $MN = NP = PQ = QM = \sqrt{9-x^2}$ và $MN \perp MQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình vuông cạnh $\sqrt{9-x^2}$ và $S_{MNPQ} = 9 - x^2$ (đvdt).

Thể tích $V_{(D)} = \int_0^3 \left(9-x^2\right)\mathrm{d}x = 18$ (đvtt).

Suy ra $V_{(H)} = 8 \cdot V_{(D)} = 8 \cdot 18 = 144$ (đvtt).

Câu 5: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B khoảng bao nhiêu tấn sản phẩm? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

Lời giải

Trả lời: 71

Số tiền mà A thu được (gọi là doanh thu) từ việc bán x tấn sản phẩm $(0 \le x \le 100)$ cho B là

$R(x) = x \cdot P(x) = x\left(45 - 0,001x^2\right) = 45x - 0,001x^3$ (triệu đồng)

Lợi nhuận (triệu đồng) mà A thu được là

$P(x) = R(x) - C(x) = x\left(45 - 0,001x^2\right) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100.$

Xét hàm số $P(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ với $0 \le x \le 100$, ta có

$P'(x) = -0,003x^2 + 15;$

$P'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \in [0;100].$

Ta có $P(0) = -100$; $P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$; $P(100) = 400$.

Bảng biến thiên

x	0		$50\sqrt{2}$		100
y'		$+$	0	$-$	
y	100	$\nearrow$	$500\sqrt{2}-100$	$\searrow$	400

Từ bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{[0;100]} P = P(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100 \approx 607$.

Vậy A thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán $50\sqrt{2} \approx 71$ tấn sản phẩm cho B mỗi tháng.

Câu 6: Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,42

Gọi A là biến cố " An lấy được thẻ ghi số chẵn"; B là biến cố " X chia hết cho 2"

Ta cần tính $P\left(\mathrm{A}\,|\,\mathrm{B}\right)$. Ta có

$$P\left(\mathrm{A}\,|\,\mathrm{B}\right) = \frac{P\left(A\right).P\left(B\,|\,A\right)}{P\left(A\right).P\left(B\,|\,A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(B\,|\,\overline{A}\right)};$$

$$P\left(A\right) = \frac{4}{9}; P\left(\overline{A}\right) = \frac{5}{9}; P\left(B\,|\,A\right) = 1 - P\left(\overline{B}\,|\,A\right) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}.$$

$$P\left(B\,|\,\overline{A}\right) = 1 - P\left(\overline{B}\,|\,\overline{A}\right) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{11}^3} = \frac{31}{33}.$$

Vậy $P\left(A\,|\,B\right) = \dfrac{22}{53} \approx 0,42$.

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

Môn: Toán – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\int 2e^{-8x-4}\,dx$.

A. $2e^{-8x-4}+C$. **B.** $-13e^{-8x-4}+C$. **C.** $-16e^{-8x-4}+C$. **D.** $-\dfrac{e^{-8x-4}}{4}+C$.

Câu 2: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-6x-18$., trục hoành và các đường thẳng $x=-6, x=-4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox..

A. 336π. **B.** 314π. **C.** 312π. **D.** 324π.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[0 ; 2)	[2 ; 4)	[4 ; 6)	[6 ; 8)	[8 ; 10)
Số người dự thi	19	9	5	6	1

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $2,55$. **B.** $2,77$. **C.** $2,39$. **D.** $1,44$.

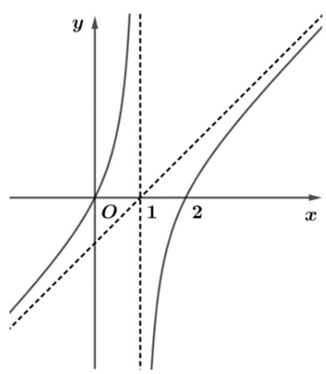
Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+5}{x+2}$.

A. $y=x$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=x+3$.

Câu 5: Tập nghiệm bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(3x-1)\ge\log_{\frac{1}{3}}(2x+1)$ là

A. $(-\infty;\,2]$. **B.** $\left[\dfrac{1}{3};2\right]$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};2\right]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 6: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Câu 7: Tìm nghiệm của phương trình $5^{x-5}=1$.

A. $x=-2$. **B.** $x=11$. **C.** $x=6$. **D.** $x=5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $M(-2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;3)$ là

A. $3x+6y-2z-6=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $3x+6y-2z=0$. **D.** $3x+6y-2z+6=0$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. $SA\perp(ABC)$, H là trung điểm AC, K là hình chiếu vuông góc của H lên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SAC)\perp(SAB)$. **B.** $(BKH)\perp(ABC)$. **C.** $(BKH)\perp(SBC)$. **D.** $(SBC)\perp(SAC)$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=-12$ và $u_9=-18$. Tìm số hạng đầu u_1.

A. $u_1=-6$. **B.** $u_1=-1$. **C.** $u_1=-10$. **D.** $u_1=-15$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(3-5x)(5x+4)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{3}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{MN}=k\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$

A. $k=2$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=\frac{1}{3}$. **D.** $k=3$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}.x$.

a) $f(0)=\sqrt{3}; f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là $\frac{\pi}{2}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f'(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là $-1+\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

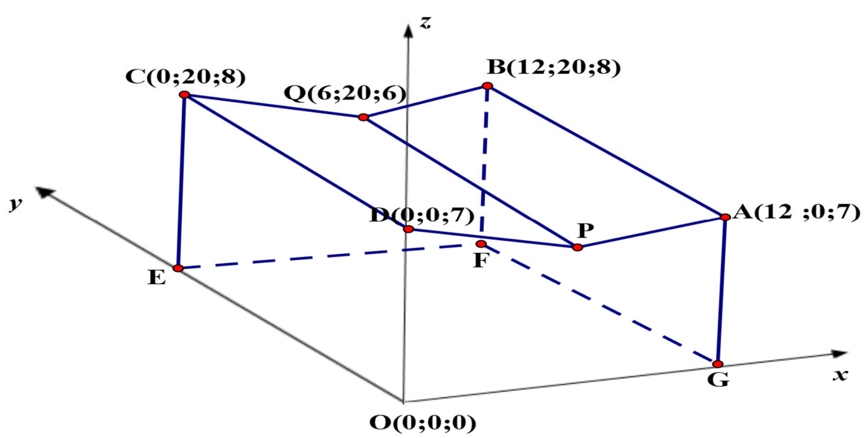
a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 20)$ kể từ khi giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{20} v(t)dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h.

Câu 3: Hình bên dưới minh họa hình ảnh mái nhà để xe của một trường trên địa bàn tỉnh X trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết các cột của nhà để xe đều được dựng vuông góc với mặt sàn, mặt sàn nhà để xe $OGFE$ là hình chữ nhật.



a) Điểm F có tọa độ là $F(12;20;0)$

b) Diện tích nhà để xe là $S = 300(m^2)$

c) Phần mái chứa 3 điểm A, B, Q nằm trong mặt phẳng $(ABQ): 20x + 3y - 60z + 180 = 0$

d) Vị trí điểm P cách mặt sàn nhà xe là $5m$

Câu 4: Trước khi tung ra một dòng điện thoại mới, một công ty tiến hành khảo sát ngẫu nhiên 250 khách hàng về sản phẩm này. Kết quả thống kê như sau: có 120 người trả lời "sẽ mua"; có 130 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm đối với những người trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 80% và 20%.
Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".
Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B) = \frac{13}{25}$ và $P(\overline{B}) = \frac{12}{25}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,8$.

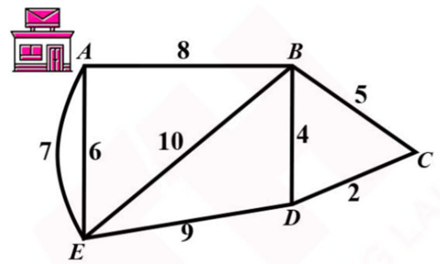
c) Xác suất $P(A) = 0,38$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm, có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn? (Kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

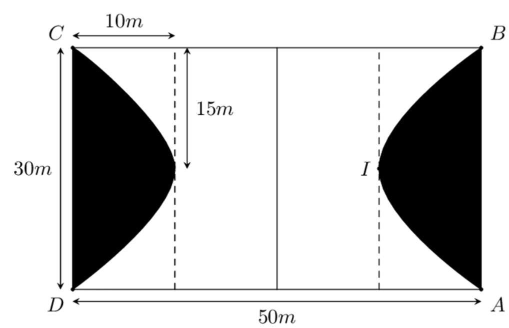
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=4$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



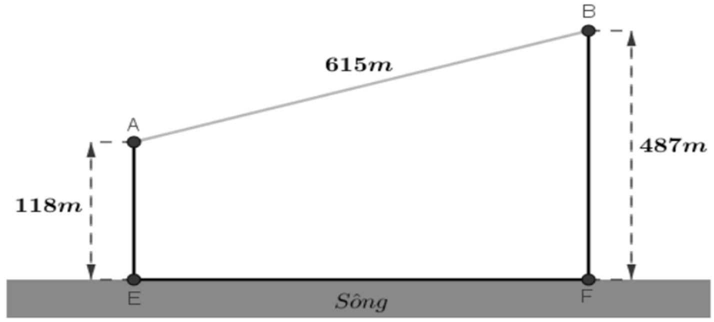
Câu 3: Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $7\text{m}; 6\text{m}; 5\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh có độ dài 4m. Hỏi mái nhà nghiêng với mặt sàn nhà một góc khoảng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 4: Ông Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt chi phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô đen và không tô đen) như hình vẽ bên. Phần tô đen gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol đỉnh I với khoảng cách từ I đến AB bằng 10 m.



Phần tô đen được trồng cỏ nhân tạo với giá 140000 đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 100000 đồng/m^2. Hỏi ông Nam phải trả bao nhiêu triệu đồng để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

Câu 5: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Tính đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6: Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng II có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	C	B	A	A	D	B	D	C	B	B

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Sai	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$2,4$	63	165	166	1000	$0,44$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm $\int 2e^{-8x-4}\,dx$.

A. $2e^{-8x-4}+C$. **B.** $-13e^{-8x-4}+C$. **C.** $-16e^{-8x-4}+C$. **D.** $-\dfrac{e^{-8x-4}}{4}+C$.

Lời giải

$\int 2e^{-8x-4}\,dx = -\dfrac{e^{-8x-4}}{4}+C$.

Câu 2: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-6x-18$., trục hoành và các đường thẳng $x=-6, x=-4$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng đó quay quanh trục Ox..

A. 336π. **B.** 314π. **C.** 312π. **D.** 324π.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay xác định bởi: $\pi\int_{-6}^{-4}(-6x-18)^2\,dx = 312\pi$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[0 ; 2)	[2 ; 4)	[4 ; 6)	[6 ; 8)	[8 ; 10)
Số người dự thi	19	9	5	6	1

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $2,55$. **B.** $2,77$. **C.** $2,39$. **D.** $1,44$.

Lời giải

Các giá trị đại diện của mẫu số liệu là: 1; 3; 5; 7; 9

Tổng tần số là: $n=40$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$\overline{x}=\dfrac{1.19+3.9+5.5+7.6+9.1}{40}=3,05$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$S^2=\dfrac{1}{40}\left(1.19^2+3.9^2+5.5^2+7.6^2+9.1^2\right)-3,05^2=5,70$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$S=\sqrt{5,70}=2,39$.

Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+5}{x+2}$.

A. $y=x$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=x+2$. **D.** $y=x+3$.

Lời giải

Ta có $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2+3x+5}{x+2}=x+1+\dfrac{3}{x+2}$. Khi đó, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f\left(x\right)-\left(x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{x+2}=0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f\left(x\right)-\left(x+1\right)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{x+2}=0$ nên đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

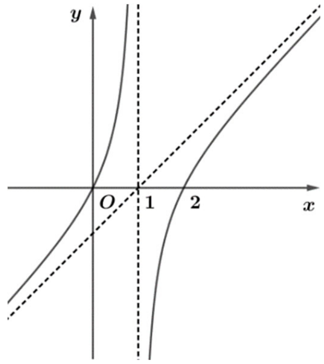
Câu 5: Tập nghiệm bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(3x-1\right)\ge\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+1\right)$ là

A. $\left(-\infty;2\right]$. **B.** $\left[\dfrac{1}{3};2\right]$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};2\right]$. **D.** $\left[2;+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}\left(3x-1\right)\ge\log_{\frac{1}{3}}\left(2x+1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}3x-1\le 2x+1\\3x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\x>\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}<x\le 2$.

Câu 6: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x^2$.

Lời giải

Dựa vào hình dáng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm phân thức bậc 2/ bậc 1 có tiệm cận đứng là $x=1$. Do đó đáp án đúng là A

Câu 7: Tìm nghiệm của phương trình $5^{x-5}=1$.

A. $x=-2$. **B.** $x=11$. **C.** $x=6$. **D.** $x=5$.

Lời giải

$5^{x-5}=1 \Leftrightarrow x-5=log_5 1 \Leftrightarrow x=5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $M(-2;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;3)$ là

A. $3x+6y-2z-6=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $3x+6y-2z=0$. **D.** $3x+6y-2z+6=0$.

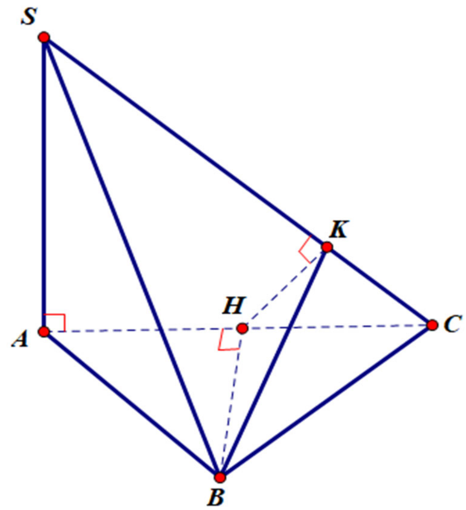
Lời giải

Áp dụng phương trình mặt phẳn theo đoạn chắn, ta có phương trình mặt (MNP) là $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+6y-2z+6=0$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. $SA\perp(ABC)$, H là trung điểm AC, K là hình chiếu vuông góc của H lên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SAC)\perp(SAB)$. **B.** $(BKH)\perp(ABC)$. **C.** $(BKH)\perp(SBC)$. **D.** $(SBC)\perp(SAC)$.

Lời giải



Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} SA\perp (ABC)\Rightarrow SA\perp BH \\ \Delta ABC \text{ đều } \Rightarrow AC\perp BH \end{array}\right\}\Rightarrow HB\perp SC \\ \\ HK\perp SC \end{array}\right\}\Rightarrow SC\perp (BKH)\Rightarrow (SBC)\perp (BKH)$$

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=-12$ và $u_9=-18$. Tìm số hạng đầu u_1.

A. $u_1=-6$. **B.** $u_1=-1$. **C.** $u_1=-10$. **D.** $u_1=-15$.

Lời giải

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(3-5x)(5x+4)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{3}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{4}{5};+\infty\right)$.

Lời giải

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\frac{4}{5},x=\frac{3}{5}$.

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{4}{5}\right)$ và $\left(\frac{3}{5};+\infty\right)$, đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{4}{5};\frac{3}{5}\right)$.

Do đó, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{MN}=k\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$

A. $k=2$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=\frac{1}{3}$. **D.** $k=3$.

Lời giải

$\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BD}\right)$

Mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}\right)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}.x$.

a) $f(0)=\sqrt{3}; f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là $\frac{\pi}{2}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f'(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là $-1+\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

Thay $x=0$ và $x=\frac{\pi}{6}$ vào hàm số ta được $f(0)=\sqrt{3}$ và $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$.

b) Sai.

$f'(x)=-4\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}$.

c) Sai

Giải phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$, ta được:

$-4\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)+2\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{3}-2x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ \frac{\pi}{3}-2x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}-k\pi \\ x=\frac{\pi}{4}-k\pi\end{array}\right.;k\in Z \Rightarrow x=\frac{\pi}{4}\in\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$$

d) Đúng.

Ta có $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}+\frac{2\pi\sqrt{3}}{3};$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1+\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ và $f(\pi)=\sqrt{3}+2\pi\sqrt{3}$.

Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3};\pi\right]$ là $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=-1+\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ (m/s) với $(a,b\in\mathbb{R}, a<0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 20)$ kể từ khi giảm

tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20} v(t)dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng.

Tốc độ ban đầu của ô tô là 90 km/h = 25 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là: $S_1 = 4.25 = 100\text{m}$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn là: $S_2 = 320 - 100 = 220\text{m}$.

b) Sai.

Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có $t=0 \Rightarrow b=25$.

c) Sai.

Quãng đường $S(t)$ ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc $(0 \le t \le 20)$ được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{t} v(t)dt$.

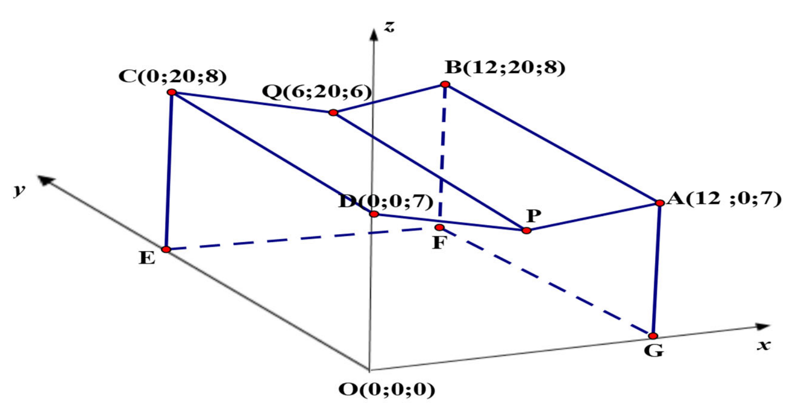
d) Đúng.

Ta có $v(t) = at + 25 (\text{m/s})$

Biết xe tách làn sau 10 giây kể từ khi giảm tốc nên $220=\int_0^{10}(at+25)dt = 50a+250 \Rightarrow a = -\frac{3}{5}$

$\Rightarrow v(t) = -\frac{3}{5}t + 25\ (\text{m/s}) \Rightarrow v(20) = -\frac{3}{5}.20 + 25 = 13\ (\text{m/s}) = 46{,}8\,(\text{km/h})$.

Câu 3: Hình bên dưới minh họa hình ảnh mái nhà để xe của một trường trên địa bàn tỉnh X trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết các cột của nhà để xe đều được dựng vuông góc với mặt sàn, mặt sàn nhà để xe $OGFE$ là hình chữ nhật.



a) Điểm F có tọa độ là $F(12;20;0)$

b) Diện tích nhà để xe là $S = 300(m^2)$

c) Phần mái chứa 3 điểm A,B,Q nằm trong mặt phẳng $(ABQ): 20x + 3y - 60z + 180 = 0$

d) Vị trí điểm P cách mặt sàn nhà xe là $5m$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

Tọa độ điểm $F(12;20;0)$

b) Sai

$S = 12.20 = 240(m^2)$

c) Đúng

$\overrightarrow{BQ}(-6;0;-2);\overrightarrow{BA}(0;-20;-1) \Rightarrow \vec{n}(20;3;-60) - vtpt$;pt $(ABQ): 20x + 3y - 60z + 180 = 0$

d) Đúng

$P(6;0;z) \in (ABQ) \Rightarrow z = 5$ nên vị trí điểm P cách mặt sàn là $5m$

Câu 4: Trước khi tung ra một dòng điện thoại mới, một công ty tiến hành khảo sát ngẫu nhiên 250 khách hàng về sản phẩm này. Kết quả thống kê như sau: có 120 người trả lời "sẽ mua"; có 130 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm đối với những người trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 80% và 20%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B) = \frac{13}{25}$ và $P(\overline{B}) = \frac{12}{25}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,8$.

c) Xác suất $P(A) = 0,38$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm, có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn? (Kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Phỏng vấn \ Thực tế	Người mua thật	Người không mua thật
Người trả lời sẽ mua (120)	$0,8 \times 120 = 96$	$120 - 96 = 24$
Người trả lời sẽ không mua (130)	$0,2 \times 130 = 26$	$130 - 26 = 104$

a) SAI.

Số người trả lời "sẽ mua" là 120 nên $n(B) = 120$.

Do đó $P(B) = \frac{120}{250} = \frac{12}{25}$ và $P(\overline{B}) = 1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25}$.

b) ĐÚNG.

Ta có: $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$

$A\cap B$ là tập hợp những người trả lời sẽ mua và mua thật, do đó $n\left(A\cap B\right)=96$

Do đó, $P\left(A|B\right)=\dfrac{96}{120}=0,8$.

c) SAI

A là tập hợp những người mua thật, $n\left(A\right)=96+26=122$ do đó $P\left(A\right)=\dfrac{122}{250}=0,488$.

d) SAI

Tổng số người thực sự mua sản phẩm là 122. Số người trả lời sẽ mua sản phẩm và thực sự mua là 96 người.

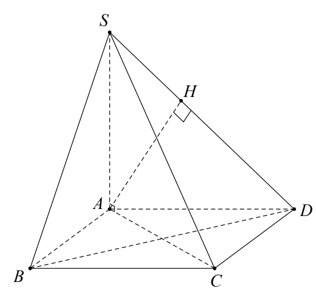
Tỉ lệ người thực sự mua sản phẩm đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn và người thực sự mua sản phẩm nói chung là $\dfrac{96}{122}\approx 75\%$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=4$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $\left(SCD\right)$. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 2,4



Vì $AB\parallel\left(SCD\right)$ nên $d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SD.

Vì $SA\perp\left(ABCD\right)$ nên $SA\perp CD$.

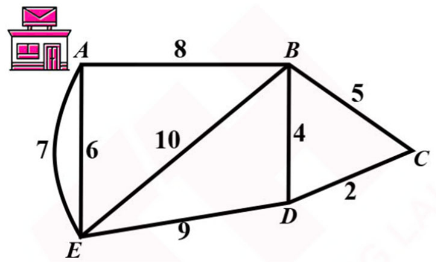
Mà $CD\perp AD$ ($ABCD$ là hình vuông) nên $CD\perp\left(SAD\right)$.

Suy ra $CD\perp AH$.

Mà $AH\perp SD$ nên $AH\perp\left(SCD\right)$.

Khi đó $d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AH=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\dfrac{4\cdot 3}{\sqrt{4^2+3^2}}=2,4$.

Câu 2: Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 63

Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: $AEABEDBCD$ và độ dài của nó là

$6+7+8+10+9+4+5+2= 51$

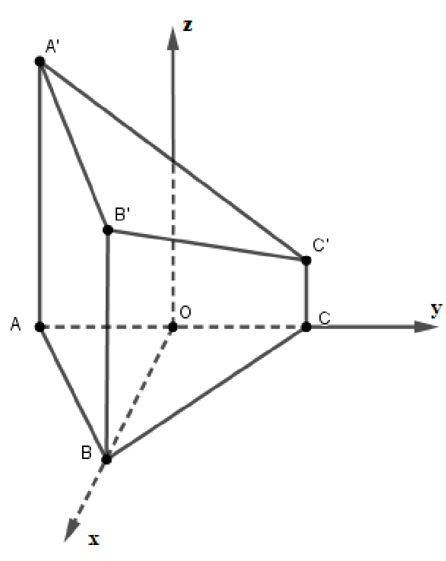
Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8=12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51+12=63$

Câu 3: Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $7\text{m}; 6\text{m}; 5\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh có độ dài $4\,\text{m}$. Hỏi mái nhà nghiêng với mặt sàn nhà một góc khoảng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 27



Gọi ba cột trụ lần lượt là $AA'=7\text{m}; BB'=6\text{m}; CC'=5\text{m}$ (A,B,C lần lượt là ba chân cột).

Mặt sàn nhà là mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C. Mái nhà là mặt phẳng đi qua ba điểm A',B',C'

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó gốc toạ độ O là trung điểm cạnh AC, B nằm trên tia Ox, C nằm trên tia Oy, tia Oz cùng hướng với $\overrightarrow{AA'}$.

Khi đó, $B\left(2\sqrt{3};0;0\right), C\left(0;2;0\right), A\left(0;-2;0\right), A'\left(0;-2;7\right), B'\left(2\sqrt{3};0;6\right), C'\left(0;2;5\right)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B'}=\left(2\sqrt{3};2;-1\right), \overrightarrow{A'C'}=\left(0;4;-2\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}\right]=\left(0;4\sqrt{3};8\sqrt{3}\right)$.

Mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{u}=\left(0;4\sqrt{3};8\sqrt{3}\right)$.

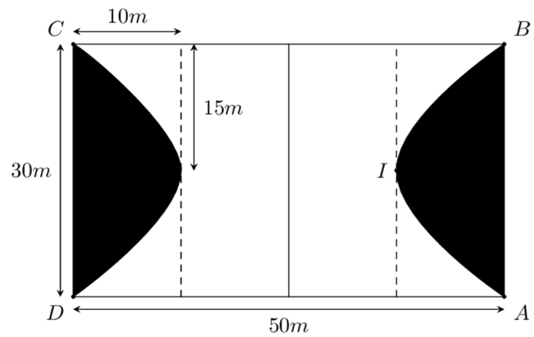
Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{v}=\left(0;0;1\right)$.

Gọi φ là góc giữa mái nhà và mặt sàn nhà.

Ta có $\cos\varphi=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{\left|8\sqrt{3}\right|}{\sqrt{0^2+\left(4\sqrt{3}\right)^2+\left(8\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi \approx 27^\circ$.

Vậy mái nhà nghiêng với mặt sàn một góc khoảng 27°.

Câu 4: Ông Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt chi phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô đen và không tô đen) như hình vẽ bên. Phần tô đen gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol đỉnh I với khoảng cách từ I đến AB bằng 10 m.



Phần tô đen được trồng cỏ nhân tạo với giá 140000 đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 100000 đồng/m^2. Hỏi ông Nam phải trả bao nhiêu triệu đồng để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

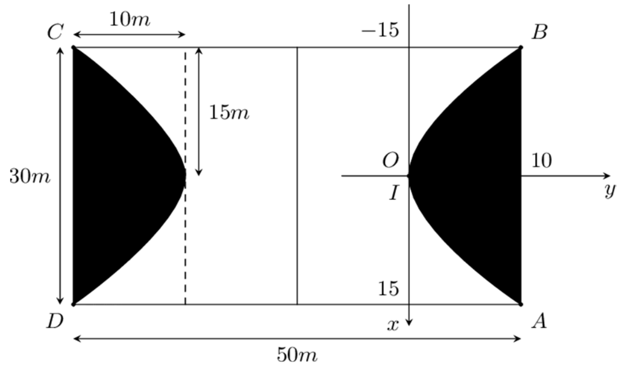
Lời giải

Trả lời: 166

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Giả sử phương trình parabol là $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$.

Ta có $\begin{cases} c=0 \\ 10=225a+15b \\ 10=225a-15b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{2}{45} \\ b=0 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow (P): y=\dfrac{2}{45}x^2$.



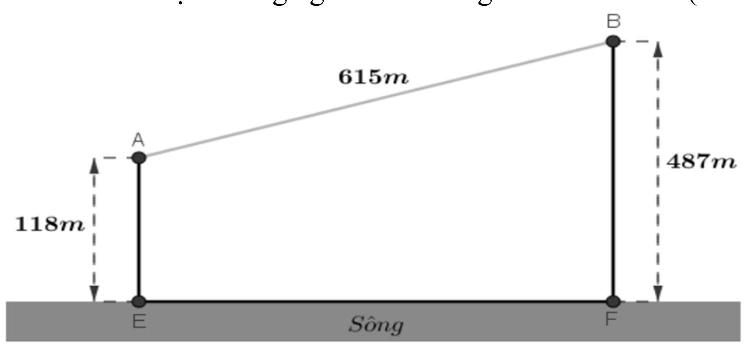
Diện tích phần sân tô đen là

$$S = 2.\int_{-15}^{15}\left(10-\frac{2}{45}x^2\right)\mathrm{d}x = 2\cdot\left(10x-\frac{2}{45}\cdot\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-15}^{15} = 400(\mathrm{m}^2).$$

Diện tích phần còn lại là $30\cdot 50-400=1100$ (m^2).

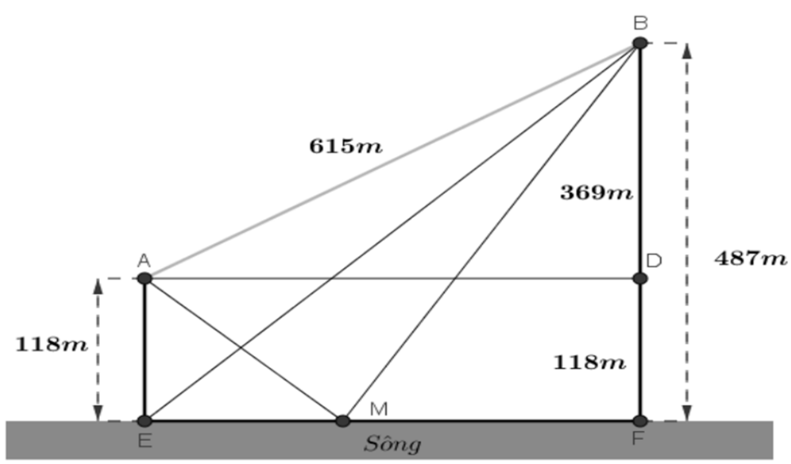
Ông Nam phải trả số tiền là $400\times 140000+1100\times 100000=166000000$ (đồng) $=166$ (triệu đồng).

Câu 5: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615\mathrm{m}$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118\mathrm{m}$ và $487\mathrm{m}$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Tính đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi (làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 780



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B.

Ta có $AB=615\mathrm{m}$, $AE=DF=118\mathrm{m} \Rightarrow BD=369$ và $EF=AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=492$.

Đặt $EM = x$, với $x \in [0;492]$ ta được:

$MF = 492 - x$, $AM = \sqrt{AE^2 + EM^2} = \sqrt{118^2 + x^2}$, $BM = \sqrt{MF^2 + BD^2} = \sqrt{(492-x)^2 + 487^2}$.

Như vậy, ta có hàm số $f(x)$ xác định bằng tổng quãng đường AM và BM:

$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492-x)^2 + 487^2}$.

Ta cần tìm GTNN của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}} - \frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2+118^2}} = \frac{492-x}{\sqrt{(492-x)^2+487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492-x)^2+487^2} = (492-x)\sqrt{x^2+118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 492 \\ x^2\left[(492-x)^2+487^2\right] = (492-x)^2\left(x^2+118^2\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 492 \\ (487x)^2 = (58056-118x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{58056}{605} \\ x = -\dfrac{58056}{369} \end{array}\right. \\ 0 \le x \le 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$$

x	0		$\frac{58056}{605}$		492
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$779{,}8$	$\nearrow$	

Vậy đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là 780.

Câu 6: Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng II có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,44

Xét các biến cố

A: "Lấy được một chính phẩm từ thùng I sang thùng II"

B: "Lấy được một chính phẩm từ thùng II"

Khi đó: $P(A) = \frac{5}{9}$; $P(\overline{A}) = \frac{4}{9}$; $P(B|A) = \frac{7}{15}$; $P(B|\overline{A}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=\dfrac{5}{9}.\dfrac{7}{15}+\dfrac{4}{9}.\dfrac{2}{5}\approx 0.44$

Vậy xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là $0,44$.

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

Môn: Toán – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

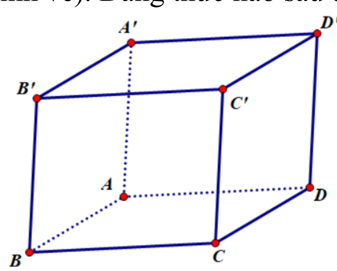
Câu 3: Hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2x + 1$.

Câu 4: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_1 = (3;-1;3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1;-1;3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1;0;3)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$. **C.** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. $u_1 = 2$. **B.** $u_1 = 3$. **C.** $u_1 = -3$. **D.** $u_1 = -2$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{2x} = 5$ là

A. $\frac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\frac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3;2;-4), R = 25$. **B.** $I(3;-2;4), R = 5$. **C.** $I(3;-2;4), R = 25$. **D.** $I(-3;2;-4), R = 5$.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=2x-x^2$, $y=0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_0^2 (2x-x^2)dx$ **B.** $\pi\int_0^2 (2x-x^2)^2 dx$ **C.** $\int_0^2 (2x-x^2)^2 dx$ **D.** $\pi\int_0^2 (2x-x^2)dx$

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2)>\log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)$ là

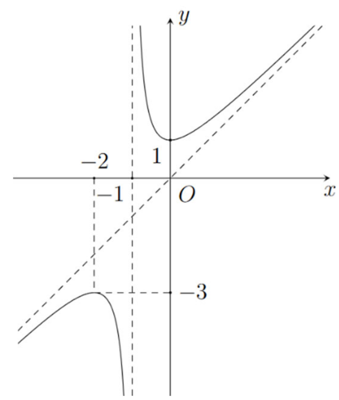
A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $(BDA')//(B'D'C)$. **B.** $(ABA')//(B'D'C)$.

C. $(ADD'A')//(BCC'B')$. **D.** $(ABCD)//(A'B'C'D')$.

Câu 12: Đồ thị trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y=\frac{x^2-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x^2+x+1}{x+1}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\ln x-2x^2$, $\forall x\in(0;+\infty)$.

a) Hàm số trên luôn đồng biến trên tập xác định.

b) $f(1)=-2; f(e^2)=2-2e^4$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $[1;e^2]$ là $-\frac{5}{2}-\ln 2$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang di chuyển trên đoạn đường dẫn để nhập làn cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 40 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b \quad (a>0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn cao tốc là 200 m.

b) Giá trị của b là $\frac{100}{9}$.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20} v(t)dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 3: Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(5;-3;2)$ và $C(0;4;-1)$. Xét các điểm M thay đổi trong không gian sao cho diện tích tam giác ABM bằng $6\sqrt{2}$.

a) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng 3.

b) Đường thẳng AB có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

c) Khoảng cách từ điểm C tới đường thẳng AB bằng $2\sqrt{2}$.

d) Đoạn thẳng MC có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

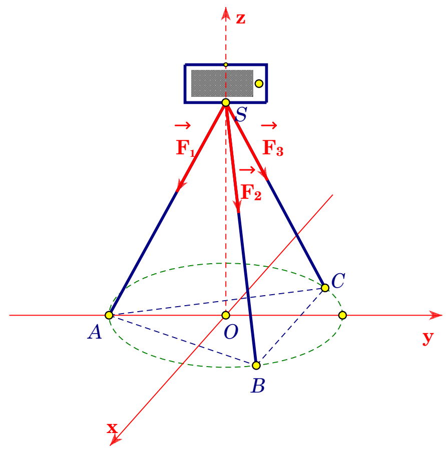
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $\mathrm{AB}=2\sqrt{2}$ và $\mathrm{BC}=2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa cạnh bên SC với đáy là 60^0. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD). *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D. Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?

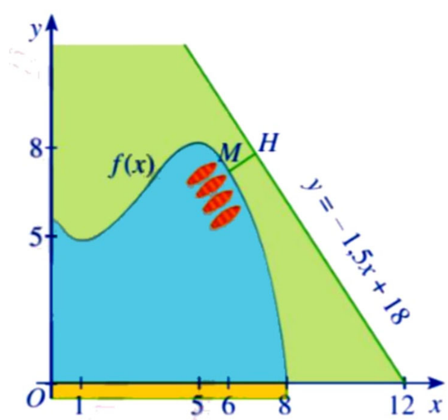
Câu 3: Trong không gian, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo $(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S=a-b-2c$

Câu 4: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B\left(3\sqrt{3};3;0\right)$, $C\left(-3\sqrt{3};3;0\right)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là $2\ \text{N}$ và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\overrightarrow{F_1}=(a;b;c)$, khi đó $P=3a+5b+8c$ bằng?



Câu 5: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

Câu 6: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh hoạ dưới đây, nó được giới hạn bởi các trục toạ độ và đồ thị của hàm số: $y=f(x)=\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)$(Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là $100m$).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y=-1,5x+18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Gọi $M(a;b)$ là tọa độ của điểm để xây bến thuyền này. Khi đó, tính $a+b$

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	D	A	D	D	D	B	B	B	B	B	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai	a) Sai	a) Sai	a) Sai
	b) Đúng	b) Đúng	b) Đúng	b) Đúng
	c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Sai
	d) Sai	d) Sai	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,58	15	529	-6	0,77	1340

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$. **C.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải

Ta có $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\frac{1}{3}+1}x^{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$ với $C \in \mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

Câu 3: Hàm số $f(x)=2x-1+\dfrac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2x+1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(2x-1)]=\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(2x-1)]=0\Rightarrow y=2x-1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

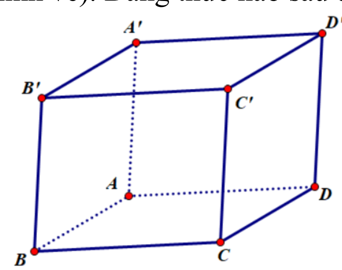
Câu 4: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases}x=3-t\\y=-1\\z=3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_1=(3;-1;3)$. **B.** $\vec{u}_2=(3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_3=(-1;-1;3)$. **D.** $\vec{u}_4=(-1;0;3)$.

Lời giải

$\Delta:\begin{cases}x=3-t\\y=-1\\z=3t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_4=(-1;0;3)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}$. **C.** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB'}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DB'}\neq\overrightarrow{AC'}$.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. $u_1=2$. **B.** $u_1=3$. **C.** $u_1=-3$. **D.** $u_1=-2$.

Lời giải

Ta có $u_{10}=u_1+9d\Rightarrow u_1=u_{10}-9\text{d}=25-9.3=-2$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{2x}=5$ là

A. $\dfrac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\dfrac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\dfrac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Lời giải

Ta có $3^{2x}=5\Leftrightarrow 2x=\log_3 5\Leftrightarrow x=\dfrac{\log_3 5}{2}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3;2;-4),R=25$. **B.** $I(3;-2;4),R=5$. **C.** $I(3;-2;4),R=25$. **D.** $I(-3;2;-4),R=5$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2-4}=5$.

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=2x-x^2$, $y=0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_0^2 (2x-x^2)dx$ **B.** $\pi\int_0^2 (2x-x^2)^2 dx$ **C.** $\int_0^2 (2x-x^2)^2 dx$ **D.** $\pi\int_0^2 (2x-x^2)dx$

Lời giải

Theo công thức ta chọn $V=\pi\int_0^2 (2x-x^2)^2 dx$

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2)>\log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

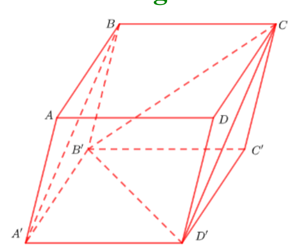
Ta có $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2)>\log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)\Leftrightarrow\begin{cases}x-2>0\\x-2<7-2x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\3x<9\end{cases}\Leftrightarrow 2<x<3$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $(BDA')//(B'D'C)$. **B.** $(ABA')//(B'D'C)$.

C. $(ADD'A')//(BCC'B')$. **D.** $(ABCD)//(A'B'C'D')$.

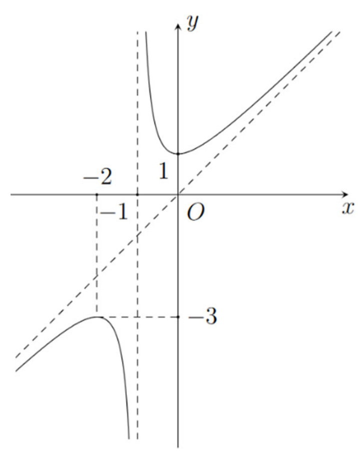
Lời giải



Ta thấy B' là điểm chung của hai mặt phẳng (ABA') và $(B'D'C)$.

Vậy hai mặt phẳng (ABA') và $(B'D'C)$ không song song với nhau.

Câu 12: Đồ thị trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên nên loại hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ và $y=\dfrac{1}{x+1}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;-3)$ nên loại hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\ln x-2x^2$, $\forall x\in(0;+\infty)$.

a) Hàm số trên luôn đồng biến trên tập xác định.

b) $f(1)=-2; f(\mathrm{e}^2)=2-2\mathrm{e}^4$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $[1;\mathrm{e}^2]$ là $-\dfrac{5}{2}-\ln 2$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Sai

Ta có: $y'=f'(x)=(\ln x-2x^2)'=\dfrac{1}{x}-4x\ge 0$ khi $x\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

b) Đúng

Ta có: $f(1)=\ln 1-2.1^2=-2$

$f(\mathrm{e}^2)=\ln \mathrm{e}^2-2.(\mathrm{e}^2)^2=2-2.\mathrm{e}^4$.

c) Sai

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{x}-4x=0\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\ x=-\dfrac{1}{2}\,(\text{KTMĐK})\end{array}\right.$. Vậy hàm số có một điểm cực trị.

d) Sai

Ta có: $\begin{cases}f(1)=-2\\ f(\mathrm{e}^2)=2-2.\mathrm{e}^4\\ f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\ln 2-\dfrac{1}{2}\end{cases}$. Vậy $\begin{cases}\min\limits_{[1;\mathrm{e}^2]} f(x)=2-2.\mathrm{e}^4\\ \max\limits_{[1;\mathrm{e}^2]} f(x)=-\ln 2-\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Nên $\min\limits_{[1;\mathrm{e}^2]} f(x)+\max\limits_{[1;\mathrm{e}^2]} f(x)=\dfrac{3}{2}-\ln 2-2.\mathrm{e}^4$.

Câu 2: Một người điều khiển ô tô đang di chuyển trên đoạn đường dẫn để nhập làn cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 40 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b\quad(a>0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn cao tốc là 200 m.

b) Giá trị của b là $\frac{100}{9}$.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \le t \le 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{20} v(t)dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Sai

Đổi $40km/h = \frac{100}{9} m/s$.

Sau $2s$ quãng đường ô tô đi được lúc chưa tăng tốc là: $2.\frac{100}{9} = \frac{200}{9}(m)$

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $300 - \frac{200}{9} = \frac{2500}{9}(m) \ne 200(m)$.

b) Đúng

Tại thời điểm lúc ô tô bắt đầu tăng tốc $(t=0)$ thì vận tốc của ô tô vẫn đang là $\frac{100}{9}(m/s)$ nên:

$v(0) = \frac{100}{9} \Rightarrow a.0 + b = \frac{100}{9} \Rightarrow b = \frac{100}{9}$.

c) Sai

Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \le t \le 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{t} v(t)dt$.

d) Sai

Ta có: $v(t) = at + \frac{100}{9}(m/s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $\frac{2500}{9}(m)$ đi trong thời gian $15s$ nên ta có: $S(15) = \int\limits_0^{15} v(t)dt = \frac{2500}{9} \Leftrightarrow \int\limits_0^{15}\left(at + \frac{100}{9}\right)dt = \frac{2500}{9}$

$\Leftrightarrow a.\int\limits_0^{15} tdt + \int\limits_0^{15}\frac{100}{9}dt = \frac{2500}{9} \Rightarrow a = \frac{80}{81}$.

Suy ra $v(t) = \frac{80}{81}t + \frac{100}{9}(m/s)$, vậy sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô là: $v(20) = \frac{2500}{81}(m/s) \approx 111km/h > 100km/h$. Vận tốc của ô tô đã vượt quá tốc độ tối đa cho phép.

Câu 3: Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Gọi A là biến cố "bệnh nhân chọn phác đồ A".

Gọi B là biến cố "bệnh nhân khỏi bệnh".

Gọi C là biến cố "bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng".

Khi đó:

$P(A)=P(\overline{A})=0,5$

$P(B\,|\,A)=0,6$

$P(B\,|\,\overline{A})=0,7$

$P(C\,|\,A)=0,05$

$P(C\,|\,\overline{A})=0,1$

a) Sai. Xác suất bệnh nhân điều trị phác đồ A và khỏi bệnh là:

$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\,|\,A)=0,5\times 0,6=0,3$.

b) Đúng. Xác suất bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$P(C)=P(A\cap C)+P(\overline{A}\cap C)=P(A)\cdot P(C\,|\,A)+P(\overline{A})\cdot P(C\,|\,\overline{A})=0,5\cdot 0,05+0,5\cdot 0,1=0,075$

c) Đúng. Nếu biết bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất để bệnh nhân chọn phác đồ B là:

$$P(\overline{A}\,|\,C)=\frac{P(\overline{A}\cap C)}{P(C)}=\frac{0,5\cdot 0,1}{0,075}=\frac{2}{3}>0,65.$$

d) Đúng. Theo giả thiết B/A và $\overline{C}/A$ độc lập, $B/\overline{A}$ và $\overline{C}/\overline{A}$ độc lập.

Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$$P\left(B\cap\overline{C}\right)=P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\cap A\right)+P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\cap\overline{A}\right)=P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)|\,A\right)\cdot P\left(A\right)+P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)|\,\overline{A}\right)\cdot P\left(\overline{A}\right)$$

$$=P(A)\cdot P(B\,|\,A)\cdot P(\overline{C}\,|\,A)+P(\overline{A})\cdot P(B\,|\,\overline{A})\cdot P(\overline{C}\,|\,\overline{A})=0,5\cdot 0,6\cdot(1-0,05)+0,5\cdot 0,7\cdot(1-0,1)$$

$=0,6$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;1;0\right)$, $B\left(5;-3;2\right)$ và $C\left(0;4;-1\right)$. Xét các điểm M thay đổi trong không gian sao cho diện tích tam giác ABM bằng $6\sqrt{2}$.

a) Đoạn thẳng AB có độ dài bằng 3.

b) Đường thẳng AB có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

c) Khoảng cách từ điểm C tới đường thẳng AB bằng $2\sqrt{2}$.

d) Đoạn thẳng MC có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-4;2)$ nên đoạn thẳng AB có độ dài bằng $\sqrt{4^2+4^2+2^2}=6$.

b) Đúng.

Vectơ $\overrightarrow{AB}=(4;-4;2)=2(2;-2;1)$ nên đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

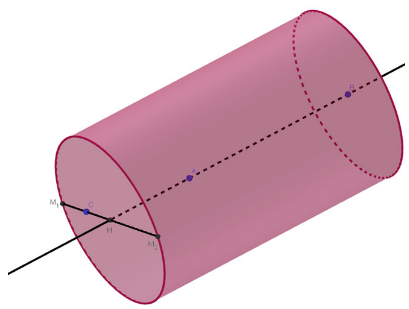
c) Sai.

Vectơ $\overrightarrow{AC}=(-1;3;-1)$ nên khoảng cách từ điểm C tới đường thẳng AB bằng

$$\mathrm{d}(C,AB)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}\right]\right|}{AB}=\sqrt{2}.$$

d) Đúng.

Diện tích tam giác ABM bằng $\dfrac{1}{2}AB.\mathrm{d}(M,AB)=6\sqrt{2}\Leftrightarrow \mathrm{d}(M,AB)=2\sqrt{2}$. Suy ra M thuộc mặt trụ có trục là đường thẳng AB, bán kính $R=2\sqrt{2}$.



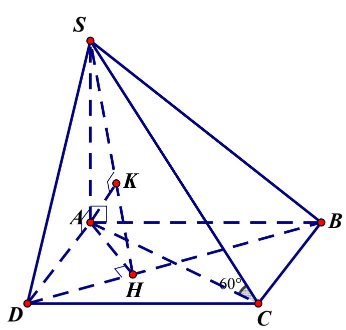
Đoạn thẳng MC có độ dài nhỏ nhất bằng $MC_{\min}=\left|\mathrm{d}(M,AB)-\mathrm{d}(C,AB)\right|=\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $\mathrm{AB}=2\sqrt{2}$ và $\mathrm{BC}=2$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa cạnh bên SC với đáy là 60^0. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD). *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Lời giải

Trả lời: 1,58



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD và K là hình chiếu vuông góc của A trên SH.

Ta có $\mathrm{SA}\perp\mathrm{BD}$ và $\mathrm{AH}\perp\mathrm{BD}$ nên $\mathrm{BD}\perp(\mathrm{SAH})$.

Suy ra $\mathrm{AK}\perp\mathrm{BD}$. Mà $\mathrm{AK}\perp\mathrm{SH}$ nên $\mathrm{AK}\perp(\mathrm{SBD})$

Ta có: $\mathrm{d}\left(C;\left(SBD\right)\right)=\mathrm{d}\left(A;\left(SBD\right)\right)=AK$

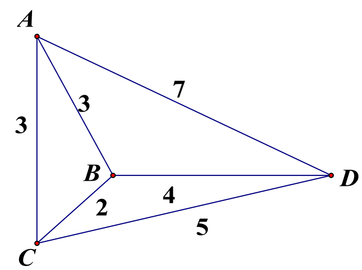
Ta có: $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AD^2}=\dfrac{29}{72}$

Vậy $\mathrm{d}\left(C;\left(SBD\right)\right)=AK=\dfrac{6\sqrt{58}}{29}\approx 1,58$.

Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A,B,C và D. Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 15



Xe giao hàng có thể xuất phát từ một trong 4 kho hàng A,B,C,D. Giả sử xe giao hàng xuất phát từ kho A.

Để đi qua tất cả các kho hàng và quay trở về A, xe giao hàng có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	*Tổng quãng đường*
$A\to B\to C\to D\to A$	$3+2+5+7=17$
$A\to B\to D\to C\to A$	$3+4+5+3=15$
$A\to C\to B\to D\to A$	$3+2+4+7=16$
$A\to C\to D\to B\to A$	$3+5+4+3=15$
$A\to D\to B\to C\to A$	$7+4+2+3=16$
$A\to D\to C\to B\to A$	$7+5+2+3=17$

Nếu xuất phát từ đỉnh khác thì chỉ là phép thay thế bước đi trong sơ đồ trên.

Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

Câu 3: Trong không gian, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo $(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $S=a-b-2c$

Lời giải

Trả lời: 529

Gọi $Q(a;b;c)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$\overrightarrow{MN}=(300;100;2)$

$\overrightarrow{NQ}=(a-800;b-300;c-10)$

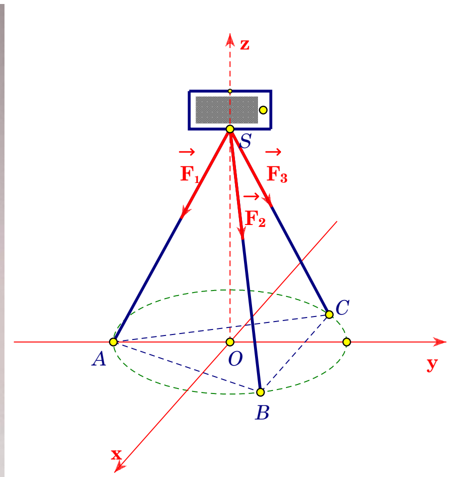
Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ M đến N gấp 4 lần thời gian bay từ N đến Q nên $MN=4NQ$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{NQ}\Leftrightarrow\begin{cases}300=4(a-800)\\100=4(b-300)\\2=4(c-10)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=875\\b=325\\c=10,5\end{cases}\Rightarrow Q(875;325;10,5)$

Khi đó, $S=a-b-2c=529$

Câu 4: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm). Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\overrightarrow{F_1}=(a;b;c)$, khi đó $P=3a+5b+8c$ bằng?



Lời giải

Trả lời: -6

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0;0;30)$, $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$

Suy ra $\overrightarrow{SA}=(0;-6;-30);\overrightarrow{SB}=(3\sqrt{3};3;-30);\overrightarrow{SC}=(-3\sqrt{3};3;-30)$.

Suy ra $SA=SB=SC=6\sqrt{26}$ mà $|\overrightarrow{F_1}|=|\overrightarrow{F_2}|=|\overrightarrow{F_3}|\Rightarrow\exists k\in\mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{cases}\overrightarrow{F}_1=k.\overrightarrow{SA}=(0;-6k;-30k)\\\overrightarrow{F}_2=k.\overrightarrow{SB}=(3\sqrt{3}k;3k;-30k)\\\overrightarrow{F}_3=k.\overrightarrow{SC}=(-3\sqrt{3}k;3k;-30k)\end{cases}$$

Suy ra $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\left(0;0;-90k\right)$.

Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên điện thoại $\Rightarrow \vec{F}=\left(0;0;-2\right)$

Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\vec{F}$

Suy ra $-90\text{k}=-2\Rightarrow k=\dfrac{1}{45}$.(Do $\vec{F}$ ngược hướng với chiều dương đã chọn)

Vậy $\vec{\text{F}}_1=\left(0;-\dfrac{2}{15};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=-\dfrac{2}{15}\\c=-\dfrac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow\boxed{P=3a+5b+8c=-6}$.

Câu 5: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A: "Học sinh đó chọn tổ hợp $A00$";

Và B: "Học sinh đó đỗ đại học".

Ta cần tính $P\left(A\mid B\right)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P\left(A\right),P\left(\overline{A}\right),P\left(B\mid A\right),P\left(B\mid\overline{A}\right)$.

Ta có: $P\left(A\right)=0,8$; $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,8=0,2$.

$P\left(B\mid A\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp $A00$

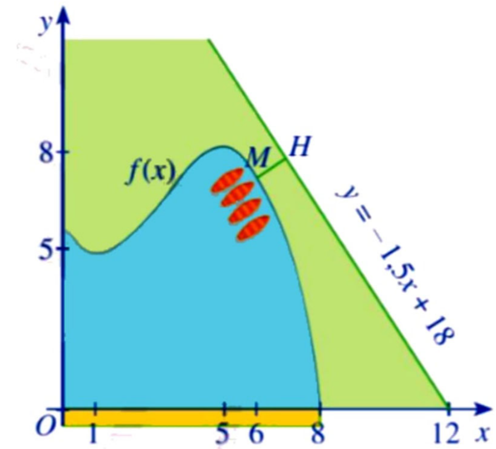
$\Rightarrow P\left(B\mid A\right)=0,6$.

$P\left(B\mid\overline{A}\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp $A00$ $\Rightarrow P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P\left(A\mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid\overline{A}\right)}=\frac{0,8.0,6}{0,8.0,6+0,2.0,7}\approx 0,77.$$

Câu 6: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh hoạ dưới đây, nó được giới hạn bởi các trục toạ độ và đồ thị của hàm số: $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)$(Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là $100\,m$).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y=-1,5x+18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Gọi $M\left(a;b\right)$ là tọa độ của điểm để xây bến thuyền này. Khi đó, tính $a+b$

Lời giải

Trả lời: 1340

Xét điểm $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)$ với $0\le x\le 8$

Khoảng cách từ điểm $M\left(x;f\left(x\right)\right)$ đến đường thẳng $y=-1,5x+18 \Leftrightarrow -1,5x-y+18=0$ là:

$$MH=\frac{\left|-1,5x-\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)+18\right|}{\sqrt{\left(-1,5\right)^2+1}}=\frac{\left|x^3-9x^2+124\right|}{10\sqrt{3,25}}.$$

Ta khảo sát hàm số: $h\left(x\right)=x^3-9x^2+124$ với $0\le x\le 8$

$h'\left(x\right)=3x^2-18x;$

$h'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x^2-6x=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=6$

Bảng biến thiên:

x	0		6		8
$h'(x)$	0	–	0	+	
$h(x)$	124	$\searrow$	16	$\nearrow$	60

Căn cứ bảng biến thiên, ta có: $h\left(x\right)>0$ với $0\le x\le 8$;

$\min\limits_{[0;8]} h\left(x\right)=h\left(6\right)=16$ tại $x=6$

$$\min MH=\min\limits_{[0;8]}\frac{\left|x^3-9x^2+124\right|}{10\sqrt{3,25}}=\frac{1}{10\sqrt{3,25}}\cdot\min\limits_{[0;8]} h\left(x\right)=\frac{16}{10\sqrt{3,25}}\approx 0,8875$$

và đạt được tại $x=6$. Khi đó, $f\left(6\right)=7,4$.

Vậy trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm để xây bến thuyền có tọa độ là $M\left(6;7,4\right)$.

Vì 1 đơn vị trên trục là $100m$ nên ta có $a+b=100.6+100.7,4=1340$

---------- HẾT ----------

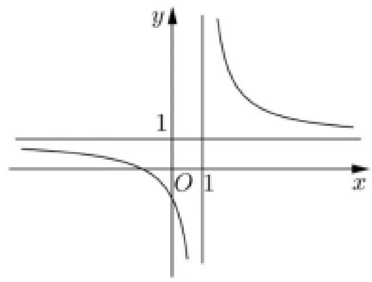
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-2x+1$

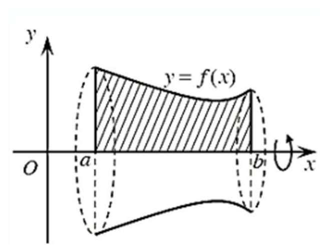
A. $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3-x^2+x+C$. **B.** $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3+x^2+x+C$.
C. $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3-x^2+C$. **D.** $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=3x-2+C$.

Câu 2: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ **C.** $y=x^3+x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x-1$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a;\,b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ (*tham khảo hình vẽ*). Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành được tính bằng công thức



Lời giải

A. $V=\pi\int_b^a[f(x)]^2\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b|f(x)|\,\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$

Câu 4: Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;\,3,0)$	$[3,0;\,3,3)$	$[3,3;\,3,6)$	$[3,6;\,3,9)$	$[3,9;\,4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

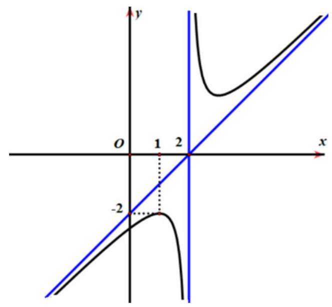
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=0 \\ z=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=1+4t \end{cases}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ (với $a\neq 0; m\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=2x-2$. **D.** $y=x+2$.

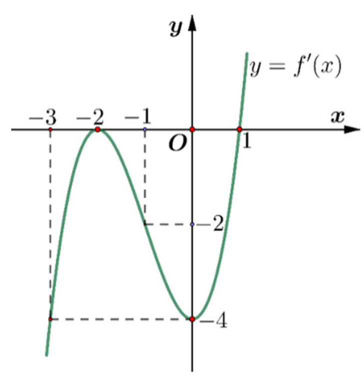
Câu 7: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2-\log_2 3=1$ là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục toạ độ Ox, Oy và Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=0.$ **B.** $3x+6y+2z-6=0.$ **C.** $3x+6y+2z-9=0.$ **D.** $2x+6y+3z-6=0.$

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Giá trị $\sin$ của góc nhị diện $[A', BD, A]$

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhà máy SAMSUNG Bắc Ninh trung bình bán được 1500 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng với giá 320 nghìn đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 10 nghìn đồng, số lượng sạc dự phòng bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 sạc dự phòng mỗi tháng. Hàm chi phí hàng tháng là $C(x) = 20000 - 10x$ (nghìn đồng) trong đó x là số sạc dự phòng bán ra trong một tháng. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Nếu nhà sản suất bán mỗi sản phẩm với giá 270 nghìn đồng thì sẽ bán được trung bình 2000 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng.

b) Hàm doanh thu của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $R(x) = -0{,}1x^2 + 470x$.

c) Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $P(x) = -0{,}1x^2 + 460x - 20000$

d) Để lợi nhuận là lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2300 sản phẩm mỗi tháng.

Câu 2: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người ta nhìn thấy một chướng ngại vật nên đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Ô tô dừng lại sau 10 giây.

b) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

c) Từ thời điểm đạp phanh đến khi dừng lại, ô tô đi được quãng đường là 90m.

d) Quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối bằng 125 m.

Câu 3: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 18 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 11 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 153 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\frac{12}{35}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{2116}{3325}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{1071}{2116}$.

Câu 4: Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là ***Global Positioning System***, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình minh hoạ).

Ảnh: Vệ tinh GPS đang bay trên quỹ đạo quanh Trái Đất.
(Nguồn: https://vi.wikipedia.org)

Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

+ Ta xét ví một ví dụ cụ thể sau: Cho bốn vệ tinh $A(1;-1;2)$; $B(2;1;3)$; $C(-1;4;0)$; $D(2;3;1)$. Một chiếc máy bay quân sự đang ở vị trí M với $MA=3$; $MB=\sqrt{5}$; $MC=\sqrt{26}$; $MD=\sqrt{5}$.

a) Mặt cầu tâm A đi qua điểm M có bán kính là 3.

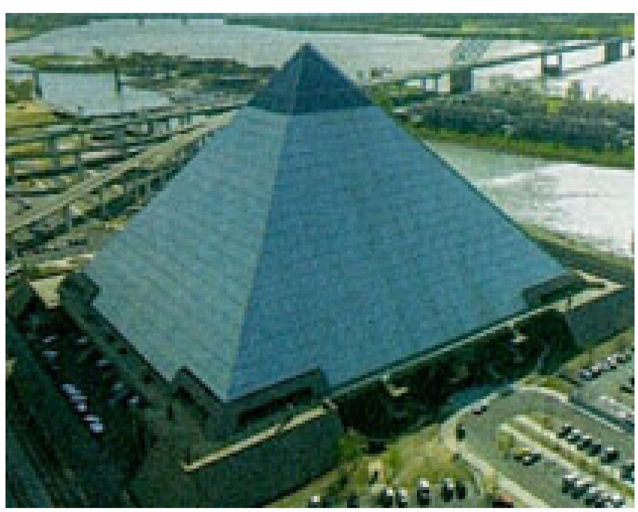
b) Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S) tâm B bán kính MB là $x+2y+z-6=0$.

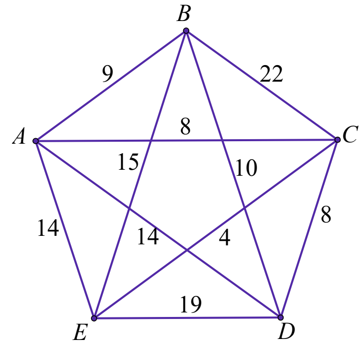
d) Tọa độ của máy bay quân sự là $M(x;y;z)$ với $x+y+z=3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy. *(đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*

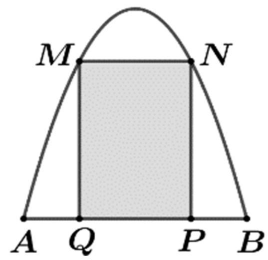


Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

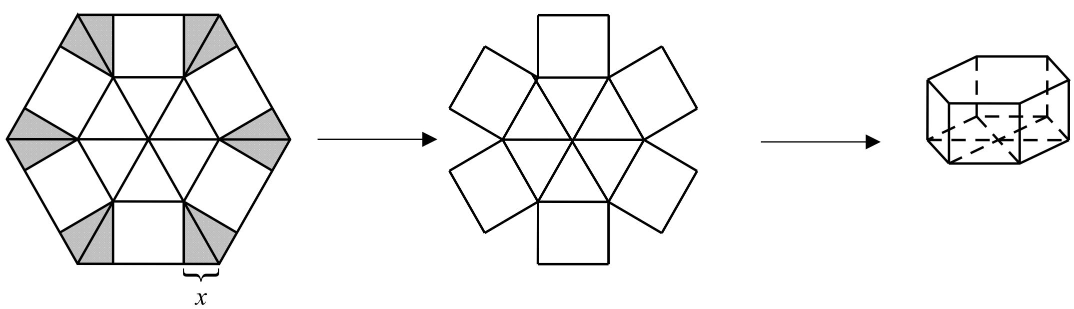


Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3$ km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*

Câu 4: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tâm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? *(đơn vị mét vuông, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*



Câu 5: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Câu 6: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	D	D	B	A	D	B	A	C	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng	a) Đúng
	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng
	c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng
	d) Sai	d) Sai	d) Đúng	d) Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	47,4	45	5,1	18,7	15	10

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2-2x+1$

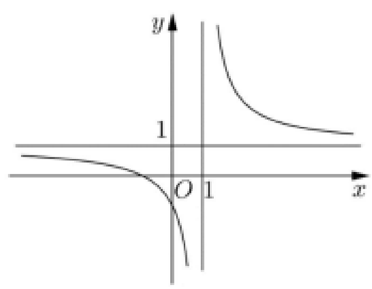
A. $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3-x^2+x+C$. **B.** $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3+x^2+x+C$.

C. $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3-x^2+C$. **D.** $\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=3x-2+C$.

Lời giải

$\int(3x^2-2x+1)\mathrm{d}x=x^3-x^2+x+C$.

Câu 2: Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

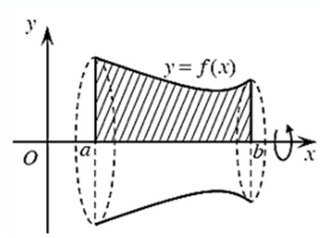


A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ **C.** $y=x^3+x^2+1$ **D.** $y=x^3-3x-1$

Lời giải

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a;\,b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ (*tham khảo hình vẽ*). Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành được tính bằng công thức



Lời giải

A. $V=\pi\int_b^a [f(x)]^2\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x$

Lời giải

Công thức đúng là $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2\mathrm{d}x.$.

Câu 4: Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;\,3,0)$	$[3,0;\,3,3)$	$[3,3;\,3,6)$	$[3,6;\,3,9)$	$[3,9;\,4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;\,3,0)$	$[3,0;\,3,3)$	$[3,3;\,3,6)$	$[3,6;\,3,9)$	$[3,9;\,4,2)$
Số ngày đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}=\frac{3.2,85+6.3,15+5.3,45+4.3,75+2.4,05}{20}=3,39$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2=\frac{1}{20}\left[3.(2,85)^2+6.(3,15)^2+5.(3,45)^2+4.(3,75)^2+2.(4,05)^2\right]-(3,39)^2=0,1314$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S=\sqrt{S^2}=\sqrt{0,1314}\approx 0,36$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là

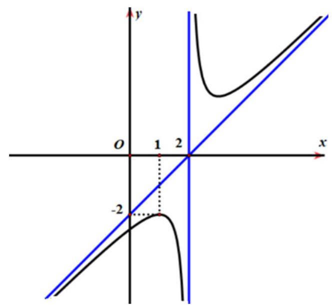
A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=2\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=0\\z=1-4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{CB}=(4;-2;1)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\left[\overrightarrow{CB},\vec{j}\right]=(-1;0;4)$.

Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;0;4)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ (với $a\neq 0; m\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=2x-2$. **D.** $y=x+2$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(2;0),(0;-2)$ nên thỏa mãn đáp án **A.**

Câu 7: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2-\log_2 3=1$ là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Phương trình $\log_4 x^2-\log_2 3=1 \Leftrightarrow \log_4 x^2=\log_4 36 \Leftrightarrow x=\pm 6$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;3)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục toạ độ Ox, Oy và Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

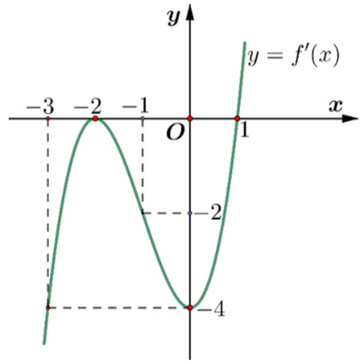
A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=0.$ **B.** $3x+6y+2z-6=0.$ **C.** $3x+6y+2z-9=0.$ **D.** $2x+6y+3z-6=0.$

Lời giải

Toạ độ các điểm A, B, C là $A(2;0;0)$; $B(0;1;0)$; $C(0;0;3)$.

Suy ra phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$ hay $3x+6y+2z-6=0.$

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

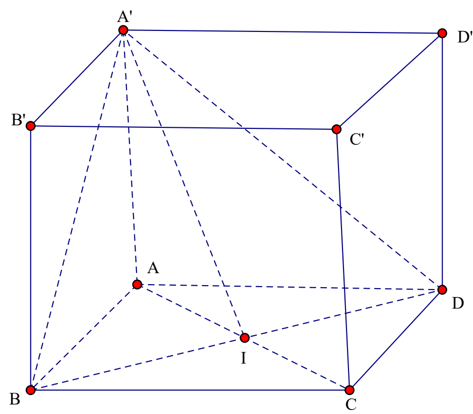
Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f'(x) < 0, \forall x < 1$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Giá trị sin của góc nhị diện $[A', BD, A]$

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA')$; $BD = (BDA') \cap (ABCD)$.

Do đó góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ là $\widehat{AIA'}$.

Xét $\Delta AA'I$ vuông tại A, ta có:

$$AA' = a;\ AI = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'I = \sqrt{AA'^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin\widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{x-1} < \dfrac{5}{2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1}<\frac{5}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1}<\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\Leftrightarrow x-1>-1\Leftrightarrow x>0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0;+\infty)$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_2=3$ và $u_4=7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Lời giải

Từ giả thiết $u_2=3$ và $u_4=7$ suy ra hệ phương trình: $\begin{cases}u_1+d=3\\u_1+3d=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u_1=1\\d=2\end{cases}$.

Vậy $u_{15}=u_1+14d=29$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Nhà máy SAMSUNG Bắc Ninh trung bình bán được 1500 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng với giá 320 nghìn đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 10 nghìn đồng, số lượng sạc dự phòng bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 sạc dự phòng mỗi tháng. Hàm chi phí hàng tháng là $C(x)=20000-10x$ (nghìn đồng) trong đó x là số sạc dự phòng bán ra trong một tháng. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Nếu nhà sản suất bán mỗi sản phẩm với giá 270 nghìn đồng thì sẽ bán được trung bình 2000 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng.

b) Hàm doanh thu của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $R(x)=-0,1x^2+470x$.

c) Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $P(x)=-0,1x^2+460x-20000$

d) Để lợi nhuận là lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2300 sản phẩm mỗi tháng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Gọi p (nghìn đồng) là giá một chiếc sạc dự phòng; x là số sạc dự phòng được bán trong mỗi tháng. Ta cần xác định hàm cầu $p=p(x)$. Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p=p(x)$ là hàm số bậc nhất: Gọi $p(x)=ax+b$.

Giá $p_1=320$ ứng với $x_1=1500$ và giá $p_2=310$ ứng với $x_2=1500+100=1600$.

Do đó đường thẳng $p=ax+b$ đi qua hai điểm $(1500;320)$ và $(1600;310)$. Ta có hệ:

$\begin{cases}1500a+b=320\\1600a+b=310\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-0,1\\b=470\end{cases}$.

Khi đó $p(x)=-0,1x+470$. Suy ra $x=-10p+4700$.

Với $p=270$ thì số lượng sạc dự phòng được bán ra là $x=-10.270+4700=2000$.

b) Hàm doanh thu khi bán được x sạc dự phòng là

$R(x)=x.p=x(-0,1x+470)=-0,1x^2+470x$

c) Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là

$P(x)=R(x)-C(x)=-0,1x^2+470x-(20000-10x)=-0,1x^2+480x-20000$.

d) Bài toán yêu cầu trở thành tìm x để $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $P'(x) = -0,2x + 480$.

$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2400$.

BBT

x	0		2400		$+\infty$
P'		$+$	0	$-$	
P	-20000	$\nearrow$	556000	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đạt được lợi nhuận lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2400 sản phẩm mỗi tháng với lợi nhuận lớn nhất là 556 triệu đồng.

Câu 2: Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người ta nhìn thấy một chướng ngại vật nên đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Ô tô dừng lại sau 10 giây.

b) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

c) Từ thời điểm đạp phanh đến khi dừng lại, ô tô đi được quãng đường là 90m.

d) Quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối bằng 125 m.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng.

Khi ô tô dừng lại, ta có $v(t) = 0 \Rightarrow -2t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 10(s)$.

b) Đúng.

Ta có $s(t) = \int v(t)\,dt$.

c) Sai.

Ta có quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng lại là

$$s = \int_0^{10} v(t)\,dt = \int_0^{10} (-2t + 20)\,dt = \left(-t^2 + 20t\right)\Big|_0^{10} = 100(m)$$

d) Sai.

Trong 5 giây trước khi đạp phanh, ô tô vẫn đi với vận tốc 20 m/s nên quãng đường ô tô đi được trong 5 giây này là $5.20 = 100(m)$. Vậy quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối bằng $100 + 100 = 200(m)$.

Câu 3: Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 18 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 11 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 153 cách.

b) Xác suất chọn được 2 phế phẩm trong hộp loại II là $\dfrac{12}{35}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\dfrac{2116}{3325}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\dfrac{1071}{2116}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng

Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{18}^2 = 153$ cách.

b) Sai

Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2 = 6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 15 sản phẩm (11 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{15}^2 = 105$ cách. Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\dfrac{6}{105} = \dfrac{2}{35}$.

c) Đúng

Gọi A: *"Chọn được trong thùng một hộp loại I"*.

Và B: *"Chọn được trong thùng một hộp loại II"*.

Xác suất chọn hộp loại I là $P(A) = \dfrac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P(B) = \dfrac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố "Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt".

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là $P(C|A) = \dfrac{C_{18}^2}{C_{20}^2} = \dfrac{153}{190}$.

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P(C|B) = \dfrac{C_{11}^2}{C_{15}^2} = \dfrac{11}{21}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là

$$P(C) = P(C|A).P(A) + P(C|B).P(B) = \frac{153}{190}.\frac{2}{5} + \frac{11}{21}.\frac{3}{5} = \frac{2116}{3325}.$$

d) Đúng

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là

$$P(A|C) = \frac{P(C|A).P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{153}{190}.\frac{2}{5}}{\frac{2116}{3325}} = \frac{1071}{2116}.$$

Câu 4: Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là ***Global Positioning System***, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình minh hoạ).

Ảnh: Vệ tinh GPS đang bay trên quỹ đạo quanh Trái Đất.
(Nguồn: https://vi.wikipedia.org)

Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Như vậy điểm M là giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.

+ Ta xét ví một ví dụ cụ thể sau: Cho bốn vệ tinh $A(1;-1;2)$; $B(2;1;3)$; $C(-1;4;0)$; $D(2;3;1)$. Một chiếc máy bay quân sự đang ở vị trí M với $MA=3$; $MB=\sqrt{5}$; $MC=\sqrt{26}$; $MD=\sqrt{5}$.

a) Mặt cầu tâm A đi qua điểm M có bán kính là 3.

b) Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S) tâm B bán kính MB là $x+2y+z-6=0$.

d) Tọa độ của máy bay quân sự là $M(x;y;z)$ với $x+y+z=3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng

Mặt cầu có tâm A và đi qua điểm M có bán kính là $MA=3$.

b) Đúng

Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$.

c) Đúng

Phương trình mặt cầu (S_1) là $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0\ (1)$

Phương trình mặt cầu $S\left(B,MB\right)$ là: $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=5$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4x-2y-6z+9=0\ \left(2\right)$

Lấy $\left(1\right)$ trừ $\left(2\right)$ ta được: $2x+4y+2z-12=0 \Leftrightarrow x+2y+z-6=0$

d) Sai

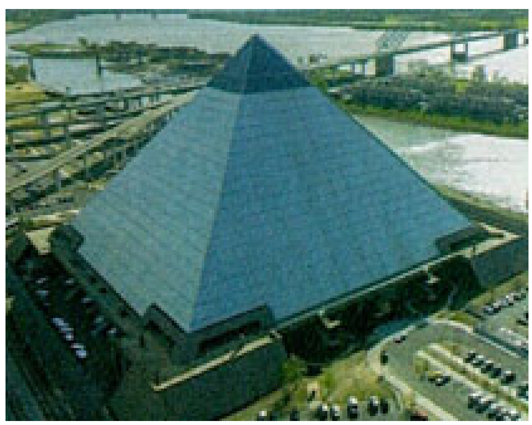
Vì $MA=3; MB=\sqrt{5}; MC=\sqrt{26}; MD=\sqrt{5}$ và $M\left(x;y;z\right)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-2\right)^2=9 & (1)\\ \left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=5 & (2)\\ \left(x+1\right)^2+\left(y-4\right)^2+z^2=26 & (3)\\ \left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-1\right)^2=5 & (4)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+4y+2z=12\\ -6x+6y-6z=-18\\ 6x-2y+2z=18\\ \left(x-2\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-1\right)^2=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=1\\ z=1\end{cases}$$

Vậy $x+y+z=5$.

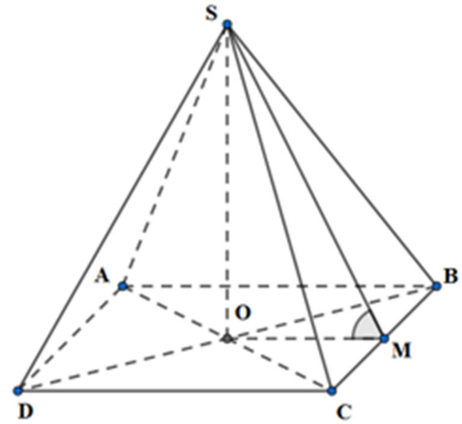
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy. *(đơn vị độ, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*



Lời giải

Trả lời: 47,4



Kẻ $SM \perp BC$.

Mà $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$. Suy ra $BC \perp OM$.

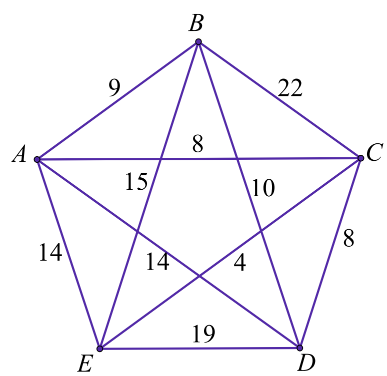
Do đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$.

Ta có: $SO = 98; OM = \frac{1}{2} \cdot 180 = 90$.

$\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = 1,1$. Suy ra $\widehat{SMO} \approx 47,4°$.

Vậy góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $47,4°$.

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 45

+ Xuất phát từ A, đường đi ít thử thách nhất là AC, AC có 8 thử thách;

Từ C, đường đi ít thử thách nhất là CE, CE có 4 thử thách;

Từ E, đường đi ít thử thách nhất là EB, EB có 15 thử thách;

Từ B, đường đi ít thử thách nhất là BD, BD có 10 thử thách;

Đến đây ta quay về A, DA có 14 thử thách.

Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là là: $8+4+15+10+14=51$

+ Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:

Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9+8+4+19+10=50$

Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4+14+9+10+8=45$

Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8+4+14+9+10=45$

Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4+8+9+10+19=50$

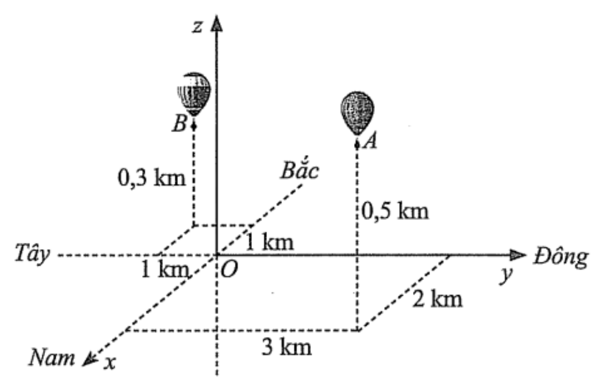
Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4+8+10+9+14=45$

Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

Câu 3: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,3$ km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*

Lời giải

Trả lời: 5,1



Hình 7

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc toạ độ O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét).

Khi đó $O(0;0;0)$, $A(2;3;0,5)$, $B(-1;-1;0,3)$ lần lượt là vị trí xuất phát và vị trí của hai khinh khí cầu đối với hệ trục toạ độ đã chọn tại thời điểm được quan sát.

Gọi M là vị trí đứng của người quan sát.

Gọi $B'(-1;-1;-0,3)$ là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy).

Ta có $MA+MB=MA+MB'$.

Suy ra $MA+MB$ nhỏ nhất khi $MA+MB'$ nhỏ nhất, nghĩa là khi và chỉ khi A, B', M thẳng hàng.

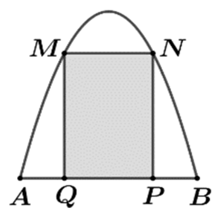
Gọi $M\left(x_M;y_M;0\right)$, suy ra $\overrightarrow{MA}=\left(2-x_M;3-y_M;0,5\right)$, $\overrightarrow{MB'}=\left(-1-x_M;-1-y_M;-0,3\right)$.

A, B', M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB'}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{-1-x_M}{2-x_M}=\frac{-1-y_M}{3-y_M}=\frac{-0,3}{0,5}\Rightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{1}{8} \\ y_M=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{8};\frac{1}{2};0\right).$$

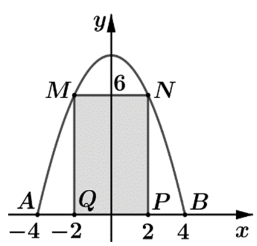
Khi đó $\min\left(MA+MB\right)=\min\left(MA+MB'\right)=AB'\approx 5,1$ km.

Câu 4: Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB=8$ m. Người ra treo một tâm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN=4$ m, $MQ=6$ m. Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? *(đơn vị mét vuông, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*



Lời giải

Trả lời: 18,7



Diện tích của phần phía ngoài phông (phần không tô đen) bằng diện tích hình giới hạn bởi parabol trừ đi diện tích phông hình chữ nhật MNPQ

Diện tích của hình chữ nhật là: $4\cdot 6=24m^2$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

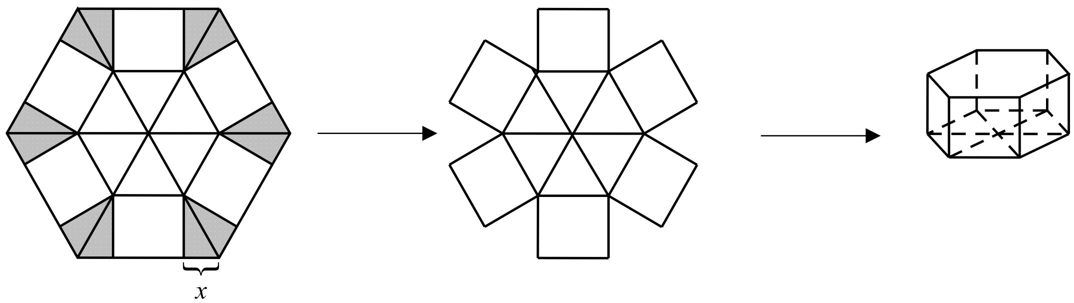
Parabol đối xứng qua Oy nên có dạng $\left(P\right):y=ax^2+c$. Vì $\left(P\right)$ đi qua $B\left(4;0\right)$ và $N\left(2;6\right)$ nên $\left(P\right):y=-\frac{1}{2}x^2+8$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(P\right)$ và trục Ox là

$$S=2\int_0^4\left(-\frac{1}{2}x^2+8\right)\mathrm{d}x=\frac{128}{3}\ \mathrm{m}^2.$$

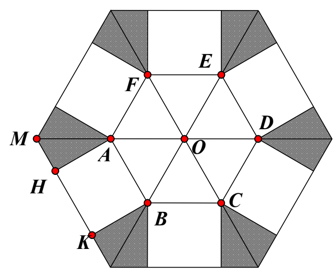
Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa là $S = S_1 - S_{MNPQ} = \dfrac{128}{3} - 24 = \dfrac{56}{3} \approx 18,7\ \text{ m}^2$.

Câu 5: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Lời giải

Trả lời: 15



Điều kiện $0 < x < 45$

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều: $AB = HK = 90 - 2x$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều: $HA = MH.\tan 60^0 = x\sqrt{3}$

Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều: $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6.\dfrac{\sqrt{3}}{4}(90-2x)^2$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều: $V(x) = HA.S_{ABCDEF} = \dfrac{9}{2}x(90-2x)^2$

Hay $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$

Xét hàm số $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$ trên khoảng $(0;45)$.

$V'(x) = 54x^2 - 3240x + 36450$

$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15$ hoặc $x = 45$ (loại).

Bảng biến thiên:

x	0		15		45
$V'(x)$		+	0	−	
$V(x)$	0	↗	243000	↘	0

Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{(0;45)} V(x) = 243000\left(cm^3\right)$ khi và chỉ khi $x = 15cm$

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi $x = 15cm$

Câu 6: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Trả lời: 10

Gọi A là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất"

Gọi B là biến cố "Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai"

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi $\left(n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1\right)$

$P(A) = \frac{6}{n}$; $P(B|A) = \frac{5}{n-1}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -9 \\ n = 10 \end{array}\right.$.

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

Môn: Toán – Thời gian: 90 phút

ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

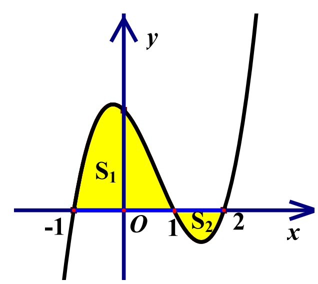
Câu 2: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 m của hai vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	$[10;10,3)$	$[10,3;10,6)$	$[10,6;10,9)$	$[10,9;11,2)$
Số lần chạy của A	2	10	5	3
Số lần chạy của B	3	7	9	6

Gọi s_A, s_B lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn A và **B.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_A = s_B$. **B.** $s_A > s_B$. **C.** $s_A < s_B$. **D.** $s_A = 0,26$.

Câu 3: Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ và diện tích hai phần tô đậm lần lượt là $S_1 = 10$ và $S_2 = 3$.



Giá trị của $\int_{-1}^{2} f(x)dx$ bằng

A. 7. **B.** 13

C. -7. **D.** 5.

Câu 4: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{4x}dx$. **B.** $\int_0^1 e^{2x}dx$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{2x}dx$. **D.** $\int_0^1 e^{4x}dx$

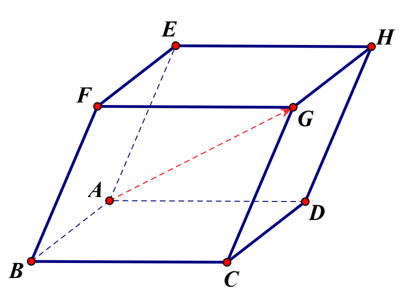
Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH}$.

B. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{DH}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH}$.



Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp\left(ABCD\right),\widehat{SBA}=60^0$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 7: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_2=2,\ u_3=6$. Công bội q của cấp số nhân là:

A. 3. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 8: Nghiệm phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=8$. **B.** $x=7$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}\left(4x-3\right)\ge\log_{0,3}\left(3x+1\right)$ là:

A. $S=\left(\frac{3}{4};4\right)$. **B.** $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$. **C.** $S=\left[4;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(\frac{3}{4};4\right]$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SD=a\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 11: Giả sử là nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định bằng công thức $T=22+50e^{\frac{-t}{8}},t\ge0$. Trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống xong. Hỏi sau bao lâu từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống là $40°C$?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin^2x$ là

A. $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{2}+C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30-\frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Gọi *x* là số hành khách trên mỗi chuyến xe để lợi nhuận $F\left(x\right)$ thu được là lớn nhất, $(0<x\le60)$.

a) Hàm số $F\left(x\right)=\left(300-\frac{5x}{2}\right)^2x$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng (0; 40).

c) Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.

d) Số tiền lớn nhất chuyến xe thu được là 1500000 đồng.

Câu 2: Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh họa sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi x là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và y là phần trăm tổng thu nhập, mô hình $y=x$ sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz $y=f\left(x\right)$, biểu thị sự phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với $0\le x\le 100$, biểu thị "sự bất bình đẳng về thu nhập" của một quốc gia. Năm 2005, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hóa bởi hàm số

$$y=\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2,0\le x\le 100,$$

Trong đó x được tính từ các gia đình nghèo nhất đến giàu có nhất.

(Theo R.Larson, Brief Calculus: An Applied Approach, 8th edition, Cengage Learning, 2009)

a) Tính theo thứ tự từ các gia đình nghèo nhất đến giàu nhất, tổng thu nhập thực tế của 60% các gia đình đầu tiên chiếm chưa đến 30% so với tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

b) Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo nhất đến giàu nhất, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau từ 1 đến 10, tổng thu nhập của các gia đình trong nhóm 3 chiếm khoảng $8,56\%$ tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

c) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kì năm 2005 được xác định bởi công thức:

$$\int_0^{100}\left[x-\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2\right]\mathrm{d}x$$

d) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 đã vượt quá 2000.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

a) $P\left(A\right)=0,4;P\left(B\right)=0,5$

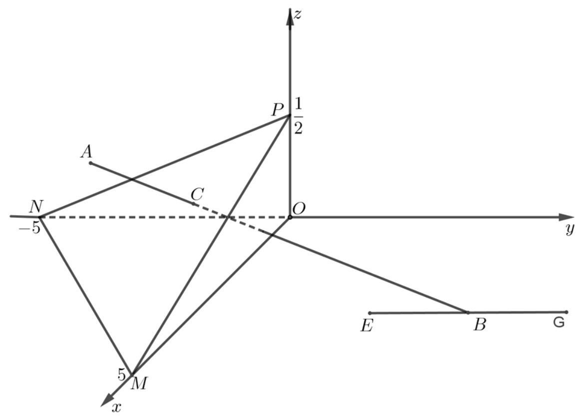
b) A và B là hai biến cố độc lập.

c) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $\frac{1}{3}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(\frac{7}{2};-2;\frac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\frac{7}{2};\frac{11}{2};0\right)$ trên đường băng EG. Biết rằng có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua ba điểm $M\left(5;0;0\right)$, $N\left(0;-5;0\right)$, $P\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$, điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh và theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E\left(\frac{7}{2};\frac{9}{2};0\right)$của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$ (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới).

(*Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014*)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x = \dfrac{7}{2} \\ y = -2 + \dfrac{15}{2}t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = \dfrac{2}{5} - \dfrac{2}{5}t \end{cases}$

b) Tọa độ của điểm $C\left(\dfrac{7}{2}; 0; \dfrac{28}{115}\right)$.

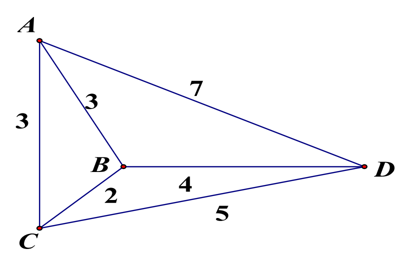
c) Khi máy bay đạt được độ cao $120m$ so với đường băng thì máy bay đang ở vị trí điểm D trên đoạn thẳng AB có tọa độ là $D\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{13}{4}; \dfrac{3}{25}\right)$.

d) Nếu tầm nhìn xa của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là $900m$ thì người phi công đó đạt được quy định an toàn bay.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$, $SA = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC .Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D. Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?

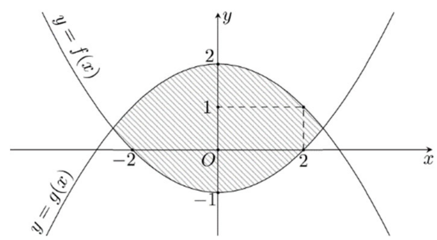


Câu 3: Trên mặt đất có hai trạm thiên văn B và C đang theo dõi vị trí của một vệ tinh M. Lúc này trong không gian cũng có một vệ tinh A di chuyển cùng với tốc độ quay của trái đất nên vị trí so với hai đài quan sát B và C là không đổi. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1000 km), giả sử $A(0;0;8)$, $B(4;0;0), C(0;6;0)$. Dữ liệu quan sát từ hai trạm B và C cho thấy $MB^2 + MC^2 = 44$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai vệ tinh A và M (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm và đơn vị là nghìn kilômét).

Câu 4: Bác Thuận xây một hồ nước hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 1m và chứa được $9m^3$ nước. Chi phí xây dựng như sau: mặt phía bên trong hồ là 1 triệu đồng $/1m^2$, mặt đáy của hồ là 2 triệu đồng $/1m^2$. Tính chi phí thấp nhất bác Thuận phải bỏ ra để xây hồ nước (đơn vị triệu đồng).

Câu 5: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển $150\,\text{m}$ về phía nam và $200\,\text{m}$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50\,\text{m}$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180\,\text{m}$ về phía bắc và $240\,\text{m}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60\,\text{m}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 6: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần gạch sọc như hình vẽ) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét).



Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*?

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	A	A	C	B	A	C	D	C	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;

Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
	Sai	Sai	Sai	Sai
	Đúng	Sai	Sai	Đúng
	Sai	Đúng	Đúng	Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	30	15	5,77	30	550	9,8

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Câu 2: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 m của hai vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	$[10;10,3)$	$[10,3;10,6)$	$[10,6;10,9)$	$[10,9;11,2)$
Số lần chạy của A	2	10	5	3
Số lần chạy của B	3	7	9	6

Gọi s_A, s_B lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn A và **B.** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_A = s_B$. **B.** $s_A > s_B$. **C.** $s_A < s_B$. **D.** $s_A = 0,26$.

Lời giải

Ta có bảng số liệu với giá trị đại diện:

Thời gian (giây)	$[10;10,3)$	$[10,3;10,6)$	$[10,6;10,9)$	$[10,9;11,2)$
Giá trị đại diện	10,15	10,45	10,75	11,05
Số lần chạy của A	2	10	5	3
Số lần chạy của B	3	7	9	6

Vận động viên A:

Giá trị trung bình $\overline{x_A} = \dfrac{10,15.2 + 10,45.10 + 10,75.5 + 11,05.3}{2+10+5+3} = \dfrac{2117}{200}$

Phương sai: $s_A^2 = \dfrac{1}{20}\left(10,15^2.2 + 10,45^2.10 + 10,75^2.5 + 11,05^2.3\right) - \left(\dfrac{2117}{200}\right)^2 = \dfrac{2691}{40000}$

Độ lệch chuẩn: $s_A = \sqrt{\dfrac{2691}{40000}} \approx 0,26$

Vận động viên B:

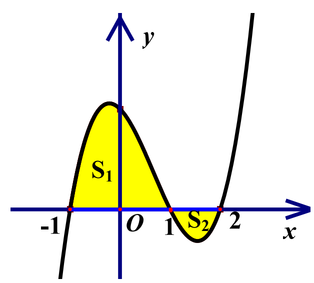
Giá trị trung bình $\overline{x_B} = \dfrac{10,15.3 + 10,45.7 + 10,75.9 + 11,05.6}{3+7+9+6} = \dfrac{5333}{500}$

Phương sai: $s_B^2 = \dfrac{1}{25}\left(10,15^2.3 + 10,45^2.7 + 10,75^2.9 + 11,05^2.6\right) - \left(\dfrac{5333}{500}\right)^2 = \dfrac{1296}{15625}$

Độ lệch chuẩn: $s_B = \sqrt{\dfrac{1296}{15625}} = 0,288$

Vậy $s_A < s_B$.

Câu 3: Cho đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ và diện tích hai phần tô đậm lần lượt là $S_1 = 10$ và $S_2 = 3$.



Giá trị của $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,dx$ bằng

A. 7. **B.** 13 **C.** -7. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $S_1 = 10 \Rightarrow \int\limits_{-1}^{1} |f(x)|dx = 10 \Rightarrow \int\limits_{-1}^{1} f(x)dx = 10$ (vì $f(x) \ge 0, \forall x \in [-1;1]$).

Với $S_2 = 3 \Rightarrow \int\limits_{1}^{2} |f(x)|\,dx = 3 \Rightarrow \int\limits_{1}^{2} f(x)\,dx = -3$ (vì $f(x) \le 0, \forall x \in [1;2]$).

Vậy: $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,dx = \int\limits_{-1}^{1} f(x)\,dx + \int\limits_{1}^{2} f(x)\,dx = 7$.

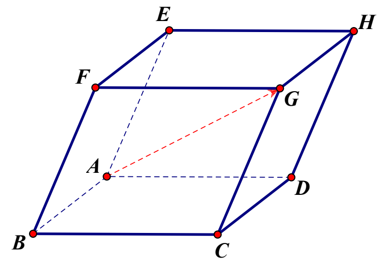
Câu 4: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int\limits_0^1 e^{4x}dx$.　　B. $\int\limits_0^1 e^{2x}dx$.　　C. $\pi\int\limits_0^1 e^{2x}dx$.　　D. $\int\limits_0^1 e^{4x}dx$

Lời giải

Ta có $V=\pi\int\limits_0^1 \left(e^{2x}\right)^2 dx=\pi\int\limits_0^1 e^{4x}dx$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AH}$.　　B. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{DH}$.　　D. $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AH}$.

Lời giải

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp(ABCD),\widehat{SBA}=60^0$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

A. $\sqrt{3}a^3$.　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.　　C. a^3.　　D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

$\tan 60^0=\frac{SA}{AB}\Rightarrow SA=a\sqrt{3}$

$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2,\ u_3=6$. Công bội q của cấp số nhân là:

A. 3.　　B. 12.　　C. 8.　　D. 4.

Lời giải

$q=\frac{u_3}{u_2}=3$

Câu 8: Nghiệm phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=8$.　　B. $x=7$.　　C. $x=3$.　　D. $x=5$.

Lời giải

$2^{x+1}=2^4\Leftrightarrow x=3$

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(4x-3)\ge\log_{0,3}(3x+1)$ là:

A. $S=\left(\frac{3}{4};4\right)$.　　B. $S=\left(\frac{3}{4};+\infty\right)$.　　C. $S=[4;+\infty)$.　　D. $S=\left(\frac{3}{4};4\right]$.

Lời giải

Đk: $4x-3>0\Rightarrow x>\frac{3}{4}$

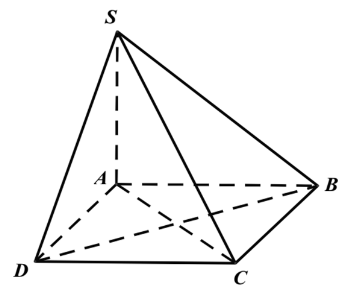
$\log_{0,3}(4x-3) \ge \log_{0,3}(3x+1) \Rightarrow 4x-3 \le 3x+1 \Rightarrow x \le 4$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SD = a\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C



Dễ thấy $SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = \widehat{SCA}$

$AC = a\sqrt{2}$

$SD = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$

Nên tam giác SAC vuông cân tại A. Vậy $\widehat{SCA} = 45°$.

Câu 11: Giả sử là nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định bằng công thức $T = 22 + 50e^{\frac{-t}{8}}, t \ge 0$. Trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống xong. Hỏi sau bao lâu từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống là $40°C$?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$T = 22 + 50e^{\frac{-t}{8}} = 40 \Rightarrow e^{\frac{-t}{8}} = \frac{9}{25} \Rightarrow t = -8\ln\frac{9}{25} \approx 8$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là

A. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. **C.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A

$f(x) = \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một xe khách đi từ Việt Trì về Hà Nội chở tối đa được là 60 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chở được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(30-\frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để lợi nhuận $F\left(x\right)$ thu được là lớn nhất, $(0<x\le 60)$
.

a) Hàm số $F\left(x\right)=\left(300-\frac{5x}{2}\right)^2x$.

b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng (0; 40).

c) Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người.

d) Số tiền lớn nhất chuyến xe thu được là 1500000 đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng

Có x là số hành khách trên mỗi chuyến xe để số tiền thu được là lớn nhất, $(0<x\le 60)$

Suy ra lợi nhuận thu được $F\left(x\right)=\left(300-\frac{5x}{2}\right)^2x$

b) Sai

$$F\left(x\right)=\left(300-\frac{5x}{2}\right)^2.x=90.000x-1500x^2+\frac{25}{4}x^3$$

Câu toán trở thành tìm x để F(x) đạt giá trị lớn nhất.

$$F'\left(x\right)=90000-3000x+\frac{75}{4}x^2$$

$$F'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 90000-3000x+\frac{75}{4}x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=120(loai)\\x=40(\text{t/ m})\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

X	0		40		60
F'(x)		+	0	−	
F(x)		↗	$F_{\max}$	↘	

Dựa vào bảng biến thiên

c) Đúng

Để thu được số tiền lớn nhất thì trên mỗi chuyến xe khách đó phải chở 40 người

d) Sai

Lợi nhuận lớn nhất chuyến xe thu được là: $F\left(40\right)=\left(300-\frac{5.40}{2}\right)^2.40=1600000$

Câu 2: Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh họa sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi x là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và y là phần trăm tổng thu nhập, mô hình $y=x$ sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz $y=f\left(x\right)$, biểu thị sự phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với $0 \le x \le 100$, biểu thị "sự bất bình đẳng về thu nhập" của một quốc gia. Năm 2005, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hóa bởi hàm số

$$y = \left(0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723\right)^2, 0 \le x \le 100,$$

Trong đó x được tính từ các gia đình nghèo nhất đến giàu có nhất.

(Theo R.Larson, Brief Calculus: An Applied Approach, 8^{th} edition, Cengage Learning, 2009)

a) Tính theo thứ tự từ các gia đình nghèo nhất đến giàu nhất, tổng thu nhập thực tế của 60% các gia đình đầu tiên chiếm chưa đến 30% so với tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

b) Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo nhất đến giàu nhất, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau từ 1 đến 10, tổng thu nhập của các gia đình trong nhóm 3 chiếm khoảng $8,56\%$ tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

c) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kì năm 2005 được xác định bởi công thức:

$$\int_0^{100} \left[x - \left(0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723\right)^2\right] dx$$

d) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 đã vượt quá 2000.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Tính theo thứ tự từ các gia đình nghèo nhất đến giàu nhất, tổng thu nhập của 60% các gia đình của đầu tiên chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập là: $f(60) = 27,321529(\%)$.

b) Sai

Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo đến giàu, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau, mỗi nhóm chiếm 10% số gia đình của Hoa Kỳ.

Tổng thu nhập của 30% số gia đình (là các gia đình thuộc nhóm $1,2,3$) chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập của tất cả các gia đình là:

$$f(30) = 8,561476\ (\%).$$

Tổng thu nhập của 20% số gia đình (là các gia đình thuộc nhóm $1,2$) chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập của tất cả các gia đình là:

$$f(20) = 5,774409\ (\%).$$

$\Rightarrow$ Tỷ lệ của tổng thu nhập các gia đình nhóm thứ 3 so với toàn bộ các gia đình là:

$$f(30) - f(20) = 2,787067(\%).$$

c) Sai

Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kì vào năm 2005 là diện tích hình phẳng S giới hạn bởi hai đồ thị:

$$\begin{cases} y = x \\ y = \left(0,00061x^2 + 0,0218 + 1,723\right)^2 \\ x = 0; x = 100 \end{cases} \Rightarrow S = \int_0^{100} \left|\left(0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723\right)^2 - x\right| dx.$$

Cách 1

Sử dụng máy tính cầm tay, ta thấy phương trình $\left(0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723\right)^2 - x = 0$ có hai ngiệm $x = a; x = b\ (a < b)$ thuộc $[0;100]$.

Xét dấu biểu thức $g(x)=\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2-x$ ta được:

x	0		a		b		100
$g(x)$		+	0	−	0	+	

Suy ra: $S=\int\limits_0^{100}\left|g(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^{a}\left|g(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_a^{b}\left|g(x)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_b^{100}\left|g(x)\right|\mathrm{d}x$.

$=\left|\int\limits_0^{a}g(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_a^{b}g(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_b^{100}g(x)\mathrm{d}x\right|=\int\limits_0^{a}g(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^{b}g(x)\mathrm{d}x+\int\limits_b^{100}g(x)\mathrm{d}x$.

Cách 2

Sử dụng máy tính cầm tay ta được: $S=\int\limits_0^{100}\left|\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2-x\right|\mathrm{d}x\approx 2068,9$

Kiểm tra phép tính của đề bài, ta có: $\int\limits_0^{100}\left[x-\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2\right]\mathrm{d}x=2059,3131$.

d) Đúng

Sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 là:

$S=\int\limits_0^{100}\left|\left(0,00061x^2+0,0218x+1,723\right)^2-x\right|\mathrm{d}x\approx 2068,9$.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

a) $P(A)=0,4;P(B)=0,5$

b) A và B là hai biến cố độc lập.

c) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng

Theo giả thiết suy ra: $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$

b) Sai

Theo giả thiết suy ra: $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ và $P(AB)=0,3$

Có: $P(A).P(B)=0,4.0,5=0,2\neq 0,3\Rightarrow A$ và B là hai biến cố không độc lập.

c) Sai

Gọi C là biến cố: "Thắng thầu đúng 1 dự án" $\Rightarrow C=\overline{A}B\cup A\overline{B}$ mà $\overline{A}B$ và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C)=P\left(\overline{A}B\right)+P\left(A\overline{B}\right)$

Có: $P\left(\overline{A}B\right)=P(B)-P(AB)=0,5-0,3=0,2$

$P\left(A\overline{B}\right)=P(A)-P(AB)=0,4-0,3=0,1$

Vậy: $P(C)=0,2+0,1=0,3$

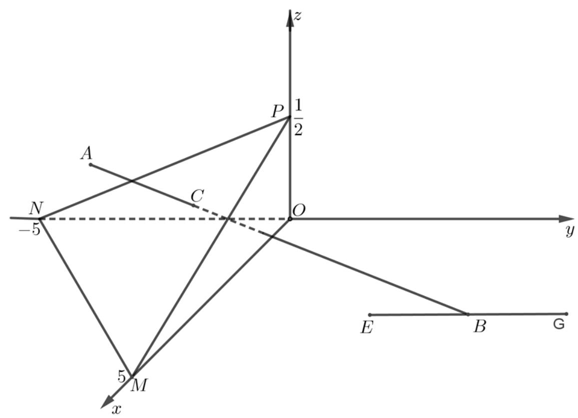
d) Đúng

Gọi E là biến cố: "Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1" $\Rightarrow E=B\,|\,\overline{A}$

Khi đó: $P(E)=P\left(B\,|\,\overline{A}\right)=\dfrac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\dfrac{0,5-0,3}{1-0,4}=\dfrac{0,2}{0,6}=\dfrac{1}{3}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(\dfrac{7}{2};-2;\dfrac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{11}{2};0\right)$ trên đường băng EG. Biết rằng có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$, $N(0;-5;0)$, $P\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$, điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh và theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{9}{2};0\right)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là $120m$ (được mô phỏng bởi hình vẽ bên dưới).

(*Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014*)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x=\dfrac{7}{2} \\ y=-2+\dfrac{15}{2}t \\ z=\dfrac{2}{5}-\dfrac{2}{5}t \end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

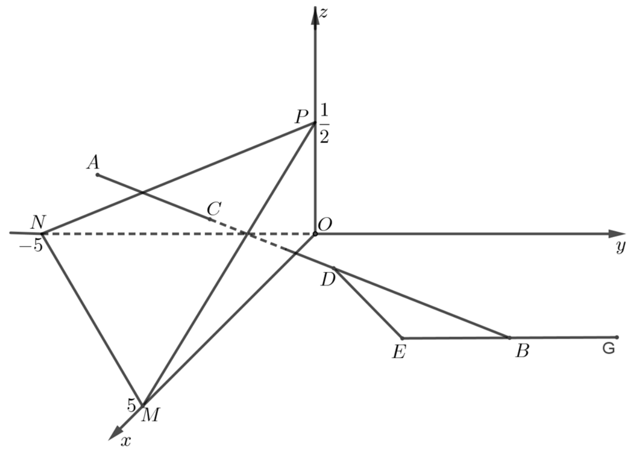
b) Tọa độ của điểm $C\left(\dfrac{7}{2};\,0;\,\dfrac{28}{115}\right)$.

c) Khi máy bay đạt được độ cao $120m$ so với đường băng thì máy bay đang ở vị trí điểm D trên đoạn thẳng AB có tọa độ là $D\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{13}{4};\dfrac{3}{25}\right)$.

d) Nếu tầm nhìn xa của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là $900m$ thì người phi công đó đạt được quy định an toàn bay.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai



a) Đúng.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A\left(\frac{7}{2};-2;\frac{2}{5}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}\left(0;\frac{15}{2};-\frac{2}{5}\right)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=-2+\frac{15}{2}t,(t\in\mathbb{R}). \\ z=\frac{2}{5}-\frac{2}{5}t \end{cases}$

b) Sai.

Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$, $N(0;-5;0)$, $P\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ nên phương trình mặt phẳng (α) có dạng: $\frac{x}{5}+\frac{y}{-5}+\frac{z}{\frac{1}{2}}=1$ hay $x-y+10z-5=0$.

Vì C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh nên C là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (α).

Vì $C\in AB$ nên có tọa độ là $C\left(\frac{7}{2};-2+\frac{15}{2}t;\frac{2}{5}-\frac{2}{5}t\right)$.

$C\in(\alpha)$ nên ta có $\frac{7}{2}-\left(-2+\frac{15}{2}t\right)+10\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{5}t\right)-5=0 \Leftrightarrow t=\frac{9}{23}$.

Vậy $C\left(\frac{7}{2};\frac{43}{46};\frac{28}{115}\right)$.

c) Đúng.

Vì $D\in AB$ nên có tọa độ là $D\left(\frac{7}{2};-2+\frac{15}{2}t';\frac{2}{5}-\frac{2}{5}t'\right)$.

D là vị trí mà tại đó máy bay ở độ cao $120m$ so với đường băng, tức là khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (Oxy) bằng $120m=0,12km$.

Ta có: $d\left(D,(Oxy)\right)=\left|\frac{2}{5}-\frac{2}{5}t'\right|=\frac{3}{25} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{2}{5}-\frac{2}{5}t'=\frac{3}{25} \\ \frac{2}{5}-\frac{2}{5}t'=-\frac{3}{25} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'=\frac{7}{10} \\ t'=\frac{13}{10} \end{array}\right.$.

Với $t' = \dfrac{7}{10}$, ta có $D\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{13}{4}; \dfrac{3}{25}\right)$.

Với $t' = \dfrac{13}{10}$, ta có $D\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{31}{4}; -\dfrac{3}{25}\right)$.

Vì D là vị trí độ cao của máy bay nên ta chọn $D\left(\dfrac{7}{2}; \dfrac{14}{3}; \dfrac{3}{25}\right)$.

d) Sai.

Ta có $DE = \sqrt{\left(\dfrac{7}{2} - \dfrac{7}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{9}{2} - \dfrac{13}{4}\right)^2 + \left(0 - \dfrac{3}{25}\right)^2} \approx 1,256\,(km)$.

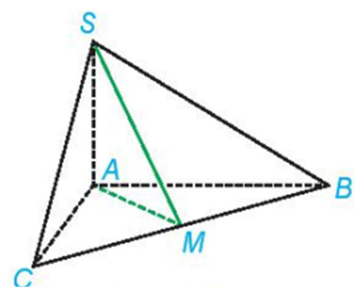
Vì tầm nhìn xa của phi công sau khi ra khỏi đám mây là $900m = 0,9\ km < 1,256\ km$ nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$, $SA = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$.

Lời giải

Trả lời: 30



Xét tam giác ABC có

$AB = AC$ và $\widehat{BAC} = 120°$ nên $\widehat{MBA} = 30°$.

Xét tam giác vuông AMB có:

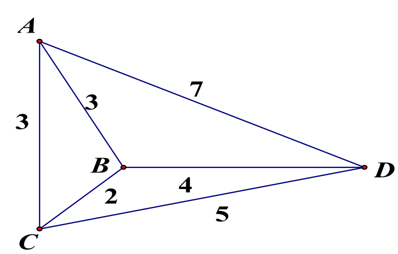
$AM = AB.\sin ABM = a.\sin 30° = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông SAM có:

$\tan SMA = \dfrac{SA}{AM} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}} : \dfrac{a}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30°$.

Vậy góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo là $30°$.

Câu 2: Công ty giao hàng nhanh có 4 kho hàng A, B, C và D. Quản lý muốn lên kế hoạch cho xe giao hàng đi qua tất cả các kho hàng để lấy hàng và quay lại kho hàng ban đầu, với điều kiện là mỗi kho hàng chỉ ghé qua một lần. Khoảng cách giữa các kho hàng (km) được mô tả trong hình bên. Quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 15

Xe giao hàng có thể xuất phát từ một trong 4 kho hàng A, B, C, D.

Giả sử xe giao hàng xuất phát từ kho A.

Để đi qua tất cả các kho hàng và quay trở về A, xe giao hàng có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	ổng quãng đường
$\to B \to C \to D \to A$	$+2+5+7=17$
$\to B \to D \to C \to A$	$+4+5+3=15$
$\to C \to B \to D \to A$	$+2+4+7=16$
$\to C \to D \to B \to A$	$+5+4+3=15$
$\to D \to B \to C \to A$	$+4+2+3=16$
$\to D \to C \to B \to A$	$+5+2+3=17$

Nếu xuất phát từ đỉnh khác thì chỉ là phép thay thế bước đi trong sơ đồ trên.

Vậy quãng đường ngắn nhất để xe giao hàng hoàn thành việc lấy hàng ở các kho và quay trở lại kho hàng ban đầu là 15 km.

Câu 3: Trên mặt đất có hai trạm thiên văn B và C đang theo dõi vị trí của một vệ tinh M. Lúc này trong không gian cũng có một vệ tinh A di chuyển cùng với tốc độ quay của trái đất nên vị trí so với hai đài quan sát B và C là không đổi. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1000 km), giả sử $A(0;0;8)$, $B(4;0;0), C(0;6;0)$. Dữ liệu quan sát từ hai trạm B và C cho thấy $MB^2 + MC^2 = 44$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai vệ tinh A và M (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm và đơn vị là nghìn kilômét).

Lời giải

Trả lời: 5,77

Gọi $M(x;y;z)$. Ta có: $MB^2 + MC^2 = 44 \Rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$

Suy ra M thuộc mặt cầu (S) tâm I(2 ; 3 ; 0), bán kính R = 3.

AM nhỏ nhất khi AM = AI – R = $\sqrt{77} - 3 \approx 5,77$

Câu 4: Bác Thuận xây một hồ nước hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 1m và chứa được 9m^3 nước. Chi phí xây dựng như sau: mặt phía bên trong hồ là 1 triệu đồng /1m^2, mặt đáy của hồ là 2 triệu đồng /1m^2. Tính chi phí thấp nhất bác Thuận phải bỏ ra để xây hồ nước (đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Trả lời: 30

Gọi chiều dài, rộng lần lượt là x, y ($x > 0, y > 0$).

Ta có: $V = x.y.1 \Rightarrow x.y = 9 \Rightarrow y = \dfrac{9}{x}$

Tổng diện tích các mặt phải xây: S = $x.y + 2.x.1 + 2.y.1 = 2x + \dfrac{18}{x} + 9 \ge 2\sqrt{2x.\dfrac{18}{x}} + 9 = 21$ (áp dụng bất đẳng thức cauchy)

Dấu "=" xảy ra khi $2x = \dfrac{18}{x} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = 3$

Chi phí thấp nhất bác Thuận phải bỏ ra là: 2.3.3 + 2.3 + 2.3 = 30 (triệu đồng)

Câu 5: Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất $50\,\text{m}$. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển $180\,\text{m}$ về phía bắc và $240\,\text{m}$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $60\,\text{m}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

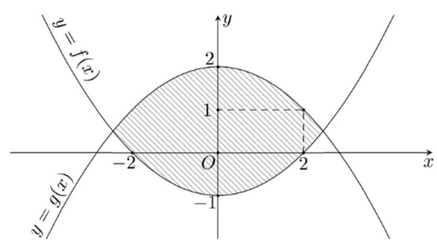
Lời giải

Trả lời: 550

Ta có: Vị trí A,B có tọa độ lần lượt là: $(150;200;50),(-180;-240;60)$. Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$AB=\sqrt{(-180-150)^2+(-240-200)^2+(60-50)^2}\approx 550(\text{m})$.

Câu 6: Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần gạch sọc như hình vẽ) cho một cơ sở y tế: Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét).



Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*?

Lời giải

Trả lời: 9,8

Gọi parabol $y=f(x)$ có dạng $f(x)=ax^2+bx+c$.

Parabol $y=f(x)$ nhận Oy là trục đối xứng nên ta có $\dfrac{-b}{2a}=0\Leftrightarrow b=0$.

Lại có đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $(0;-1)$ và điểm $(2;0)$ nên $\begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ c=-1 \end{cases}$.

Suy ra $y=f(x)=\dfrac{1}{4}x^2-1$.

Tương tự, ta cũng có $y=g(x)=-\dfrac{1}{4}x^2+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là $\dfrac{1}{4}x^2-1=-\dfrac{1}{4}x^2+2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Vậy, diện tích của logo là

$$S=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left[\left(-\frac{1}{4}x^2+2\right)-\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left(3-\frac{1}{2}x^2\right)\mathrm{d}x=\left(3x-\frac{x^3}{6}\right)\Bigg|_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}=4\sqrt{6}\approx 9,8\left(\mathrm{dm}^2\right).$$

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho vật thể thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể này bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$. Biết rằng thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x^2\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của vật thể này.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$. **C.** $V=\dfrac{32}{15}$. **D.** $V=\dfrac{16}{15}$.

Câu 2: Cho kết quả khảo sát về độ tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A như sau:

Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. $5,0$. **B.** $5,1$. **C.** $5,3$. **D.** $5,4$.

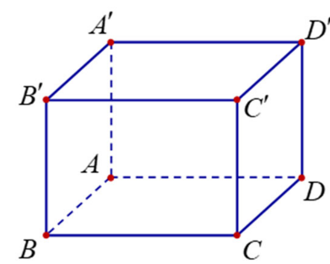
Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x-3)=3$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x+2y+z-8=0$.
C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

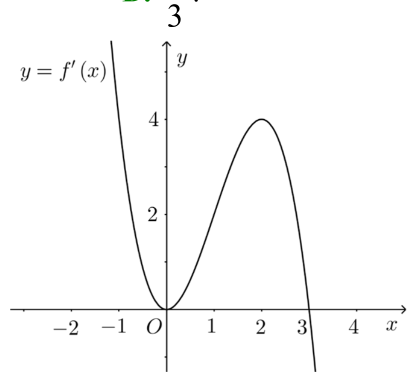


A. $30°$. **B.** $45°$.
C. $60°$. **D.** $90°$.

Câu 6: Tính tổng $S=1+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4^2}+...+\dfrac{1}{4^n}+...$

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đạt cực đại tại



A. $x=0$. **B.** $x=1$.
C. $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(1;-2;1)$, $\vec{b}=(-2;1;1)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $-30°$.

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

A. $y=x$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x+4$.

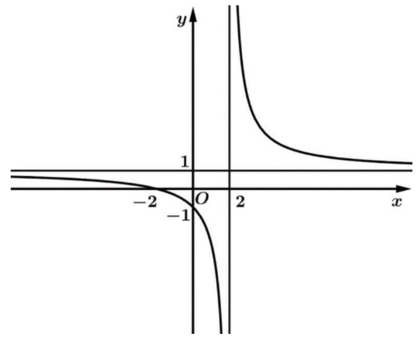
Câu 10: Cho $0<a\neq 1, b>0$. Biết $\log_a b=3$, tính $\log_a(ab)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 11: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

Câu 12: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



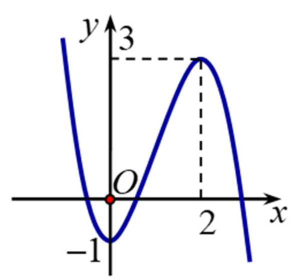
Tính giá trị của biểu thức $P=2a-b+3c$

A. 6. **B.** -6.

C. -10. **D.** -2.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình sau đây.



a) Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng -1.

b) Phương trình $\log_3[f(x)+6]=2$ có hai nghiệm phân biệt.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Tổng $2025a+b+c+d=-2023$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\ m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Một công ty tham gia đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là $0,4$ và $0,5$. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là $0,3$. Gọi A,B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Hai biến cố A và B độc lập.

b) Giả sử công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

c) Giả sử công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{2}{3}$.

d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900\,km/h$ theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).

a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300\,km$.

b) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện may bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=360000$.

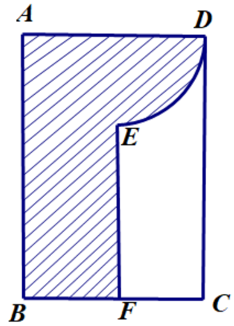
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?*

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.

Câu 3: Trong một buổi trình diễn thiết bị bay không người lái, ba drone được điều khiển lần lượt đến ba vị trí $A(2;-2;1)$, $B(1;1;3)$ và $C(-1;0;2)$. Tiếp đó người điều khiển sẽ điều khiển một drone thứ tư đi đến vị trí điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng chứa ba điểm A, B, C và cách đều ba drone ban đầu. Tính $a+b+c$. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Câu 4: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = 3cm$, $AD = 2cm$; F là trung điểm của BC; điểm E cách AD một đoạn bằng $1cm$.



Thể tích của vật thể trang trí trên là $a\left(cm^3\right)$ (quy tròn đến hàng phần chục). Khi đó a bằng

Câu 5: Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 6: Khối 12 của một trường trung học phổ thông có 46% số học sinh là nam. Kết quả kiểm tra thị lực trong đợt khám sức khoẻ học đường cho tất cả các học sinh khối 12 của trường cho thấy có 29% số học sinh nam và 37% số học sinh nữ mắc tật khúc xạ. Chọn ngẫu nhiên học sinh khối 12 của trường. Tính xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng bạn đó mắc tật khúc xạ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	A	C	B	D	D	B	D	D	A	B

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Sai
	b) Đúng	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Sai	c) Sai	c) Sai	c) Đúng
	d) Đúng	d) Đúng	d) Sai	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.
Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,9	53	2,12	16,5	26	0,6

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho vật thể thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể này bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le 2)$. Biết rằng thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x^2\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của vật thể này.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$. **C.** $V=\dfrac{32}{15}$. **D.** $V=\dfrac{16}{15}$.

Lời giải

$$S=\left(x^2\sqrt{2-x}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^4(2-x)=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(2x^4-x^5\right).\ V=\int_0^2\frac{\sqrt{3}}{4}\left(2x^4-x^5\right)dx=\frac{8\sqrt{3}}{15}$$

Câu 2: Cho kết quả khảo sát về độ tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A như sau:

Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. 5,0. **B.** 5,1. **C.** 5,3. **D.** 5,4.

Lời giải

Bảng tần số tích lũy:

Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ	10	27	31	25	7
Tần số tích lũy	10	37	68	93	100

Nhóm chứa Q1 là $[22;25) \Rightarrow Q_1 = 22 + \dfrac{\dfrac{100}{4} - 10}{27}(25-22) = 23,7$

Nhóm chứa Q3 là $[28;31) \Rightarrow Q_3 = 28 + \dfrac{\dfrac{3.100}{4} - 68}{25}(31-28) = 28,8$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = 28,8 - 23,7 = 5,1$

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

ĐK: $x > 3$

$\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1)(x-3) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1\ (l) \\ x = 5\ (\text{n}) \end{array}\right.$

Vậy $x = 5$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. **B.** $3x + 2y + z - 8 = 0$.

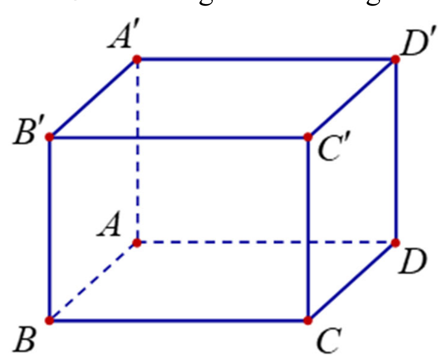
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Lời giải

$\begin{cases} (P) \text{ qua } M(3;-1;1) \\ (P) \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \text{ qua } M(3;-1;1) \\ \vec{n} = (3;-2;1) \end{cases}$

$\Rightarrow (P): 3(x-3) - 2(y+1) + z - 1 = 0 \Rightarrow 3x - 2y + z - 12 = 0$

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

$(AB, A'C') = (AB, AC) = \widehat{BAC} = 45°$

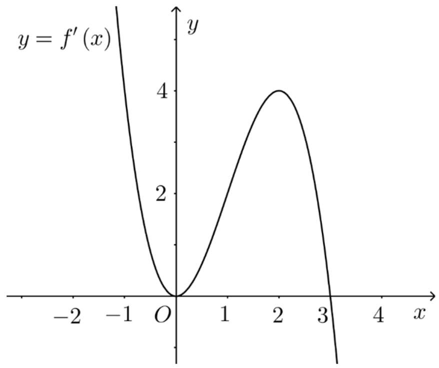
Câu 6: Tính tổng $S = 1 + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4^2} + ... + \dfrac{1}{4^n} + ...$

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Đây là tổng của cấp số nhân lùi với $u_1 = 1, q = \frac{1}{4}$. $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đạt cực đại tại



A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a} = (1;-2;1)$, $\vec{b} = (-2;1;1)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $-30°$.

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{a};\vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \frac{1.(-2)+(-2).1+1.1}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{(-2)^2+1^2+1^2}} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a};\vec{b}) = 120°$.

Câu 9: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

A. $y = x$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = x + 4$.

Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2+2x-3}{x-2} = x + 4 + \frac{5}{x-2}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}(y - x - 4) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{5}{x-2} = 0$ $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+2x-3}{x-2}$ có tiệm cận xiên là $y = x + 4$
.

Câu 10: Cho $0 < a \neq 1, b > 0$. Biết $\log_a b = 3$, tính $\log_a(ab)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

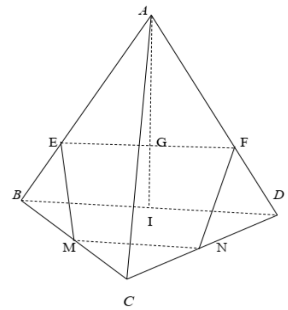
Lời giải

Ta có: $\log_a(ab) = \log_a a + \log_a b = 1 + 3 = 4$.

Câu 11: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

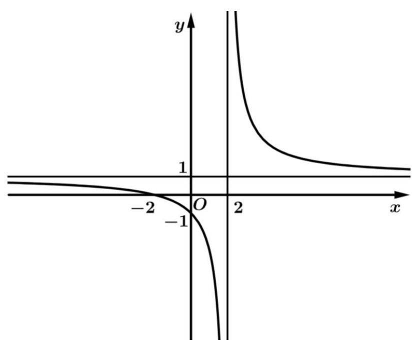
Lời giải



Vì MN//BD nên kẻ qua G đường thẳng song song với BD cắt các cạnh AB và AD tại E, F.

Ta có $\frac{EF}{BD} = \frac{AG}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow EF = \frac{2}{3}.6 = 4cm$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + 3c$

A. 6. **B.** -6. **C.** -10. **D.** -2.

Lời giải

Tiệm cận ngang $y = a \Rightarrow a = 1$

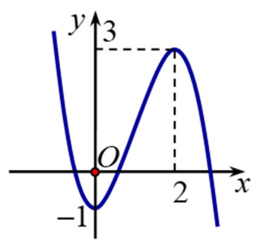
Tiệm cận đứng $x = -c \Rightarrow c = -2$

Giao điểm với trục tung $y = \frac{b}{c} = \frac{b}{-2} = -1 \Rightarrow b = 2$

$P = 2a - b + 3c = 2 - 2 - 6 = -6$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây.



a) Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng -1.

b) Phương trình $\log_3\left[f(x)+6\right]=2$ có hai nghiệm phân biệt.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Tổng $2025a+b+c+d=-2023$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và giá trị cực tiểu bằng $f(0)=-1$.

b) Đúng vì $\log_3\left[f(x)+6\right]=2 \Leftrightarrow f(x)+6=9 \Leftrightarrow f(x)=3$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=3$ có hai nghiệm phân biệt.

c) Sai vì trên khoảng $(2;3)$ hàm số $y=f(x)$ nghịch biến.

d) Đúng vì $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Theo giả thiết $\begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \\ f(0)=-1 \\ f(2)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ d=-1 \\ 8a+4b+2c+d=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=-1 \end{cases}$.

Vậy $2025a+b+c+d=-2023$.

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $65\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\ m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Đổi đơn vị: $65km/h \approx 18m/s$

a) Đúng.

Từ ý nghĩa vật lý của đạo hàm: $s'(t)=v(t) \Rightarrow s(t)=\int v(t)dt$.

Nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) Đúng.

$s(t)=\int v(t)dt=\int(-10t+20)dt=-5t^2+20t+C$

Tại thời điểm đạp phanh $(t=0)$, xe chưa di chuyển nên $s(0)=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow s(t)=-5t^2+20t$.

c) Sai.

Xe dừng : $v(t)=0 \Rightarrow -10t+20=0 \Leftrightarrow t=2$ giây.

d) Đúng.

Quãng đường xe di chuyển trong $1\,s$ tài xế phản ứng : $s_1=v_1\cdot t=18\cdot 1=18\ (m)$.

Quãng đường xe di chuyển kể từ lúc đạp phanh cho tới khi dừng :

$s_2=\int_0^2(-10t+20)dt=\left[-5t^2+20t\right]_0^2=20\ (m)$.

Tổng quãng đường xe di chuyển : $s=s_1+s_2=18+20=38m<50m$.

Nên ô tô không va chạm với chướng ngại vật.

Câu 3: Một công ty tham gia đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu các dự án lần lượt là $0,4$ và $0,5$. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là $0,3$. Gọi A,B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Hai biến cố A và B độc lập.

b) Giả sử công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

c) Giả sử công ty không thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{2}{3}$.

d) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Sai.

Ta có $P(A)\cdot P(B)=0,4\cdot 0,5=0,2\neq 0,3=P(AB)$ nên a sai.

b) Đúng.

Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết thắng dự án 1 là $P(B\mid A)$

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0,3}{0,4}=0,75.$$

c) Sai.

Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 khi đã biết không thắng dự án 1 là $P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}$.

Vì hai biến cố $\overline{A}B$ và AB xung khắc nhau và $\overline{A}B\cup AB=B$ nên theo tính chất của xác suất ta có $P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\frac{0,5-0,3}{1-0,4}=\frac{1}{3}$.

d) Sai.

Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $P(C)$

$$P(C)=P\left(A\mid\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\mid B\right)=\frac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}+\frac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}$$

$$=\frac{P(A)-P(AB)}{1-P(B)}+\frac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\frac{0,4-0,3}{1-0,5}+\frac{0,5-0,3}{1-0,4}=\frac{8}{15}$$

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa

$600km$. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900\,km/h$ theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).

a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $300\,km$.

b) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện may bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2+y^2+z^2=360000$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai.

Vì đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$ nên ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng $600\,km$.

b) Sai.

Thay $d:\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-300+80t \\ z=100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t\in R)$ vào phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2=360000$, ta có:

$$(100t-1000)^2+(80t-300)^2+\left(100\sqrt{11}\right)^2=360000$$

$$\Leftrightarrow 164t^2-2480t+8400=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=10 \Rightarrow B\left(0;500;100\sqrt{11}\right) \\ t=\dfrac{210}{41} \Rightarrow C\left(-\dfrac{20000}{41};\dfrac{4500}{41};100\sqrt{11}\right) \end{array}\right.$$

Quãng đường máy bay di chuyển trong vùng kiểm soát không lưu là:

$$BC=\sqrt{\left(-\frac{20000}{41}\right)^2+\left(\frac{4500}{41}-500\right)^2+\left(100\sqrt{11}-100\sqrt{11}\right)^2}\approx 625\,km.$$

Vậy thời gian máy bay di chuyển theo đường thẳng d và trong phạm vi kiểm soát không lưu của sân bay là: $\frac{625}{900}=\frac{25}{36}$ giờ.

c) Đúng.

Ta có $OM=\sqrt{(-500)^2+(100)^2+\left(100\sqrt{11}\right)^2}\approx 608>600=R$.

Vậy, tại vị trí điểm $M\left(-500;100;100\sqrt{11}\right)$ máy bay nằm ngoài vùng kiểm soát không không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Đúng.

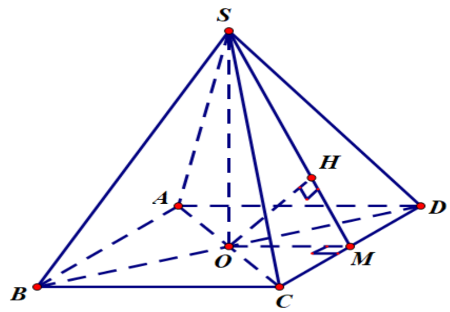
Ranh giới vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ có bán kính bằng $R=600$ có phương trình là: $x^2+y^2+z^2=360000$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng $2\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?*

Lời giải

Trả lời: 1,9



Gọi O là giao điểm của AC và BD

Ta có $AB//(SCD) \Rightarrow d(AB;SD)=d(AB;(SCD))=d(A;(SCD))=2d(O;(SCD))$

Trong $(ABCD)$ dựng $OM\perp CD=M$, (SOM), dựng $OH\perp SM=H$

Ta có: $\begin{cases} OH\perp SM \\ OH\perp CD \end{cases} \Rightarrow OH\perp(SCD) \Rightarrow d(O;(SCD))=OH$

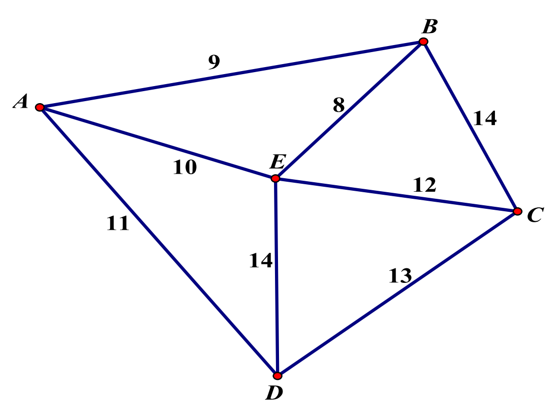
Có $OM=1; SO=\sqrt{6}; \dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OM^2}+\dfrac{1}{SO^2}=\dfrac{7}{6} \Rightarrow OH=\dfrac{\sqrt{42}}{7}$

Vậy: $d(AB;SD)=2d(O;(SCD))=2OH=\dfrac{2\sqrt{42}}{7}\approx 1,9$

Câu 2: Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.

Lời giải

Trả lời: 53



Đường đi	*Tổng số chi phí*
$A\to B\to C\to E\to D\to A$	$9+14+12+14+11=60$
$A\to B\to E\to C\to D\to A$	$9+8+12+13+11=53$

$A \to E \to B \to C \to D \to A$	$10+8+14+13+11=56$
$A \to E \to D \to C \to B \to A$	$10+14+13+14+9=60$
$A \to D \to C \to E \to B \to A$	$11+13+12+8+9=53$
$A \to D \to E \to C \to B \to A$	$11+14+12+14+9=60$

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 53.

Câu 3: Trong một buổi trình diễn thiết bị bay không người lái, ba drone được điều khiển lần lượt đến ba vị trí $A(2;-2;1)$, $B(1;1;3)$ và $C(-1;0;2)$. Tiếp đó người điều khiển sẽ điều khiển một drone thứ tư đi đến vị trí điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng chứa ba điểm A, B, C và cách đều ba drone ban đầu. Tính $a+b+c$. (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Lời giải

Trả lời: 2,12

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;2)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;2;1)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-1;-5;7)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x+5y-7z+15=0$.

Do $M\in(ABC)$ suy ra $a+5b-7c+15=0$.

Mặt khác, M cách đều ba điểm A, B, C nên

$$\begin{cases} MA=MB \\ MA=MC \end{cases}$$

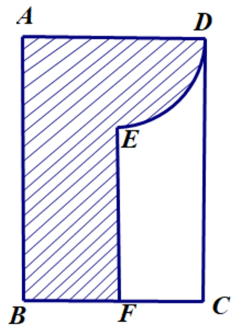
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2+(b+2)^2+(c-1)^2=(a-1)^2+(b-1)^2+(c-3)^2 \\ (a-2)^2+(b+2)^2+(c-1)^2=(a+1)^2+b^2+(c-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-6b-4c=-2 \\ 6a-4b-2c=4. \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+5b-7c=-15 \\ 2a-6b-4c=-2 \\ 6a-4b-2c=4. \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên ta được $\begin{cases} a=\dfrac{22}{25} \\ b=-\dfrac{3}{5} \\ c=\dfrac{46}{25} \end{cases}$ Vậy $a+b+c=2,12$.

Câu 4: Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=3cm$, $AD=2cm$; F là trung điểm của BC; điểm E cách AD một đoạn bằng $1cm$.



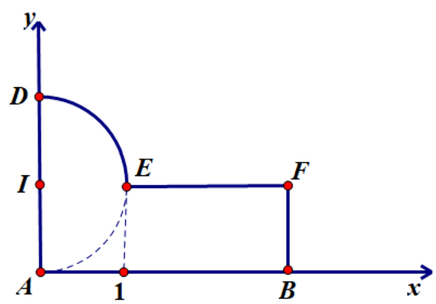
Thể tích của vật thể trang trí trên là $a\left(cm^3\right)$(quy tròn đến hàng phần chục). Khi đó a bằng

Lời giải

Trả lời: 16,5

Chọn hệ trục Oxy có $O \equiv A$; $B \in Ox; D \in Oy$.

Ta có: $A(0;0)$; $D(0;2)$; $B(3;0)$; $E(1;1)$



Đường tròn tâm $I(0;1)$ chứa cung ED có phương trình là: $x^2+(y-1)^2=1$.

Nên cung trên của đường tròn tâm I là: $y=1+\sqrt{1-x^2}$.

Thể tích của vật thể trang trí là:

$$V=\pi\int_0^1\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^2dx+\pi\int_1^3 1^2\,dx \approx 16,5(cm^3).$$

Câu 5: Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 26

Giá mỗi suất buffe ban đầu là 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất.

Gọi x là số lần giảm giá 10 ngàn đồng, số lượng suất buffe tăng lên $10x$ suất.

Giá bán một suất bufflе sau khi giảm là $200-10x$ ngàn đồng.

Số lượng buffe bán được tương ứng là $100+10x$ suất.

Doanh thu $Q(x)=(100+10x).(200-10x)=-100x^2+1000x+20000$.

Ta có $Q'(x)=-200x+1000=0 \Leftrightarrow x=5$.

Bảng biến thiên:

x	0		5		$+\infty$
$Q'(x)$		$+$	0	$-$	
$Q(x)$	20000	↗	27500	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy doanh thu $Q(x)$ lớn nhất khi $x=5$ (giảm giá vé 5 lần).

Vậy để doanh thu trong một ngày lớn nhất, nhà hàng cần bán một suất buffe với giá $200-10.5=150$ ngàn đồng.

Câu 6: Khối 12 của một trường trung học phổ thông có 46% số học sinh là nam. Kết quả kiểm tra thị lực trong đợt khám sức khoẻ học đường cho tất cả các học sinh khối 12 của trường cho thấy có 29% số học sinh nam và 37% số học sinh nữ mắc tật khúc xạ. Chọn ngẫu nhiên học sinh khối 12 của trường. Tính xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng bạn đó mắc tật khúc xạ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn mắc tật khúc xạ" và B là biến cố "Học sinh được chọn là nữ.

$$P(B|A)=\frac{P(B)\cdot P(A|B)}{P(A)}.$$

* $P(\overline{B})=46\%=0,46$ nên $P(B)=1-0,46=0,54$.

* $P(A|B)=37\%=0,37$.

* $P(A)=P(B)\cdot P(A|B)+P(B)\cdot P(A|\overline{B})=0,54\cdot 0,37+0,46\cdot 0,29=0,3332$.

Khi đó: $P(B|A)=\dfrac{P(B)\cdot P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,54\cdot 0,37}{0,3332}\approx 0,6$.

Vậy xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng học sinh đó mắc tật khúc xạ là khoảng $0,6$.

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\ln\left(6a\right)-\ln\left(2a\right)$ bằng

A. $\ln\left(3a\right)$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln\left(4a\right)$. **D.** $\ln\left(12a^2\right)$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=x+\tan x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=x+\cot x+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=x-\tan x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=x-\cot x+C$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $M\left(1;2;3\right)$ và song song với $\left(Q\right):x-2y+3z+1=0$ có phương trình là

A. $x-2y+3z+6=0$. **B.** $x-2y+3z+16=0$. **C.** $x-2y+3z-6=0$. **D.** $x-2y+3z-16=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ lần lượt là

A. $I\left(-4;1;0\right),R=2$. **B.** $I\left(-4;1;0\right),R=4$. **C.** $I\left(4;-1;0\right),R=2$. **D.** $I\left(4;-1;0\right),R=4$.

Câu 6: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11 A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam). Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

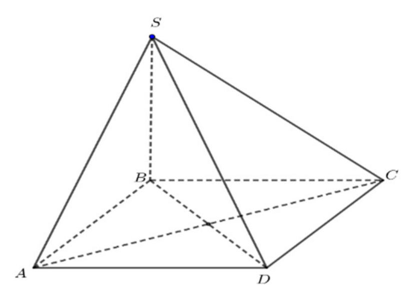
Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

A. $\Delta_Q=16$. **B.** $\Delta_Q=14,5$. **C.** $\Delta_Q=13,5$. **D.** $\Delta_Q=10,6$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng (tham khảo hình vẽ dưới đây). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $\left(SBD\right)$?



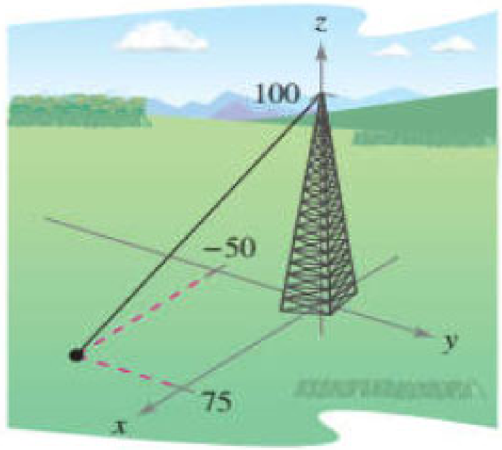
A. $\left(SBC\right)$. **B.** $\left(SAD\right)$.

C. $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SAC\right)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) > \log_2 5$ là

A. $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên các trục là mét), có một tháp cao 100 m và có một sợi dây nối từ đỉnh tháp xuống đất như hình vẽ. Đường thẳng chứa sợi dây đó có phương trình là:



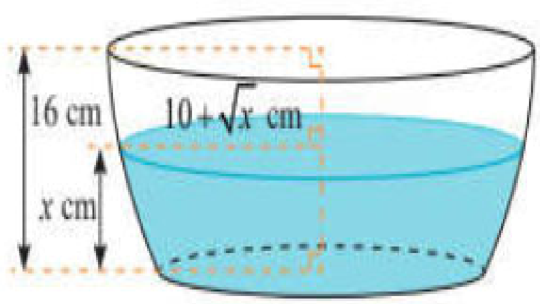
A. $\frac{x}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-100}{4}$. **B.** $\frac{x-75}{3} = \frac{y+50}{-2} = \frac{z}{4}$.

C. $\frac{x-75}{3} = \frac{y+50}{-2} = \frac{z-100}{-4}$. **D.** $\frac{x-75}{3} = \frac{y+50}{2} = \frac{z-100}{-4}$.

Câu 11: Giả sử tốc độ v (m/s) của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t (giây) được cho bởi $v(t) = \begin{cases} t & \text{khi } 0 \le t \le 2 \\ 2 & \text{khi } 2 < t \le 20 \\ 12 - 0,5t & \text{khi } 20 < t \le 24 \end{cases}$. Tính quãng đường (m) chuyển động của thang máy.

A. 58 m. **B.** 56 m. **C.** 42 m. **D.** 45 m.

Câu 12: Một chậu nước có chiều cao là 16 cm, có hình dạng như hình bên. Khi cắt vuông góc với trục của chậu tại vị trí cách mặt đáy của chậu là x cm $(0 \le x \le 16)$ được thiết diện là hình tròn có bán kính $R = 10 + \sqrt{x}$ cm. Dung tích của chậu nước là bao nhiêu cm^3? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 720 cm^3. **B.** 2581 cm^3. **C.** 254677 cm^3. **D.** 8109 cm^3.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một xưởng sản xuất nhận được đơn đặt hàng là 8000 sản phẩm Y. Trong xưởng có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 sản phẩm Y trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và cần hai người giám sát. Chi phí cần trả mỗi người giám sát là 96 nghìn đồng mỗi giờ. Gọi x là số máy mà xưởng cần dùng để sản xuất, khi đó:

a) Thời gian để xưởng hoàn tất đơn đặt hàng là $\frac{800}{3x}$ (giờ).

b) Tổng chi phí để sản xuất 8000 sản phẩm Y được tính theo $P(x)=200x+\frac{800}{3x}$ (đơn vị nghìn đồng).

c) Xưởng cần đúng 16 máy để chi phí hoàn tất đơn đặt hàng là thấp nhất.

d) Nếu xưởng dùng từ 25 máy trở lên để sản xuất thì chi phí ít nhất là 7048 (nghìn đồng).

Câu 2: Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I chiếm 58%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 42%. Tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 92% và 81%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

A_1: " Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất";

A_2: " Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất";

B: " Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn ". Khi đó:

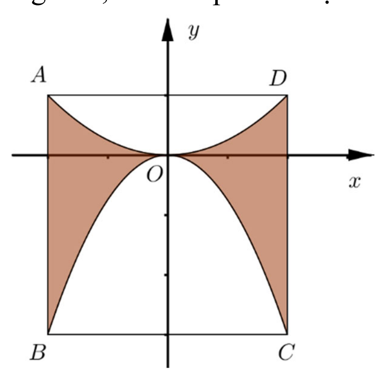
a) $P(A_1)=0,42$.

b) $P(B\mid A_2)=0,81$.

c) $P(\overline{B})=0,1262$.

d) $P(A_1\mid B)=0,6$.

Câu 3: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4\,\text{cm}$, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/$1\,\text{cm}^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y=\frac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y=-\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5\,\text{cm}^2$.

d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-6;5]$ và có đồ thị như hình vẽ (gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn bán kính bằng 2). Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục tọa độ là mét (m). Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động theo đường cáp có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với vận tốc là $4,5(\text{m/s})$.

a) Cabin di chuyển trên đường thẳng có phương trình $\dfrac{x-10}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=z$.

b) Sau t (giây) kể từ lúc xuất phát $(t\ge 0)$ cabin đến vị trí có tọa độ là $(3t+10;-3t+3;2t)$.

c) Cabin dừng lại ở vị trí B có hoành độ $x_B=640$ thì quãng đường AB có độ dài bằng $945\,m$.

d) Cùng thời điểm cabin xuất phát, một máy bay tuần tra bắt đầu từ vị trí $C(550;-1600;1500)$ bay với vận tốc $90(m/s)$ theo phương $\vec{v}=(-3;4;0)$. Khoảng cách ngắn nhất từ cabin đến máy bay đó là $2480\,m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

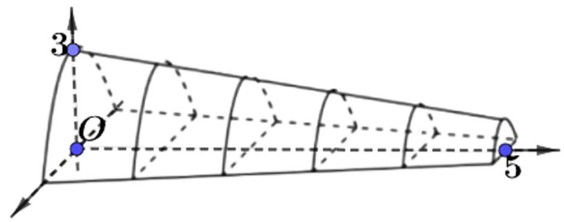
Câu 1: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{180}t^2+\dfrac{11}{18}t(\text{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a(\text{m/s}^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng (đơn vị tính theo (m/s))

Câu 2: Tính hết năm 2022 diện tích rừng của thành phố X là 140600ha, tỷ lệ che phủ rừng trên địa bàn tỉnh đạt $39,8\%$. Trong năm 2022 thành phố X trồng mới được 1000ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của thành phố mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau ít nhất bao nhiêu năm tỉnh có diện tích rừng đạt tỷ lệ che phủ 45%?

Câu 3: Việc lắp đặt các trạm BTS để thu phát sóng và kết nối thông tin, nếu khoảng cách 2 trạm luôn nhỏ hơn hoặc bằng tổng hai bán kính phủ sóng của hai trạm đó thì chúng luôn kết nối thông tin được với nhau. Giả sử trong không gian với hệ trục Oxyz, có 3 trạm thu phát sóng lần lượt đặt tại các vị trí là điểm $M(0;3;-1)$, $N(-2;1;-1)$, $P(4;-1;-1)$, đồng thời các trạm này có bán kính phủ sóng bằng nhau là 1. Người ta muốn đặt thêm một trạm thu phát sóng tại vị trí $E(a;b;c)$, sao cho bán kính phủ sóng tại đây nhỏ nhất là R và vừa đủ để kết nối được hết cả 3 trạm đã đặt trước đó. Tính $(R+2a-2b+c)^2$.

Câu 4: Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Câu 5: Cho một mô hình $3D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên dưới.



Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. (đơn vị cm^3, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6: Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60°. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD). (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	**A**	**B**	**C**	**C**	**D**	**B**	**B**	**D**	**A**	**A**	**C**	**D**

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Đúng	b) Sai
	c) Đúng	c) Đúng	c) Sai	c) Đúng
	d) Đúng	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.
Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	15	13	10	0,7	29	0,3

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Vì $f'\left(x\right)$ đổi dấu 2 lần nên số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\ln\left(6a\right)-\ln\left(2a\right)$ bằng

A. $\ln\left(3a\right)$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln\left(4a\right)$. **D.** $\ln\left(12a^2\right)$.

Lời giải

Ta có $\ln\left(6a\right)-\ln\left(2a\right)=\ln\dfrac{6a}{2a}=\ln 3$.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=x+\tan x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=x+\cot x+C$.

C. $\int f(x)dx = x - \tan x + C$. **D.** $\int f(x)dx = x - \cot x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int\left(1 - \dfrac{1}{\cos^2 x}\right)dx = x - \tan x + C$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + 3z + 6 = 0$. **B.** $x - 2y + 3z + 16 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 6 = 0$. **D.** $x - 2y + 3z - 16 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với $(Q): x - 2y + 3z + 1 = 0$ nên nhận $\vec{n}(1;-2;3)$ là vectơ pháp tuyến, phương trình (P):

$(Q): x - 2y + 3z - (1.1 - 2.2 + 3.3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z - 6 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(-4;1;0), R = 2$. **B.** $I(-4;1;0), R = 4$. **C.** $I(4;-1;0), R = 2$. **D.** $I(4;-1;0), R = 4$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có dạng: $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ nên toạ độ tâm là $I(4;-1;0)$ và bán kính $R = \sqrt{4^2 + (-1)^2 - 1} = 4$.

Câu 6: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 11 A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam). Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

A. $\Delta_Q = 16$. **B.** $\Delta_Q = 14,5$. **C.** $\Delta_Q = 13,5$. **D.** $\Delta_Q = 10,6$.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 40$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\dfrac{x_{10} + x_{11}}{2}$. Do x_{10}, x_{11} đều thuộc nhóm $[40;50)$ nên nhóm này chứa Q_1.

Do đó $Q_1 = 40 + \dfrac{\frac{40}{4} - 2}{10} \cdot 10 = 48$.

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\dfrac{x_{30} + x_{31}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[60;70)$ nên nhóm này chứa Q_3

. Do đó $Q_3 = 60 + \dfrac{\frac{3.40}{4} - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot 10 = 62,5$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 14,5$.

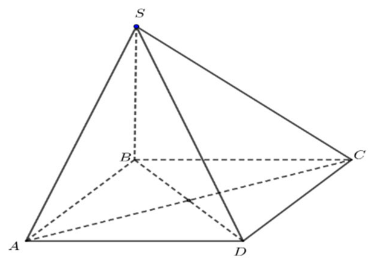
Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Áp dụng tính chất của tích phân: $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = -2 + 1 = -1$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và SB vuông góc với mặt phẳng (tham khảo hình vẽ dưới đây). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)?



A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Lời giải

$$\left.\begin{array}{l} AC \perp BD \\ AC \perp SB \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp (SBD) \ (1)$$

Mà $AC \subset (SAC)$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $(SAC) \perp (SBD)$.

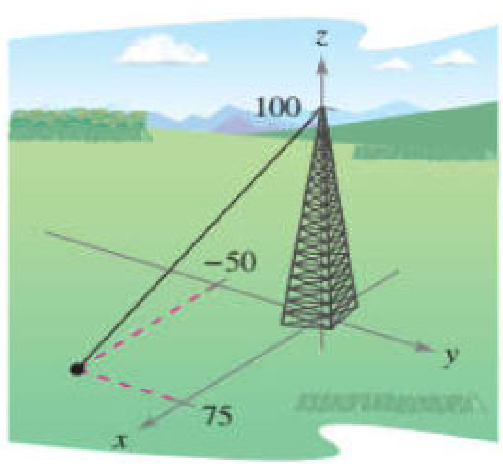
Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x) > \log_2 5$ là

A. $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(0;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{2}{5}\right)$.

Lời giải

$$\log_2(2x) > \log_2 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}.$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên các trục là mét), có một tháp cao 100 m và có một sợi dây nối từ đỉnh tháp xuống đất như hình vẽ. Đường thẳng chứa sợi dây đó có phương trình là:



A. $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-100}{4}$. **B.** $\dfrac{x-75}{3}=\dfrac{y+50}{-2}=\dfrac{z}{4}$.

C. $\dfrac{x-75}{3}=\dfrac{y+50}{-2}=\dfrac{z-100}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-75}{3}=\dfrac{y+50}{2}=\dfrac{z-100}{-4}$.

Lời giải

Đường thẳng chứa sợi dây đi qua hai điểm $A(75;-50;0)$, $B(0;0;100)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-75;50;100)=25(-3;2;4)$.

Đường thẳng chứa sợi dây có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-3;2;4)$ nên có phương trình:

$\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-100}{4}$.

Câu 11: Giả sử tốc độ v (m/s) của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t (giây) được cho bởi $v(t)=\begin{cases} t & \text{khi } 0\le t\le 2 \\ 2 & \text{khi } 2<t\le 20 \\ 12-0,5t & \text{khi } 20<t\le 24 \end{cases}$. Tính quãng đường (m) chuyển động của thang máy.

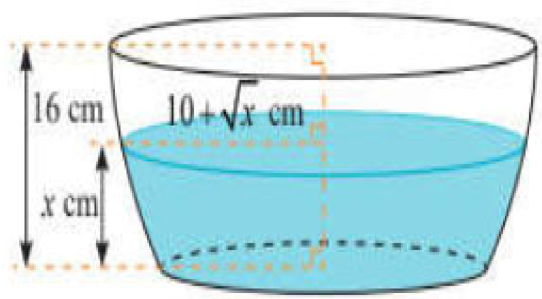
A. 58 m. **B.** 56 m. **C.** 42 m. **D.** 45 m.

Lời giải

Quãng đường (m) chuyển động của thang máy là:

$S=\int_0^2 t\,\mathrm{d}t+\int_2^{20} 2\,\mathrm{d}t+\int_{20}^{24}(12-0,5t)\,\mathrm{d}t=42\ (m)$.

Câu 12: Một chậu nước có chiều cao là 16 cm, có hình dạng như hình bên. Khi cắt vuông góc với trục của chậu tại vị trí cách mặt đáy của chậu là x cm $(0\le x\le 16)$ được thiết diện là hình tròn có bán kính $R=10+\sqrt{x}$ cm. Dung tích của chậu nước là bao nhiêu cm^3? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



A. 720 cm^3. **B.** 2581 cm^3. **C.** 254677 cm^3. **D.** 8109 cm^3.

Lời giải

Diện tích thiết diện là $S(x)=\pi R^2=\pi\left(10+\sqrt{x}\right)^2=\pi\left(100+20\sqrt{x}+x\right)$.

Dung tích của chậu nước là $V=\int_0^{16}\pi\left(10+\sqrt{x}\right)^2\mathrm{d}x\approx 8109\ (cm^3)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một xưởng sản xuất nhận được đơn đặt hàng là 8000 sản phẩm Y. Trong xưởng có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 sản phẩm Y trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và cần hai người giám sát. Chi phí cần trả mỗi người giám sát là 96 nghìn đồng mỗi giờ. Gọi x là số máy mà xưởng cần dùng để sản xuất, khi đó:

a) Thời gian để xưởng hoàn tất đơn đặt hàng là $\frac{800}{3x}$ (giờ).

b) Tổng chi phí để sản xuất 8000 sản phẩm Y được tính theo $P\left(x\right)=200x+\frac{800}{3x}$ (đơn vị nghìn đồng).

c) Xưởng cần đúng 16 máy để chi phí hoàn tất đơn đặt hàng là thấp nhất.

d) Nếu xưởng dùng từ 25 máy trở lên để sản xuất thì chi phí ít nhất là 7048 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Số sản phẩm sản xuất trong một giờ là $300x$ (sản phẩm).

Thời gian để xưởng hoàn tất đơn đặt hàng là $\frac{8000}{30x}=\frac{800}{3x}$.

b) Sai.

Chi phí để thiết lập x máy là $200x$

Chi phí trả cho giám sát là $\frac{800}{3x}.96.2=\frac{51200}{x}$

Tổng chi phí là $P\left(x\right)=200x+\frac{51200}{x}$

c) Đúng.

Chi phí $P\left(x\right)\ge 2\sqrt{200x.\frac{51200}{x}}=6400$ nghìn đồng

$P\left(x\right)_{\min}=6400\Leftrightarrow 200x=\frac{51200}{x}\Leftrightarrow x=16$ (máy)

Vậy xưởng cần dùng 16

d) Đúng.

Nếu dùng từ 25 máy trở lên:

$P'\left(x\right)=200-\frac{51200}{x^2}$

$P'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 200-\frac{51200}{x^2}=0\Rightarrow x=16$

Lập bảng biến thiên của $P'\left(x\right)$

x	25	$+\infty$
$P'(x)$	$+$	
$P(x)$	7048 ↗	$+\infty$

Vậy nếu dùng từ 25 máy trở lên thì chi phí thấp nhất là 7048 (nghìn đồng).

Câu 2: Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I chiếm 58%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 42%. Tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 92% và 81%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:

A_1: " Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất";

A_2: " Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất";

B: " Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn ". Khi đó:

a) $P\left(A_1\right)=0,42$.

b) $P\left(B \mid A_2\right)=0,81$.

c) $P(\overline{B})=0,1262$.

d) $P\left(A_1 \mid B\right)=0,6$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

Số sản phẩm sản xuất trong một giờ là $300x$ (sản phẩm).

Theo giả thiết, ta có: $P\left(A_1\right)=0,58; P\left(A_2\right)=0,42$

$P\left(B \mid A_1\right)=0,92; P\left(B \mid A_2\right)=0,81$.

a) Đúng.

$P\left(A_1\right)=0,58$

b) Đúng.

$P\left(B \mid A_2\right)=0,81$

c) Đúng.

Chi phí $P(x) \geq 2\sqrt{200x.\dfrac{51200}{x}}=6400$ nghìn đồng

$P(x)_{\min}=6400 \Leftrightarrow 200x=\dfrac{51200}{x} \Leftrightarrow x=16$ (máy)

Vậy xưởng cần dùng 16

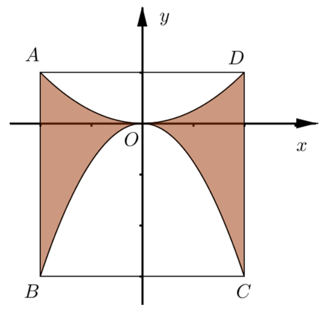
$P(B)=P\left(B \mid A_1\right).P\left(A_1\right)+P\left(B \mid A_2\right).P\left(A_2\right)=0,58.0,92+0,42.0,81=0,8738$.

$\Rightarrow P(\overline{B})=1-P(B)=0,1262$.

d) Sai

$P(A_1 | B) = \dfrac{P(B | A_1).P(A_1)}{P(B)} = \dfrac{0,58.0,92}{0,8738} \simeq 0,611$.

Câu 3: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/$1\,\text{cm}^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \dfrac{1}{16}x^2$.

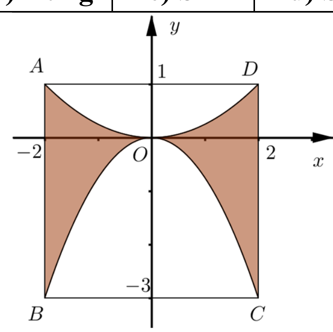
b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\dfrac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5\,\text{cm}^2$.

d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) Sai.

Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong AOD có đỉnh O, nhận Oy làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(-2;1)$ nên có phương trình $y = \dfrac{1}{4}x^2$.

b) Đúng.

Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong BOC có đỉnh O, nhận Oy ; làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(-2;-3)$ nên có phương trình $y = -\dfrac{3}{4}x^2$.

c) Sai.

Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ là

$$S = 2\int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x^2\right)\mathrm{d}x = 2\int_0^2 x^2\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^3\Big|_0^2 = \frac{16}{3}\,y = (\text{cm}^2). \text{ Ta thấy } \frac{16}{3} < 5,5.$$

d) Sai.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $16\,\text{cm}^2$. Diện tích phần phủ vàng là $\frac{16}{3}$ (cm^2), diện tích phần phủ bạc là $16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}$ (cm^2). Vậy chi phí để làm chiếc huy hiệu là

$$500000+\frac{16}{3}.1000000+\frac{32}{3}.300000=\frac{27100000}{3}\simeq 9033333 \text{ **(đồng)**}.$$

Chi phí trên lớn hơn 9 triệu đồng.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-6;5]$ và có đồ thị như hình vẽ (gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn bán kính bằng 2). Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục tọa độ là mét (m). Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động theo đường cáp có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với vận tốc là $4,5(\text{m}/\text{s})$.

a) Cabin di chuyển trên đường thẳng có phương trình $\frac{x-10}{2}=\frac{y-3}{-2}=z$.

b) Sau t (giây) kể từ lúc xuất phát $(t\ge 0)$ cabin đến vị trí có tọa độ là $(3t+10;-3t+3;2t)$.

c) Cabin dừng lại ở vị trí B có hoành độ $x_B=640$ thì quãng đường AB có độ dài bằng $945\,m$.

d) Cùng thời điểm cabin xuất phát, một máy bay tuần tra bắt đầu từ vị trí $C(550;-1600;1500)$ bay với vận tốc $90(m/s)$ theo phương $\vec{v}=(-3;4;0)$. Khoảng cách ngắn nhất từ cabin đến máy bay đó là $2480\,m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Cabin di chuyển theo đường thẳng Δ, có phương trình: $\frac{x-10}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z}{1}$.

b) Sai.

Sau t giây, ca bin sẽ đến điểm $M(10+2t_M;3-2t_M;t_M)$

$\overrightarrow{AM}=(2t_M;-2t_M;t_M)$ và $AM=3t_M$

Theo giả thiết, ta có: $AM=4,5t \Leftrightarrow 3t_M=4,5t \Leftrightarrow t_M=1,5t$

Vậy sau t giây, cabin sẽ đến điểm $M(10+3t;3-3t;1,5t)$

c) Đúng.

Tại vị trí B có hoành độ $x_B=640 \Rightarrow 10+3t=640 \Leftrightarrow t=210$

$\Rightarrow B(640;-627;315)$ và $AB=\sqrt{630^2+(-630)^2+315^2}=945\ (m)$.

d) Đúng.

Máy bay di chuyển theo đường thẳng, có phương trình: $d:\begin{cases} x=550-3t' \\ y=-1600+4t' \\ z=1500 \end{cases}$

Sau t giây, máy bay đến điểm $N(550-3t';-1600+4t';1500)$ và $CN=\sqrt{(3t')^2+(4t')^2+0^2}=5t'$

Theo giả thiết, ta có $CN=90t \Leftrightarrow 5t'=90t \Leftrightarrow t'=18t$

Vậy $d:\begin{cases} x=550-54t \\ y=-1600+72t \\ y=1500 \end{cases}$

* Sau t giây thì cabin đến vị trí $M(10+3t;3-3t;1,5t)$ và máy bay sẽ đến vị trí $N(550-54t;-1600+72t;1500)$

Khoảng cách giữa máy bay và cabin là

$MN=\sqrt{(540-57t)^2+(-1603+75t)^2+(1500-1,5t)^2}=\sqrt{8876,25t^2-306510x+5111209}$

$MN_{\min}\simeq 1570(m)$

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa cabin và máy bay xấp xỉ là $1570(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}t(\mathrm{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng $a(\mathrm{m/s^2})$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng (đơn vị tính theo $(\mathrm{m/s})$)

Lời giải

Trả lời: 15

Từ đề bài, ta suy ra tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t)=\int a\,\mathrm{d}t=at+C$, lại có $v_B(0)=0$ nên $v_B(t)=at$

Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15}\left(\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}t\right)dt=\int_0^{10}atdt \Leftrightarrow 75=50a \Leftrightarrow a=\frac{3}{2}$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10)=\frac{3}{2}.10=15(\mathrm{m/s})$.

Câu 2: Tính hết năm 2022 diện tích rừng của thành phố X là $140600\mathrm{ha}$, tỷ lệ che phủ rừng trên địa bàn tỉnh đạt $39,8\%$. Trong năm 2022 thành phố X trồng mới được $1000\mathrm{ha}$. Giả sử diện tích rừng trồng mới của thành phố mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Sau ít nhất bao nhiêu năm tỉnh có diện tích rừng đạt tỷ lệ che phủ 45%?

Lời giải

Trả lời: 13

Diện tích rừng để đạt được tỷ lệ che phủ 45% là: $\dfrac{140600\cdot 45}{39,8}\approx 159000\text{ha}$.

Vậy cần phải che phủ thêm $159000-140600=18400\text{ha}$.

Do mỗi năm diện tích rừng trồng mới của tỉnh đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước nên diện tích rừng trồng mới tăng thêm sau n năm là

$$S=1000[(1,06)+(1,06)^2+\cdots+(1,06)^n]=1000\frac{1,06(1-(1,06)^n)}{1-1,06}$$

Theo giả thiết ta có

$$1000\frac{1,06(1-(1,06)^n}{1-1,06}=18400\Rightarrow 1-(1,06)\wedge n=-1,104\Rightarrow (1,06)^n=2,104\Rightarrow n=\log_{1,06}2,104\approx 13$$

Sau 13 năm thì diện tích rừng thành phố X đạt tỷ lệ che phủ 45%.

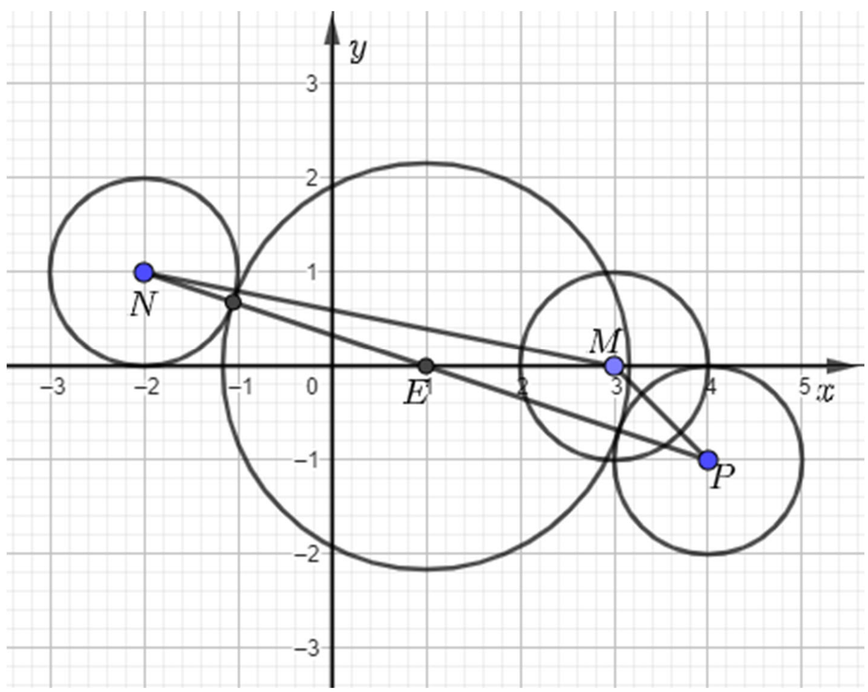
Câu 3: Việc lắp đặt các trạm BTS để thu phát sóng và kết nối thông tin, nếu khoảng cách 2 trạm luôn nhỏ hơn hoặc bằng tổng hai bán kính phủ sóng của hai trạm đó thì chúng luôn kết nối thông tin được với nhau. Giả sử trong không gian với hệ trục Oxyz, có 3 trạm thu phát sóng lần lượt đặt tại các vị trí là điểm $M(0;3;-1)$, $N(-2;1;-1)$, $P(4;-1;-1)$, đồng thời các trạm này có bán kính phủ sóng bằng nhau là 1. Người ta muốn đặt thêm một trạm thu phát sóng tại vị trí $E(a;b;c)$, sao cho bán kính phủ sóng tại đây nhỏ nhất là R và vừa đủ để kết nối được hết cả 3 trạm đã đặt trước đó. Tính $(R+2a-2b+c)^2$.

Lời giải

Trả lời: 10

Để bán kính R nhỏ nhất điều kiện cần là $E\in(MNP)\Rightarrow c=-1$.

Do phương trình (MNP) là $z=-1$ nên chiếu lên mặt phẳng Oxy ta được



Nhận xét nếu trạm tại E kết nối được với trạm tại N, P thì chắc chắn sẽ kết nối được với trạm tại P.

Để bán kính R nhỏ nhất, thì $E(1;0;-1)$ là trung điểm của NP và $R=\dfrac{NP-2}{2}=\sqrt{10}-1$.

$(R+2a-2b+c)^2=10$.

Câu 4: Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Lời giải

Trả lời: 0,7

Gọi M là biến cố "Gia đình có trên 4 thành viên", N là biến cố "Gia đình có 3 thế hệ chung sống".

Ta có $P(M)=0,4;$

$P(\overline{M})=0,6;$

$P(N\mid M)=0,7;$

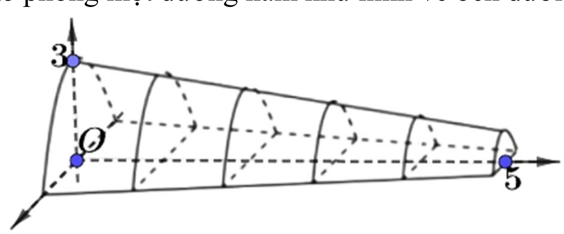
$P(N\mid \overline{M})=0,2$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(N)=P(M)\cdot P(N\mid M)+P(\overline{M})\cdot P(N\mid \overline{M})=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,2=0,4.$

Vậy $P(M\mid N)=\dfrac{P(M)\cdot P(N\mid M)}{P(N)}=\dfrac{0,4\cdot 0,7}{0,4}=0,7$.

Câu 5: Cho một mô hình $3D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên dưới.

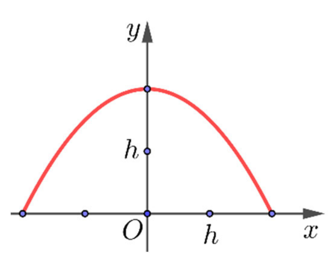


Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y=3-\dfrac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. (đơn vị cm^3, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Trả lời: 29

Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$ và chọn hệ trục Oxy như hình vẽ bên



Parabol (P) có phương trình $(P): y=ax^2+h, (a<0)$

Có $B(h;0)\in(P)\Leftrightarrow 0=ah^2+h\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{h}$ $(\text{do } h>0)$

Diện tích S của thiết diện: $S=\int\limits_{-h}^{h}\left(-\dfrac{1}{h}x^2+h\right)\mathrm{d}x=\dfrac{4h^2}{3}$, kết hợp chiều cao $h=3-\dfrac{2}{5}x$

Ta được diện tích thiết diện là $S(x)=\dfrac{4}{3}\left(3-\dfrac{2}{5}x\right)^2$.

Thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

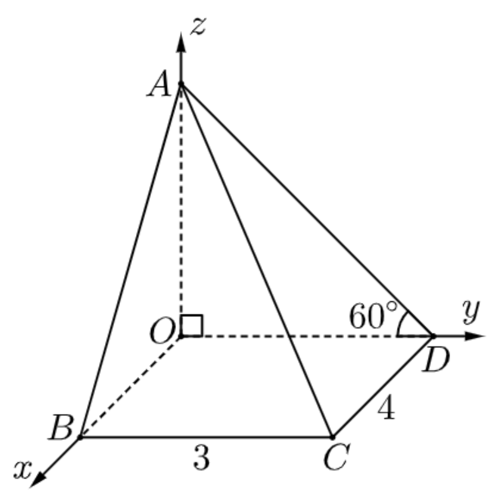
$V=\int\limits_0^5 S(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^5\dfrac{4}{3}\left(3-\dfrac{2}{5}x\right)^2\mathrm{d}x\approx 28,888$.

Vậy $V\approx 29\ (\mathrm{cm}^3)$.

Câu 6: Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC=3$, $CD=4$, $\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=\widehat{BCD}=90^\circ$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60°. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD). (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 0,3



Dựng $AO\perp(BCD)$ khi đó O là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $BCDO$.

Góc giữa đường thẳng AD và BC là góc giữa đường thẳng AD và OD và bằng $\widehat{ADO}=60^\circ$

Xét tam giác ADO vuông tại O: $\tan 60^\circ=\dfrac{OA}{OD}\Rightarrow OA=3\sqrt{3}$.

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào hình chóp như hình vẽ.

Ta có:

$O(0;0;0)$; $B(4;0;0)$; $D(0;3;0)$; $C(4;3;0)$; $A\left(0;0;3\sqrt{3}\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(4;0;-3\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{BC}=(0;3;0)$; $\overrightarrow{AD}=\left(0;3;-3\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{CD}=(-4;0;0)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(9\sqrt{3};0;12\right)$ làm véctơ pháp tuyến.

Mặt phẳng (ADC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CD}\right]=\left(0;12\sqrt{3};12\right)$ làm véctơ pháp tuyến.

Nên $\cos\left(\left(ABC\right);\left(ADC\right)\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{4}{\sqrt{43}\cdot 2}=\dfrac{2\sqrt{43}}{43}\approx 0,3\cdot$

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^{2024}(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 2: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 3: Một vật chuyển động với tốc độ $v(t)=4t+8\,(m/s)$, với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t=8$ đến $t=10$.

A. $87(m)$. **B.** $88(m)$. **C.** $86(m)$. **D.** $89(m)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=1$. Góc giữa đường thẳng SB và AC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 5: Cho phương trình $\sin^2 x+(\cos x+1)^2=0$. Tập nghiệm của phương trình là

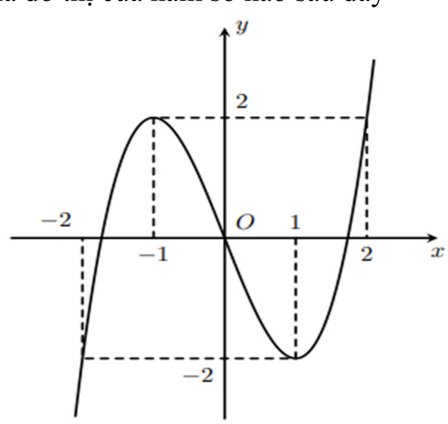
A. $S=\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $S=\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=(-2;3)$.

Câu 7: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

Câu 8: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 9: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-e^{x}$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x-e^{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x+e^{x}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^{x}+C$.

Câu 10: Cho A,B là hai biến cố độc lập với $P\left(A\right)=0,2024, P\left(B\right)=0,2025$. Kết quả $P\left(B\setminus A\right)$ bằng

A. $0,4049$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ là

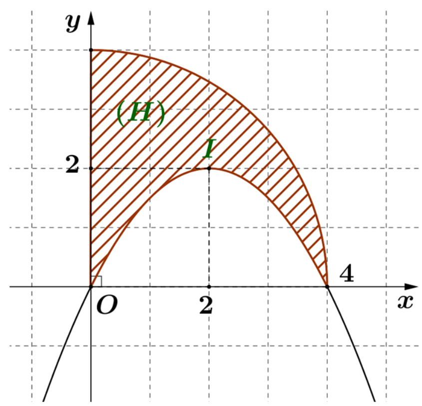
A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 12: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có công sai $d=-2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8=72$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số cộng cộng bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi $\dfrac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol $\left(P\right)$ có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O, các đường thẳng $x=0; x=4$ như hình vẽ bên.



a) Đường tròn có phương trình là $x^2+y^2=4$.

b) Parabol có phương trình $y=f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $\left(P\right)$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng $\dfrac{8}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ bằng $16\left(\pi-\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 2: Thiền viện Trúc lâm tại núi Phượng Hoàng cách trung tâm thành phố Đà Lạt $5km$ về hướng nam, nằm ở độ cao khoảng 1600 mét so với mực nước biển. Đến thiền viện, từ trên đỉnh núi Phượng Hoàng phóng tầm mắt về phía đông nam, ta có thể chiêm ngưỡng thắng cảnh nổi tiếng được tạo bởi bàn tay con người là hồ Tuyền Lâm thơ mộng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc tại trung tâm thành phố Đà Lạt, các trục Ox, Oy lần lượt chỉ các hướng Nam và Đông, biết mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với $1km$ và trung tâm thành phố nằm ở độ cao $1500m$ so với mạt nược biển. Khi đó

a) Thiền viện Trúc Lâm có tọa độ là $(5;0;1,6)$

b) Diện tích hồ khoảng 360 ha, coi hồ như một hình tròn, bán kính hồ bằng $10,7km$.

c) Biết hồ Tuyền Lâm ở độ cao khoảng 1000 mét so với mực nước biển. Một người đứng trên bờ tại điểm gần thiền viện nhất, cách trung tâm thành phố khoảng $7km$, người cách thiền viện khoảng $2,506km$.

d) Ở thiền viện có tháp chuông vang xa tầm $7,2km$. Lúc đánh chuông người trên thuyền ở giữa hồ nghe được tiếng chuông.

Câu 3: Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là $36m^3$, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá $4m$, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Gọi $x(m)$ là chiều rộng của bể, ta có $0 < x \le 4$.

a) Chiều dài của bể là $2x\,(m)$

b) Chiều cao của bể là $\frac{18}{x^2}(m)$.

c) Tổng diện tích các mặt cần xây là: $2x^2 + \frac{108}{x}$.

d) Chiều cao bể nước bằng 3 (m) thì tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất

Câu 4: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm.

a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%

b) Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$.

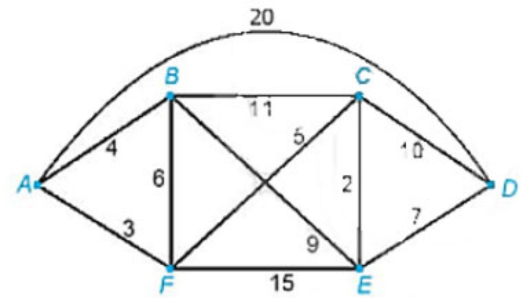
c) Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.

d) Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trên một miếng đất phẳng, người ta thiết kế một mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $20m$. Tại đỉnh A của mảnh vườn, người ta đóng một cây cọc thẳng đứng sao cho đỉnh của cọc cách mặt đất $10m$. Sau đó, người ta đóng thêm ba cọc SB, SD, CM biết M là điểm nằm trên cọc SD và cách đều hai điểm S, D. Để thuận tiện cho việc trang trí tiếp theo, người ta muốn biết khoảng cách giữa hai cọc SB và CM. Hãy tính khoảng cách đó và điền kết quả vào các ô bên dưới. *(kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị mét).*

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 6 trụ A, B, C, D, E, F với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ trụ A, đi qua các trụ đến D, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



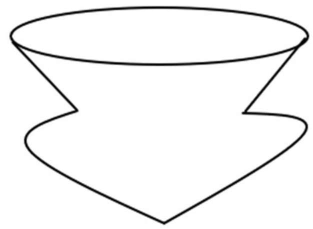
Câu 3: Tại một nút giao thông có hai con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.

Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

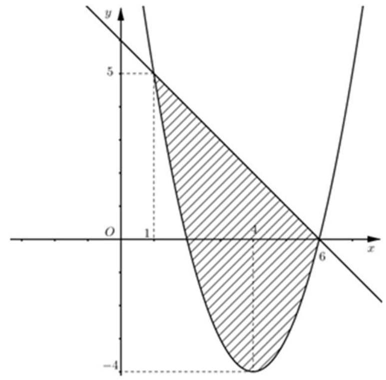
Câu 4: Giám đốc một nhà hát đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 200 nghìn đồng/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 10 nghìn đồng /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 10 nghìn đồng /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 20 nghìn đồng lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Câu 5: Vậy khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước tại cửa biển tăng dần là khoảng $(8;20)$, giá trị $b-a=20-8=12$. Trong chuyến tham quan tại Đà Lạt, tại một nông trại trồng dâu gồm các giống dâu tây Nhật Bản, dâu tây Mỹ đá, dâu tây New Zealand chiếm sản lượng theo tỷ lệ 15%, 30%, 55%. Người ta chọn ngẫu nhiên một loại dâu đưa cho 13 học sinh ăn thử để xác định xem đây là giống dâu tây nào. Mỗi bạn đã được thử qua1 lượt ba giống dâu trên để ghi nhớ đặc điểm từng loại. Giả sử mỗi bạn có xác suất đoán đúng bằng nhau là 60%. Có 7 bạn kết luận giống dâu tây Mỹ đá, 4 bạn kết luận giống dâu tây Nhật Bản và 2 bạn kết luận giống dâu tây New Zealand. Xác suất để giống dâu tây được chọn thuộc giống dâu tây New Zealand là $\frac{a}{b}$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản, $a, b \in \mathbb{N}$). Giá trị $b-a^4$ bằng?

Câu 6: Một cái bình cổ có hình dạng như hình 1. Giả sử mô hình toán mô phỏng việc tạo thành cái bình cổ đó bằng cách xoay phần diện tích (gạch sọc) được giới hạn bởi đường cong $f\left(x\right)=x^2-8x+12$ và $g\left(x\right)=-x+6$ quanh trục Ox như hình 2. Thể tích của cái bình cổ đó bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	B	C	D	C	A	C	A	C	A	C

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai	a) Sai	a) Đúng	a) Sai
	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng	b) Sai
	c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng
	d) Sai	d) Đúng	d) Sai	d) Sai

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,31	17	2,45	140	1113	147

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^{2024}(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$f'(x)$ có nghiệm $x=0$ (bội chẵn) và $x=3$ (bội lẻ) nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua $x=3$.
Vậy hàm số $f(x)$ có điểm cực trị $x=3$.

Câu 2: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là $y=2$.

Câu 3: Một vật chuyển động với tốc độ $v(t)=4t+8\,(m/s)$, với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t=8$ đến $t=10$.

A. $87(m)$. **B.** $88(m)$. **C.** $86(m)$. **D.** $89(m)$.

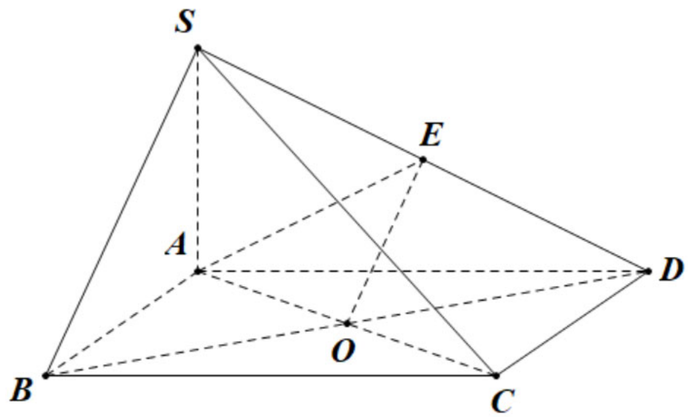
Lời giải

Quãng đường đi được là: $\int_8^{10}(4t+8)\,dt=88(m)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=1$. Góc giữa đường thẳng SB và AC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của SD, suy ra OE là đường trung bình của tam giác SBD hay $OE//SB$.

Do đó $\widehat{(SB,AC)}=\widehat{(OE,AC)}$.

Xét tam giác AOE có $AE=OA=OE=\frac{\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác AOE là tam giác đều, suy ra $\widehat{AOE}=60°$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và AC là $60°$.

Câu 5: Cho phương trình $\sin^2 x+(\cos x+1)^2=0$. Tập nghiệm của phương trình là

A. $S=\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $S=\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

$$\sin^2 x+(\cos x+1)^2=0\Rightarrow\begin{cases}\sin x=0\\ \cos x+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sin x=0\\ \cos x=-1\end{cases}\Rightarrow x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}.$$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=(-2;3)$.

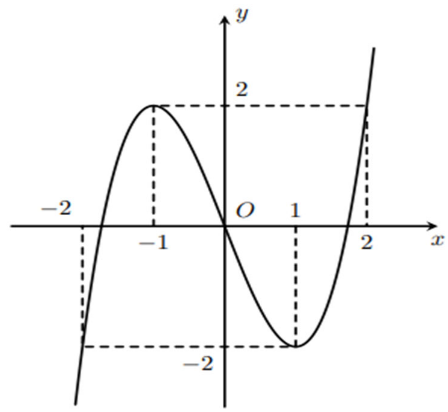
Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}2x-1>0\\ x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_5(2x-1)<\log_5(x+2)\Leftrightarrow 2x-1<x+2\Leftrightarrow x<3$.

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\frac{1}{2}<x<3$.

Câu 7: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 + 2x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại đáp án C

Mặt khác ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại B

Lại có đồ thị nhận $x = 1, x = -1$ là điểm cực trị nên loại D

Câu 8: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Có G là trọng tâm của tam giác BCD nên: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$..

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \sin x - e^x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = -\cos x - e^x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \cos x - e^x + C$.

C. $\int f(x)dx = -\cos x + e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = \cos x - e^x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (\sin x - e^x)dx = -\cos x - e^x + C$.

Câu 10: Cho A, B là hai biến cố độc lập với $P(A) = 0,2024, P(B) = 0,2025$. Kết quả $P(B \setminus A)$ bằng

A. $0,4049$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

Lời giải

Ta có $P(B \setminus A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{P(B).P(A)}{P(A)} = P(B) = 0,2025$.

Câu 11: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ là

A. $y = 2x + 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x + 1$. **D.** $y = x + 1$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$. Giải $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 1 \Rightarrow A(0;1) \\ y = -3 \Rightarrow B(-2;-3) \end{array}\right.$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị A, B là:

$\frac{x+2}{0+2}=\frac{y+3}{1+3} \Rightarrow y=2x+1$.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=-2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8=72$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số cộng cộng bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

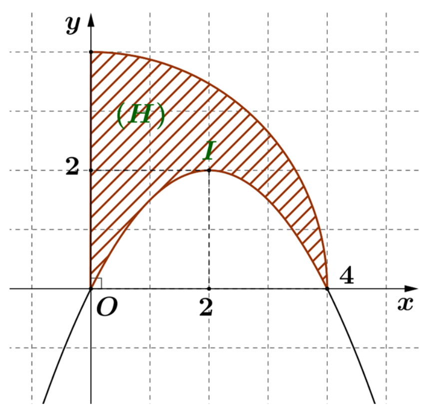
Lời giải

Ta có

$S_8=72 \Leftrightarrow \frac{n}{2}\left[2u_1+(n-1)d\right]=72 \Leftrightarrow 4\left[2u_1+(8-1).(-2)\right]=72 \Leftrightarrow 2u_1-14=18 \Leftrightarrow u_1=16$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O, các đường thẳng $x=0; x=4$ như hình vẽ bên.



a) Đường tròn có phương trình là $x^2+y^2=4$.

b) Parabol có phương trình $y=f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P), trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng $\frac{8}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi-\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Sai

Đường tròn có phương trình là $x^2+y^2=16$.

b) Đúng

Parabol có dạng $y=ax^2+bx+c$ có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O nên ta có hệ pt sau $\begin{cases} c=0 \\ 4a+2b=2 \\ \dfrac{-b}{2a}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=-\dfrac{1}{2} \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow y=f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x$.

c) Sai

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P), trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng

$S=\int_0^4\left(\dfrac{-1}{2}x^2+2x\right)dx=\dfrac{16}{3}$.

d) Đúng

$\dfrac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4 như trên hình thỏa mãn phương trình $y=\sqrt{16-x^2}$.

Diện tích hình phẳng (H) bằng $S=\int_0^4\left(\sqrt{16-x^2}-\left(\dfrac{-1}{2}x^2+2x\right)\right)dx=16\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 2: Thiền viện Trúc lâm tại núi Phượng Hoàng cách trung tâm thành phố Đà Lạt $5km$ về hướng nam, nằm ở độ cao khoảng 1600 mét so với mực nước biển. Đến thiền viện, từ trên đỉnh núi Phượng Hoàng phóng tầm mắt về phía đông nam, ta có thể chiêm ngưỡng thắng cảnh nổi tiếng được tạo bởi bàn tay con người là hồ Tuyền Lâm thơ mộng. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc tại trung tâm thành phố Đà Lạt, các trục Ox, Oy lần lượt chỉ các hướng Nam và Đông, biết mỗi đơn vị trên trục tọa độ ứng với $1km$ và trung tâm thành phố nằm ở độ cao $1500m$ so với mặt nược biển. Khi đó

a) Thiền viện Trúc Lâm có tọa độ là $(5;0;1,6)$

b) Diện tích hồ khoảng 360 ha, coi hồ như một hình tròn, bán kính hồ bằng $10,7km$.

c) Biết hồ Tuyền Lâm ở độ cao khoảng 1000 mét so với mực nước biển. Một người đứng trên bờ tại điểm gần thiền viện nhất, cách trung tâm thành phố khoảng $7km$, người cách thiền viện khoảng $2,506km$.

d) Ở thiền viện có tháp chuông vang xa tầm $7,2km$. Lúc đánh chuông người trên thuyền ở giữa hồ nghe được tiếng chuông.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Sai

Cao độ của Thiền viện bằng $1600-1500=100m=0,1km$. Vậy tọa độ của Thiền viện Trúc Lâm là $(5;0;0,1)$.

b)Sai

Ta có $360ha=3,6km^2$, Từ $S=\pi R^2 \Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{3,6}{\pi}}\approx 1,07km$.

c) Sai

Ta có Thiền viện Trúc Lâm tại vị trí điểm $A(5;0;0,1)$

Giả sử người đứng trên bờ tại vị trí điểm $B(x;y;-0,5)$

Khi đó khoảng cách giữa người trên bờ và Thiền viện là

$AB=\sqrt{(x-5)^2+y^2+0,6^2}=\sqrt{x^2+y^2-10x+\frac{15634}{25}}$

Người đó cách trung tâm một đoạn $OB=\sqrt{x^2+y^2+0,5^2}=7 \Rightarrow x^2+y^2=\frac{195}{4}$

$\Rightarrow 0\le x\le\sqrt{48,75}$

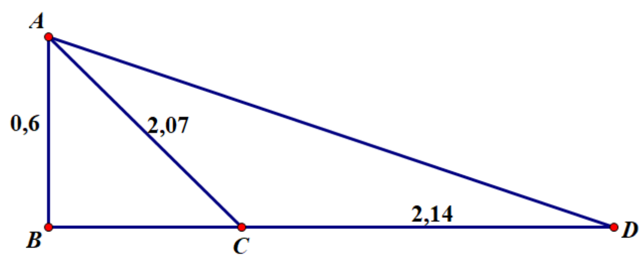
Vậy $AB=\sqrt{\frac{195}{4}-10x+\frac{15634}{25}}=\sqrt{-10x+\frac{67411}{100}}\ge\sqrt{\frac{67411}{100}-10\sqrt{48,75}}\approx 2,07km$.

d) Sai

Người ở giữa hồ coi như tâm đường tròn cách Thiền viện tối đa $2,07+1,07=3,14<7,2$

Vậy d – đúng.

Cách khác



Gọi vị trí điểm A là Thiền viện, C là vị trí bờ hồ cách Thiền viện gần nhất, CD là đường kính của hồ

Ta có $BC=\sqrt{2,07^2-0,6^2}=1,98km$

$\Rightarrow BD=4,12km$

Vậy $AD=\sqrt{0,6^2+4,12^2}=4,16km<7,2km$.

Câu 3: Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là $36m^3$, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá $4m$, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Gọi $x(m)$ là chiều rộng của bể, ta có $0<x\le 4$.

a) Chiều dài của bể là $2x(m)$

b) Chiều cao của bể là $\frac{18}{x^2}(m)$.

c) Tổng diện tích các mặt cần xây là: $2x^2+\frac{108}{x}$.

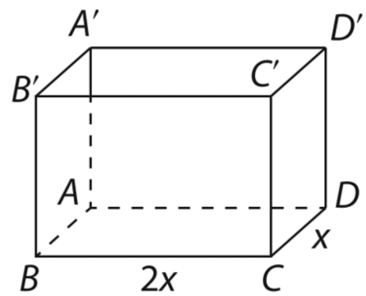
d) Chiều cao bể nước bằng 3 (m) thì tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng.

Xem bể chứa có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ như Hình.



Chiều dài của bể gấp 2 lần chiều rộng nên chiều dài là $2x(m)$.

b) Đúng

Gọi $h(m)$ là chiều cao bể nước, ta có thể tích của bể là $V = x\cdot(2x)\cdot h$.

Suy ra $h = \dfrac{V}{2x^2} = \dfrac{36}{2x^2} = \dfrac{18}{x^2}(m)$.

c) Đúng.

Tổng diện tích các mặt cần xây là: $S = S_{ABCD} + 2.S_{ABB'A'} + 2.S_{BCC'B'}$

$= 2x^2 + 2.x\cdot\dfrac{18}{x^2} + 2.2x\cdot\dfrac{18}{x^2} = 2x^2 + \dfrac{108}{x}.$

d) Sai.

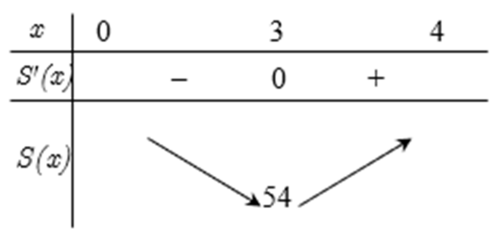
Xét hàm số $S(x) = 2x^2 + \dfrac{108}{x}(0 < x \le 4)$, ta có:

$S'(x) = 4x - \dfrac{108}{x^2} = \dfrac{4x^3 - 108}{x^2} = \dfrac{4(x-3)\left(x^2+3x+9\right)}{x^2}.$

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3.$

Do $x^2 > 0$ và $x^2 + 3x + 9 > 0$ khi $x \in (0;4]$ nên dấu của $S'(x)$ trên $(0;4]$ phụ thuộc dấu của biểu thức $x - 3$.

Bảng biến thiên:



Chi phí vật liệu xây dựng thấp nhất khi tổng diện tích các mặt cần xây $S(x)$ là nhỏ nhất. Dựa vào bảng biến thiên, ta có $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 3$, suy ra $h = 2$.

Vậy cần xây bể có chiều cao là $2\,(m)$.

Câu 4: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm.

a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%

b) Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$.

c) Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.

d) Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Gọi A là biến cố An làm đúng câu dễ
B là biến cố An làm đúng câu trung bình
C là biến cố An làm đúng câu khó.
Khi đó A,B,C độc lập với nhau.

a) Sai

Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại trên và đúng cả ba câu là

$$P = P(A).P(B).P(C) = 0,072 = 7,2\%$$

b) Sai

Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là

$$P(\overline{A})P(B)P(C) + P(A)P(\overline{B})P(C) + P(A)P(B)P(\overline{C})$$
$$= 0,2\cdot 0,6\cdot 0,15 + 0,8\cdot 0,4\cdot 0,15 + 0,8\cdot 0,6\cdot 0,85 = 0,474$$

c) Đúng.

Xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại là: $P = P(A)P(B)P(C) = 0,072 = 7,2\%$

Xác suất An làm sai 3 câu mức độ trung bình $(0,4)^3 = 0,064$.

d) Sai

Để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm có các trường hợp sau:

+ TH1: Đúng 4 câu khó và câu còn lại sai

$$(0,15)^4(0,2 + 0,4 + 0,85) = 7,34.10^{-4}$$

+ TH2: Đúng 3 câu khó và đúng 2 câu trung bình

$$(0,15)^3.(0,6)^2 = 1,215.10^{-4}$$

Vậy xác suất cần tìm là $0,1949\%$.

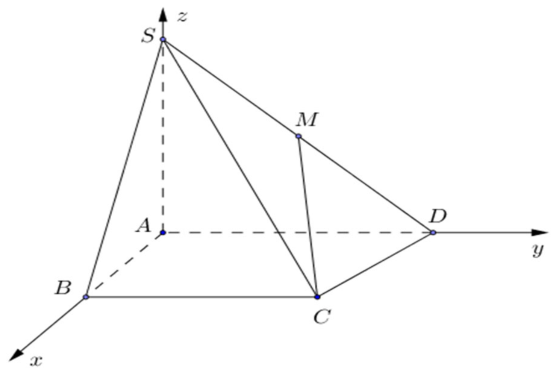
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trên một miếng đất phẳng, người ta thiết kế một mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $20m$. Tại đỉnh A của mảnh vườn, người ta đóng một cây cọc thẳng đứng sao cho đỉnh của cọc cách mặt đất $10m$. Sau đó, người ta đóng thêm ba cọc SB, SD, CM biết M là điểm nằm trên cọc SD và cách đều hai điểm S, D. Để thuận tiện cho việc trang trí tiếp theo, người ta muốn biết khoảng cách giữa hai cọc SB và CM. Hãy tính khoảng cách đó và điền kết quả vào các ô bên dưới. *(kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị mét).*

Lời giải

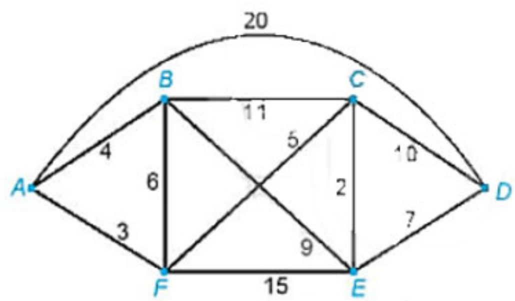
Trả lời: 2,31

Từ giả thiết, suy ra: SA, SB, SD vuông góc từng đôi, nên ta có thể gắn thiết kế với hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.



Ta có:
$A(0;0;0), B(4;0;0), C(4;4;0), D(0;4;0), S(0;0;4), M(0;2;2)$
Áp dụng công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng,
Ta có: $d(SB, CM) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}\right].\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CM}\right]\right|} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \approx 2{,}31(m)$.

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 6 trụ A, B, C, D, E, F với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ trụ A, đi qua các trụ đến D, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 17

Áp dụng thuật toán Dijkstra, ta có:

+ Đầu tiên, ta gắn nhãn đỉnh A là $I(A) = 0$ và gắn cho ba đỉnh kề với A là B, F và D các nhãn tạm thời $I(A)+4, I(A)+3$ và $I(A)+20$. Chọn số nhỏ nhất trong chúng và viết $I(F) = 3$. Đỉnh F bây giờ được gắn nhãn vĩnh viễn là 3.

+ Tiếp theo, ta gắn cho các đinh kề với F là B, C và E các nhãn tạm thời $I(F)+6, I(F)+5$ và $I(F)$ +15 (B hiện có hai nhãn tạm thời là 4 và 9). Nhãn tạm thời nhỏ nhất trong các nhãn đã gán (ờ $B, C, E)$ hiện nay là 4(tại B), nên ta viết $I(B) = 4$. Đỉnh B được gắn nhãn vĩnh viễn là 4.

Bây giờ ta xét các đỉnh kề với B (mà chưa được gắn nhãn vĩnh viễn) là C và E. Ta gắn cho đỉnh C nhãn tạm thời là $I(B)+11$ (hiện C có hai nhãn tạm thời là 8 và 15), gắn cho đỉnh E nhãn tạm thời là $I(B)+9(E$ hiện có hai nhãn tạm thời là 18 và 13. Nhãn tạm thời nhỏ nhất bây giờ là 8 (tại C), do đó ta viết $I(C) = 8$.

Bây giờ ta xét các đỉnh kề với C (mà chưa được gắn nhãn vĩnh viễn) là E và **D.** Ta gắn nhãn cho đỉnh E tạm thời là $I(C)+2$ (hiện E có ba nhãn tạm thời là 18,13 và 10), gắn cho đỉnh D nhãn tạm thời là $I(C)+10$. Nhãn tạm thời nhỏ nhất bây giờ là 10 (tại E), do đó ta viết $I(E) = 10$

. Xét đỉnh kề với E là D, ta gắn cho D nhãn tạm thời $I(E)+7$ (hiện D có hai nhãn tạm thời là 18 và 17). Vậy đỉnh D sẽ được gắn nhãn vĩnh viễn là 17 hay $I(D)=17$.

Vì $I(D)=17$ nên đường đi ngắn nhất từ A đến D có độ dài là 17. Đường đi đó là: AFCED.

Câu 3: Tại một nút giao thông có hai con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$; $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-3}$.

Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Lời giải

Trả lời: 2,45

Ta có AB ngắn nhất khi AB là đoạn vuông góc chung của d_1,d_2.

Gọi $A(2+a;2+a;-a)\in d_1$; $B(2+b;-1+2b;-3b)\in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(b-a;2b-a-3;-3b+a)$.

d_1,d_2 lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1}=(1;1;-1)$ và $\vec{u}_{d_2}=(1;2;-3)$

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_{d_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1(b-a)+1(2b-a-3)-1(-3b+a)=0\\ 1(b-a)+2(2b-a-3)-3(-3b+a)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6b-3a-3=0\\ 14b-6a-6=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A(1;1;1)\\ B(2;-1;0)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$

Do đó $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6}\simeq 2,45$.

Câu 4: Giám đốc một nhà hát đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 200 nghìn đồng/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 10 nghìn đồng /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 10 nghìn đồng /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 20 nghìn đồng lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Lời giải

Trả lời: 140

Gọi x là số lần giá vé tăng / giảm 10 nghìn đồng.

Giá vé sau khi điều chỉnh là $200+10x$ (nghìn đồng) $(200+10x>0)$

Số khách là: $1000-100x \quad \left(1000-100x>0\right)$

Điều kiện: $-20<x<10$

Tổng thu nhập là: $f\ (x)=(200+10x+20)(1000-100x)=-1000x^2-12000x+220000$

Bảng biến thiên

x	-20		-6		10
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	$f(-6)$	↘	

Vậy để thu nhập cao nhất thì $x=-6$, khi đó giá vé là $200+10.\left(-6\right)=140$ (nghìn đồng).

Câu 5: Vậy khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước tại cửa biển tăng dần là khoảng $\left(8;20\right)$, giá trị $b-a=20-8=12$. Trong chuyến tham quan tại Đà Lạt, tại một nông trại trồng dâu gồm các giống dâu tây Nhật Bản, dâu tây Mỹ đá, dâu tây New Zealand chiếm sản lượng theo tỷ lệ 15%, 30%, 55%. Người ta chọn ngẫu nhiên một loại dâu đưa cho 13 học sinh ăn thử để xác định xem đây là giống dâu tây nào. Mỗi bạn đã được thử qua1 lượt ba giống dâu trên để ghi nhớ đặc điểm từng loại. Giả sử mỗi bạn có xác suất đoán đúng bằng nhau là 60%. Có 7 bạn kết luận giống dâu tây Mỹ đá, 4 bạn kết luận giống dâu tây Nhật Bản và 2 bạn kết luận giống dâu tây New Zealand. Xác suất để giống dâu tây được chọn thuộc giống dâu tây New Zealand là $\frac{a}{b}$ (phân số $\frac{a}{b}$ tối giản, $a,b\in\mathbb{N}$). Giá trị $b-a^4$ bằng?

Lời giải

Trả lời: 1113

Gọi các biến cố:

A: "Giống dâu tây được chọn là giống dâu tây Nhật Bản".

B: "Giống dâu tây được chọn là giống dâu tây Mỹ đá".

C: "Giống dâu tây được chọn là giống dâu tây New Zealand".

Khi đó, ta có $P\left(A\right)=0,15;P\left(B\right)=0,3;P\left(C\right)=0,55$.

D: " Có 7 bạn kết luận giống dâu tây Mỹ đá, 4 bạn kết luận giống dâu tây Nhật Bản và 2 bạn kết luận giống dâu tây New Zealand"

Xác suất để giống dâu tây được chọn là giống dâu tây New Zealand với điều kiện đã được 13 học sinh ăn thử là $P\left(C\mid D\right)=\dfrac{P\left(C\right).P\left(D\mid C\right)}{P\left(C\right).P\left(D\mid C\right)+P\left(\overline{C}\right).P\left(D\mid\overline{C}\right)}$.

Ta có:

Xác suất để có 2 bạn đoán đúng là giống dâu tây New Zealand trong 13 bạn là $P\left(D\mid C\right)=C_{13}^{2}.\left(0,6\right)^2.\left(0,4\right)^{11}$.

Xác suất để có 7 bạn đoán đúng là giống dâu tây Mỹ đá trong 13 bạn là $P\left(D\mid B\right)=C_{13}^{7}.\left(0,6\right)^7.\left(0,4\right)^6$.

Xác suất để có 4 bạn đoán đúng là giống dâu tây Nhật Bản trong 13 bạn là $P\left(D\mid A\right)=C_{13}^{4}.\left(0,6\right)^4.\left(0,4\right)^9$.

Vậy $P\left(D\mid\overline{C}\right)=C_{13}^{7}.\left(0,6\right)^{7}.\left(0,4\right)^{6}+C_{13}^{4}.\left(0,6\right)^{4}.\left(0,4\right)^{9}$.

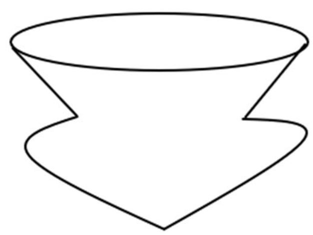
Vậy nên xác suất cần tính là:

$$P\left(C\mid D\right)=\frac{P\left(C\right).P\left(D\mid C\right)}{P\left(C\right).P\left(D\mid C\right)+P\left(\overline{C}\right).P\left(D\mid\overline{C}\right)}$$

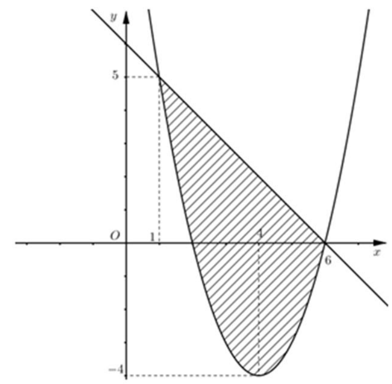
$$=\frac{0,55.C_{13}^{2}.\left(0,6\right)^{2}.\left(0,4\right)^{11}}{0,55.C_{13}^{2}.\left(0,6\right)^{2}.\left(0,4\right)^{11}+C_{13}^{7}.\left(0,6\right)^{7}.\left(0,4\right)^{6}+C_{13}^{4}.\left(0,6\right)^{4}.\left(0,4\right)^{9}}=\frac{4}{1369}.$$

Suy ra $a=4, b=1369\Rightarrow b-a^{4}=1113$.

Câu 6: Một cái bình cổ có hình dạng như hình 1. Giả sử mô hình toán mô phỏng việc tạo thành cái bình cổ đó bằng cách xoay phần diện tích (gạch sọc) được giới hạn bởi đường cong $f\left(x\right)=x^{2}-8x+12$ và $g\left(x\right)=-x+6$ quanh trục Ox như hình 2. Thể tích của cái bình cổ đó bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



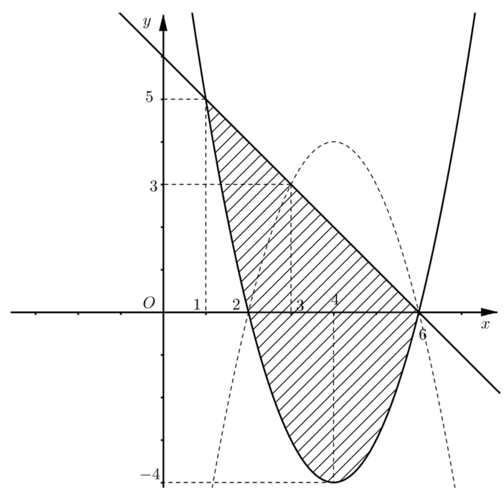
Hình 1



Hình 2

Lời giải

Trả lời: 147



Xét đồ thị hàm số $h\left(x\right)=-f\left(x\right)$ có đồ thị là đường nét đứt đoạn như hình vẽ.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ và $h\left(x\right)$ là nghiệm của phương trình $-x^{2}+8x-12=-x+6\Leftrightarrow x^{2}-9x+18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=6\end{array}\right.$.

Thể tích bình là

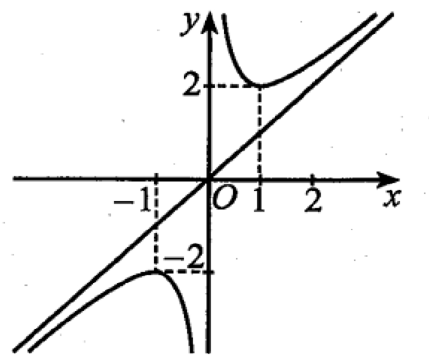
$$V=\pi\int_3^6\left[\left(-x^2+8x-12\right)^2-\left(-x+6\right)^2\right]dx+\pi\int_1^3\left(-x+6\right)^2dx-\pi\int_1^2\left(x^2-8x+12\right)^2dx$$

$$=\frac{108}{5}\pi+\frac{98}{3}\pi-\frac{113}{15}\pi=\frac{701}{15}\pi\simeq 147.$$

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

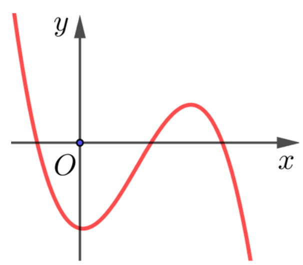
Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 3: Cho $\int 5^x\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=5^x\ln 5$. **B.** $F'(x)=5^x+C$. **C.** $F'(x)=-5^x$. **D.** $F'(x)=5^x$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 5: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 6: Một vật chuyển động có phương trình $s(t)=3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t)=-3\sin t$. **B.** $v(t)=-3\cos t$. **C.** $v(t)=3\cos t$. **D.** $v(t)=3\sin t$.

Câu 7: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52. **B.** 42. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 8: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\frac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

A. $d=\frac{11}{3}$. **B.** $d=\frac{10}{3}$. **C.** $d=\frac{3}{10}$. **D.** $d=\frac{3}{11}$.

Câu 9: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2)\le 1$ là

A. $(2;3]$. **B.** $(-\infty;7]$. **C.** $[7;+\infty)$. **D.** $(2;7]$.

Câu 11: Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. -1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 12: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$; $x=4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V=\pi\int_1^4\sqrt{x}\mathrm{d}x$ **B.** $V=\int_1^4\left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$ **C.** $V=\pi^2\int_1^4 x\mathrm{d}x$ **D.** $V=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+\cos^2 2x$

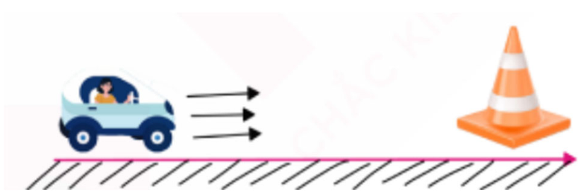
a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1, f(0)=-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos 2x-2\sin 4x$.

c) Trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{5}{4}$.

Câu 2: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-10m/s^2$.



a) Vận tốc của ô tô tại thời điểm phát hiện chướng ngại vật là 86,4 km/h.

b) Tốc độ tức thời của ô tô sau 13 giây kể từ lúc xuất phát là 14 m/s.

c) Từ lúc di chuyển đến khi dừng hẳn ô tô đi được 13,5 giây.

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu di chuyển tới lúc dừng hẳn là 127,8 m.

Câu 3: Một sân khấu đã được thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) để đạo diễn có thể sắp đặt ánh sáng và xác định vị trí của các diễn viên. Người đạo diễn đặt một đèn chiếu sáng ở vị trí $I(1;2;3)$ tạo ra một vùng sáng là mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ bán kính $10(m)$.

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=100$.

b) Diễn viên A đang đứng trên sân khấu ở vị trí $A(3;4;5)$ để chuẩn bị biểu diễn. Khi đó diễn viên A đang được đèn chiếu sáng.

c) Diễn viên B luôn đứng yên ở vị trí $B(10;11;12)$. Diễn viên A biểu diễn luôn cách tâm I một khoảng bằng $1(m)$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai diễn viên A và B bằng $5m$.

d) Diễn viên A biểu diễn luôn cách tâm I một khoảng bằng $1(m)$, còn diễn viên C có nhiệm vụ di chuyển xung quanh rìa của vùng chiếu sáng. Tổng khoảng cách từ B đến A và C có giá trị lớn nhất là $11(m)$.

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Y nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người tỉnh Y.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

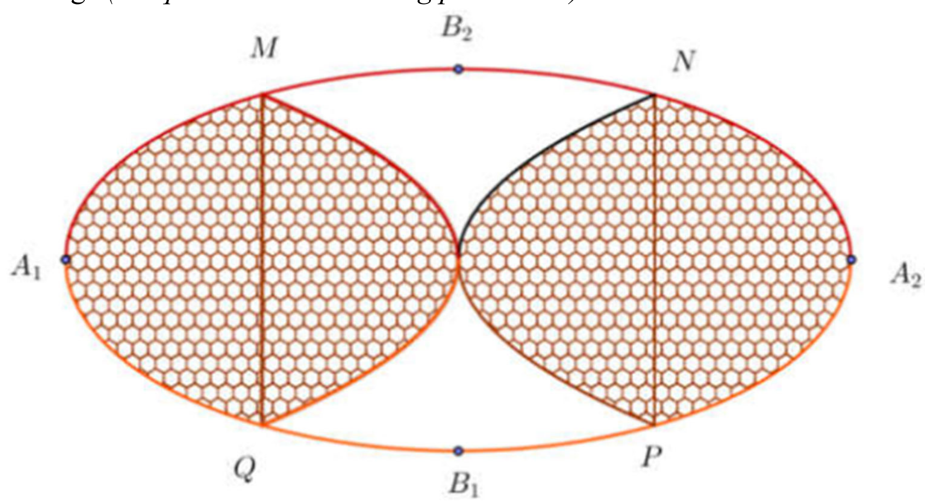
c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\frac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho chóp $S.ABC$ có $AB=9$, $BC=8$, $CA=7$, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Điểm G là trọng tâm tam giác SA**B.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng SG và BC bằng bao nhiêu? *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

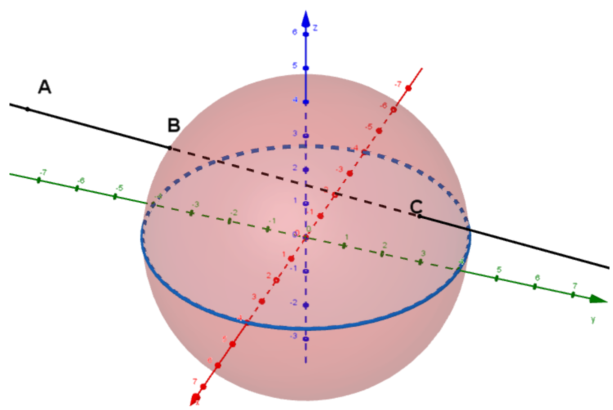
Câu 2: Mảnh vườn nhà ông An có dang hình elip với độ dài hai trục là $A_1A_2=8(m)$ và $B_1B_2=4(m)$. Ông An dùng hai hình Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip và cắt elip tại 4 điểm M,N,P,Q sao cho tứ giác MNPQ là hình chữ nhật với $MN=4(m)$ như hình vẽ bên dưới. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại ông trồng rau. Biết chi phí trồng hoa là 600.000 đồng/m^2, chi phí trồng rau là 50.000 đồng/m^2. Số tiền ông An phải chi để hoàn thiện mảnh vườn đó là bao nhiêu triệu đồng? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).*



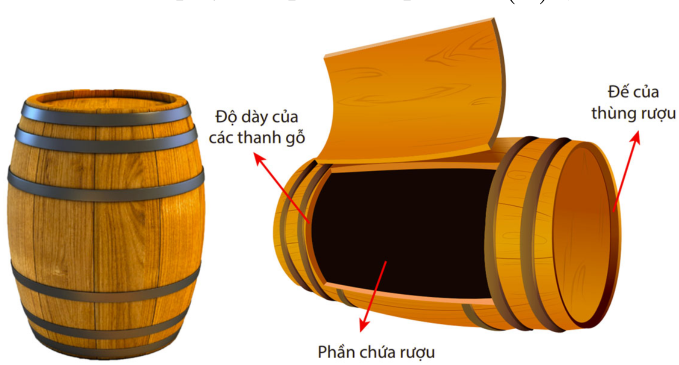
Câu 3: Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150.000 đồng/1 hộp và bán với giá là 200.000 đồng/1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10.000 đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là nghìn đồng)

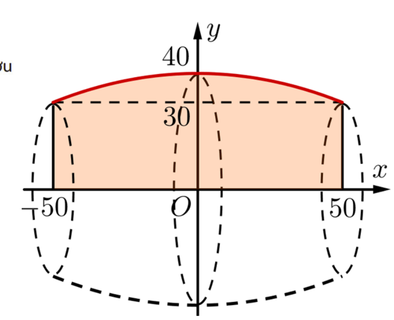
Câu 4: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(222;565;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tọa độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $M(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



Câu 6: Một thùng rượu vang có dạng khối tròn xoay với bán kính mặt đáy và mặt ở trên là 33 cm, bán kính mặt cắt ở chính giữa thùng là 43 cm. Chiều cao của thùng rượu là 112 cm, bao gồm phần thân thùng rượu, hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3 cm) và thùng rượu được ghép từ các thanh gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3 cm. Phần bên trong thùng rượu có dạng một khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ quanh trục hoành.





Thùng rượu vang đó chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	D	A	C	A	A	A	C	D	C	D

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Sai	a) Đúng	a) Đúng	a) Sai
	b) Đúng	b) Đúng	b) Đúng	b) Đúng
	c) Đúng	c) Sai	c) Sai	c) Sai
	d) Đúng	d) Sai	d) Sai	d) Đúng

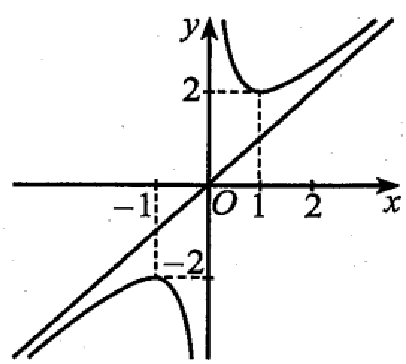
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,98	11,7	180	0,77	463	425

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

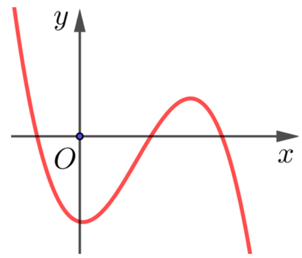
A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3: Cho $\int 5^x \mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x) = 5^x \ln 5$. **B.** $F'(x) = 5^x + C$. **C.** $F'(x) = -5^x$. **D.** $F'(x) = 5^x$.

Lời giải

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số 5^x nên $F'(x) = 5^x$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Lời giải

Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$.

Câu 5: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

Có $10 + 20 = 30$ cách chọn một học sinh.

Câu 6: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3\sin t$. **B.** $v(t) = -3\cos t$. **C.** $v(t) = 3\cos t$. **D.** $v(t) = 3\sin t$.

Lời giải

Ta có $v(t) = s'(t) = (3\cos t)' = -3\sin t$.

Câu 7: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52. **B.** 42. **C.** 53. **D.** 54.

Lời giải

Mốt M_0 chứa trong nhóm $[40;60)$.

Do đó: $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20$; $n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12-9}{(12-9)\ +\ (12-10)}(60-40) = 52.$$

Câu 8: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d.

A. $d=\frac{11}{3}$. **B.** $d=\frac{10}{3}$. **C.** $d=\frac{3}{10}$. **D.** $d=\frac{3}{11}$.

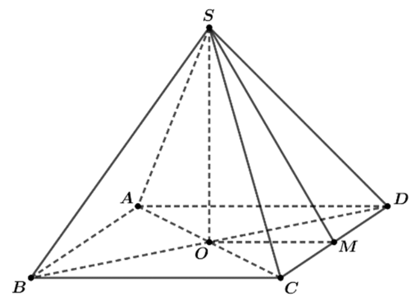
Lời giải

Cấp số cộng (u_n) có $u_8=u_1+7d \Leftrightarrow 26=\frac{1}{3}+7d \Leftrightarrow d=\frac{11}{3}$.

Câu 9: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM)\perp BC$, suy ra $\left[(SCD),(ABCD)\right]=(SM,OM)=\widehat{SMO}=60^0$.

Có $OM=\frac{1}{2}BC=\frac{a}{2}$, $SO=OM\tan 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2)\le 1$ là

A. $(2;3]$. **B.** $(-\infty;7]$. **C.** $[7;+\infty)$. **D.** $(2;7]$.

Lời giải

Bất phương trình $\log_5(x-2)\le 1$ tương đương với:

$0<x-2\le 5^1$

$\Leftrightarrow 0<x-2\le 5$

$\Leftrightarrow 2<x\le 7$.

Câu 11: Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. -1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $2^{2x^2+5x+4}=4 \Leftrightarrow 2x^2+5x+4=2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $-\frac{5}{2}$.

Câu 12: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1$; $x=4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V=\pi\int_1^4\sqrt{x}\mathrm{d}x$ **B.** $V=\int_1^4\left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$ **C.** $V=\pi^2\int_1^4 x\mathrm{d}x$ **D.** $V=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox, $x=a$ và $x=b$ được tính bởi công thức $V=\pi\int_a^b\left[f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+\cos^2 2x$

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1, f(0)=-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos 2x-2\sin 4x$.

c) Trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{5}{4}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

a) Sai

$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(2.\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2\left(2.\frac{\pi}{2}\right)=\sin\pi+\cos^2\pi=1$

$f(0)=\sin(2.0)+\cos^2(2.0)=1$

b) Đúng

$f(x)=\sin 2x+\frac{1}{2}+\frac{\cos 4x}{2}$

$f'(x)=2\cos 2x-2\sin 4x$

c) Đúng

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2\cos 2x-2\sin 4x=0\Leftrightarrow\cos 2x=\sin 4x\Leftrightarrow\cos 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{2}-4x+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\\2x=-\frac{\pi}{2}+4x+k'2\pi,k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\\-2x=-\frac{\pi}{2}+k'2\pi,k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\\x=\frac{\pi}{4}+k'\pi,k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Có: $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ nên:

$$\left[\begin{array}{l}0\le\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{3}\le\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\\0\le\frac{\pi}{4}+k'\pi\le\frac{\pi}{2},k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{\pi}{12}\le\frac{k\pi}{3}\le\frac{5\pi}{12},k\in\mathbb{Z}\\-\frac{\pi}{4}\le k'\pi\le\frac{\pi}{4},k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{4}\le k\le\frac{5}{4},k\in\mathbb{Z}\\-\frac{1}{4}\le k'\le\frac{1}{4},k'\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

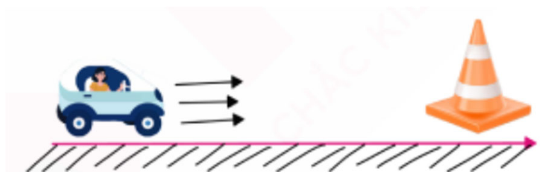
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=0 \\ k=1 \\ k'=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12} \\ x=\dfrac{5\pi}{12} \\ x=\dfrac{\pi}{4} \end{array}\right.$$. Vậy $f'(x)=0$ có 3 nghiệm thuộc $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

d) Đúng

x	0		$\frac{\pi}{12}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{5\pi}{12}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	1

Từ bảng biến thiên ta được: Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{5}{4}$.

Câu 2: Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t)=2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-10m/s^2$.



a) Vận tốc của ô tô tại thời điểm phát hiện chướng ngại vật là 86,4 km/h.
b) Tốc độ tức thời của ô tô sau 13 giây kể từ lúc xuất phát là 14 m/s.
c) Từ lúc di chuyển đến khi dừng hẳn ô tô đi được 13,5 giây.
d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu di chuyển tới lúc dừng hẳn là 127,8 m.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Ô tô phát hiện chướng ngại vật khi $t=12: v(12)=2.12=24m/s=86,4km/h$.

b) Đúng

Vận tốc của ô tô khi chuyển động chậm dần đều: $v_1(t_1)=c-10t_1$

Vì ô tô đi được 12 giây thì phanh gấp và chuyển động chậm dần đều nên: $v_1(0)=24m/s$

$\Rightarrow v_1(0)=c-10.0=24 \Leftrightarrow c=24 \Rightarrow v_1(t_1)=24-10t_1(m/s)$.

Ô tô chuyển động 13 giây trong đó có 12 giây chuyển động nhanh dần đều và sau đó phanh gấp chuyển động chậm dần đều nên: $t_1=1$ giây.

Vậy vận tốc tức thời của ô tô sau 13 giây kể từ lúc xuất phát là: $v_1(1)=24-10.1=14m/s$.

c) Sai

Thời gian từ lúc phanh gấp đến khi dừng hẳn $v_1(t)=0$ là: $24-10t_1=0 \Leftrightarrow t_1=2,4$ giây

Vậy thời gian từ lúc ô tô di chuyển đến khi dừng hẳn là: $12+2,4=14,4$ giây.

d) Sai

Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu di chuyển đến khi dừng hẳn:

$$s=\int_0^{12}(2t)dt+\int_0^{2,4}(24-10t_1)dt_1=(t^2)\Big|_0^{12}+(24t-5t^2)\Big|_0^{2,4}=172,8m.$$

Câu 3: Một sân khấu đã được thiết lập một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) để đạo diễn có thể sắp đặt ánh sáng và xác định vị trí của các diễn viên. Người đạo diễn đặt một đèn chiếu sáng ở vị trí $I(1;2;3)$ tạo ra một vùng sáng là mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ bán kính $10(m)$.

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phủ sáng là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=100$.

b) Diễn viên A đang đứng trên sân khấu ở vị trí $A(3;4;5)$ để chuẩn bị biểu diễn. Khi đó diễn viên A đang được đèn chiếu sáng.

c) Diễn viên B luôn đứng yên ở vị trí $B(10;11;12)$. Diễn viên A biểu diễn luôn cách tâm I một khoảng bằng $1(m)$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai diễn viên A và B bằng $5m$.

d) Diễn viên A biểu diễn luôn cách tâm I một khoảng bằng $1(m)$, còn diễn viên C có nhiệm vụ di chuyển xung quanh rìa của vùng chiếu sáng. Tổng khoảng cách từ B đến A và C có giá trị lớn nhất là $11(m)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=100$.

b) Đúng

$IA=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2+(5-3)^2}=2\sqrt{3}<10$

c)Sai

Ta có $IB=\sqrt{(10-1)^2+(11-2)^2+(12-3)^2}=9\sqrt{3}>10$ nên B ở ngoài vùng đèn chiếu sáng.

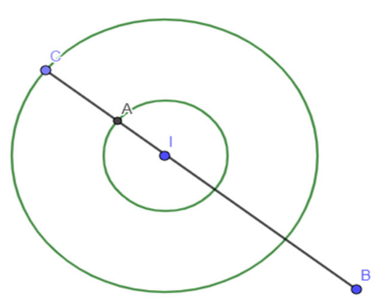
Diễn viên A biểu diễn cách tâm I một khoảng bằng $1(m)$ nên A nằm trên mặt cầu tâm I bán kính bằng 1

Khoảng cách ngắn nhất giữa hai diễn viên A và B khi I, A, B thẳng hàng và A nằm giữa I và B

Khi đó $AB_{\min}=IB-1=9\sqrt{3}-1$

d) Sai

Diễn viên B đứng yên, diễn viên A, C cùng biểu diễn nên tổng khoảng cách từ B đến A và C có giá trị lớn nhất khi A, C, B, I thẳng hàng sao cho I nằm giữa A và B; A nằm giữa C và I.



Khi đó: $(BA+BC)_{\max}=(IB+1)+(IB+10)=18\sqrt{3}+11$

Câu 4: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Y nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người tỉnh Y.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\frac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Sai

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi B là biến cố "người bị bệnh phổi".

Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là $\mathrm{P}\left(B \mid A\right)=0{,}7$

b) Đúng

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P\left(B\right)$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)$$

Ta có: $\mathrm{P}\left(A\right)=0{,}2;\ \mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0{,}8;\ \mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)=0{,}15$

Vậy $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

c) Sai

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P\left(A \mid B\right)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P\left(A \mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,2.0,7}{0,26}=\frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

d) Đúng

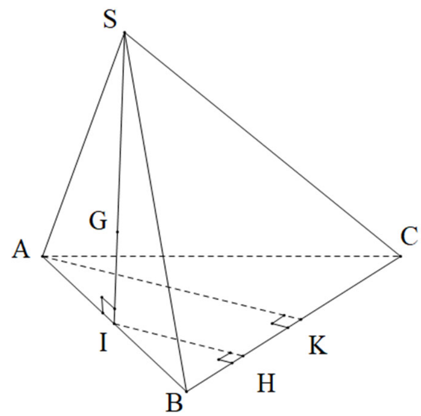
Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là $\mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)=0{,}15$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho chóp $S.ABC$ có $AB=9$, $BC=8$, $CA=7$, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Điểm G là trọng tâm tam giác SA**B.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng SG và BC bằng bao nhiêu? *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

Lời giải

Trả lời: 2,98



Gọi I là trung điểm AB, H là hình chiếu của I lên BC, A là hình chiếu của A lên BC.

Ta có: $SI \perp BC \Rightarrow SI \perp (ABC) \Rightarrow SI \perp IH \Rightarrow IH$ là đường vuông góc chung của SG và BC

$\Rightarrow d(SG, BC) = IH$.

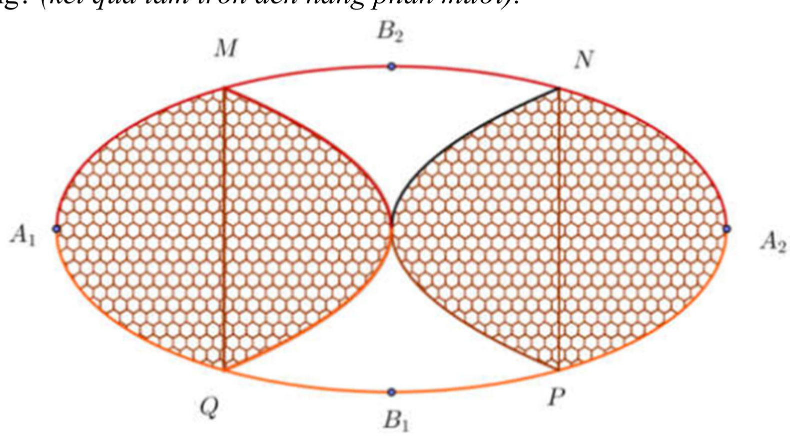
Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{12 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 12\sqrt{5}$.

Độ dài đường cao AK là: $AK = \dfrac{2S_{ABC}}{BC} = \dfrac{2.12\sqrt{5}}{9} = \dfrac{8\sqrt{5}}{3}$.

Lại có IH là đường trung bình của tam giác ABK nên $IH = \dfrac{1}{2}AK = \dfrac{4\sqrt{5}}{3} \approx 2,98$

Vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng SG và BC là $2,98$.

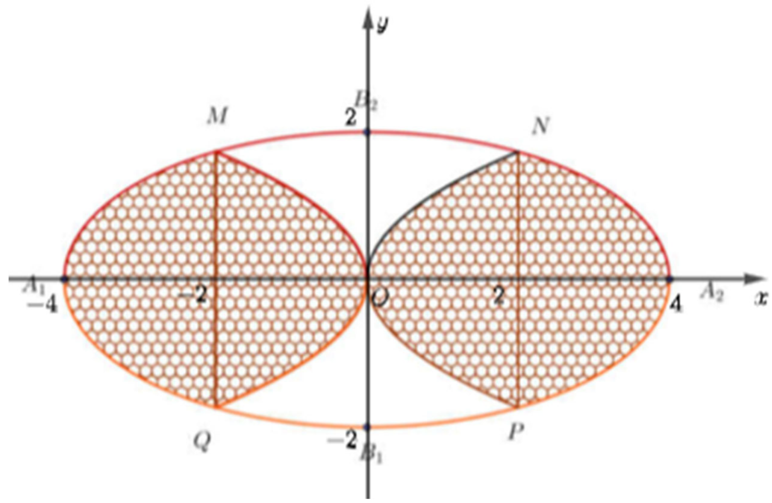
Câu 2: Mảnh vườn nhà ông An có dang hình elip với độ dài hai trục là $A_1A_2 = 8(m)$ và $B_1B_2 = 4(m)$. Ông An dùng hai hình Parabol có đỉnh là tâm đối xứng của elip và cắt elip tại 4 điểm M, N, P, Q sao cho tứ giác MNPQ là hình chữ nhật với $MN = 4(m)$ như hình vẽ bên dưới. Phần tô đậm dùng để trồng hoa và phần còn lại ông trồng rau. Biết chi phí trồng hoa là 600.000 đồng/m^2, chi phí trồng rau là 50.000 đồng/m^2. Số tiền ông An phải chi để hoàn thiện mảnh vườn đó là bao nhiêu triệu đồng? *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).*



Lời giải

Trả lời: 11,7

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



Phương trình đường elip là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ và điểm $N\left(2; \sqrt{3}\right)$.

Diện tích hình elip $S = 4\int_0^4 2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}}dx = 8\pi$.

Phương trình parabol có dạng $(P): y^2 = 2px$. Ta có $N \in (P) \Rightarrow p = \frac{3}{4}$ nên $(P): y^2 = \frac{3}{2}x$.

Diện tích trồng rau là $S_1 = 4\int_0^2 \left(2\sqrt{1 - \frac{x^2}{16}} - \sqrt{\frac{3}{2}x}\right)dx$.

Diện tích trồng hoa là $S - S_1$.

Vậy số tiền trồng vườn là $0,05.S_1 + 0,6.(S - S_1) \simeq 11,7$ triệu.

Câu 3: Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150.000 đồng/1 hộp và bán với giá là 200.000 đồng/1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10.000 đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là nghìn đồng)

Lời giải

Trả lời: 180

Gọi x là số lần giảm giá $x \in N^*$

Số tiền giảm cho mỗi hộp bánh: $10x$

Giá bán sau khi giảm: $200 - 10x$

Số hộp bánh bán được: $50 + 50x$

Lợi nhuận thu được:

$$f(x) = (200 - 10x)\cdot(50 + 5x) - 150\cdot(50 + 5x)$$

$$f(x) = 500\cdot\left(5 + 4x - x^2\right).$$

Xét hàm số $f(x) = 500\cdot\left(5 + 4x - x^2\right)$ trên đoạn $[1; 20]$ ta tìm được giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là 4500 tại $x = 2$.

Vậy để thu được lợi nhuận cao nhất thì cần bán với giá: $200 - 10\cdot 2 = 180$ (nghìn đồng).

Câu 4: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A: "Học sinh đó chọn tổ hợp A00 " và B: "Học sinh đó đỗ đại học".

Ta cần tính $P(A|B)$. Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\overline{A}), P(B|A), P(B|\overline{A})$.

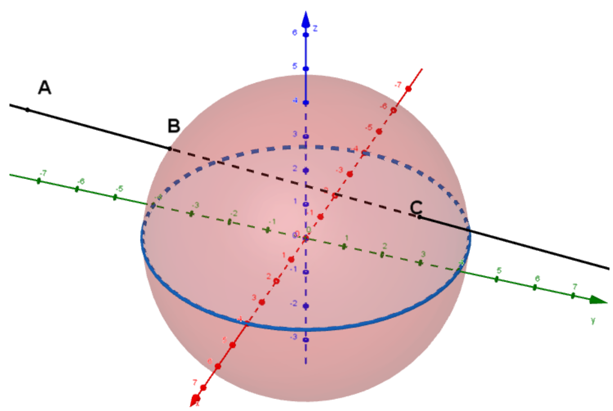
Ta có: $P(A) = 0,8; P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

$P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00 $\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

$P(B|\overline{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00 $P(B|\overline{A}) = 0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được: $P(A|B) = \dfrac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A})} \approx 0,77$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(222;565;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tọa độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $M(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 463

Phạm vi kiểm soát của ra đa là hình cầu có phương trình mặt cầu là $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$.

Phương trình đường bay của máy bay $d: \begin{cases} x = 222 + 91t \\ y = 565 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$

Giao điểm của d và (S):

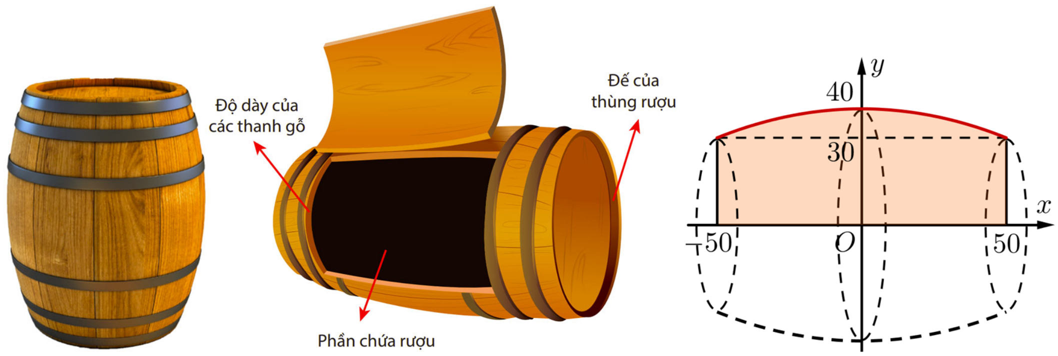
Ta có $(222+91t)^2+(565+75t)^2+8^2=417^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \\ t=-7 \end{array}\right.$

Suy ra giao điểm $B(40;415;8)$, $C(-415;40;8)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-182;-150;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-637;-525;0)$ nên $AB \approx 236\,\text{km}$, $AC \approx 825\,\text{km}$.

Do máy bay đang hướng về đài kiểm soát không lưu nên vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện là $B(40;415;8)$. Vậy $a+b+c=40+415+8=463$.

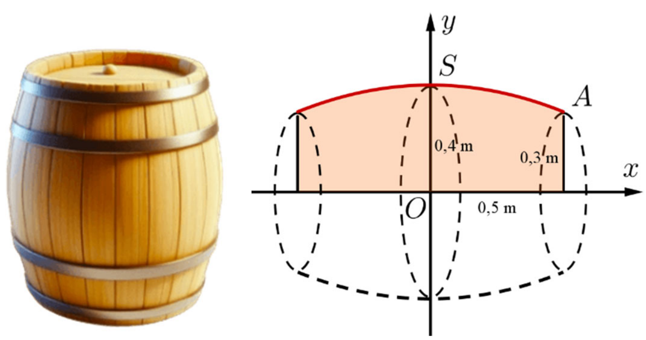
Câu 6: Một thùng rượu vang có dạng khối tròn xoay với bán kính mặt đáy và mặt ở trên là 33 cm, bán kính mặt cắt ở chính giữa thùng là 43 cm. Chiều cao của thùng rượu là 112 cm, bao gồm phần thân thùng rượu, hai đế đỡ thùng rượu (mỗi đế cao 3 cm) và thùng rượu được ghép từ các thanh gỗ sồi với độ dày mỗi thanh gỗ là 3 cm. Phần bên trong thùng rượu có dạng một khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ quanh trục hoành.



Thùng rượu vang đó chứa được tối đa bao nhiêu lít rượu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 425



Gọi $(P): y=ax^2+bx+c$ là parabol đi qua điểm $A(0,5;\,0,3)$ và có đỉnh $S(0;\,0,4)$ (hình vẽ).

Khi đó, dung tích thùng rượu bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi (P), trục hoành và hai đường thẳng $x=0,5;\ x=-0,5$ quay quanh trục Ox.

Tìm (P):

(P) có đỉnh $S(0;\,0,4)$ nên ta có: $\begin{cases} c=0,4 \\ -\dfrac{b}{2a}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0,4 \\ b=0 \end{cases}$. Suy ra: $(P): y=ax^2+0,4$.

Mà (P) qua $A(0,5;\,0,3)$ nên ta có: $a.0,5^2+0,4=0,3 \Rightarrow a=-\dfrac{2}{5}$.

Tìm được $(P): y=-\dfrac{2}{5}x^2+0,4$.

Suy ra $V=\pi\int\limits_{-0,5}^{0,5}\left(-\frac{2}{5}x^2+0,4\right)^2dx=\frac{203\pi}{1500}\text{ m}^3\approx 425\text{ lít}.$

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
Môn: Toán – Thời gian: 90 phút
ĐỀ SỐ 10

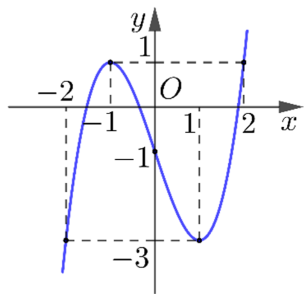
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1), \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng:



A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.

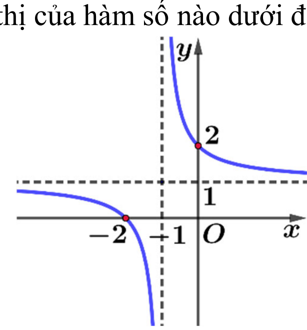
Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=[-5;5]$.

Câu 4: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là:

A. $y=2x-5$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x+y-3z+1=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 7: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng:

A. 180. **B.** 139. **C.** 60. **D.** 169.

Câu 8: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 20. **B.** 10. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 3$ bằng:

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 7$ và công bội $q = 3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là:

A. $u_2 = 21$. **B.** $u_2 = 10$. **C.** $u_2 = 49$. **D.** $u_2 = 343$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (SBC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 e^x$.

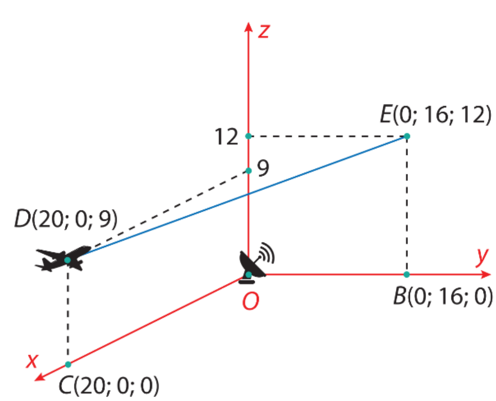
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (x^2 + 2x)e^x$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = 0$ và $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\frac{1}{e}$.

Câu 2: Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại D, máy bay bay cách mặt đất là 9000 m và tại E là 12000 m. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là 20000 m, cách B là 16000 m và $\widehat{BOC} = 90°$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: 1000 m) với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox, khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ bên:



a) Tại D, máy bay cách ra đa 29000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất 10500 m.

c) Trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét) là 22000 m.

Câu 3: Trong một nhóm 50 học sinh, 36 học sinh làm việc trên máy tính bảng, 20 học sinh làm việc trên máy tính xách tay và 12 học sinh không làm việc trên cả hai thiết bị. Một học sinh được chọn ngẫu nhiên.

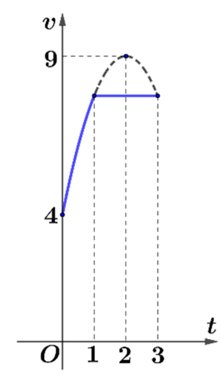
a) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là $0,72$.

b) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là $0,12$.

c) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là $0,9$.

d) Xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là $0,5$.

Câu 4: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình vẽ. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của parabol có đỉnh $S(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành (tham khảo hình vẽ)



a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 4 km/h.

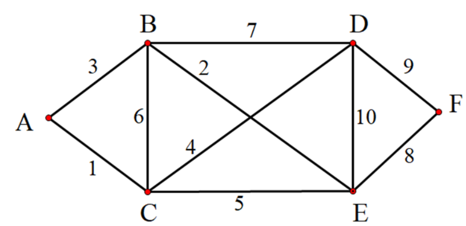
b) Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, phương trình vận tốc của vật là $v(t) = -\dfrac{5}{4}t^2 - 5t + 4$.

c) Sau 30 phút kể từ khi bắt đầu chuyển động, gia tốc của vật bằng $3,75$ km/h^2.

d) Quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm) là $21,58$ km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

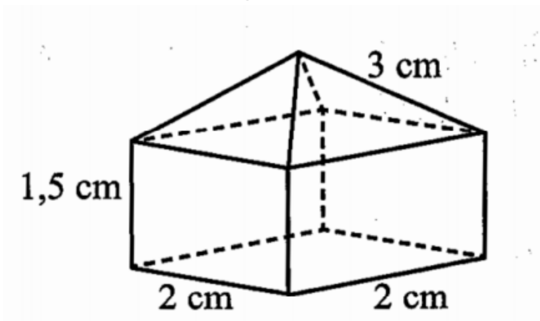
Câu 1: Có 6 vị trí A, B, C, D, E, F. Một người xuất phát từ vị trí A di chuyển đến vị trí F, thời gian di chuyển giữa các vị trí được mô tả trong hình bên (đơn vị tính bằng phút). Hỏi người đó đi hết ít nhất là bao nhiêu phút?



Câu 2: Không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) với tâm là điểm phát sóng. Giả sử trong không gian đặt hệ tọa độ *Oxyz* với đơn vị tính là *km*. Tại điểm phát sóng I_1 phương trình của (S) là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. Tại điểm phát sóng I_2 phương trình của (S) là: $x^2+y^2+x^2-2x-4y-6z+10=0$. Khoảng cách xa nhất giữa 2 điểm thuộc vùng phủ sóng phát ra từ các điểm I_1, I_2 là bao nhiêu *km*?

Câu 3: Bạn An xác định được phần thân của ấm đun siêu tốc được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi một phần của một parabol quay quanh trục của nó. Các kích thước của ấm bạn đo được như sau: đường kính đáy ấm bằng $14cm$, đường kính miệng ấm bằng $8cm$, chiều cao thân ấm (phần đựng nước không kể nắp) bằng $20cm$. Hỏi thể tích phần thân ấm là bao nhiêu lít ? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*.

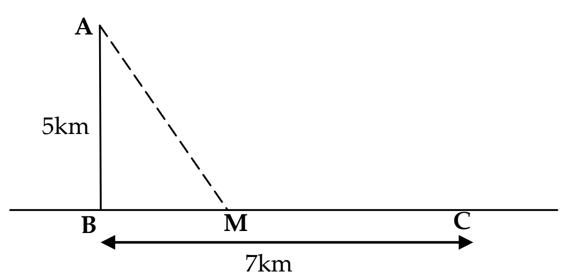
Câu 4: Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như hình vẽ



Thiết bị gồm hai phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác. Giá tiền mua kim loại là 2500 đ/cm^3. Hỏi số tiền mua kim loại để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*?

Câu 5: Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*?

Câu 6: Một tàu chở hàng đang đậu tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB bằng 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người lái tàu muốn chở hàng về kho phải đi thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi dùng xe đẩy hàng đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây).



Tính độ dài đoạn BM để hàng được chuyển đến kho nhanh nhất. *(đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	D	A	D	A	B	A	A	A	B	B

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 01 câu hỏi được 0,1 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 01 câu hỏi được 0,25 điểm;
Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 01 câu hỏi được 0,5 điểm;
Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 01 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng	a) Sai	a) Đúng	a) Đúng
	b) Sai	b) Đúng	b) Sai	b) Sai
	c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng	c) Đúng
	d) Sai	d) Sai	d) Đúng	d) Đúng

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	13	9	2,04	24	0,03	4,47

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$. **<u>D</u>.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Lời giải

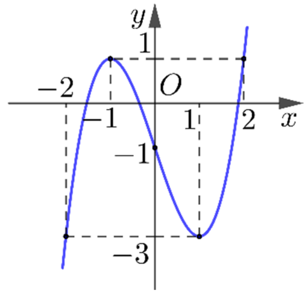
Ta có: $f'(x) = (x-2)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1), (2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng:



A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.

Lời giải

Quan đồ thị hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$, ta thấy hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng -3 tại $x=-2$ hoặc $x=1$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là

A. $S=(-\infty;-5]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=[-5;5]$.

Lời giải

Ta có: $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3 \Leftrightarrow x^2+2\le 27 \Leftrightarrow x^2\le 25 \Leftrightarrow -5\le x\le 5$.

Câu 4: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là:

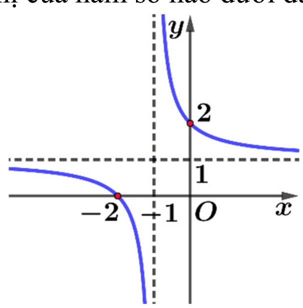
A. $y=2x-5$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Lời giải

Biến đổi $f(x)$ ta được: $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}=2x-5+\dfrac{6}{x+1}$.

Do đó tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình: $y=2x-5$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số, nhận thấy đồ thị hàm số có

Tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình: $y=1$.

Tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình: $x=-1$.

Giao điểm với trục tung Oy là điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x+y-3z+1=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_d=(2;1;-3)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) nhận $\vec{u}_d$ làm vectơ pháp tuyến.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-1)+1(y-0)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3z+1=0$.

Câu 7: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng:

A. 180. **B.** 139. **C.** 60. **D.** 169.

Lời giải

Ta lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Tần số	9	9	5	7	2	1
Tần số tích lũy	9	18	23	30	32	33

Cỡ mẫu: $n=8+10+7+5+2+1=33$.

Giả sử $x_1,x_2,x_3,\ldots,x_{32},x_{33}$ là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1=\dfrac{x_8+x_9}{2}$ và $Q_1\in[0;60)$. Do đó: $Q_1=0+\dfrac{\frac{1}{4}.33}{9}.(60-0)=56$.

Tứ phân vị thứ ba $Q_3=\dfrac{x_{25}+x_{26}}{2}$ và $Q_3\in[180;240)$. Do đó:

$$Q_3=180+\frac{\frac{3}{4}.33-23}{7}.(240-180)=195.$$

Như vậy, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là: $\Delta Q=Q_3-Q_1=195-56=139$.

Câu 8: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 20. **B.** 10. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta tính được: $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x=4\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=4.5=20$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$ bằng:

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.6.3=6$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 7$ và công bội $q = 3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là:

A. $u_2 = 21$. **B.** $u_2 = 10$. **C.** $u_2 = 49$. **D.** $u_2 = 343$.

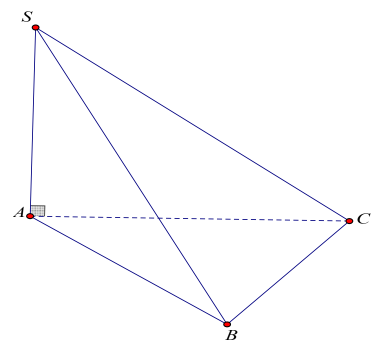
Lời giải

Số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là: $u_2 = u_1.q = 7.3 = 21$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (SBC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow$ A đúng.

Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow$ C đúng.

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC)$

$\Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow$ D đúng.

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^2 e^x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (x^2 + 2x)e^x$.

b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = 0$ và $x = 2$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\frac{1}{e}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) Đúng.

Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(x^2)'\mathrm{e}^x+(\mathrm{e}^x)'x^2=2x\mathrm{e}^x+x^2\mathrm{e}^x=(x^2+2x)\mathrm{e}^x$.

b) Sai.

Giải phương trình $f'(x)=0,$ ta được:

$$(x^2+2x)\mathrm{e}^x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+2x=0\\ \mathrm{e}^x=0\ (VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right..$$

c) Đúng.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$\dfrac{4}{\mathrm{e}^2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

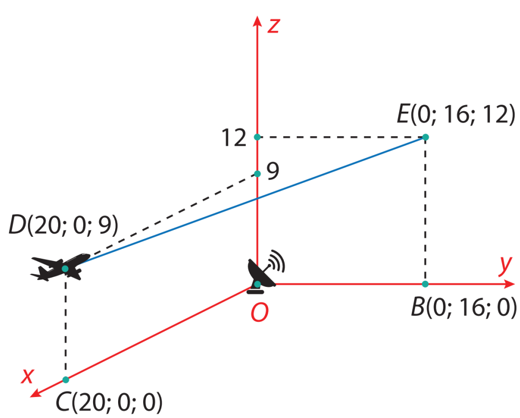
d) Sai.

Trên đoạn $[-1;1]$, phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất là $x=0$.

Ta có: $f(-1)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}, f(0)=0, f(1)=\mathrm{e}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

Câu 2: Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại D, máy bay bay cách mặt đất là $9000\,\text{m}$ và tại E là $12000\,\text{m}$. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là $20000\,\text{m}$, cách B là 16000 m và $\widehat{BOC}=90°$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: $1000\,\text{m}$) với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox, khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ sau:



a) Tại D, máy bay cách ra đa $29000\,\text{m}$ (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất $10500\,\text{m}$.

c) Trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét) là $22000\,\text{m}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Sai.

Ta có $\overrightarrow{OD} = (20;0;9)$ và $OD = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{481}$ km ≈ 22000 m.

b) Đúng.

Tọa độ trung điểm I của DE là: $\left(10;8;\dfrac{21}{2}\right)$.

Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất $\dfrac{21}{2}$ km hay 10500 m.

c) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{DE} = (-20;16;3)$.

Đường thẳng DE đi qua điểm $D(20;0;9)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{DE} = (-20;16;3)$ nên có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 20 - 20t \\ y = 16t \\ z = 9 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Thay tọa độ điểm $P(16;3,2;9,6)$ vào phương trình tham số của đường thẳng DE ta được:

$$\begin{cases} 16 = 20 - 20t \\ 3,2 = 16t \\ 9,6 = 9 + 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0,2 \\ t = 0,2 \\ t = 0,2 \end{cases}$$

Như vậy $P \in DE$.

Do đó trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Sai.

Gọi $H(20-20t;16t;9+3t) \in DE$ là hình chiếu của O trên DE.

Hai vectơ $\begin{cases} \overrightarrow{OH} = (20-20t;16t;9+3t) \\ \overrightarrow{DE} = (-20;16;3) \end{cases}$ vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{DE} = 0 \Leftrightarrow -20(20-20t) + 16.16t + 3(9+3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{373}{665}.$$

Khi đó $\overrightarrow{OH} = \left(\dfrac{1168}{133};\dfrac{5968}{665};\dfrac{7104}{665}\right)$ và

$$OH = \sqrt{\left(\frac{1168}{133}\right)^2 + \left(\frac{5968}{665}\right)^2 + \left(\frac{7104}{665}\right)^2} = \sqrt{\frac{180736}{665}} = \frac{16\sqrt{469490}}{665}.$$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là:

$$2\sqrt{20^2 - OH^2} = 2\sqrt{20^2 - \frac{180736}{665}} = \frac{584\sqrt{665}}{665} \approx 22600\,\text{m}$$

(kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét)

Câu 3: Trong một nhóm 50 học sinh, 36 học sinh làm việc trên máy tính bảng, 20 học sinh làm việc trên máy tính xách tay và 12 học sinh không làm việc trên cả hai thiết bị. Một học sinh được chọn ngẫu nhiên.

a) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là $0,72$.

b) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là $0,12$.

c) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là $0,9$.

d) Xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là $0,5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Gọi T là tập hợp các học sinh làm việc trên máy tính bảng. Khi đó $n(T)=36$.

Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là $P(T)=\frac{n(T)}{50}=\frac{36}{50}=0,72$.

b) Sai.

Gọi L là tập hợp các học sinh làm việc trên máy tính xách tay. Khi đó $n(L)=20$.

Số học sinh làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là:

$$n(T\cap L)=n(T)+n(L)-n(T\cup L)=36+20-(50-12)=18.$$

Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là:

$$P(T\cap L)=\frac{n(T\cap L)}{50}=\frac{18}{50}=0,36.$$

c) Đúng.

Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là:

$$P(T\mid L)=\frac{P(T\cap L)}{P(L)}=\frac{n(T\cap L)}{n(L)}=\frac{18}{20}=0,9.$$

d) Đúng.

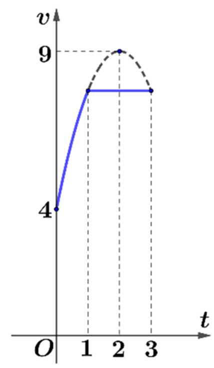
Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là:

$$P(L\mid T)=\frac{P(L\cap T)}{P(T)}=\frac{n(L\cap T)}{n(T)}=\frac{18}{36}=0,5.$$

Vậy xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là:

$$P(\overline{L}\mid T)=1-P(L\mid T)=1-0,5=0,5.$$

Câu 4: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình vẽ. Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của parabol có đỉnh $S(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành (tham khảo hình vẽ)



a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 4 km/h.

b) Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, phương trình vận tốc của vật là $v(t)=-\frac{5}{4}t^2-5t+4$.

c) Sau 30 phút kể từ khi bắt đầu chuyển động, gia tốc của vật bằng $3{,}75$ km/h^2.

d) Quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm) là $21{,}58$ km.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Đúng.

Quan sát đồ thị đã cho: Tại $t=0$ thì $v=4$ km/h.

b) Sai.

Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, giả sử phương trình vận tốc của vật là $v(t)=at^2+bt+c\ \ (a\neq 0)$.

$$\text{Ta có }\begin{cases} c=4\\ 4a+2b+c=9\\ -\dfrac{b}{2a}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} c=4\\ 4a+2b+c=9\\ 4a+b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-\dfrac{5}{4}\\ b=5\\ c=4\end{cases}.$$

Vậy $v(t)=-\frac{5}{4}t^2+5t+4,\ t\in[0;1]$.

c) Đúng.

Với $t\in[0;1]$: Gia tốc $a(t)=v'(t)=-\frac{5}{2}t+5$. Do đó $a(0{,}5)=-\frac{5}{2}.0{,}5+5=3{,}75$ km/h^2.

d) Đúng.

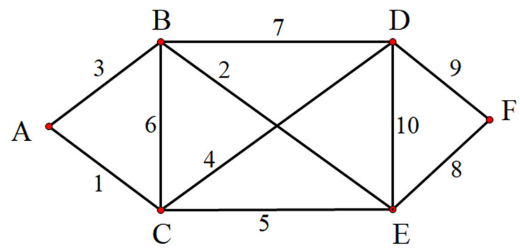
Ta có $v(1)=\frac{31}{4}$, suy ra phương trình vận tốc của vật trong khoảng thời gian từ 1 giờ đến 3 giờ là $v(t)=\frac{31}{4}$. Như vậy $v(t)=\begin{cases}-\dfrac{5}{4}t^2+5t+4 & khi\ 0\le t\le 1\\ \dfrac{31}{4} & khi\ 1<t\le 3\end{cases}$.

Quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ là:

$$s=\int_0^1\left(-\frac{5}{4}t^2+5t+4\right)\mathrm{d}t+\int_2^3\frac{31}{4}\,\mathrm{d}t=\frac{259}{12}\approx 21{,}58.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Có 6 vị trí A, B, C, D, E, F. Một người xuất phát từ vị trí A di chuyển đến vị trí F, thời gian di chuyển giữa các vị trí được mô tả trong hình bên (đơn vị tính bằng phút). Hỏi người đó đi hết ít nhất là bao nhiêu phút?



Lời giải

Trả lời: 13

Cách 1: Người đó có thể di chuyển theo các con đường sau:

Đường đi	Thời gian
$ABDF$	19
$ABDEF$	28
$ABEF$	13
$ABEDF$	24
$ACDF$	14
$ACDEF$	24
$ACEF$	14
$ACEDF$	25

Vậy thời gian hết ít nhất là 13 phút.

Cách 2: Sử dụng thuật toán Dijkstra ta tìm được đường đi ngắn nhất là $ABEF$

Vậy thời gian hết ít nhất là 13 phút.

Câu 2: Không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) với tâm là điểm phát sóng. Giả sử trong không gian đặt hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị tính là *km*. Tại điểm phát sóng I_1 phương trình của (S) là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. Tại điểm phát sóng I_2 phương trình của (S) là: $x^2+y^2+x^2-2x-4y-6z+10=0$. Khoảng cách xa nhất giữa 2 điểm thuộc vùng phủ sóng phát ra từ các điểm I_1, I_2 là bao nhiêu *km*?

Lời giải

Trả lời: 9

Tại điểm phát sóng I_1 ta có: Tâm $I_1(1;2;-1)$, bán kính $R_1=3$

Tại điểm phát sóng I_2 ta có: Tâm $I_2(1;2;3)$, bán kính $R_1=2$

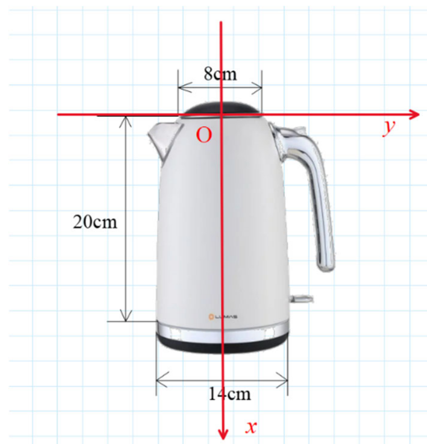
Khoảng cách giữa 2 tâm $I_1I_2=4$

Khoảng cách xa nhất giữa 2 điểm thuộc vùng phủ sóng là $d=R_1+I_1I_2+R_2=3+4+2=9$

Câu 3: Bạn An xác định được phần thân của ấm đun siêu tốc được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi một phần của một parabol quay quanh trục của nó. Các kích thước của ấm bạn đo được như sau: đường kính đáy ấm bằng 14*cm*, đường kính miệng ấm bằng 8*cm*, chiều cao thân ấm (phần đựng nước không kể nắp) bằng 20*cm*. Hỏi thể tích phần thân ấm là bao nhiêu lít ? *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

Lời giải

Trả lời: 2,04



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình.

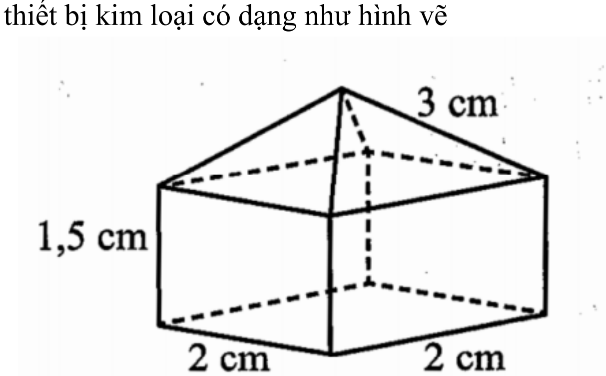
Ta thấy Parabol có trục đối xứng $x = 0$ và đi qua các điểm (0; 4) và (20; 7)

Ta lập được phương trình $(P): y^2 = \dfrac{33x+320}{20}$.

Thể tích cần tính là: $V = \pi\int_0^{20}\left(\dfrac{33x+320}{20}\right)dx \approx 2042cm^3 \approx 2,04dm^3 = 2,04$ (lít).

Vậy thể tích cần tính là: $2,04$ lít.

Câu 4: Người ta thiết kế một thiết bị kim loại có dạng như hình vẽ



Thiết bị gồm hai phần, phần dưới là khối lăng trụ tứ giác đều, phần trên là khối chóp tứ giác. Giá tiền mua kim loại là 2500 đ/cm^3. Hỏi số tiền mua kim loại để làm thiết bị đó là bao nhiêu nghìn đồng *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*?

Lời giải

Trả lời: 24

Thể tích khối lăng trụ tứ giác đều là $V_1 = 1,5.2^2 = 6(cm^3)$

Độ dài đường chéo mặt đáy của khối chóp tứ giác đều là: $2\sqrt{2}$

Khối chóp tứ giác đều có chiều cao là: $\sqrt{3^2 - (\frac{2\sqrt{2}}{2})^2} = \sqrt{7}$

Thể tích khối chóp tứ giác đều là: $V_2 = \frac{1}{3}.2^2.\sqrt{7} = \frac{4\sqrt{7}}{3}(cm^3)$

Số tiền mua kim loại để làm vật liệu đó là: $2,5(6 + \frac{4\sqrt{7}}{3}) \approx 24$ (nghìn đồng).

Câu 5: Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*?

Lời giải

Trả lời: 0,03

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh X";

B: "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Giải

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,002;\ P(\overline{A}) = 1 - 0,002 = 0,998;$

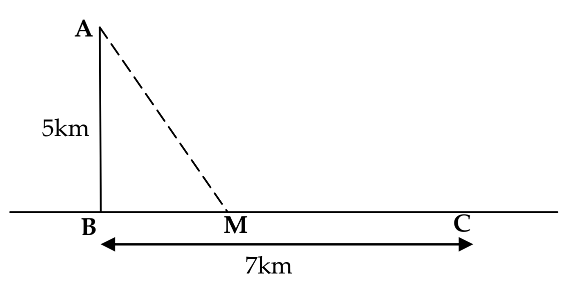
$P(B \mid A) = 1;\ P(B \mid \overline{A}) = 0,06$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A).P(B \mid A)}{P(A).P(B \mid A) + P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A})} = \frac{0,002.1}{0,002.1 + 0,998.0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

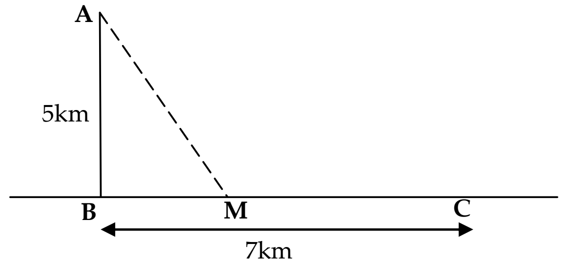
Câu 6: Một tàu chở hàng đang đậu tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB bằng 5km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng là 7km. Người lái tàu muốn chở hàng về kho phải đi thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi dùng xe đẩy hàng đến C với vận tốc 6km/h (xem hình vẽ dưới đây).



Tính độ dài đoạn BM để hàng được chuyển đến kho nhanh nhất. *(đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Trả lời: 4,47



Trước tiên, ta xây dựng hàm số $f(x)$ là hàm số tính thời gian hàng được chuyển đi.

Đặt $BM = x$ thì ta được: $MC = 7 - x$, $AM = \sqrt{x^2+25}$. Theo đề bài, người lái tàu có thể đi thuyền từ A đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi dùng xe đẩy hàng đến C với vận tốc 6km/h, như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định như sau:

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \dfrac{7-x}{6} = \dfrac{3\sqrt{x^2+25} - 2x + 14}{12}$ với $x \in [0;7]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được thời gian ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$f'(x) = \dfrac{1}{12}\left(\dfrac{3x}{\sqrt{x^2+25}} - 2\right)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x}{\sqrt{x^2+25}} - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2\sqrt{x^2+25} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+25} = 3x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 = 100 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2\sqrt{5} \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;7]$ và ta có:

$f(0) = \dfrac{29}{12}$, $f\left(2\sqrt{5}\right) = \dfrac{14+5\sqrt{5}}{12}$, $f(7) = \dfrac{\sqrt{74}}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $\dfrac{14+5\sqrt{5}}{12}$ tại $x = 2\sqrt{5}$. Khi đó thời gian đi là ít nhất và điểm M nằm cách B một đoạn $BM = x = 2\sqrt{5} \approx 4,47km$.