

(Đề thi có 04 trang)

Họ, tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi 001

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 3$.

Câu 2. Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A. 0,4252. B. 0,5268. C. 0,5314. D. 0,6214.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Câu 5. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 2$. Giá trị $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. -1. B. 6. C. 1. D. 5.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

- A. $(SAC) \perp (ABC)$. B. $(SAB) \perp (ABC)$. C. $(SAB) \perp (SBC)$ D. $(SAC) \perp (SBC)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3	1		$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 8. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = -5$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = 8$. D. $u_5 = -7$.

Câu 9. Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{4}{3}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{2}{5}}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2} \leq 25$ là

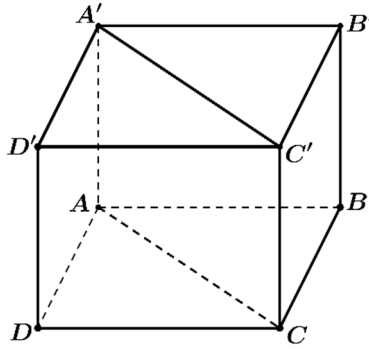
A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



A. 1.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 12. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025 \sin x$.

A. $\int 2025 \sin x dx = \sin 2025x + C$.

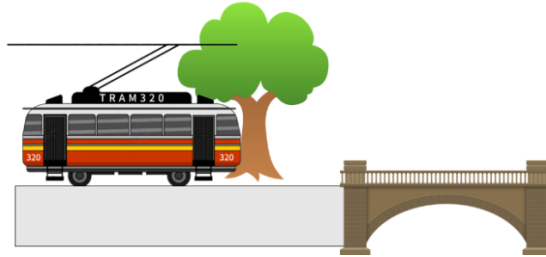
B. $\int 2025 \sin x dx = \sin^{2025} x + C$.

C. $\int 2025 \sin x dx = -2025 \cos x + C$.

D. $\int 2025 \sin x dx = 2025 \cos x + C$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,004t$ (m/s^2) và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 90 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



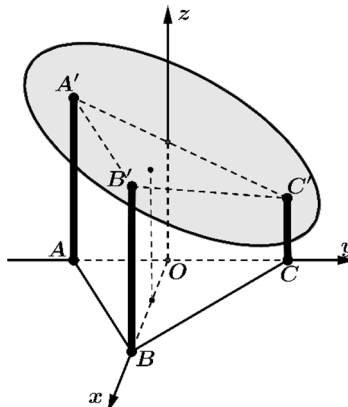
a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 4 \cdot 10^{-3} t^2$ (m/s).

b) Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc 58,32 (km/h).

c) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 486 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

d) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell = 144$ (m).

Câu 2. Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là 8m, 9m, 10m. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 6m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).



- a) Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\vec{n} = (0;1;3)$ làm vectơ pháp tuyến.
- b) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ 27° đến 35° thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.
- c) Tọa độ các điểm $A'(0;-3;10), B'(3\sqrt{3};0;9), C'(0;3;8)$.
- d) Mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{k} = (0;1;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Câu 3. Một kho hàng có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II, tất cả với bề ngoài giống hệt nhau. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

- a) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.
- b) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
- c) Xác suất chọn được thùng hàng loại II và đã được kiểm định bằng 38,4%.
- d) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + x$.

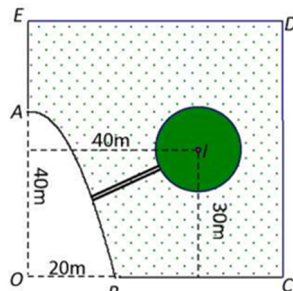
- a) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là π .
- b) Trên đoạn $[0; \pi]$, phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.
- c) $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$.
- d) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x + 1$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?

Câu 2. Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 12m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:

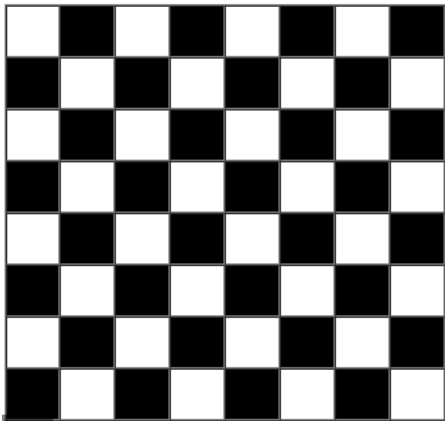
- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.



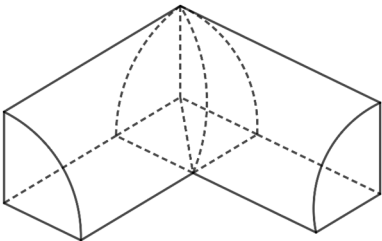
Câu 3. Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 4. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được

chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $T = 3a + b$ bằng bao nhiêu?



Câu 5. Trong quy hoạch hạ tầng tuyến tàu điện Cát Linh- Hà Đông, để đảm bảo an toàn cho người dân cũng như khách du lịch, người ta thiết kế lan can bằng inox với hình dáng hai trục hình trụ vuông góc với nhau (như hình vẽ). Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính 12 cm , Tính thể tích của khối (H) .



Câu 6. Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80500 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Chiều cao của kim tự tháp là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



----- HẾT -----

Phần	I	II	III																					
Số câu	12	4	6																					
Câu\Mã Đề	001	003	005	007	009	011	013	015	017	019	021	023	002	004	006	008	010	012	014	016	018	020	022	024
1	C	B	A	D	A	A	A	D	D	B	A	B	D	D	D	D	C	C	C	D	C	A	B	D
2	B	B	B	B	B	A	D	A	A	C	C	C	C	D	B	A	B	A	D	B	B	C	D	C
3	B	A	C	B	A	A	B	C	A	A	B	A	B	A	C	A	D	A	B	A	B	C	A	A
4	B	A	D	D	C	D	D	C	A	A	B	A	D	C	A	B	A	D	D	A	D	B	A	D
5	D	C	C	D	C	D	A	B	B	D	C	C	B	D	B	B	D	C	A	B	C	B	C	D
6	D	D	C	D	C	A	D	B	D	B	D	A	C	D	A	A	A	D	D	D	B	C	B	A
7	C	B	D	D	B	D	C	B	D	A	D	C	B	A	A	B	C	B	A	A	C	D	A	A
8	A	B	B	A	A	D	A	D	D	A	B	C	B	B	C	C	A	B	A	C	A	D	A	C
9	C	A	D	C	D	C	C	A	A	D	B	A	D	C	D	A	A	C	B	C	A	B	D	B
10	C	C	C	B	D	B	B	D	B	C	C	C	D	A	D	D	C	C	A	A	C	C	B	D
11	A	D	D	A	B	C	D	B	D	A	A	A	D	D	C	A	B	B	B	B	B	B	D	D
12	C	C	C	D	D	B	B	B	D	D	B	C	B	D	C	A	A	A	D	B	D	C	B	C
1	SDSD	SSDD	DSDS	DDSD	SDSD	DSDD	DSDS	DSDS	SDDS	DSSD	DDSD	DDSS	DSSS	SDSD	DSDS	SDSD	SDDS	SSDS	DSSS	DDSS	DSSS	DDSS	DSSS	SDDSS
2	DSDS	DSDS	DDDS	SDDS	SSDD	DDSS	DDSS	SSDD	DSDS	DSSD	SDDS	DSSD	DSDS	SSDD	SSSD	SSSD	DDSS	SDSS	SSDD	DDSS	SDSD	SDSS	SSDD	DSSS
3	SDSD	DSDD	SSDD	SSDD	DSDS	DSDS	SSDD	DSDD	SDDD	SDDS	SDDS	DSDS	SDSD	SSSD	DSSS	SSSD	DSSS	DSDS	SDSS	DSSS	DSSS	SDSS	SSDS	SSDD
4	DDDS	SDSD	DSSD	SDSD	SDDD	SDDS	SDDD	SDDS	DSDS	DDSD	SSDD	DSDD	DSSS	DSSS	DSSD	DSSD	DSSS	SDSD	DSDS	SSDS	DDSS	SSDD	DSSD	DSSS
1	16,8	16,8	16,8	16,8	231	16,8	16,8	1152	231	98	200	16,8	221	250	104	221	104	250	104	221	2250	104	221	15,7
2	15,7	15,7	1152	98	1152	15,7	15,7	16,8	16,8	1152	15,7	1152	15,7	104	221	15,7	250	15,7	15,7	250	221	250	250	2250
3	200	200	200	1152	16,8	98	200	15,7	15,7	15,7	16,8	98	250	15,7	15,7	104	221	2250	221	104	15,7	2250	2250	6
4	231	231	98	15,7	15,7	1152	231	200	1152	16,8	231	15,7	2250	6	2250	6	15,7	221	6	2250	250	221	15,7	104
5	1152	98	231	200	98	231	1152	98	98	200	98	231	104	2250	6	250	2250	104	250	15,7	104	15,7	104	250
6	98	1152	15,7	231	200	200	98	231	200	231	1152	200	6	221	250	2250	6	6	2250	6	6	6	6	221

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(0;4;-1)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2} \leq 25$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5^{x+2} \leq 25 \Leftrightarrow 5^{x+2} \leq 5^2 \Leftrightarrow x+2 \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; 0]$.

Câu 4. Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5 = 8$.

B. $u_5 = 1$.

C. $u_5 = -5$.

D. $u_5 = -7$.

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4(-2) = -5$.

Câu 5. Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$.

B. $a^{\frac{2}{5}}$.

C. $a^{\frac{5}{6}}$.

D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

$$P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$$

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025 \sin x$.

A. $\int 2025 \sin x dx = -2025 \cos x + C$.

B. $\int 2025 \sin x dx = 2025 \cos x + C$.

C. $\int 2025 \sin x dx = \sin^{2025} x + C$.

D. $\int 2025 \sin x dx = \sin 2025x + C$.

Câu 7. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 g(x) dx = 2$. Giá trị $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. -1.

D. 6.

Câu 8. Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A.** 0,4252. **B.** 0,5314. **C.** 0,6214. **D.** 0,5268.

Lời giải

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Số trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = \frac{2 \cdot 5,25 + 8 \cdot 5,75 + 15 \cdot 6,25 + 10 \cdot 6,75 + 5 \cdot 7,25}{40} = 6,35$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm:

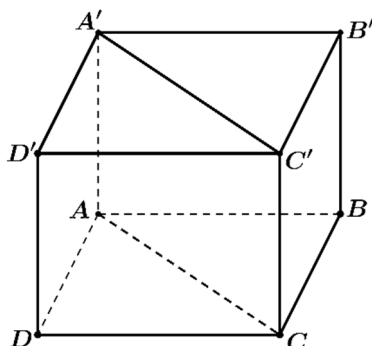
$$s^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 5,25^2 + 8 \cdot 5,75^2 + 15 \cdot 6,25^2 + 10 \cdot 6,75^2 + 5 \cdot 7,25^2) - 6,35^2 = 0,2775$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,2775} \approx 0,5268$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

- A.** $(SAB) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (SBC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$

Câu 10. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3	1		$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 3$.

D. $x = -2$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + x$.

a) $f(0) = 0$; $f'(\pi) = \pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x + 1$.

c) Trên đoạn $[0; \pi]$, phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là π .

Lời giải

a) Đúng.

Thay $x = 0$ và $x = \pi$ vào hàm số ta được $f(0) = 0$ và $f(\pi) = \pi$.

(b) Sai.

Đạo hàm của $\sin 2x$ là $2\cos 2x$, đạo hàm của x là 1. Do đó $f'(x) = 2\cos 2x + 1$.

(c) Đúng.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.

(d) Đúng.

$$\text{Ta có } f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}, f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3} \text{ và } f(\pi) = \pi.$$

Vì $0 < -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3} < \pi$ nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là π .

Câu 14. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,004t$ (m/s^2) và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 90 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 4 \cdot 10^{-3} t^2$ (m/s).

b) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell = 144$ (m).

c) Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc 58,32 (km/h).

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 486 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Lời giải

(a) Sai: Vận tốc của tàu là $v(t) = \int a(t) dt = \int 0,004t dt = 0,002t^2 + C(\text{m/s})$

với $v(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v(t) = 0,002t^2 = 2 \cdot 10^{-3} t^2 (\text{m/s})$

(b) Đúng: Chiều dài của đoàn tàu bằng quãng đường tàu đi trong 60 giây đầu tiên và bằng

$$l = \int_0^{60} v(t) dt = \int_0^{60} 2 \cdot 10^{-3} t^2 dt = 144 \text{ m.}$$

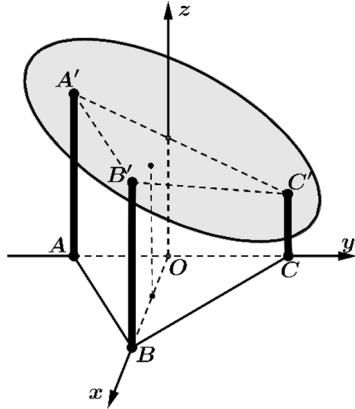
(c) Đúng: Sau 90 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc:

$$v(90) = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 90^2 = 16,2 (\text{m/s}) = 58,32 (\text{km/h})$$

(d) Sai: Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 486 (m).

Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian $t = \frac{486 + 144}{16,2} \approx 38,89$ giây.

Câu 15. Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là 8m, 9m, 10m. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 6m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia Oz cùng hướng với vector $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).



a) Tọa độ các điểm $A'(0; -3; 10)$, $B'(3\sqrt{3}; 0; 9)$, $C'(0; 3; 8)$.

b) Mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{k} = (0; 1; 0)$ làm vector pháp tuyến.

c) Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\vec{n} = (0; 1; 3)$ làm vector pháp tuyến.

d) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ 27° đến 35° thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

Lời giải

(a) Đúng: $A(0; -3; 0)$, $B(3\sqrt{3}; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$ và $A'(0; -3; 10)$, $B'(3\sqrt{3}; 0; 9)$, $C'(0; 3; 8)$

(b) Sai: Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

(c) Đúng: $\overrightarrow{A'B'} = (3\sqrt{3}; 3; -1)$; $\overrightarrow{A'C'} = (0; 6; -2)$, khi đó vector pháp tuyến của $(A'B'C')$ là:

$$\vec{n} = [\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}] = (0; 6\sqrt{3}; 18\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} (0; 1; 3)$$

Vậy Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'C')$ là: $\vec{n} = (0; 1; 3)$.

(d) Sai: Vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là: $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Khi đó: $\cos((ABC), (A'B'C')) = \frac{|3|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ nên $((ABC), (A'B'C')) \approx 18^\circ$ nên mái nhà

không ở mức tiêu chuẩn.

Câu 16. Một kho hàng có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II, tất cả với bề ngoài giống hệt nhau. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

- a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48% .
b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II và đã được kiểm định bằng 38,4%.
c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi A là biến cố: “Chọn được thùng hàng loại I”.

B là biến cố: “Chọn được thùng hàng đã được kiểm định”.

Theo bài ra ta có $P(B|A) = 80\%, P(B|\bar{A}) = 85\%$

(a) Đúng

Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P(A) = \frac{480}{1000} = 48\%$.

(b) Sai

Ta có $P(\bar{A}) = \frac{520}{1000} = 52\%, P(B|\bar{A}) = 85\%$.

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 52\% \cdot 85\% = 44,2\%.$$

(c) Đúng

Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 48\% \cdot 80\% + 52\% \cdot 85\% = 82,6\%$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 17,4\%$

(d) Sai

Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định. Khi đó:

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{48\% \cdot (1 - 80\%)}{17,4\%} = \frac{16}{29}.$$

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{52\% \cdot (1 - 85\%)}{17,4\%} = \frac{13}{29}.$$

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I **cao hơn** xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

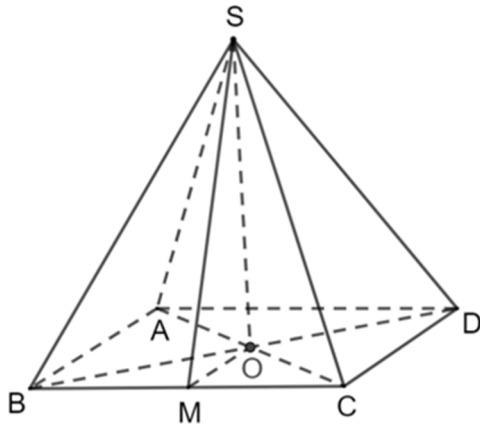
- Câu 17.** Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề mặt tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80500 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Chiều cao của kim tự tháp là bao nhiêu m

(làm tròn đến hàng đơn vị).



<Key=98>

Lời giải



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy.
Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80500$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80500$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 98m$$

Đáp án: 98

Câu 18. Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?

<Key=16,8>

Lời giải

Đáp án: 16,8

Do máy bay bay trên đường thẳng đi qua hai điểm $(200; 70; 118)$ và $(80; 105; 113)$ nên quỹ đạo bay

$$\text{của máy bay là đường thẳng có phương trình: } \begin{cases} x = 200 - 24t \\ y = 70 + 7t \\ z = 118 - t \end{cases}$$

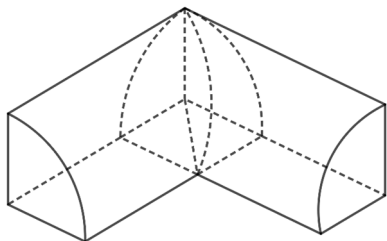
Sau 50 giây, độ cao của máy bay giảm 400 m, tức là cao độ của máy bay giảm đi 4. Do máy bay bay với vận tốc không đổi nên sau 25 giây, độ cao của máy bay sẽ giảm đi thêm 200 m, tức là cao độ giảm đi thêm 2. Khi đó, tại thời điểm này, cao độ của máy bay là $118 - 4 - 2 = 112$.

Xét phương trình $118 - t = 112 \Leftrightarrow t = 6$. Khi đó, sau 75 giây, tọa độ của máy bay là:

$$\begin{cases} x_0 = 200 - 24 \cdot 6 = 56 \\ y_0 = 70 + 7 \cdot 6 = 112 \\ z_0 = 118 - 6 = 112 \end{cases}$$

Khoảng cách từ sân bay đến máy bay khi đó là $S = \sqrt{5600^2 + 11200^2 + 11200^2} = 16800(m)$

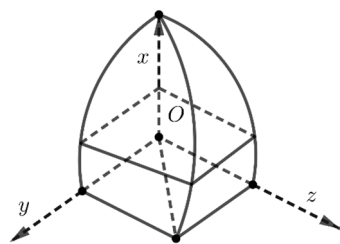
- Câu 19.** Trong quy hoạch hạ tầng tuyến tàu điện Cát Linh- Hà Đông, để đảm bảo an toàn cho người dân cũng như khách du lịch, người ta thiết kế lan can bằng inox với hình dáng hai trục hình trụ vuông góc với nhau (như hình vẽ). Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính 12 cm , Tính thể tích của khối (H) .



<Key=1152>

Lời giải

Trả lời: 1152



Đặt hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, xét mặt cắt song song với mp (Oyz) cắt trục Ox tại x thiết diện mặt cắt luôn là hình vuông có cạnh $\sqrt{12^2 - x^2}$ ($0 \leq x \leq 12$) (cm).

Do đó thiết diện mặt cắt có diện tích: $S(x) = 12^2 - x^2 = 144 - x^2$ (cm^2).

$$\text{Vậy } V_{(H)} = \int_0^{12} S(x) dx = \int_0^{12} (144 - x^2) dx = \left(144x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^{12} = 1152 (\text{cm}^3).$$

- Câu 20.** Một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

<Key=200>

Lời giải

Giá mỗi suất buffe ban đầu là 300 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất.

Gọi x là số lần giảm giá 10 ngàn đồng, số lượng suất buffe tăng lên $10x$ suất.

Giá bán một suất buffe sau khi giảm là $300 - 10x$ ngàn đồng.

Số lượng buffe bán được tương ứng là $100 + 10x$ suất.

Doanh thu $Q(x) = (100 + 10x) \cdot (300 - 10x) = -100x^2 + 2000x + 30000$.

Ta có $Q'(x) = -200x + 2000 = 0 \Leftrightarrow x = 10$.

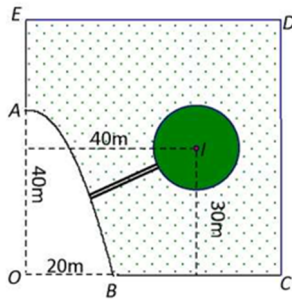
Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên ta thấy doanh thu $Q(x)$ lớn nhất khi $x = 10$ (giảm giá vé 10 lần).

Vậy để doanh thu trong một ngày lớn nhất, nhà hàng cần bán một suất buffe với giá $300 - 10 \cdot 10 = 200$ ngàn đồng.

- Câu 21.** Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 12m , người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục), biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m ;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m .



<Key=15,7>

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc như sau: Gốc O, chiều dương trục hoành là tia OC, chiều dương trục tung là tia OE, đơn vị hai trục là đơn vị độ dài (1m). Khi đó ta có phương trình Parabol là: $y = -\frac{1}{10}x^2 + 40$ và phương trình đường tròn là: $(x-40)^2 + (y-30)^2 = 144$

Đường tròn có tâm $I(40;30)$ và bán kính $R = 12$.

Lấy điểm $M\left(t; -\frac{1}{10}t^2 + 40\right)$ (với $0 \leq t \leq 20$) nằm trên parabol thì khoảng cách ngắn nhất từ M đến

đường tròn là $IM - R = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 12$

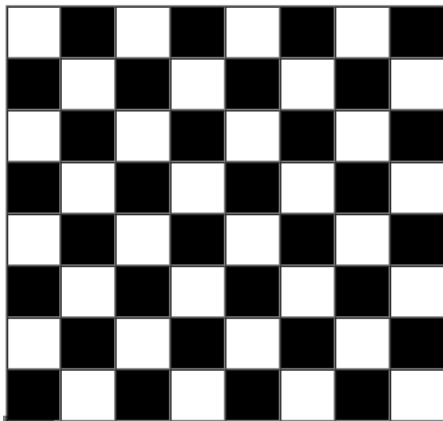
Tìm GTNN của hàm số $f(t) = \frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700$ trên đoạn $[0; 20]$ ta được

$\min_{[0;20]} f(t) \approx 768,0877$

Do đó độ dài ngắn nhất $l \approx \sqrt{768,0877} - 12 \approx 15,7$.

Đáp án: 15,7.

Câu 22. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $T = 3a + b$ bằng bao nhiêu?



<Key=231>

Lời giải

Bàn cờ 8×8 cần 9 đoạn thẳng nằm ngang và 9 đoạn thẳng dọc. Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi các đường thẳng $x = 0, x = 1, \dots, x = 8$ và $y = 0, y = 1, \dots, y = 8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đường thẳng x và hai đường thẳng y nên có $C_9^2 \cdot C_9^2$ hình chữ nhật hay không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 \cdot C_9^2 = 1296$.

Gọi A là biến cố hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4.

Trường hợp 1: $a = 5$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 5 đơn vị có $4.4 = 16$ cách chọn.

Trường hợp 2: $a = 6$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 6 đơn vị có $3.3 = 9$ cách chọn.

Trường hợp 3: $a = 7$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 7 đơn vị có $2.2 = 4$ cách chọn.

Trường hợp 4: $a = 8$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 8 đơn vị có $1.1 = 1$ cách chọn.

Do đó $n(A) = 16 + 9 + 4 + 1 = 30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{30}{1296} = \frac{5}{216}.$$

Khi đó $T = 3a + b = 231$