

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm). Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình, hệ phương trình sau:

a. $x^2 - 2x - 8 = 0$;

b. $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

a. Rút gọn biểu thức A .

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.

Câu 3 (1,0 điểm). Trong nhiều trường hợp, khi không thể xác định chính xác cân nặng của trẻ nhỏ, người ta thường ước tính cân nặng y (kg) của trẻ x (tuổi) theo công thức: $y = 2x + 10$ với $1 \leq x \leq 10$.

a. y có phải là hàm số bậc nhất của x không? Vì sao?

b. Tính cân nặng của trẻ nhỏ 6 tuổi theo công thức trên.

Câu 4 (1,0 điểm). Trong đợt Tết trồng cây năm 2025, mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây nên cả hai lớp trồng được tổng số 295 cây. Lớp 9A nhiều hơn 5 học sinh so với lớp 9B. Tính số học sinh của mỗi lớp.

Câu 5 (1,5 điểm).

a. Khi thống kê điểm một bài kiểm tra môn Toán của tất cả các học sinh lớp 9C, giáo viên thu được bảng tần số tương đối như sau:

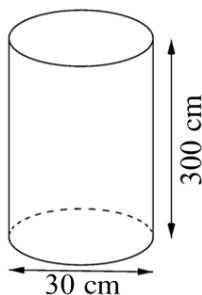
Điểm	7	8	9	10
Tần số tương đối	12,5	37,5	30	20

Biết rằng có 5 học sinh của lớp được điểm 7, hãy tính số học sinh được điểm 10 trong lớp 9C.

b. Một hộp có 51 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ chỉ ghi đúng một số tự nhiên trong các số 1; 2; 3; ...; 51 (hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp đó. Tính xác suất của biến cố A: "Chiếc thẻ lấy được có ghi số tự nhiên chẵn".

Câu 6 (2,0 điểm).

- a. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B .
- b. Bác Bình muốn sơn mặt xung quanh của một cây cột có dạng hình trụ với chiều cao bằng 300 cm và đường kính đáy bằng 30 cm (tham khảo hình vẽ). Chi phí để sơn là 200000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi bác Bình cần phải trả là bao nhiêu đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?



Câu 7 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{BAC} < 90^\circ$) nội tiếp đường tròn (O) .

Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại điểm A , điểm B cắt nhau tại điểm M . Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AC . Hai đường thẳng MO và AB cắt nhau tại điểm P .

- a. Chứng minh rằng bốn điểm A, P, O, N cùng thuộc một đường tròn.
- b. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AM . Chứng minh rằng $BM \cdot BN = CA \cdot BK$.

-----HẾT-----

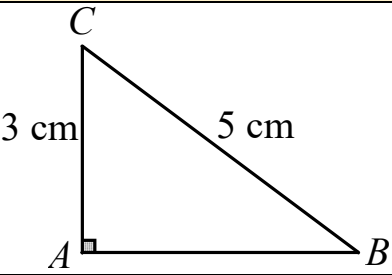
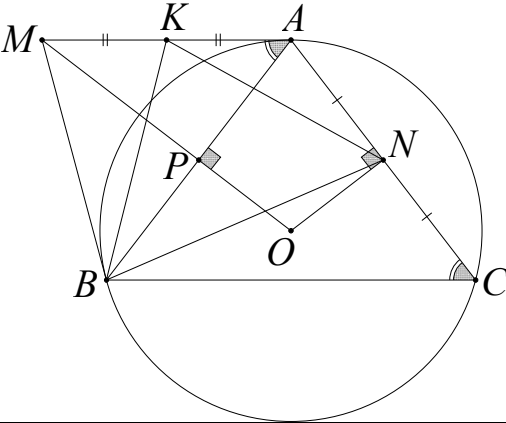
Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Đinh Quang Ngọc-Gv Toán THPT Nguyễn Huệ-Thái Nguyên

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình, hệ phương trình sau:	2,0
	a. $x^2 - 2x - 8 = 0$;	1,0
	Ta có $\Delta = (-2)^2 - 4.1.(-8) = 36$	0,5
	Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{36}}{2.1} = -2$.	0,25
	$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{36}}{2.1} = 4$.	0,25
	b. $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$	1,0
	Ta có $\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 2x - 3y = -4 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} 3x = 3 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x = 1 \\ 1 + 3y = 7 \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.	0,25
Câu 2	Cho biểu thức $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 1$.	1,0
	a. Rút gọn biểu thức A .	0,75
	Với $x > 0$ và $x \neq 1$ ta có $A = \frac{x+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{x\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$= \frac{(x+1)(\sqrt{x}+1) - (x\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.	0,25
	b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$.	0,25
	Với $x = 4$ thì $A = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}-1} = 2$.	0,25

Câu 3	Trong nhiều trường hợp, khi không thể xác định chính xác cân nặng của trẻ nhỏ, người ta thường ước tính cân nặng y (kg) của trẻ x (tuổi) theo công thức: $y = 2x + 10$ với $1 \leq x \leq 10$.	1,0										
	a. y có phải là hàm số bậc nhất của x không? Vì sao?	0,5										
	y là hàm số bậc nhất của x	0,25										
	Vì nó có dạng $y = ax + b$ với $a = 2 \neq 0$.	0,25										
	b. Tính cân nặng của trẻ nhỏ 6 tuổi theo công thức trên.	0,5										
	Thay $x = 6$ vào hàm số $y = 2x + 10$ ta được $y = 2.6 + 10$	0,25										
	$y = 22$.	0,25										
Câu 4	Trong đợt Tết trồng cây năm 2025, mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây nên cả hai lớp trồng được tổng số 295 cây. Lớp 9A nhiều hơn 5 học sinh so với lớp 9B. Tính số học sinh của mỗi lớp.	1,0										
	+ Gọi số học sinh của lớp 9A và 9B lần lượt là x và y (trong đó $x, y \in \mathbb{N}$) Vì mỗi học sinh lớp 9A trồng được 3 cây, mỗi học sinh lớp 9B trồng được 4 cây và cả hai lớp trồng được tổng số 295 cây nên ta có phương trình: $3x + 4y = 295 \qquad (1)$	0,25										
	Vì lớp 9A nhiều hơn 5 học sinh so với lớp 9B nên ta có phương trình: $x - y = 5 \qquad (2)$	0,25										
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 4y = 295 \\ x - y = 5 \end{cases}$	0,25										
	$\begin{cases} x = 45 \\ y = 40 \end{cases}$ Vậy số học sinh của lớp 9A và 9B lần lượt là 45 và 40.	0,25										
Câu 5	a. Khi thống kê điểm một bài kiểm tra môn Toán của tất cả các học sinh lớp 9C, giáo viên thu được bảng tần số tương đối như sau:	0,5										
	<table><tr><td>Điểm</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>12,5</td><td>37,5</td><td>30</td><td>20</td></tr></table>	Điểm	7	8	9	10	Tần số tương đối	12,5	37,5	30	20	
	Điểm	7	8	9	10							
	Tần số tương đối	12,5	37,5	30	20							
	Biết rằng có 5 học sinh của lớp được điểm 7, hãy tính số học sinh được điểm 10 trong lớp 9C.											
	a. Vì có 5 học sinh của lớp được điểm 7 nên số học sinh của lớp 9C là: $5 : 12,5\% = 40$ học sinh.	0,25										
	Số học sinh được điểm 10 là: $40 \times 20\% = 8$ học sinh.	0,25										
	b. Một hộp có 51 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ chỉ ghi đúng một số tự nhiên trong các số 1; 2; 3;...; 51 (hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Lấy ngẫu nhiên một chiếc thẻ trong hộp đó. Tính xác suất của biến cố A: "Chiếc thẻ lấy được có ghi số tự nhiên chẵn".	1,0										
	Số các kết quả có thể là $n(\Omega) = 51$.	0,25										
Do lấy ngẫu nhiên nên các kết quả có thể là đồng khả năng	0,25											
Vì trong 51 số tự nhiên từ 1 đến 51 có 25 số chẵn nên số các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 25$.	0,25											
Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{25}{51}$.	0,25											

Câu 6	a. Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 3\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$. Tính các tỉ số lượng giác của góc B .	1,0
		0,25
	Áp dụng định lý Pytago ta có: $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{ cm}$.	0,25
	$\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$; $\cos B = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$;	0,25
	$\tan B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$; $\cot B = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$.	0,25
	b. Bác Bình muốn sơn mặt xung quanh của một cây cột có dạng hình trụ với chiều cao bằng 300 cm và đường kính đáy bằng 30 cm (tham khảo hình vẽ). Chi phí để sơn là 200 000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi bác Bình cần phải trả là bao nhiêu đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn)?	1,0
	Bán kính đáy: $r = 15\text{ cm} = 0,15\text{ m}$; Chiều cao: $h = 300\text{ cm} = 3\text{ m}$.	0,25
	Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi.r.h = 2.\pi.0,15.3 \approx 2,827\text{ m}^2$.	0,25
	Tiền sơn: $2,827 \times 200\ 000 = 565\ 400$ đồng.	0,25
	Số tiền phải trả là: 565 000 đồng.	0,25
Câu 7	Cho tam giác ABC cân tại A ($\widehat{BAC} < 90^\circ$) nội tiếp đường tròn (O) . Các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại điểm A , điểm B cắt nhau tại điểm M . Gọi N là trung điểm của đoạn thẳng AC . Hai đường thẳng MO và AB cắt nhau tại điểm P .	1,5
	a. Chứng minh rằng bốn điểm A, P, O, N cùng thuộc một đường tròn.	1,0
	Hình vẽ 	0,25
	$MA = MB$ (tính chất của tiếp tuyến) $OA = OB$ (vì cùng bằng bán kính) Suy ra MO là đường trung trực của AB Suy ra $MO \perp AB$ tại P suy ra $\widehat{APO} = 90^\circ$ P thuộc đường tròn đường kính AO .	0,25
	$NA = NC$ (N là trung điểm của AC)	0,25

$OA = OC$ (vì cùng bằng bán kính) Suy ra ON là đường trung trực của AB Suy ra $ON \perp AB$ tại N suy ra $\widehat{ANO} = 90^\circ$ N thuộc đường tròn đường kính AO .	
Vậy bốn điểm A, P, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AO .	0,25
b. Gọi K là trung điểm của đoạn thẳng AM . Chứng minh rằng $BM.BN = CA.BK$.	0,5
Xét hai tam giác MBA cân tại M và ABC cân tại A có $\widehat{MAB} = \widehat{ACB}$ (vì cùng chắn cung $\widehat{BA}$) suy ra $\triangle MBA \sim \triangle ABC$ suy ra $\widehat{BMA} = \widehat{BAC}$ hay $\widehat{BMK} = \widehat{BAN}$; $\frac{AN}{MK} = \frac{AC}{MA}$	0,25
Xét hai tam giác BMK và BAN Có $\widehat{BMK} = \widehat{BAN}$ $\frac{AN}{MK} = \frac{AC}{MA} = \frac{AB}{MB}$ Suy ra $\triangle BMK \sim \triangle BAN$ $\frac{BM}{BA} = \frac{BK}{BN}$ $BM.BN = BA.BK$ $BM.BN = CA.BK$	0,25