

**Bài I (2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức  $C = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$  và  $R = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{1 - x}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $C$  khi  $x = 9$ .

2) Chứng minh  $R = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ .

3) Cho  $P = C.R$ . Chứng minh  $P < 2$ .

**Bài II (2,0 điểm)**

Một người đi xe máy từ  $A$  đến  $B$  trên quãng đường dài  $90 \text{ km}$ . Lúc quay lại từ  $B$  về  $A$ , người đó đi một đường khác dài  $100 \text{ km}$  với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi  $10 \text{ km/h}$ . Tính vận tốc của người đó lúc đi từ  $A$  đến  $B$ , biết rằng thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút.

**Bài III (2,0 điểm)**

1) Công thức  $E = \frac{1}{2}mv^2$  (đơn vị  $J$ ) được dùng để tính động năng của một vật có khối lượng  $m$  (kg)

khi chuyển động với vận tốc  $v$  (m/s). Giả sử một quả bóng có khối lượng  $2 \text{ kg}$  đang bay với vận tốc  $5,4 \text{ m/s}$ . Tính động năng của quả bóng đó.

2) Cho phương trình  $x^2 - mx - 4 = 0$ . (1)

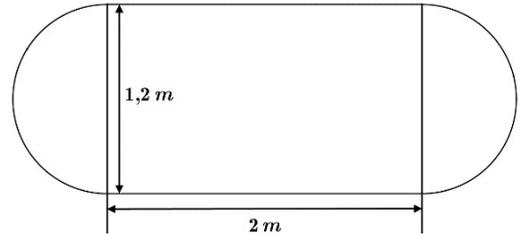
a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi  $m$ .

b) Tìm tất cả giá trị dương của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  sao cho

$$x_1^2 + x_2^2 = 9.$$

**Bài IV (3,5 điểm)**

1) Một chiếc bàn ăn có mặt bàn hình bầu dục được tạo bởi một mặt hình chữ nhật có kích thước  $1,2 \times 2 \text{ m}$  ghép với hai đầu là hai nửa hình tròn đường kính  $1,2 \text{ m}$  (như hình vẽ bên). Tính diện tích mặt bàn của chiếc bàn ăn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).



2) Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , đường kính  $AB$ . Lấy điểm  $C$  thuộc nửa đường tròn sao cho  $AC > CB$ . Hai tiếp tuyến tại  $A$  và  $C$  của nửa đường tròn ( $O$ ) cắt nhau tại  $M$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  và  $AC$ .

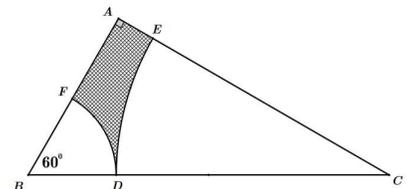
a) Chứng minh bốn điểm  $M, A, O, C$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $\triangle OAH \sim \triangle OMA$  và  $OB^2 = OH.OM$ .

c) Gọi  $E$  là giao điểm của đoạn thẳng  $MB$  và nửa đường tròn ( $O$ ). Đường thẳng  $AE$  cắt  $MO$  tại  $F$ . Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $F$  trên  $AB$ . Chứng minh  $\widehat{AHK} = \widehat{AFK}$  và  $HK$  vuông góc với  $HB$ .

**Bài V (0,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 60^\circ$  và  $AB = 3 \text{ cm}$ . Lấy một điểm  $F$  tùy ý trên cạnh  $AB$  sao cho  $BF > 1 \text{ cm}$ . Vẽ một phần đường tròn tâm  $B$ , bán kính  $BF$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Tiếp tục, vẽ một phần đường tròn tâm  $C$ , bán kính  $CD$  cắt cạnh  $AC$  tại  $E$ . Tìm vị trí điểm  $F$  trên  $AB$  để diện tích phần tô đậm là **lớn nhất**.

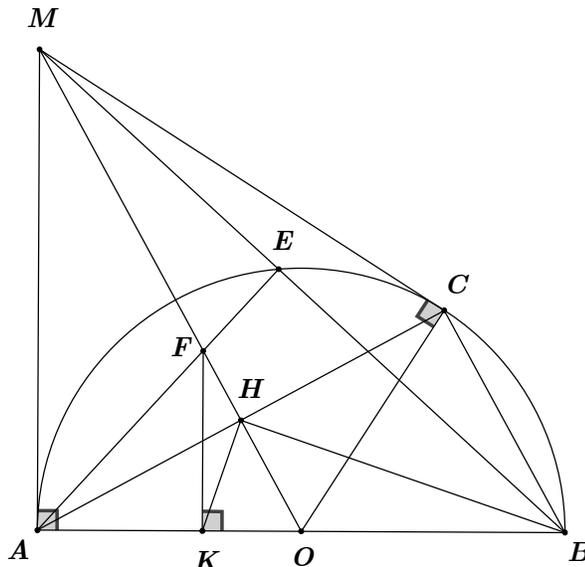


**HẾT**

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN - HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
<b>Bài I</b> <b>(2,0 đ)</b>	<b>1)</b> <b>(0,5đ)</b>	Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức $C$ , ta được: $C = \frac{2\sqrt{9} + 1}{\sqrt{9} - 1} = \frac{7}{2}.$	0,5
	<b>2)</b> <b>(1,0đ)</b>	$R = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{1 - x}$ $R = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{3 \cdot (\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$R = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$R = \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)}$	0,25
		$R = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
	<b>3)</b> <b>(0,5đ)</b>	$P = C.R = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1}$ $P - 2 = \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} - 2 = \frac{-1}{\sqrt{x} + 1}$	0,25
		Với mọi $x$ thỏa mãn ĐKXĐ: $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{-1}{\sqrt{x} + 1} < 0 \Rightarrow P - 2 < 0 \Rightarrow P < 2$	0,25
<b>Bài II</b> <b>(2,0đ)</b>	Đổi 15 phút = $\frac{1}{4}(h)$ Gọi vận tốc của người đó lúc đi từ $A$ đến $B$ là $x(km/h)(x > 0)$	0,25	
	Thời gian người đó đi từ $A$ đến $B$ là $\frac{90}{x}(h)$	0,25	
	Vận tốc người đó đi từ $B$ về $A$ là $x + 10(km/h)$	0,25	
	Thời gian người đó đi từ $B$ về $A$ là $\frac{100}{x + 10}(h)$	0,25	
	Vì thời gian lúc ít hơn thời gian lúc đi 15 phút nên ta có phương trình: $\frac{90}{x} - \frac{100}{x + 10} = \frac{1}{4}.$	0,25	
	Giải phương trình được: $x = 40$ (TM) hoặc $x = -90$ (L)	0,5	
	Kết luận	0,25	

<b>Bài III</b> <b>(2,0 đ)</b>	<b>1</b> <b>(0,5đ)</b>	Thay $m = 2$ và $v = 5,4$ vào công thức $E = \frac{1}{2}mv^2$ , ta được:	0,25
		$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (5,4)^2 = 29,16 \text{ (J)}$ .	0,25
	<b>2a</b> <b>(0,75 đ)</b>	Tính được: $\Delta = m^2 + 16$ .	0,25
		Vì $m^2 + 16 \geq 16 > 0$ nên $\Delta > 0$ với mọi $m$ .	0,25
		Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m$ .	0,25
	<b>2b</b> <b>(0,75 đ)</b>	Áp dụng định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases}$ .	0,25
Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 9$ $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 9$ $m^2 - 2 \cdot (-4) = 9$ $m^2 = 1$ $m = \pm 1$		0,25	
Mà $m$ <b>đương</b> nên ta nhận $m = 1$		0,25	
<b>Bài IV</b> <b>(3,5 đ)</b>	<b>1)</b>	Diện tích <b>hai nửa hình tròn</b> là: $S_1 = \pi \cdot (0,6)^2 = 0,36\pi \text{ (m}^2\text{)}$ .	0,25
		Diện tích mặt bàn là: $S = 0,36\pi + 1,2 \cdot 2 = 0,36\pi + 2,4 \approx 3,5304 \text{ (m}^2\text{)}$ .	0,25
	<b>2a)</b>		0,25
		(vẽ hình đúng đến câu 1)	
		Chứng minh được: $\triangle MAO$ ; $\triangle MCO$ là các tam giác vuông.	0,25
		Vì tam giác $MAO$ vuông tại $A$ nên $A$ thuộc đường tròn đường kính $MO$ (1).	0,25
		Vì tam giác $MCO$ vuông tại $C$ nên $C$ thuộc đường tròn đường kính $MO$ (2).	0,25
		Từ (1) và (2) suy ra $M, A, O, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính $MO$	0,25
	<b>2b)</b>	Chứng minh được: $AC \perp OM$ .	0,25
		Chứng minh được: $\triangle OAH \sim \triangle OMA$ (g.g)	0,25

		Suy ra: $\frac{OA}{OM} = \frac{OH}{OA} \Rightarrow OA^2 = OH \cdot OM.$	0,25
		Suy ra: $OB^2 = OH \cdot OM.$	0,25
		Chứng minh được: $AFHK$ là tứ giác nội tiếp	0,25
		Suy ra: $\widehat{AHK} = \widehat{AFK}$	0,25
		Chứng minh được: $\triangle OBH \sim \triangle OMB$ (c.g.c) Ta có: $\widehat{AFK} = \widehat{MAE}$ ( $FK \parallel MA$ ). $\widehat{MAE} = \widehat{ABE}$ (cùng phụ góc $EAB$ ) $\widehat{ABE} = \widehat{BHO}$ (do $\triangle OBH \sim \triangle OMB$ ) Từ đây suy ra: $\widehat{AHK} = \widehat{BHO} \Rightarrow BH \perp HK.$	0,25
		Gọi độ dài $BF$ bằng: $x$ (cm) ( $1 < x < 3$ ). Độ dài $BD = x$ (cm) Độ dài $CD$ bằng: $6 - x$ (cm) Diện tích hình quạt $BFD$ là: $S_1 = \frac{1}{6} \pi x^2$ (cm <sup>2</sup> ). Diện tích hình quạt $CED$ là: $S_2 = \frac{1}{12} \pi (6 - x)^2$ (cm <sup>2</sup> ).	0,25
	<b>Bài V (0,5 đ)</b>	Vì diện tích tam giác $ABC$ không đổi nên để diện tích phần tô đậm lớn nhất thì $S = S_1 + S_2$ phải đạt GTNN. $S = \frac{1}{12} \pi \cdot [2x^2 + (6 - x)^2]$ $= \frac{1}{4} \pi \cdot (x^2 - 4x + 12)$ $= \frac{1}{4} \pi \cdot [(x - 2)^2 + 8] \geq 2\pi$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$ . Vậy $F$ thuộc $AB$ sao cho $BF = 2$ cm thì diện tích phần tô đậm là lớn nhất.	0,25