

Họ và tên thí sinh: .....SBD:.....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$ .Bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A. 256.                      B. 16.                      C. 8.                      D. 4.

**Câu 2.** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^n$  là:

- A.
- $nx^{n-1} + C$
- .                      B.
- $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
- .                      C.
- $x^{n-1} + C$
- .                      D.
- $\frac{x^{n+1}}{n} + C$
- .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.
- $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$
- .                      B.
- $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$
- .                      C.
- $S = \pi \int_a^b f(x) dx$
- .                      D.
- $V = \int_a^b f(x) dx$
- .

**Câu 4.** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập. Biết rằng  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,3$ . Khi đó  $P(A|B)$  bằng

- A. 0,4.                      B. 0,12.                      C. 0,7.                      D. 0,3.

**Câu 5.** Bất phương trình  $\log_3(x+1) > 0$  có tập nghiệm là:

- A.
- $(-1; +\infty)$
- .                      B.
- $(-\infty; 1)$
- .                      C.
- $(0; +\infty)$
- .                      D.
- $(-\infty; 0)$
- .

**Câu 6.** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là:

- A. 8.                      B. 10.                      C. 7.                      D. 9.

**Câu 7.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = 2$ . Số hạng  $u_4$  của cấp số cộng đó là:

- A. 8.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

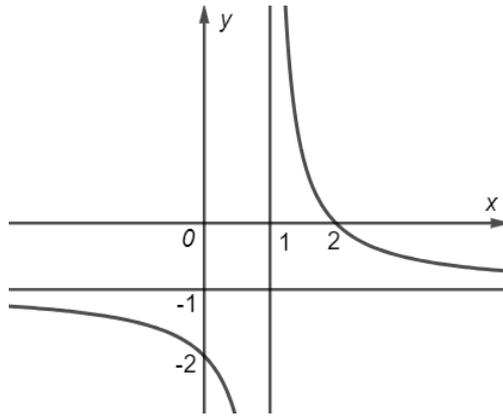
**Câu 8.** Phương trình  $2^{x-1} = 16$  có nghiệm là:

- A.
- $x = 3$
- .                      B.
- $x = 2$
- .                      C.
- $x = 5$
- .                      D.
- $x = 4$
- .

**Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

- A.
- $\vec{u}_4 = (1; -2; 3)$
- .                      B.
- $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$
- .                      C.
- $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$
- .                      D.
- $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$
- .

**Câu 10.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau?



- A.  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .      C.  $y = x^3 + 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ .

**Câu 11.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là độ dài đoạn thẳng nào dưới đây?

- A.  $AC$ .      B.  $AB$ .      C.  $BD$ .      D.  $SA$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$4$	$-1$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là:

- A.  $x = 4$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $x = 1$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

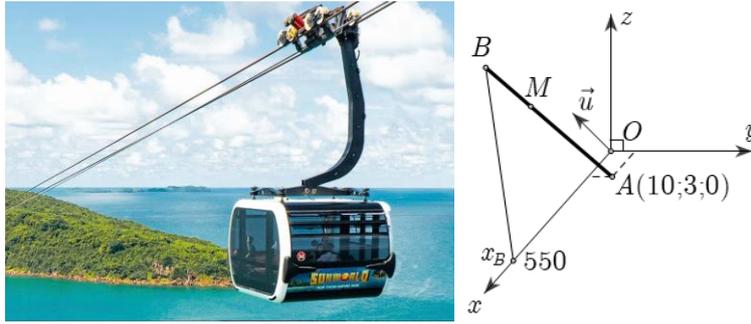
**Câu 1.** Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con (Nguồn: *F.M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005*). Chọn ngẫu nhiên một con bò ở Hà Lan.

- a) Xác suất con bò được chọn bị bệnh bò điên là 13%.
- b) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A, biết con bò đó bị bệnh bò điên, là 70%.
- c) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A là 11%.
- d) Xác suất con bò được chọn không bị bệnh bò điên, biết con bò đó dương tính với xét nghiệm A (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) là 0,999.

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$  có đồ thị  $(C)$ .

- a)  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ .
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .
- c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm cực tiểu là  $y = 2$ .
- d) Phương trình  $x^3 - 2x^2 + x + m = 0$  có ba nghiệm phân biệt nếu  $-\frac{1}{7} < m < 0$ .

**Câu 3.** Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10;3;0)$  trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và chuyển động đều theo hướng của vectơ  $\vec{u} = (2;-2;1)$  với tốc độ là 4,5 (m/s) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



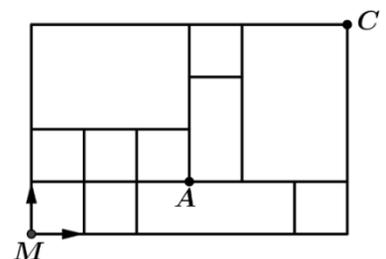
- a) Phương trình chính tắc của đường cáp là  $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ .
- b) Giả sử sau  $t$  giây kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến vị trí điểm  $M$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M$  là  $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$ .
- c) Biết rằng cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ . Khi đó quãng đường  $AB$  có độ dài bằng 810 (m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).
- d) Đường cáp  $AB$  tạo với mặt phẳng  $(Oxy)$  một góc  $71^\circ$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 4.** Sữa chua là một sản phẩm tốt cho sức khỏe, hỗ trợ tiêu hóa, làm đẹp da. Sữa chua được tạo ra từ sữa nhờ vi khuẩn lên men lactic. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua của một nhà máy, công đoạn lên men là công đoạn quyết định chất lượng của sữa chua. Số lượng vi khuẩn lactic trong bồn lên men tại thời điểm  $t$  (giờ) được kí hiệu là  $N(t)$ . Ban đầu ( $t = 0$  giờ), số lượng vi khuẩn là  $N(0) = 10$  tỷ tế bào. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn  $N'(t)$  được mô hình hóa bởi công thức  $N'(t) = 10 \cdot 2^{2t}$  (tỷ tế bào/giờ) với  $t$  là thời gian tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 5$ ). Quá trình lên men kết thúc sau 5 giờ.

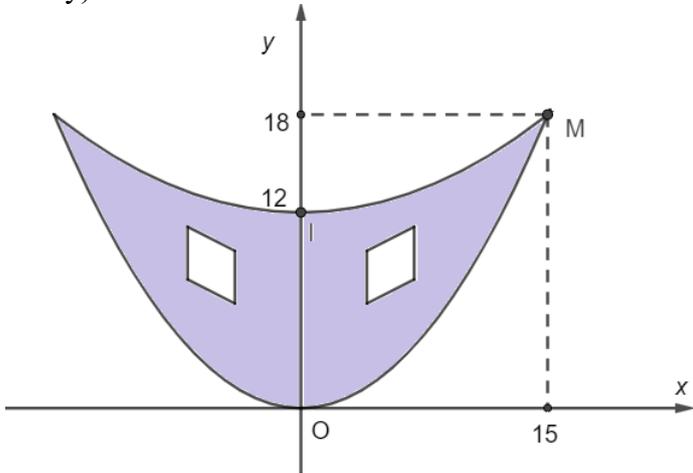
- a) Số lượng tế bào vi khuẩn lactic tại thời điểm  $t$  được xác định bởi công thức  $N(t) = \frac{5}{\ln 2} (2^{2t} - 1) + 10$ .
- b) Sau 1 giờ lên men, số lượng vi khuẩn là 31,7 tỷ tế bào.
- c) So với lúc ban đầu ( $t = 0$ ), số lượng vi khuẩn (làm tròn đến hàng phần mười) đã tăng thêm 454,4 tỷ tế bào tại thời điểm  $t = 3$  giờ.
- d) Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men, lượng vi khuẩn trong bồn lên men lớn hơn 7389 tỷ tế bào.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Trên đường đi từ nhà Mạnh tại vị trí điểm  $M$  đến trường tại vị trí điểm  $C$  có vị trí điểm  $A$  người ta đang thi công sửa chữa đường nên không thể đi qua được. Biết rằng toàn bộ cung đường theo bản đồ từ dưới lên trên và từ trái qua phải là đường một chiều nên Mạnh chỉ được phép đi lên hoặc đi sang phải. Vậy Mạnh có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường?



**Câu 2.** Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ  $O$  và điểm  $I(0;12)$ , cùng nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm  $M(15;18)$ . Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là  $2\sqrt{2}$ cm và  $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây).



Công đoạn cuối cùng là tô màu xám cho một mặt của mặt nạ. Tính diện tích cần tô màu theo đơn vị  $cm^2$ .

**Câu 3.** Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Nếu giá bán rau là 30000đồng/kg thì 1 tấn rau thu hoạch được bán hết. Nếu giá bán rau cao hơn 30000đồng/kg thì không bán hết 1 tấn rau. Cứ bán tăng thêm 1000 đồng cho 1 kg rau, số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được một cơ sở chăn nuôi thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết số đo góc nhị diện  $[A',BC,A]$  bằng  $30^\circ$  và tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng bao nhiêu?

**Câu 5.** Nhân dịp nghỉ hè, Đoàn trường A có tổ chức hai đội thanh niên tình nguyện đến hỗ trợ hai xã vùng sâu. Đội thứ nhất có 8 nam 4 nữ, đội thứ hai có 7 nam 3 nữ. Để phù hợp với công việc tại hai xã, Đoàn trường đã chọn ngẫu nhiên 2 thành viên của đội thứ nhất điều sang đội thứ hai. Sau khi sắp xếp lại nhân sự, đội thứ hai chọn ngẫu nhiên 2 đoàn viên của đội mình tham gia hướng dẫn người dân phòng chống bệnh sốt xuất huyết. Gọi xác suất để trong 2 đoàn viên được chọn ở đội thứ hai có 1 thành viên từ đội thứ nhất điều sang, biết rằng 2 đoàn viên được chọn gồm 1 nam và 1 nữ, là  $\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số

nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  tối giản). Tìm  $a$ .

**Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và các điểm  $A(0;0;4)$ ,  $B(2;0;0)$ . Mặt cầu  $(S)$  có bán kính nhỏ nhất đi qua các điểm  $A, B, O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  có tâm là điểm  $I$ . Tung độ của điểm  $I$  bằng bao nhiêu?

-----Hết-----

*Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

Đề \ Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4	5	6	
1001	D	B	B	A	C	B	B	C	C	A	B	C	S	D	S	D	D	D	S	D	D	D	D	S	D	S	D	S	D	15	224	41	4	286	2
1002	C	C	D	B	A	C	D	C	A	A	C	A	D	S	D	D	D	D	S	D	D	D	S	D	S	D	S	286	2	224	224	15	4	41	
1003	D	D	D	D	A	B	A	B	C	A	A	A	D	D	D	S	S	D	S	S	D	S	D	D	D	D	S	2	224	4	41	15	15	286	
1004	C	D	C	B	D	C	A	A	A	B	D	D	D	D	S	D	S	D	S	S	D	D	S	D	D	S	D	286	2	41	4	15	15	224	
1005	B	C	B	C	B	D	C	A	B	B	A	C	D	D	D	S	D	D	S	D	D	S	D	D	S	D	S	286	2	4	41	15	15	224	
1006	D	D	C	C	A	D	C	D	B	B	A	B	D	D	D	S	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	S	2	41	286	4	224	15	15	
1007	A	B	A	B	B	C	A	C	C	D	D	A	D	S	D	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	S	2	41	286	224	15	4	4	
1008	D	D	D	B	C	D	D	A	B	C	A	C	D	D	S	D	D	D	D	S	S	D	S	D	D	S	D	2	224	41	4	286	15	15	
1009	D	B	B	A	C	B	B	C	C	A	B	C	S	D	S	S	D	D	S	D	D	D	S	D	S	D	15	224	41	4	286	4	286	2	
1010	C	C	D	B	A	C	D	C	A	A	C	A	D	S	D	D	D	D	S	D	D	D	S	D	S	D	286	2	224	224	15	4	41	41	
1011	D	D	D	D	A	B	A	B	C	A	A	A	D	D	D	S	S	D	S	S	D	S	D	D	D	S	D	2	224	4	4	15	15	286	
1012	C	D	C	B	D	C	A	A	A	B	D	D	D	D	S	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	S	D	286	2	41	4	15	15	224	
1013	B	C	B	C	B	D	C	A	B	B	A	C	D	D	D	S	D	D	S	D	D	S	D	D	S	D	S	286	2	4	41	15	15	224	
1014	D	D	C	C	A	D	C	D	B	B	B	B	D	S	D	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	S	2	41	286	4	224	15	15	
1015	A	B	A	B	B	C	A	C	C	D	D	A	D	S	D	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	2	41	286	224	15	4	4	4	
1016	D	D	D	B	C	D	D	A	B	C	A	C	D	D	S	D	D	D	D	S	S	D	S	D	D	S	D	2	224	41	4	286	15	15	
1017	D	B	B	A	C	B	B	C	C	A	B	C	S	D	S	S	D	D	S	D	D	D	S	D	D	S	D	15	224	41	4	286	2	2	
1018	C	C	D	B	A	C	D	C	A	A	C	A	D	S	D	D	D	D	S	D	D	D	S	S	D	D	286	2	224	224	15	4	41	41	
1019	D	D	D	D	A	B	A	B	C	A	A	A	D	D	D	S	S	D	S	S	D	S	D	D	D	D	2	224	4	41	15	15	286	286	
1020	C	D	C	B	D	C	A	A	A	B	D	D	D	D	S	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	286	2	41	4	15	15	224	224	
1021	B	C	B	C	B	D	C	A	B	B	A	C	D	D	D	S	D	D	S	S	D	D	S	D	D	S	286	2	41	4	15	15	224	224	
1022	D	D	C	C	A	D	C	D	B	B	B	B	D	S	S	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	2	41	286	4	224	15	15	15	
1023	A	B	A	B	B	C	A	C	C	D	D	A	D	S	S	D	S	D	S	S	D	D	D	S	D	D	2	41	286	224	15	4	4	4	
1024	D	D	D	B	C	D	D	A	B	C	A	C	D	S	S	D	D	D	D	S	S	D	S	S	D	D	2	224	41	4	286	15	15	15	



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO SỞ SƠN LA  
 ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT  
 NĂM HỌC 2024 – 2025 – LẦN 2  
 MÔN: TOÁN

**PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm.** thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12.

**Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$ .  
 Bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A. 256.                      B. 16.                      C. 8.                      D. 4.

**Câu 2:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^n$  là

- A.  $nx^{n-1} + C$ .                      B.  $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ .                      C.  $x^{n-1} + C$ .                      D.  $\frac{x^{n+1}}{n} + C$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A.  $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .                      B.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .  
 C.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .                      D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 4:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập. Biết rằng  $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3$ . Khi đó  $P(A|B)$  bằng

- A. 0,4.                      B. 0,12.                      C. 0,7.                      D. 0,3.

**Câu 5:** Bất phương trình  $\log_3(x+1) > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(-1; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 6:** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.

Nhóm (đơn vị: triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là

- A. 8.                      B. 10.                      C. 7.                      D. 9.

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và  $u_2 = 2$ . Số hạng  $u_4$  của cấp số cộng đó là

- A. 8.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 2.

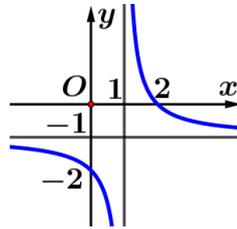
**Câu 8:** Phương trình  $2^{x-1} = 16$  có nghiệm là

- A.  $x = 3$ .                      B.  $x = 2$ .                      C.  $x = 5$ .                      D.  $x = 4$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng  $d$ ?

A.  $\vec{u}_4 = (1; -2; 3)$       B.  $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$       C.  $\vec{u}_1 = (1; 2; -3)$       D.  $\vec{u}_3 = (1; -2; -3)$

**Câu 10:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau?



- A.  $y = \frac{-x+2}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .
- C.  $y = x^3 + 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x-1}$ .

**Câu 11:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $ABCD$  là hình chữ nhật. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BC$  là độ dài đoạn thẳng nào dưới đây?

A.  $AC$ .      B.  $AB$ .      C.  $BD$ .      D.  $SA$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$4$	$-1$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là:

- A.  $x = 4$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $x = 1$ .

**PHẦN II. câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

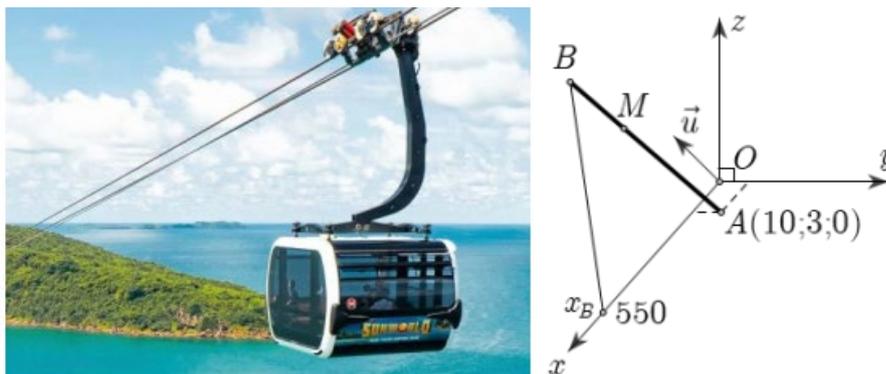
**Câu 1:** Năm 2001, cộng đồng châu Âu làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Chọn ngẫu nhiên một con bò ở Hà lan.

- a) Xác suất con bò được chọn bị bệnh bò điên là 13% .
- b) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A, biết con bò đó bị bệnh bò điên, là 70% .
- c) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A là 11% .
- d) Xác suất con bò được chọn không bị bệnh bò điên, biết con bò đó dương tính với xét nghiệm A (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) là 0,999 .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$  có đồ thị (C)

- a)  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ .
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .
- c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm cực tiểu là  $y = 2$ .
- d) Phương trình  $x^3 - 2x^2 + x + m = 0$  có ba nghiệm phân biệt nếu  $-\frac{1}{7} < m < 0$ .

**Câu 3:** Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10;3;0)$  trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và chuyển động đều theo hướng của vector  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 (m/s) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Phương trình chính tắc của đường cáp là  $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ .
- b) Giả sử sau  $t$  giây kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến vị trí điểm  $M$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M$  là  $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ .
- c) Biết rằng cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ . Khi đó quãng đường  $AB$  có độ dài bằng 810 (m) làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).
- d) Đường cáp  $AB$  tạo với mặt phẳng  $Oxy$  một góc  $91^\circ$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Câu 4:** Sữa chua là một sản phẩm tốt cho sức khỏe, hỗ trợ tiêu hóa, làm đẹp da. Sữa chua được tạo ra từ sữa nhờ vi khuẩn lên men lactic. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua của một nhà máy, công đoạn lên men là công đoạn quyết định chất lượng của sữa chua. Số lượng vi khuẩn lactic trong bồn lên men tại thời điểm  $t$  (giờ) được kí hiệu là  $N(t)$ . Ban đầu ( $t = 0$  giờ), số lượng vi khuẩn là  $N(0) = 10$  tỷ tế bào. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn  $N'(t)$  được mô hình hóa bởi công thức  $N'(t) = 10 \cdot 2^{2t}$  (tỷ tế bào/giờ) với  $t$  là thời gian tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 5$ ). Quá trình lên men kết thúc sau 5 giờ.

- a) Số lượng tế bào vi khuẩn lactic tại thời điểm  $t$  được xác định bởi công thức  $N(t) = \frac{5}{\ln 2} (2^{2t} - 1) + 10$ .
- b) Sau 1 giờ lên men, số lượng vi khuẩn là 31,7 tỷ tế bào.
- c) So với lúc ban đầu ( $t = 0$ ), số lượng vi khuẩn (làm tròn đến hàng phần mười) đã tăng thêm 454,4 tỷ tế bào tại thời điểm  $t = 3$  giờ.
- d) Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men, lượng vi khuẩn trong bồn lên men lớn hơn 7389 tỷ



- Câu 4:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết số đo góc nhị diện  $[A', BC, A]$  bằng  $30^\circ$  và tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Nhân dịp nghỉ hè, Đoàn trường A có tổ chức hai đội thanh niên tình nguyện đến hỗ trợ hai xã vùng sâu. Đội thứ nhất có 8 nam 4 nữ, đội thứ hai có 7 nam 3 nữ. Để phù hợp với công việc tại hai xã, Đoàn trường đã chọn ngẫu nhiên 2 thành viên của đội thứ nhất điều sang đội thứ hai. Sau khi sắp xếp lại nhân sự, đội thứ hai chọn ngẫu nhiên 2 đoàn viên của đội mình tham gia hướng dẫn người dân phòng chống bệnh sốt xuất huyết. Gọi xác suất để trong 2 đoàn viên được chọn ở đội thứ hai có 1 thành viên từ đội thứ nhất điều sang, biết rằng 2 đoàn viên được chọn gồm 1 nam và 1 nữ, là  $\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  tối giản). Tìm  $a$ .
- Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và các điểm  $A(0;0;4)$ ,  $B(2;0;0)$ . Mặt cầu  $(S)$  có bán kính nhỏ nhất đi qua các điểm  $A, B, O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  có tâm là điểm  $I$ . Tung độ của điểm  $I$  bằng bao nhiêu?

HẾT

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

**PHẦN I. Câu hỏi trắc nghiệm.** thí sinh làm từ câu 1 đến câu 12.

**Câu 1:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$ .

Bán kính của mặt cầu  $(S)$  bằng

- A. 256.                      B. 16.                      C. 8.                      **D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Bán kính của mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$  bằng  $R = \sqrt{16} = 4$ .

**Câu 2:** Họ các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^n$  là

- A.  $nx^{n-1} + C$ .                      **B.  $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ .**                      C.  $x^{n-1} + C$ .                      D.  $\frac{x^{n+1}}{n} + C$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, không âm trên đoạn  $[a; b]$ . Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  quay quanh trục  $Ox$  tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A.  $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .                      **B.  $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ .**

C.  $S = \pi \int_a^b f(x) dx$ .                      D.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

**Câu 4:** Cho hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập. Biết rằng  $P(A) = 0,4$ ;  $P(B) = 0,3$ . Khi đó  $P(A|B)$  bằng

- A. 0,4.**                      B. 0,12.                      C. 0,7.                      D. 0,3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vì hai biến cố  $A$  và  $B$  độc lập nên  $P(A|B) = P(A) = 0,4$ .

**Câu 5:** Bất phương trình  $\log_3(x+1) > 0$  có tập nghiệm là

- A.  $(-1; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 1)$ .                      **C.  $(0; +\infty)$ .**                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\log_3(x+1) > 0 \Leftrightarrow x+1 > 1 \Leftrightarrow x > 0.$$

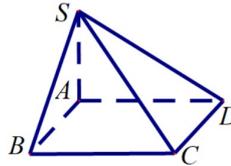
Tập nghiệm của bất phương trình là:  $S = (0; +\infty)$ .

**Câu 6:** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây.



Lời giải

**Chọn A**



Ta có  $AB$  là đường vuông góc chung của  $SA$  và  $BC$  nên khoảng cách giữa  $SA$  và  $BC$  là độ dài đoạn thẳng  $AB$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$-$	$0$
$f(x)$	$+\infty$	$-1$	$4$	$-1$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số  $y = f(x)$  là:

- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = -1$ .                      C.  $x = 0$ .                      D.  $x = 1$ .

Lời giải

**Chọn C**

**PHẦN II. câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Năm 2001, cộng đồng châu Âu làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 70%, còn khi con bò không bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Chọn ngẫu nhiên một con bò ở Hà lan.

- a) Xác suất con bò được chọn bị bệnh bò điên là 13%.
- b) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A, biết con bò đó bị bệnh bò điên, là 70%.
- c) Xác suất con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A là 11%.
- d) Xác suất con bò được chọn không bị bệnh bò điên, biết con bò đó dương tính với xét nghiệm A (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) là 0,999.

Lời giải

Xét hai biến cố sau:

A: “ Con bò được chọn bị bệnh bò điên”

B: “ Con bò được chọn dương tính với xét nghiệm A”.

a)  $P(A) = \frac{13}{1000000}$  chọn **sai**.

b)  $P(B|A) = 70\%$  chọn **đúng**.

c)  $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{13}{1000000}.0,7 + \left(1 - \frac{13}{1000000}\right).0,1$

$0,1000078 \approx 10\%$  chọn **sai**.

$$d) P(\bar{A}|B) = \frac{\left(1 - \frac{13}{1000000}\right) \cdot 0,1}{P(B)} = 0,9999090071 \approx 1,000 \text{ chọn sai.}$$

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$  có đồ thị  $(C)$

a)  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ .

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(3; +\infty)$ .

c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  tại điểm cực tiểu là  $y = 2$ .

d) Phương trình  $x^3 - 2x^2 + x + m = 0$  có ba nghiệm phân biệt nếu  $-\frac{1}{7} < m < 0$ .

**Lời giải**

a)  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$  chọn **đúng**

$$b) f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$\frac{31}{27}$	$1$	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$  và  $(1; +\infty)$  suy ra hàm số đồng biến trên khoảng

$(3; +\infty)$  chọn **đúng**.

c) Điểm cực tiểu của đồ thị  $(C)$  là  $A(1;1)$

$\Rightarrow x_0 = 1; y_0 = 1; f'(1) = 0 \Rightarrow$  phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  là  $y - 1 = 0 \cdot (x - 1) \Rightarrow y = 1$  chọn **sai**.

d)  $x^3 - 2x^2 + x + m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + x + 1 = 1 - m$

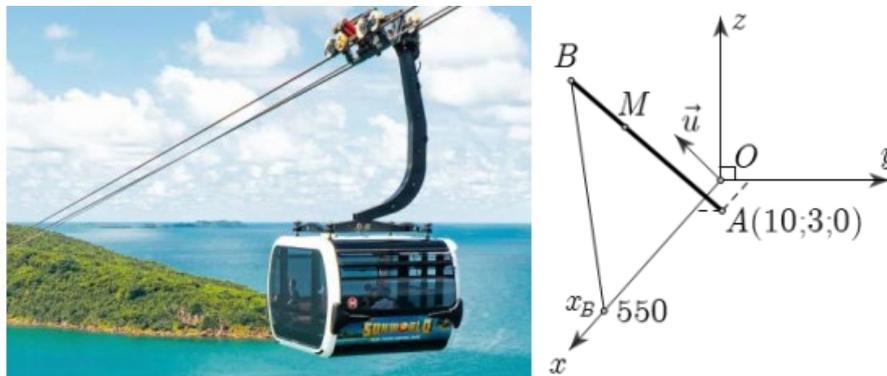
$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$1$	$+\infty$	
$y'$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$	$-\infty$	$\frac{31}{27}$	$1$	$1-m$	$+\infty$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt  $\Rightarrow 1 < 1-m < \frac{31}{27}$

$$\Leftrightarrow 0 < -m < \frac{4}{27} \Leftrightarrow -\frac{4}{27} < m < 0$$

Vậy nếu  $-\frac{1}{7} < m < 0$  thì phương trình vẫn có 3 nghiệm phân biệt, chọn **đúng**.

**Câu 3:** Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm  $A(10;3;0)$  trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và chuyển động đều theo hướng của vectơ  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  với tốc độ là 4,5 (m/s) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



a) Phương trình chính tắc của đường cáp là  $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$ .

b) Giả sử sau  $t$  giây kể từ lúc xuất phát ( $t \geq 0$ ), cabin đến vị trí điểm  $M$ . Khi đó tọa độ của điểm  $M$  là  $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ .

c) Biết rằng cabin dừng ở điểm  $B$  có hoành độ  $x_B = 550$ . Khi đó quãng đường  $AB$  có độ dài bằng 810 (m) làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

d) Đường cáp  $AB$  tạo với mặt phẳng  $Oxy$  một góc  $91^\circ$  (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

**Lời giải**

a) **Đúng.**

Đường cáp đi qua điểm  $A(10;3;0)$  và vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$  có phương trình chính tắc:

$$d: \frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$$

b) **Đúng**

Đường thẳng  $d$  có phương trình tham số: 
$$\begin{cases} x = 10 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = \frac{3}{2}t \end{cases}$$

Điểm  $M \in d \Rightarrow M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ .

c) **Đúng.**  $B \in d \Rightarrow B(2s+10; -2s+3; s)$ .

Do  $x_B = 550 \Rightarrow 2s+10 = 550 \Rightarrow s = 270 \Rightarrow B(550; -537; 270)$

$$AB = \sqrt{(550-10)^2 + (-537-3)^2 + (270-0)^2} = 810 \text{ m.}$$

d) **Sai.**

Đường cáp có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (2; -2; 1)$ .

Mặt phẳng  $Oxy$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (0; 0; 1)$ .

Gọi  $\alpha$  là góc giữa đường cáp và mặt phẳng  $Oxy$ , ta có  $\sin \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 19^\circ$ .

**Câu 4:** Sữa chua là một sản phẩm tốt cho sức khỏe, hỗ trợ tiêu hóa, làm đẹp da. Sữa chua được tạo ra từ sữa nhờ vi khuẩn lên men lactic. Trong dây chuyền sản xuất sữa chua của một nhà máy, công đoạn lên men là công đoạn quyết định chất lượng của sữa chua. Số lượng vi khuẩn lactic trong bồn lên men tại thời điểm  $t$  (giờ) được kí hiệu là  $N(t)$ . Ban đầu ( $t = 0$  giờ), số lượng vi khuẩn là  $N(0) = 10$  tỷ tế bào. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi số lượng vi khuẩn  $N'(t)$  được mô hình hóa bởi công thức  $N'(t) = 10 \cdot 2^{2t}$  (tỷ tế bào/giờ) với  $t$  là thời gian tính bằng giờ ( $0 \leq t \leq 5$ ). Quá trình lên men kết thúc sau 5 giờ.

a) Số lượng tế bào vi khuẩn lactic tại thời điểm  $t$  được xác định bởi công thức

$$N(t) = \frac{5}{\ln 2} (2^{2t} - 1) + 10.$$

b) Sau 1 giờ lên men, số lượng vi khuẩn là 31,7 tỷ tế bào.

c) So với lúc ban đầu ( $t = 0$ ), số lượng vi khuẩn (làm tròn đến hàng phần mười) đã tăng thêm 454,4 tỷ tế bào tại thời điểm  $t = 3$  giờ.

d) Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men, lượng vi khuẩn trong bồn lên men lớn hơn 7389 tỷ tế bào.

**Lời giải**

a) **Đúng.**  $N(t) = \int N'(t) dt = \int 10 \cdot 2^{2t} dt = 10 \cdot \frac{2^{2t}}{2 \ln 2} + C = \frac{5}{\ln 2} \cdot 2^{2t} + C$ .

$$\text{Do } N(0) = 10 \Rightarrow \frac{5}{\ln 2} + C = 10 \Rightarrow C = 10 - \frac{5}{\ln 2}.$$

$$\Rightarrow N(t) = \frac{5}{\ln 2} \cdot 2^{2t} + 10 - \frac{5}{\ln 2} = \frac{5}{\ln 2} (2^{2t} - 1) + 10.$$

b) **Sai.**

Tại thời điểm  $t = 3$  giờ, số lượng vi khuẩn là  $N(3) = \frac{5}{\ln 2} (2^6 - 1) + 10 \approx 31,7$  tỷ tế bào.

c) **Đúng.**

Tại thời điểm  $t = 3$  giờ, số lượng vi khuẩn đã tăng so với lúc ban đầu ( $t = 0$ ) là

$$N(3) - N(0) = \frac{5}{\ln 2} (2^6 - 1) + 10 - 10 \approx 454,4 \text{ tỷ tế bào.}$$

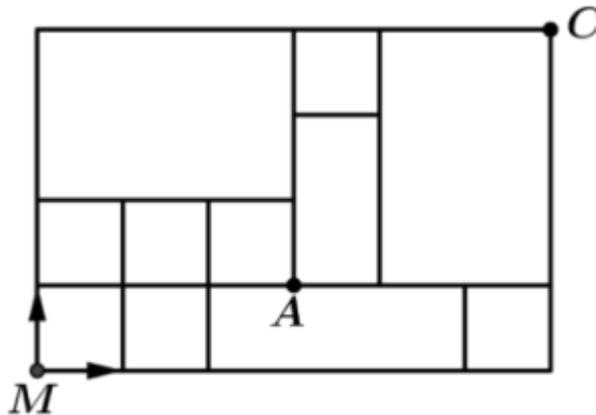
d) **Đúng.**

Tại thời điểm kết thúc quá trình lên men ( $t = 5$  giờ), lượng vi khuẩn trong bồn lên men là

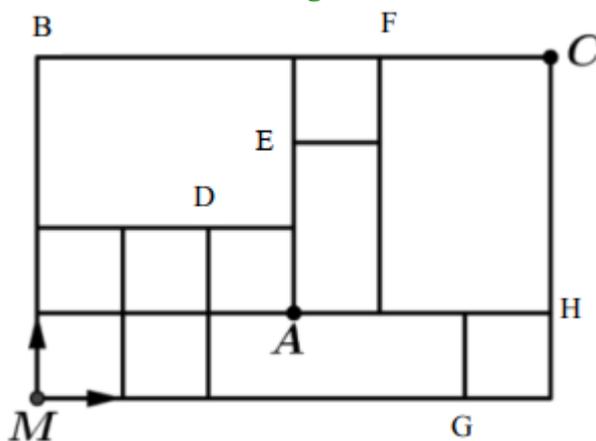
$$N(3) = \frac{5}{\ln 2} (2^{2.5} - 1) + 10 \approx 7389,37 > 7489 \text{ tỷ tế bào.}$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 22

**Câu 1:** Trên đường đi từ nhà Mạnh tại vị trí điểm  $M$  đến trường tại vị trí điểm  $C$  có vị trí điểm  $A$  người ta đang thi công sửa chữa đường nên không thể đi qua được. Biết rằng toàn bộ cung đường theo bản đồ từ dưới lên trên và từ trái qua phải là đường một chiều nên Mạnh chỉ được phép đi lên hoặc đi sang phải. Vậy Mạnh có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường



**Lời giải**



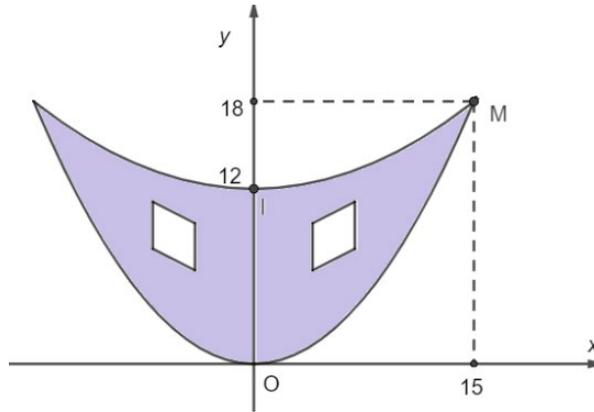
TH1: Đi theo hướng  $M - B - C$  có 1 cách đi.

TH2: Đi theo hướng  $M - D - E - F - C$  có  $C_4^2 \cdot C_2^1$  cách.

TH3: Đi theo hướng  $M - G - H - C$  có  $C_2^1$  cách.

Vậy có tất cả  $C_4^2 \cdot C_2^1 + C_2^1 + 1 = 15$  cách.

**Câu 2:** Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  lần lượt có đỉnh là góc tọa độ  $O$  và điểm  $I(0;12)$ , cùng nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm  $M(15;18)$ . Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 1 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là  $2\sqrt{2}$  cm và  $4\sqrt{2}$  cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây).



Công đoạn cuối cùng là tô màu xám cho một mặt của mặt nạ. Tính diện tích cần tô màu theo đơn vị  $\text{cm}^2$ .

**Lời giải**

Ta có  $(P_1): y = \frac{2}{25}x^2$ ,  $(P_2): y = \frac{2}{75}x^2 + 12$ .

Diện tích cần tô màu là

$$\int_{-15}^{15} \left( \frac{2}{75}x^2 + 12 \right) - \frac{2}{25}x^2 \, dx - 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 224 \text{ cm}^2.$$

**Câu 3:** Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì 1 tấn rau thu hoạch được bán hết. Nếu giá bán rau cao hơn 30000 đồng/kg thì không bán hết 1 tấn rau. Cứ bán tăng thêm 1000 đồng cho 1kg rau, số rau thừa lại tăng thêm 20kg. Số rau thừa này được một cơ sở chăn nuôi thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

**Lời giải**

**Đáp số:** 41

Gọi số lần tăng thêm là  $x$  (nghìn đồng) với  $x \geq 0$ .

Số tiền bán mỗi kilôgam rau là  $30 + x$  nghìn đồng.

Số kilôgam rau thừa là  $20x$  kg.

Số kilôgam rau bán hết là  $1000 - 20x$  kg.

Khi đó, số tiền bán rau trang trại đó thu được là:

$$f(x) = (30 + x)(1000 - 20x) + 20x \cdot 2 = -20x^2 + 440x + 30000.$$

Ta thấy hàm số  $f(x)$  là hàm số bậc hai có  $a = -20 < 0$  nên hàm số đạt cực đại tại

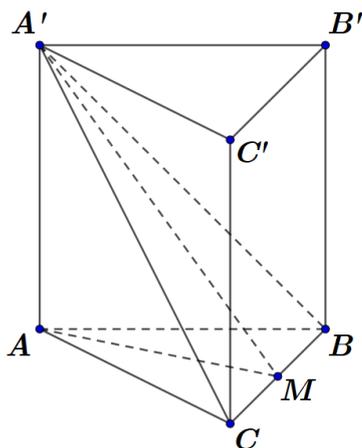
$$x = \frac{-440}{2 \cdot (-20)} = 11.$$

Vậy để thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó cần bán với giá 41 nghìn đồng/kg.

**Câu 4:** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Biết số đo góc nhị diện  $[A', BC, A]$  bằng  $30^\circ$  và tam giác  $A'BC$  có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $A'C'$  bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4



Ta có: 
$$\begin{cases} AB \perp AA', A \in AB \\ A'C' \perp AA', A' \in A'C' \end{cases}$$

Nên  $AA'$  là đoạn vuông góc chung của  $AB$  và  $A'C' \Rightarrow d(AB, A'C') = AA'$ .

Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  nên  $AM \perp BC$ .

Mà  $AA' \perp BC$  nên  $BC \perp (AA'M) \Rightarrow A'M \perp BC \Rightarrow [A', BC, A] = \widehat{AMA'} = 30^\circ$ .

Xét tam giác  $AA'M$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\frac{AM}{A'M} = \cos \widehat{AMA'} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Mặt khác  $\frac{S_{ABC}}{S_{A'BC}} = \frac{\frac{1}{2} AM \cdot BC}{\frac{1}{2} A'M \cdot BC} = \frac{AM}{A'M} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2} S_{A'BC} = 16\sqrt{3}$ .

Ta có:  $S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3} \Rightarrow AB = 8 \Rightarrow AA' = AM \tan \widehat{AMA'} = \frac{8\sqrt{3}}{2} \tan 30^\circ = 4$ .

Vậy  $d(AB, A'C') = AA' = 4$ .

**Câu 5:** Nhân dịp nghỉ hè, Đoàn trường A có tổ chức hai đội thanh niên tình nguyện đến hỗ trợ hai xã vùng sâu. Đội thứ nhất có 8 nam 4 nữ, đội thứ hai có 7 nam 3 nữ. Để phù hợp với công việc tại hai xã, Đoàn trường đã chọn ngẫu nhiên 2 thành viên của đội thứ nhất điều sang đội thứ hai. Sau khi sắp xếp lại nhân sự, đội thứ hai chọn ngẫu nhiên 2 đoàn viên của đội mình tham gia hướng dẫn người dân phòng chống bệnh sốt xuất huyết. Gọi xác suất để trong 2 đoàn viên được chọn ở đội thứ hai có 1 thành viên từ đội thứ nhất điều sang, biết rằng 2 đoàn viên được chọn gồm 1 nam và 1 nữ, là  $\frac{a}{b}$  ( với  $a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  tối giản ). Tìm  $a$ .

Lời giải

Trả lời: 419

Gọi A là biến cố: “ Chọn được 1 nam và 1 nữ từ đội thứ hai, trong đó có 1 người từ đội thứ nhất “.

$$\text{Xác suất để điều chuyển 2 nam từ đội 1 là: } P(2N) = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} = \frac{14}{33}.$$

$$\text{Xác suất để điều chuyển 2 nữ từ đội 1 là: } P(2Nu) = \frac{C_4^2}{C_{12}^2} = \frac{1}{11}.$$

$$\text{Xác suất để điều chuyển 1 nam, 1 nữ từ đội 1 là: } P(1N1Nu) = \frac{C_8^1 \cdot C_4^1}{C_{12}^2} = \frac{16}{33}.$$

Xét các trường hợp sau:

+) Nếu điều 2 nam từ đội 1 sang thì đội 2 có: 9 nam, 3 nữ. Để chọn 1 nam, 1 nữ có 1 người từ đội thứ nhất, ta chọn 1 nam từ 2 nam mới đến và 1 nữ từ 3 nữ sẵn có.

$$\text{Số cách chọn là: } C_2^1 \cdot C_3^1 = 6 \text{ (cách).}$$

$$\text{Số cách chọn 1 nam và 1 nữ từ đội thứ hai là: } C_9^1 \cdot C_3^1 = 27 \text{ (cách).}$$

$$\text{Xác suất trong trường hợp này là: } P(A|2N) = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}.$$

+) Nếu điều 2 nữ từ đội 1 sang thì đội 2 có: 7 nam, 5 nữ. Để chọn 1 nam, 1 nữ có 1 người từ đội thứ nhất, ta chọn 1 nam từ 7 nam sẵn có và 1 nữ từ 2 nữ mới sang.

$$\text{Số cách chọn là: } C_7^1 \cdot C_2^1 = 14 \text{ (cách).}$$

$$\text{Số cách chọn 1 nam và 1 nữ từ đội thứ hai là: } C_7^1 \cdot C_5^1 = 35 \text{ (cách).}$$

$$\text{Xác suất trong trường hợp này là: } P(A|2Nu) = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}.$$

+) Nếu điều 1 nữ và 1 nam từ đội 1 sang thì đội 2 có: 8 nam, 4 nữ. Để chọn 1 nam, 1 nữ có 1 người từ đội thứ nhất, ta chọn: Hoặc 1 nam từ 1 nam mới sang và 1 nữ từ 3 nữ sẵn có.

Hoặc 1 nam từ 7 nam sẵn có và 1 nữ từ 1 nữ mới sang.

$$\text{Số cách chọn là: } C_1^1 \cdot C_3^1 + C_7^1 \cdot C_1^1 = 10 \text{ (cách).}$$

$$\text{Số cách chọn 1 nam và 1 nữ từ đội thứ hai là: } C_8^1 \cdot C_4^1 = 32 \text{ (cách).}$$

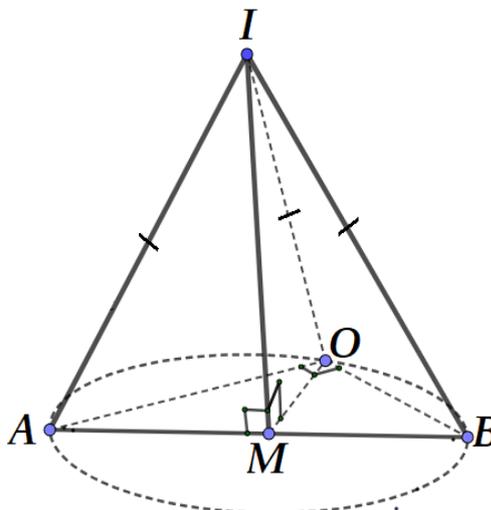
$$\text{Xác suất trong trường hợp này là: } P(A|1N1Nu) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}.$$

Vậy xác suất cần tìm là:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A|2N) \cdot P(2N) + P(A|2Nu) \cdot P(2Nu) + P(A|1N1Nu) \cdot P(1N1Nu) \\ &= \frac{2}{9} \cdot \frac{14}{33} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{11} + \frac{5}{16} \cdot \frac{16}{33} = \frac{419}{1485} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = 419. \end{aligned}$$

**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$  và các điểm  $A(0;0;4)$ ,  $B(2;0;0)$ . Mặt cầu  $(S)$  có bán kính nhỏ nhất đi qua các điểm  $A, B, O$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  có tâm là điểm  $I$ . Tung độ của điểm  $I$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



**Trả lời: 2.**

Gọi trung điểm của  $AB$  là điểm  $M(1;0;2)$ . Do tam giác  $OAB$  vuông tại  $O$  nên  $M$  cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$ .

Mặt cầu  $(S)$  tâm  $I$ , đi qua các điểm  $A, B, O$ , suy ra  $I \in$  trục đường tròn ngoại tiếp tam giác  $OAB$  (đường thẳng đi qua  $M$  và vuông góc với mặt phẳng  $(OAB)$ ). Khi đó:

Giả sử  $I(1;t;2)$  là tâm mặt cầu  $(S)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$ , suy ra:

$$d(I;(P)) = IO = R \Leftrightarrow \frac{|2-t+4+5|}{3} = \sqrt{5+t^2} \Leftrightarrow (11-t)^2 = 9(5+t^2) \Leftrightarrow 8t^2 + 22t - 76 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -\frac{19}{4} \end{cases}$$

+) Với  $t = 2 \Rightarrow R = IO = \sqrt{5+2^2} = 3.$

+) Với  $t = -\frac{19}{4} \Rightarrow R = IO = \sqrt{5 + \left(-\frac{19}{4}\right)^2} = \frac{21}{4} > 3 \Rightarrow \text{loại}.$

Vậy tung độ điểm  $I$  là 2.

HẾT