

**Bài 1.** (4,5 điểm)

1) Tính giá trị các biểu thức:

a)  $A = (2^{15} + 15^2) \cdot (2^4 - 4^2)$

b)  $B = \left(1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(1\frac{1}{15}\right) \dots \left(1\frac{1}{99}\right)$

2) So sánh  $C$  và  $D$ , biết:  $C = \frac{2025}{50^{10}} + \frac{2025}{50^8}$  và  $D = \frac{2026}{50^{10}} + \frac{2024}{50^8}$ .

**Bài 2.** (4,5 điểm)

1) Tìm các chữ số  $x, y$  sao cho  $\overline{34x5y} : 36$

2) Tìm  $x$  biết:  $\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}\right) \cdot x^2 = 99$ .

3) Tìm số tự nhiên  $n$  có hai chữ số, biết  $2n+1$  và  $3n+1$  đều là các số chính phương.

**Bài 3.** (3,0 điểm)

1) Nam gieo hai con xúc xắc cùng lúc 50 lần. Ở mỗi lần gieo, Nam cộng số chấm xuất hiện ở hai con xúc xắc và ghi lại kết quả như bảng sau:

Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số lần	2	5	4	7	8	7	5	4	3	3	2

Tính xác suất thực nghiệm xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc không nhỏ hơn 9.

2) Số học sinh của một trường học là một số có ba chữ số lớn hơn 800. Khi xếp hàng 20 thì dư 9 em; xếp hàng 30 thì thiếu 21 em và xếp hàng 35 thì thiếu 26 em. Hỏi trường đó có tất cả bao nhiêu học sinh?

**Bài 4.** (6,0 điểm)

1) Trên đường thẳng  $xy$  lấy 4 điểm  $A, B, C, D$  sao cho  $AB = 10\text{ cm}$  và  $C$  là trung điểm của  $AB$ ;  $D$  là trung điểm của  $CB$ .

a) Tính  $AD$ .

b) Lấy thêm một số điểm phân biệt trên đường thẳng  $xy$  không trùng với bốn điểm  $A, B, C, D$ . Qua hai điểm vẽ được một đoạn thẳng và đếm được tất cả 136 đoạn thẳng. Hỏi đã lấy thêm bao nhiêu điểm phân biệt trên đường thẳng  $xy$ ?

2) Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là  $138\text{ m}$ . Nếu giảm chiều rộng đi  $5\text{ m}$  và tăng chiều dài lên  $5\text{ m}$  thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 50% diện tích khu đất để trồng rau,  $\frac{5}{14}$  diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?

**Bài 5.** (2,0 điểm) Cho các số nguyên dương  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $ab = cd$ .

Chứng minh  $M = a^{2025} + b^{2025} + c^{2025} + d^{2025}$  là hợp số.

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh: .....

Phòng thi: .....

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Chữ kí cán bộ coi thi số 1: .....

Chữ kí cán bộ coi thi số 2: .....

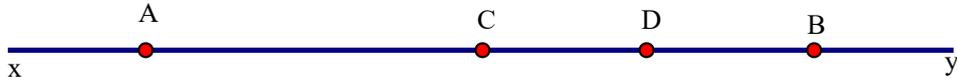
### I. Hướng dẫn chung

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Bài hình học, thí sinh vẽ hình đúng ý nào thì chấm điểm ý đó, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm bài hình đó.
- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm ý trên không đúng) để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì cho 0 điểm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các Bài làm đúng và tuyệt đối không làm tròn.

### II. Đáp án và thang điểm

Bài/Ý	Nội dung	Biểu điểm
<b>Bài 1</b> (4,5 điểm)	<p><b>1)</b> Tính giá trị các biểu thức:</p> <p><b>a)</b> <math>A = (2^{15} + 15^2) \cdot (2^4 - 4^2)</math></p> <p><b>b)</b> <math>B = \left(1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(1\frac{1}{15}\right) \dots \left(1\frac{1}{99}\right)</math></p> <p><b>2)</b> So sánh <math>C</math> và <math>D</math>, biết: <math>C = \frac{2025}{50^{10}} + \frac{2025}{50^8}</math> và <math>D = \frac{2026}{50^{10}} + \frac{2024}{50^8}</math>.</p>	
<b>1.a</b> 1,5 điểm	<b>1.a)</b> Ta có: $A = (2^{15} + 15^2) \cdot (2^4 - 4^2)$	0,5
	$= (2^{15} + 15^2) \cdot (16 - 16)$	
	$= (2^{15} + 15^2) \cdot 0$	
	$= 0$	0,5
	Vậy $A = 0$	
<b>1.b</b> 1,5 điểm	<b>1.b)</b> Ta có: $B = \left(1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1\frac{1}{8}\right) \cdot \left(1\frac{1}{15}\right) \dots \left(1\frac{1}{99}\right)$	0,25
	$= \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \dots \frac{100}{99}$	0,25
	$= \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 5} \dots \frac{10 \cdot 10}{9 \cdot 11}$	
	$= \frac{(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 10)(2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 10)}{(1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 9)(3 \cdot 4 \cdot 5 \dots 11)}$	0,5
	$= \frac{10 \cdot 2}{1 \cdot 11} = \frac{20}{11}$	0,5
Vậy $B = \frac{20}{11}$		
<b>2</b> 1,5 điểm	<b>2)</b> Ta có: $C = \frac{2025}{50^{10}} + \frac{2025}{50^8} = \frac{2025}{50^{10}} + \frac{2024}{50^8} + \frac{1}{50^8}$	0,5
	$D = \frac{2026}{50^{10}} + \frac{2024}{50^8} = \frac{2025}{50^{10}} + \frac{2024}{50^8} + \frac{1}{50^{10}}$	0,5

	Vì $\frac{1}{50^8} > \frac{1}{50^{10}}$ nên $C > D$ .	0,5																								
<b>Bài 2</b> (4,5 điểm)	<p>1) Tìm các chữ số <math>x, y</math> sao cho <math>\overline{34x5y} : 36</math></p> <p>2) Tìm <math>x</math>, biết: <math>\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}\right).x^2 = 99</math>.</p> <p>3) Tìm số tự nhiên <math>n</math> có hai chữ số, biết <math>2n+1</math> và <math>3n+1</math> đều là các số chính phương.</p>																									
1. 1,5 điểm	<p>1) Ta có: <math>36 = 4.9</math> mà 4 và 9 là hai số nguyên tố cùng nhau</p> <p>Nên <math>\overline{34x5y} : 36</math> thì <math>\overline{34x5y} : 4</math> và 9</p> <p>Để <math>\overline{34x5y} : 4</math> lập luận để tìm được <math>y \in \{2; 6\}</math></p> <p><i>(hs được phép sử dụng dấu hiệu chia hết cho 4)</i></p>	0,25 0,25																								
	<p>Khi <math>y = 2</math> ta có số <math>\overline{34x52} : 9</math> lập luận để tìm được <math>x = 4</math>.</p> <p>Vậy <math>x = 4; y = 2</math></p>	0,5																								
	<p>Khi <math>y = 6</math> ta có số <math>\overline{34x56} : 9</math> lập luận để tìm được <math>x = 0; x = 9</math>.</p> <p>Vậy <math>x = 0; y = 6</math> hoặc <math>x = 9; y = 6</math>.</p>	0,5																								
2. 1,5 điểm	<p>2) Ta có <math>\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100}\right).x^2 = 99</math></p> <p><math>\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right).x^2 = 99</math></p>	0,5																								
	<p><math>\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{100}\right).x^2 = 99</math>.</p> <p><math>\frac{99}{100}.x^2 = 99</math></p>	0,5																								
	<p><math>x^2 = 100</math></p> <p>Suy ra <math>x = 10</math> hoặc <math>x = -10</math>.</p> <p><i>(thiếu một giá trị trừ 0,25 điểm)</i></p>	0,5																								
3. 1,5 điểm	<p>3) Vì <math>n</math> là số tự nhiên có hai chữ số nên <math>10 \leq n \leq 99 \Rightarrow 21 \leq 2n+1 \leq 199</math></p>	0,5																								
	<p>Mà <math>2n+1</math> là số chính phương lẻ nên <math>2n+1 \in \{25; 49; 81; 121; 169\}</math></p> <p>Nên <math>n \in \{12; 24; 40; 60; 84\}</math></p>	0,5																								
	<p>Suy ra <math>3n+1 \in \{37; 73; 121; 181; 253\}</math></p> <p>Mà <math>3n+1</math> là số chính phương nên <math>3n+1 = 121</math>. Vậy <math>n = 40</math></p>	0,5																								
<b>Bài 3</b> (3,0 điểm)	<p>1) Nam gieo hai con xúc xắc cùng lúc 50 lần. Ở mỗi lần gieo, Nam cộng số chấm xuất hiện ở hai con xúc xắc và ghi lại kết quả như bảng sau:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>Tổng số chấm</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>Số lần</td> <td>2</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Tính xác suất thực nghiệm xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc không nhỏ hơn 9.</p> <p>2) Số học sinh của một trường học là một số có ba chữ số lớn hơn 800. Khi xếp hàng 20 thì dư 9 em; xếp hàng 30 thì thiếu 21 em và xếp hàng 35 thì thiếu 26 em. Hỏi trường đó có tất cả bao nhiêu học sinh?</p>	Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Số lần	2	5	4	7	8	7	5	4	3	3	2	
Tổng số chấm	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12															
Số lần	2	5	4	7	8	7	5	4	3	3	2															

1. 1,5 điểm	1) Số lần Nam gieo được tổng số chấm không nhỏ hơn 9 là: $4+3+3+2=12$ (lần)	0,75
	Xác suất thực nghiệm xuất hiện tổng số chấm ở hai con xúc xắc không nhỏ hơn 9 là: $\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$	0,75
2. 1,5 điểm	2) Gọi số học sinh của trường học đó là $a$ (học sinh), $a \in \mathbb{N}^*$ , $800 < a \leq 999$	0,25
	Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a-9:20 \\ a+21:30 \\ a+26:35 \end{cases}$ nên $\begin{cases} a-9:20 \\ a+21-30:30 \\ a+26-35:5 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a-9:20 \\ a-9:30 \\ a-9:35 \end{cases}$	0,25
	hay $a-9 \in BC(20, 30, 35)$	0,25
	Tìm được: $BCNN(20, 30, 35) = 420$	0,25
	Nên $a-9 \in B(420) = \{0; 420; 840; 1260; \dots\}$ Nên $a \in \{9; 429; 849; 1269; \dots\}$	0,25
Vì $800 < a \leq 999$ nên $a = 849$ (thỏa mãn) Vậy số học sinh của trường đó là 849 học sinh	0,25	
<b>Bài 4</b> (6,0 điểm)	<b>Bài 4.</b> (6,0 điểm) 1) Trên đường thẳng $xy$ lấy 4 điểm $A, B, C, D$ sao cho $AB = 10\text{ cm}$ và $C$ là trung điểm của $AB$ ; $D$ là trung điểm của $CB$ . a) Tính $AD$ . b) Lấy thêm một số điểm phân biệt trên đường thẳng $xy$ không trùng với bốn điểm $A, B, C, D$ . Qua hai điểm vẽ được một đoạn thẳng và đếm được tất cả 136 đoạn thẳng. Hỏi đã lấy thêm bao nhiêu điểm phân biệt trên đường thẳng $xy$ ? 2) Một khu đất hình chữ nhật có chu vi là $138\text{ m}$ . Nếu giảm chiều rộng đi $5\text{ m}$ và tăng chiều dài lên $5\text{ m}$ thì chiều dài gấp đôi chiều rộng. Người ta dùng 50% diện tích khu đất để trồng rau, $\frac{5}{14}$ diện tích khu đất để trồng cây ăn quả, diện tích còn lại để xây nhà. Hỏi diện tích xây nhà là bao nhiêu?	
		0,25
1.a 2,0 điểm	1.a) Vì $C$ là trung điểm của $AB$ nên $AC = CB = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{ (cm)}$	0,5
	Vì $D$ là trung điểm của $CB$ nên $CD = DB = \frac{CB}{2} = \frac{5}{2} = 2,5\text{ (cm)}$	0,5
	Ta có $AD = AC + CD = 5 + 2,5 = 7,5\text{ (cm)}$ Vậy $AD = 7,5\text{ cm}$	0,75
1.b 2,0 điểm	1.b) Gọi $n$ là số điểm cần lấy thêm ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) Số điểm phân biệt trên đường thẳng $xy$ là $n+4$ .	0,25
	Lập luận tìm ra số đoạn thẳng vẽ được là $\frac{(n+4)(n+3)}{2}$	0,5

	<p>Ta có: <math>\frac{(n+4)(n+3)}{2} = 136</math></p> <p><math>(n+4)(n+3) = 272</math></p> <p>Vì <math>(n+4)(n+3)</math> là tích của hai số tự nhiên liên tiếp</p> <p>Mà <math>272 = 16.17</math></p>	0,75
	<p><math>n+4 = 17</math> nên <math>n = 13</math></p> <p>Vậy cần lấy thêm 13 điểm phân biệt.</p>	0,5
2. 2,0 điểm	<p><b>2)</b> Khi giảm chiều rộng <math>5m</math> và tăng chiều dài <math>5m</math> thì chu vi không đổi.</p> <p>Ta có nửa chu vi lúc sau là: <math>138 : 2 = 69 (m)</math></p>	0,25
	<p>Lúc sau chiều dài gấp đôi chiều rộng hay chiều rộng bằng <math>\frac{1}{2}</math> chiều dài.</p> <p>Suy ra chiều rộng lúc sau bằng <math>\frac{1}{3}</math> nửa chu vi.</p>	0,5
	<p>Chiều rộng khu đất đó là: <math>69 \cdot \frac{1}{3} + 5 = 28 (m)</math></p>	0,25
	<p>Chiều dài khu đất đó là: <math>69 - 28 = 41 (m)</math></p>	0,25
	<p>Diện tích khu đất đó là: <math>28 \cdot 41 = 1148 (m^2)</math></p>	0,25
	<p>Đổi: <math>50\% = \frac{1}{2}</math></p> <p>Diện tích đất làm nhà chiếm số phần: <math>1 - \frac{1}{2} - \frac{5}{14} = \frac{1}{7}</math> (diện tích khu đất)</p>	0,25
	<p>Diện tích đất xây nhà là: <math>1148 \cdot \frac{1}{7} = 164 (m^2)</math></p>	0,25
<b>Bài 5</b>	<b>Bài 5.</b> (2,0 điểm) Cho các số nguyên dương $a, b, c, d$ thỏa mãn $ab = cd$ .	
(2,0 điểm)	Chứng minh: $M = a^{2025} + b^{2025} + c^{2025} + d^{2025}$ là hợp số.	
	<p>Vì <math>ab = cd</math> nên <math>a^{2025}b^{2025} = c^{2025}d^{2025}</math></p> <p>Ta có <math>M = a^{2025} + b^{2025} + c^{2025} + d^{2025}</math></p> <p>suy ra <math>a^{2025} \cdot M = a^{2025} \cdot (a^{2025} + b^{2025} + c^{2025} + d^{2025})</math></p>	0,5
	<p>hay <math>a^{2025} \cdot M = a^{2025} \cdot a^{2025} + a^{2025} \cdot b^{2025} + a^{2025} \cdot c^{2025} + a^{2025} \cdot d^{2025}</math></p> <p><math>a^{2025} \cdot M = a^{2025} \cdot a^{2025} + a^{2025} \cdot c^{2025} + c^{2025} \cdot d^{2025} + a^{2025} \cdot d^{2025}</math></p>	0,5
	<p><math>a^{2025} \cdot M = a^{2025} \cdot (a^{2025} + c^{2025}) + d^{2025} \cdot (c^{2025} + a^{2025})</math></p> <p><math>a^{2025} \cdot M = (a^{2025} + d^{2025}) \cdot (a^{2025} + c^{2025})</math></p>	0,5
	<p>Giả sử <math>M</math> là số nguyên tố</p> <p>suy ra <math>a^{2025} + c^{2025} : M</math> (vô lý) hoặc <math>a^{2025} + d^{2025} : M</math> (vô lý)</p> <p>nên <math>M</math> là hợp số.</p>	0,5

Hết

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 6**  
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-6>