

Bài I (2,0 điểm)

Kết quả khảo sát chất lượng giữa học kỳ II môn Toán của 40 học sinh lớp 9A được thống kê bởi bảng sau:

5	7	10	10	8	9	10	8	7	9
6	7	6	9	5	7	6	7	7	6
6	5	8	7	10	6	8	5	6	7
8	9	8	5	9	8	7	9	8	5

- Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên
- Tính xác suất của biến cố A: “Điểm khảo sát chất lượng lớn hơn 8”
- Tính tỉ lệ phần trăm số học sinh có điểm khảo sát chất lượng dưới 7 với tổng số học sinh lớp 9A.

Bài II (1,5 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{3+7\sqrt{x}}{9-x}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$).

- Rút gọn biểu thức P.
- Tính giá trị của biểu thức P tại $x=25$
- Tìm giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nguyên.

Bài III. (2,5 điểm)

- Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất tiết kiệm kì hạn 12 tháng là $4,7\%$ /năm (lãi tính vào cuối năm). Chị Minh dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi sau một năm ít nhất là 50 triệu đồng để chi tiêu. Hỏi số tiền chị Minh cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?
- Bạn Nam mua hai hộp bánh ở siêu thị và phải trả tổng cộng 480 000 đồng, trong đó đã tính cả 40 000 đồng thuế giá trị gia tăng (viết tắt là thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với hộp bánh thứ nhất là 10%, thuế VAT đối với hộp bánh thứ hai là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bạn Nam phải trả mỗi hộp bánh là bao nhiêu tiền?
- Cho phương trình $2x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x_1(x_1 + 2024) + x_2(x_2 + 2025) - x_2$

Bài IV (3,5 điểm)

- Một bồn nước hình trụ có chiều cao là 2 m, bán kính đáy là 0,5 m.
 - Tính thể tích bồn nước (biết $\pi \approx 3,14$).
 - Lượng nước trong bồn đủ dùng cho 5 người trong một hộ gia đình trong 2 ngày. Hỏi mỗi ngày, trung bình mỗi người dùng bao nhiêu lít nước?
- Cho đường tròn (O;R) cố định. Tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Trên cung nhỏ BC lấy D sao cho $BD < DC$. Gọi giao điểm của AD và BC là E. Vẽ đường cao AI của tam giác ABC. Kẻ CH vuông góc với AD tại H.
 - Chứng minh 4 điểm A, C, I, H thuộc một đường tròn;
 - Chứng minh hai góc $\widehat{ADC} = \widehat{ACB}$ và $AE \cdot AD = 3R^2$;
 - Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BDE$. Chứng minh: AB là tiếp tuyến của đường tròn (K).

Bài V (0,5 điểm) :

a/ Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị là số nguyên:

$$C = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

b/ Cho tam giác ABC cân ở A, góc $\widehat{BAC} = 108^\circ$. Gọi O là một điểm nằm trên tia phân giác của góc C sao cho góc $\widehat{CBO} = 12^\circ$. Vẽ tam giác đều BOM (M và A cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ BO). Chứng minh ba điểm C, A, M thẳng hàng.

-----HẾT-----

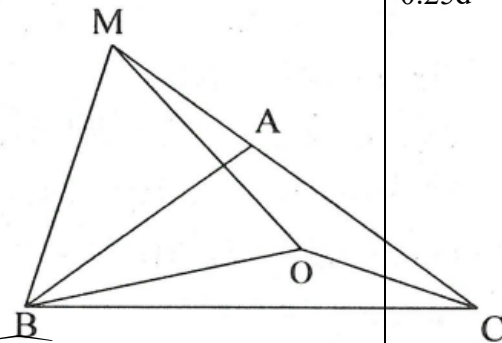
Thí sinh được sử dụng máy tính cầm tay trong khi làm bài. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Bài	Nội dung cần đạt được	Điểm																																							
I	Bài 1. (2 điểm) Kết quả khảo sát chất lượng giữa học kỳ II môn Toán của 40 học sinh lớp 9A được thống kê bởi bảng sau: <table><tr><td>5</td><td>7</td><td>10</td><td>10</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td></tr><tr><td>6</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td><td>5</td><td>7</td><td>6</td><td>7</td><td>6</td></tr><tr><td>6</td><td>5</td><td>8</td><td>7</td><td>10</td><td>6</td><td>8</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td>8</td><td>9</td><td>8</td><td>5</td><td>9</td><td>8</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td><td>5</td></tr></table> 1. Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên 2. Tính xác suất của biến cố A: “Điểm khảo sát chất lượng lớn hơn 7”	5	7	10	10	8	9	10	8	7	9	6	7	6	9	5	7	6	7	6	6	5	8	7	10	6	8	5	6	7	8	9	8	5	9	8	7	9	8	5	2đ
	5	7	10	10	8	9	10	8	7	9																															
	6	7	6	9	5	7	6	7	6																																
	6	5	8	7	10	6	8	5	6	7																															
	8	9	8	5	9	8	7	9	8	5																															
1. Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó như sau: <table><tr><td>Điểm (x)</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>Tần số (n)</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td><td>6</td><td>4</td></tr></table>	Điểm (x)	5	6	7	8	9	10	Tần số (n)	6	7	9	8	6	4	1.0đ																										
Điểm (x)	5	6	7	8	9	10																																			
Tần số (n)	6	7	9	8	6	4																																			
2. Số học sinh có điểm lớn hơn 8 là: 6 + 4 = 10 (học sinh) Xác suất của biến cố A là: $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.	0.5đ																																								
3. Số học sinh có điểm khảo sát chất lượng dưới 7 là: 6 + 7 = 13 (học sinh) Tỉ lệ phần trăm số học sinh có điểm khảo sát chất lượng dưới 7 với tổng số học sinh lớp 9A là: $\frac{13.100}{40} \% = 32,5\%$.	0.5đ																																								
Cho biểu thức: $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{3 + 7\sqrt{x}}{9 - x}$ (với $a \geq 0; a \neq 9$). 1) Rút gọn biểu thức P. 2) Tính giá trị của biểu thức P tại x=25. 3) Tìm giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nguyên.	1,5đ																																								
1) Với $x \geq 0; x \neq 9$, ta có $P = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{-3 - 7\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$	0,25đ																																								
$P = \frac{2\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 3) + (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 3) - 3 - 7\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$																																									
II	$= \frac{3x - 9\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$	0,25																																							
	Vậy $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$																																								
	2) Thay x=25 (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức P ta được: $P = \frac{3\sqrt{25}}{\sqrt{25} + 3} = \frac{15}{8}$. Vậy $P = \frac{15}{8}$, tại x=25.	0,25đ 0,25đ																																							

3) Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có $P = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = 3 - \frac{9}{\sqrt{x}+3}$ Vì $x \geq 0$ nên $\sqrt{x} \geq 0; 3\sqrt{x} \geq 0$ và $\sqrt{x}+3 \geq 3 > 0$ suy ra $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \geq 0$ nên $P \geq 0$ (1).	
Ta có $-\frac{9}{\sqrt{x}+3} < 0$ nên $3 - \frac{9}{\sqrt{x}+3} < 3$ suy ra $P < 3$ (2) Từ (1) và (2) ta có $0 \leq P < 3$	0,25đ
Mà P nguyên suy ra $P = \{0; 1, 2\}$ $P = 0$ suy ra $x = 0$; $P = 1$ suy ra $x = \frac{9}{4}$; $P = 2$ suy ra $x = 36$ Kết hợp ĐKXD $x \geq 0; x \neq 9$ suy ra $x \in \left\{0; \frac{9}{4}; 36\right\}$	0,25
1) Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất tiết kiệm kì hạn 12 tháng là $4,7\%$ /năm. Chị Minh dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi sau một năm ít nhất là 50 triệu đồng để chi tiêu. Hỏi số tiền chị Minh cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?	1,0đ
Gọi x (triệu đồng) là số tiền chị Minh cần gửi tiết kiệm ($x > 0$)	0,25
Số tiền lãi gửi tiết kiệm (triệu đồng) sau một năm là $4,7\%x = 0,047x$	0,25
Để có số tiền lãi ít nhất là 50 triệu đồng/năm thì ta phải có $0,047x \geq 50$ $x \geq 1063,82979\dots$	0,25
Vậy chị Minh cần gửi ngân hàng ít nhất 1064 triệu đồng.	0,25
2) Bạn Nam mua hai hộp bánh ở siêu thị và phải trả tổng cộng 480 000 đồng, trong đó đã tính cả 40 000 đồng thuế giá trị gia tăng (viết tắt là thuế VAT). Biết rằng thuế VAT đối với hộp bánh thứ nhất là 10%, thuế VAT đối với hộp bánh thứ hai là 8%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bạn Nam phải trả mỗi hộp bánh là bao nhiêu tiền?	1,0 điểm
Gọi số tiền của hộp bánh thứ nhất trước thuế là x (đồng), và số tiền của hộp bánh thứ hai trước thuế là y (đồng) ($0 < x, y < 480\,000$)	0,25đ
- Thuế VAT của hộp bánh thứ nhất là 10%, vậy số tiền thuế phải trả cho hộp bánh thứ nhất là $0,1x$ (đồng).	0,25đ
- Thuế VAT của hộp bánh thứ hai là 8%, vậy số tiền thuế phải trả cho hộp bánh thứ hai là $0,08y$ (đồng).	
Tổng số tiền thuế VAT của cả hai hộp bánh là: $0,1x + 0,08y = 40000$	
Tổng số tiền phải trả cho cả hai hộp bánh (đã bao gồm thuế VAT) là:	
$x + 0,1x + y + 0,08y = 480000$	
$1,1x + 1,08y = 480000$	
Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0,1x + 0,08y = 40000 \\ 1,1x + 1,08y = 480000 \end{cases}$	0,25đ
$y = 200000(TM); x = 240000(TM)$	0,25đ
Số tiền của hộp bánh thứ nhất (không kể thuế VAT) là 240 000 đồng.	
Số tiền của hộp bánh thứ hai (không kể thuế VAT) là 200 000 đồng.	

	Nên $R = \frac{\sqrt{3}}{3}.AC$. Vậy $AC = R.\sqrt{3}$	
	- Xét (O) có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ vì cùng chắn cung AC Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ vì $\triangle ABC$ đều Suy ra $\widehat{ACB} = \widehat{ADC}$ hay $\widehat{ACE} = \widehat{ADC}$	0,25
	- Ta có $\widehat{ACE} = \widehat{ADC}$ và $\widehat{DAC}$ chung nên $\triangle ACE$ và $\triangle ADC$ đồng dạng Suy ra $\frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AC}$, suy ra $AC^2 = AD.AE$	0,25
	Vậy $AD.AE = (R.\sqrt{3})^2 = 3.R^2$	0,25
	c) Ta có $\widehat{BDA} = \widehat{BCA}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AB của đường tròn (O)). Mà $\widehat{BCA} = 60^\circ$. Nên $\widehat{BDA} = 60^\circ$. Hay $\widehat{BDE} = 60^\circ$.	0,25
	- Xét đường tròn (K) có $\widehat{BKE}$ và góc $\widehat{BDE}$ lần lượt là góc ở tâm và góc nội tiếp chắn cung BE. Nên góc $\widehat{BKE} = 2.\widehat{BDE}$. Vậy $\widehat{BKE} = 120^\circ$.	0,25
	- Vì $\triangle BKE$ cân tại K, nên $\widehat{KBE} = \widehat{BEK}$ - $\triangle BKE$ có: $\widehat{KBE} + \widehat{BEK} + \widehat{BKE} = 180^\circ$ Nên $2.\widehat{KEB} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. Vậy $\widehat{KBE} = 30^\circ$	0,25
	Ta có: $\widehat{KBE} + \widehat{ABE} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{KBA} = 90^\circ$. Hay AB vuông góc với bán kính KB của đường tròn (K) tại điểm B nằm trên đường tròn (K). Vì vậy AB là tiếp tuyến của đường tròn (K).	0,25
V	a/ Chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị là số nguyên $C = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$	
	$C = \frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$ $= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) = 9$	0.25đ
	b/ Cho tam giác ABC cân ở A, góc $\widehat{BAC} = 108^\circ$. Gọi O là một điểm nằm trên tia phân giác của góc C sao cho góc $\widehat{CBO} = 12^\circ$. Vẽ tam giác đều BOM (M và A cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ BO). Chứng minh ba điểm C, A, M thẳng hàng.	

	<i>Giải</i> * <i>Tìm cách giải.</i> Chứng minh $\widehat{OCA} = \widehat{OCM}$ từ đó suy ra tia CA và tia CM trùng nhau. * <i>Trình bày lời giải</i> Tam giác ABC cân ở A nên $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$ (tính chất của tam giác cân). Mà CO là tia phân giác của $\widehat{ACB}$, nên $\widehat{ACO} = \widehat{BCO} = 18^\circ$. Do đó $\widehat{BOC} = 150^\circ$ $\triangle BOM$ đều nên $\widehat{BOM} = 60^\circ$. Vậy: $\widehat{MOC} = 360^\circ - (150^\circ + 60^\circ) = 150^\circ$ $\triangle BOC$ và $\triangle MOC$ có: $OB = OM$ (vì $\triangle BOM$ đều); $\widehat{BOC} = \widehat{MOC} = 150^\circ$; OC chung, do đó: $\triangle BOC = \triangle MOC$ (c.g.c) Suy ra: $\widehat{OCB} = \widehat{OCM}$ mà $\widehat{OCB} = \widehat{OCA}$ (gt) nên $\widehat{OCA} = \widehat{OCM}$ Hai tia CA và CM cùng nằm trên nửa mặt phẳng bờ CO và $\widehat{OCA} = \widehat{OCM}$ nên tia CA và tia CM trùng nhau. Vậy ba điểm C, A, M thẳng hàng. (đpcm).	0.25đ
--	---	-------



Lưu ý khi chấm bài:

- Trong quá trình chấm bài giám khảo có thể chia điểm nhỏ hơn ở các phần.
- Hướng dẫn chấm (HDC) chỉ trình bày một cách giải đại diện, bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo có thể căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Bài hình học nếu không vẽ hình phần nào thì không cho điểm phần đó.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>