

Câu 1: (5,0 điểm)

1. Tính một cách hợp lí (nếu có thể):

$$\text{a) } A = \left(\frac{-5}{3} + \frac{5}{11} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{2}{3} + \frac{17}{11} \right) : \frac{7}{12} \quad \text{b) } B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

2. Tính giá trị các biểu thức sau: $M = a + 3b + 2c$ biết $a + b = 5$; $b + c = -8$.

Câu 2: (3,5 điểm)

1. Tìm x biết:

$$\text{a) } \frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x \right) = - \left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13} \right)$$

$$\text{b) } |x+1| + |x+2| + |x+3| + |x+4| = 10x$$

2. Tìm các số x, y thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $4x = 5y$ và $x^2 - y^2 = 1$

Câu 3: (3,5 điểm)

1. Gieo ngẫu nhiên con xúc xắc một lần, tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố”.

b) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số”.

2. Một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật dài 18m, rộng 4,5m và sâu 2,2m. Người ta lát ở đáy và xung quang hồ bơi bằng những viên gạch men hình vuông cạnh 2dm (biết rằng diện tích mạch vữa không đáng kể).

a) Tính diện tích gạch cần lát và số viên gạch cần dùng?

b) Biết một hộp gạch có 10 viên với giá tiền là 145 000 đồng/hộp. Tính số tiền cần dùng để mua gạch?

Câu 4: (1,5 điểm)

Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Biết chiều rộng các thửa ruộng A, B, C lần lượt tỉ lệ thuận với 4, 5, 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và thửa ruộng C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?

Câu 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ AH vuông góc với BC. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho $HD = HA$.

a) Chứng minh: $BD = BA$.

b) Trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BA = BF$, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AH = AE$. Chứng minh rằng: AF là tia phân giác của $\widehat{HAE}$.

c) Chứng minh $BC - AB > AC - AH$.

Câu 6: (0,5 điểm).

Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{2a + b + c + d}{a} = \frac{a + 2b + c + d}{b} = \frac{a + b + 2c + d}{c} = \frac{a + b + c + 2d}{d}$

Tìm giá trị của biểu thức M, biết $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

-----HẾT-----

Câu 1: (5 điểm) 1. Tính một cách hợp lí (Nếu có thể): a) $A = \left(\frac{-5}{3} + \frac{5}{11} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{2}{3} + \frac{17}{11} \right) : \frac{7}{12}$ b) $B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ 2. Tính giá trị các biểu thức sau: $M = a + 3b + 2c$, biết $a + b = 5$; $b + c = -8$.		
1a (1,5)	$A = \left(\frac{-5}{3} + \frac{5}{11} \right) : \frac{7}{12} + \left(\frac{2}{3} + \frac{17}{11} \right) : \frac{7}{12}$	
	$A = \left(\frac{-5}{3} + \frac{5}{11} \right) \cdot \frac{12}{7} + \left(\frac{2}{3} + \frac{17}{11} \right) \cdot \frac{12}{7}$	0,25
	$A = \frac{12}{7} \cdot \left(\frac{-5}{3} + \frac{5}{11} + \frac{2}{3} + \frac{17}{11} \right)$	0,25
	$A = \frac{12}{7} \cdot \left[\left(\frac{-5}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{5}{11} + \frac{17}{11} \right) \right]$	0,25
	$A = \frac{12}{7} \cdot [(-1) + 2]$	0,25
	$A = \frac{12}{7} \cdot 1$	0,25
	$A = \frac{12}{7}$	0,25
1b (2,0)	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$	
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$	0,5
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$	0,5
	$B = \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$	0,5
	$B = \frac{1}{6} - \frac{-10}{3}$	0,25
	$B = \frac{7}{2}$	0,25
2 (1,5)	Ta có: $M = a + 3b + 2c$ $M = (a + b) + 2b + 2c$	0,5

	$M = (a + b) + 2(b + c)$	0,5
	Thay $a + b = 5$; $b + c = -8$ vào $M = (a + b) + 2(b + c)$ ta được: $M = 5 + 2(-8) = 5 + (-16) = -11.$	0,5
Câu 2: (3,5 điểm)		
1. Tìm x biết:		
a) $\frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x\right) = -\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13}\right)$		
b) $ x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 10x$		
2. Tìm các số x, y thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $4x = 5y$ và $x^2 - y^2 = 1$		
1a (1,0)	$\frac{11}{13} - \left(\frac{5}{42} - x\right) = -\left(\frac{15}{28} - \frac{11}{13}\right)$	
	$\frac{11}{13} - \frac{5}{42} + x = -\frac{15}{28} + \frac{11}{13}$	0,25
	$x = -\frac{15}{28} + \frac{11}{13} - \frac{11}{13} + \frac{5}{42}$	0,25
	$x = -\frac{15}{28} + \frac{5}{42}$	0,25
	$x = \frac{-35}{84}$ $x = \frac{-5}{12}$	0,25
1b (1,5)	$ x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 10x$ (1) Chứng minh $ x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 \geq 0 \forall x$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow 10x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$ Vì $x + 1 > 0$; $x + 2 > 0$; $x + 3 > 0$; $x + 4 > 0$ Suy ra $ x + 1 = x + 1$; $ x + 2 = x + 2$; $ x + 3 = x + 3$; $ x + 4 = x + 4$ (3)	0,5
	Từ (1) và (3) Suy ra $x + 1 + x + 2 + x + 3 + x + 4 = 10x$ Suy ra $4x + 10 = 10x$	0,5
	Suy ra $6x = 10$ Suy ra $x = \frac{5}{3}$ (thỏa mãn $x \geq 0$). Vậy $x = \frac{5}{3}$ là giá trị cần tìm.	0,25
2 (1,0)	Ta có: $4x = 5y$ Suy ra: $\frac{x}{5} = \frac{y}{4} = k$	0,25

	Suy ra: $x = 5k; y = 4k$	0,25
	Ta có: $(5k)^2 - (4k)^2 = 1$ $9k^2 = 1$	0,25
	$k = \pm \frac{1}{3}$ Vậy $x = \pm \frac{5}{3}; y = \pm \frac{4}{3}$	0,25
Câu 3: (3,5 điểm)		
1. Gieo ngẫu nhiên con xúc xắc một lần, tính xác suất của mỗi biến cố sau: a) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố”. b) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số”. 2. Một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật dài 18m, rộng 4,5m, sâu 2,2m. Người ta lát ở đáy và xung quanh bể bơi bằng những viên gạch men hình vuông cạnh 2dm (biết rằng diện tích mạch vữa không đáng kể). a) Tính diện tích gạch cần lát và số viên gạch cần dùng? b) Biết một hộp gạch có 10 viên với giá tiền là 145 000 đồng/hộp. Tính số tiền cần dùng để mua gạch?		
1 (2,0)	Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm xuất hiện khi gieo xúc xắc là: $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	0,5
	Số phần tử của tập hợp B là 6.	0,5
	a) Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố” là 2, 3, 5. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	0,25
	b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số” là 4, 6. Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	0,25
2 (1,5)	Diện tích xung quanh của bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật là: $2 \cdot (18 + 4,5) \cdot 2,2 = 99(m^2)$	0,5
	Diện tích đáy bể hình chữ nhật là: $18 \cdot 4,5 = 81(m^2)$	0,25
	Diện tích gạch cần dùng là: $81 + 99 = 180(m^2)$	0,25
	Diện tích một viên gạch là: $2 \cdot 2 = 4(dm^2) = 0,4(m^2)$	0,25

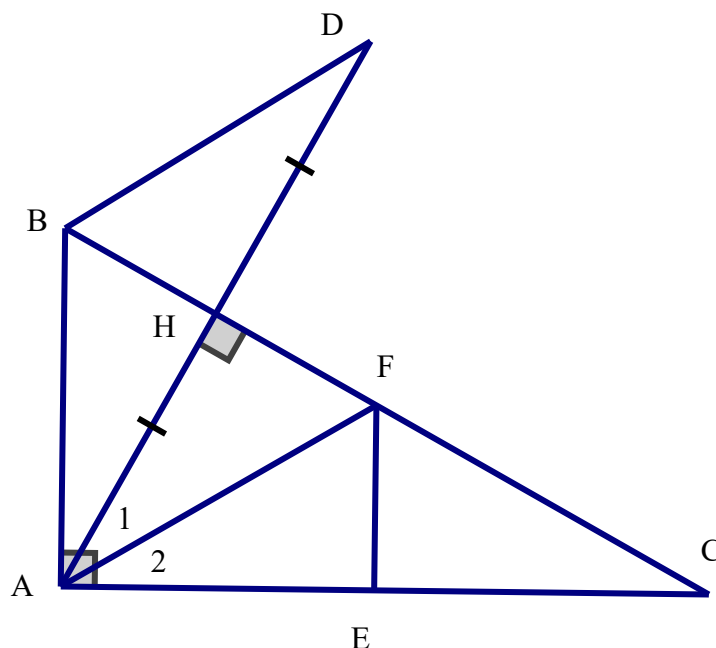
	Số tiền cần mua gạch là: $180 : 0,4.145000 = 65250000$ (đồng).	0,25
Câu 3: (3,5 điểm)		
1. Gieo ngẫu nhiên con xúc xắc một lần, tính xác suất của mỗi biến cố sau: a) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố”. b) “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số”. 2. Một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật dài 18m, rộng 4,5m và sâu 2,2m. Người ta lát ở đáy và xung quang hồ bơi bằng những viên gạch men hình vuông cạnh 2dm (biết rằng diện tích mạch vữa không đáng kể). a) Tính diện tích gạch cần lát và số viên gạch cần dùng? b) Biết một hộp gạch có 10 viên với giá tiền là 145 000 đồng/hộp. Tính số tiền cần dùng để mua gạch?		
1 (1,5)	a) Tập hợp gồm các kết quả có thể xảy ra đối với số chấm xuất hiện khi gieo xúc xắc là: $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$	0,25
	Số phần tử của tập hợp B là 6.	0,25
	Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số nguyên tố” là 2, 3, 5.	0,25
	Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	0,25
	b) Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố “Mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là hợp số” là 4, 6.	0,25
2 (2,0)	Vì thế xác suất của biến cố đó là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	0,25
	Diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật là: $2.(18 + 4,5).2,2 = 99(m^2)$	0,5
	Diện tích đáy bể hình chữ nhật là: $18.4,5 = 81(m^2)$	0,25
	Diện tích gạch cần dùng là: $81 + 99 = 180(m^2)$	0,25
	Diện tích một viên gạch là: $2.2 = 4(dm^2) = 0,4(m^2)$	0,5
	Số tiền cần mua gạch là: $180 : 0,4.185000 = 13320000$ (đồng).	0,5
Bài 4: (1,5 điểm)		
Ba thửa ruộng hình chữ nhật A, B, C có cùng diện tích. Biết chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6. Chiều dài của thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài của thửa ruộng B và thửa ruộng C là 42 m. Tính chiều dài mỗi thửa ruộng?		
	Gọi chiều rộng các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: a; b; c (m). Gọi chiều dài các thửa ruộng hình chữ nhật A; B; C lần lượt là: x; y; z (m) (Điều kiện: $0 < a < x$; $0 < b < y$; $0 < c < z$)	0,25

Chiều rộng các thửa ruộng A; B; C lần lượt tỉ lệ thuận với 4; 5; 6 nên $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{6}$	0,25
Vì chiều dài thửa ruộng A nhỏ hơn tổng chiều dài thửa ruộng B và C là 42m nên ta có: $y + z - x = 42$ (m)	0,25
Vì ba thửa ruộng hình chữ nhật có cùng diện tích nên: $ax = by = cz$ Suy ra $4.x.\frac{a}{4} = 5.y.\frac{b}{5} = 6.z.\frac{c}{6}$	0,25
Suy ra: $4x = 5y = 6z$ Suy ra $\frac{4x}{60} = \frac{5y}{60} = \frac{6z}{60}$	0,25
Suy ra $\frac{x}{15} = \frac{y}{12} = \frac{z}{10}$ Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra $x = 90; y = 72; z = 60$ Vậy chiều dài của các thửa ruộng A; B; C lần lượt là: 90 m; 72m; 60m	0,25

Bài 5: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Kẻ AH vuông góc với BC. Trên tia đối của tia HA lấy điểm D sao cho $HD = HA$.

- Chứng minh: $BD = BA$.
- Trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $BA = BF$, trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AH = AE$. Chứng minh rằng: AF là tia phân giác của $\widehat{HAE}$.
- Chứng minh $BC - AB > AC - AH$.



a	Vẽ hình đúng đủ làm câu a	0,5
---	---------------------------	-----

(2,0)	Vì $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHB} = \widehat{DHB} = 90^\circ$	0,25
	Xét $\triangle AHB$ và $\triangle DHB$ Ta có: $HA = HD$ (GT) $\widehat{AHB} = \widehat{DHB} = 90^\circ$ Cạnh BH là cạnh chung	0,75
	Suy ra $\triangle AHB = \triangle DHB$ (c.g.c)	0,25
	Suy ra $BA = BD$ (Hai cạnh tương ứng)	0,25
b (2,0)	Xét tam giác ABC vuông tại A Ta có $\widehat{BAF} + \widehat{A_2} = 90^\circ$ (Hai góc phụ nhau)	0,5
	Xét tam giác AHF vuông tại H $\widehat{AFB} + \widehat{A_1} = 90^\circ$ (Hai góc phụ nhau)	0,5
	Xét $\triangle ABF$ có $AB = BF$ (GT) nên $\triangle ABF$ cân tại B	0,25
	Suy ra $\widehat{BAF} = \widehat{BFA}$. Nên $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$	0,25
	Suy ra AF là tia phân giác của $\widehat{HAE}$	0,5
c (2,0)	Xét $\triangle AHF$ và $\triangle AEF$ Ta có: $AH = AE$ (GT) $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ (Chứng minh b) Cạnh AF là cạnh chung Suy ra $\triangle AHF = \triangle AEF$ (c.g.c)	0,5
	Suy ra $\widehat{AHF} = \widehat{AEF}$ (2 góc tương ứng) mà $\widehat{AHF} = 90^\circ$ nên $\widehat{AEF} = 90^\circ$ Suy ra tam giác EFC vuông tại E	0,5
	Xét $\triangle EFC$ vuông tại E Nên $FC > EC$ (Quan hệ giữa cạnh và góc đối diện)	0,25
	Ta có: $FC + BF + AH > EC + BF + AE$ (vì $AH = AE$) $BC + AH > AC + AB$ (vì $BF = AB$) $BC - AB > AC - AH$ (đpcm).	0,75

Bài 6: (0,5 điểm).

Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$

Tìm giá trị của biểu thức M , biết $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

	Mỗi tỉ số đã cho đều bớt đi 1 ta được: $\frac{2a+b+c+d}{a}-1=\frac{a+2b+c+d}{b}-1=\frac{a+b+2c+d}{c}-1=\frac{a+b+c+2d}{d}-1$ $\frac{a+b+c+d}{a}=\frac{a+b+c+d}{b}=\frac{a+b+c+d}{c}=\frac{a+b+c+d}{d}$	0,25
	Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì $a=b=c=d$ Lúc đó $M=1+1+1+1=4$ Nếu $a+b+c+d=0$ thì $a+b=(-c+d); b+c=-(d+a)$ $c+d=-(a+d); d+a=-(b+c)$ Lúc đó $M=(-1)+(-1)+(-1)+(-1)=-4$	0,25

Ghi chú:

- Các cách giải khác đúng thì cho điểm tối đa.
- Không làm tròn điểm toàn bài.

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 7**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-7>