

I. PHẠM VI ÔN TẬP

1. Đại số

- Chương I: Phương trình và hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Chương II: Phương trình và bất phương trình bậc nhất một ẩn.
- Chương III: Căn bậc hai và căn bậc ba

2. Hình học

- Chương IV: Hệ thức lượng trong tam giác vuông
- Chương V: Đường tròn.

II. BÀI TẬP MINH HỌA

Dạng 1: Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình

Bài 1. Giải các phương trình sau:

$$1) (2x+3)^2 = (x-5)^2$$

$$2) x^2 - 4 + (2-x)(3x+5) = 0$$

$$3) \frac{x+1}{x-2} + \frac{6}{4-x^2} = \frac{x+3}{x+2}$$

$$4) \frac{x+3}{x-3} = \frac{3}{x^2-3x} + \frac{1}{x}$$

$$5) \sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$6) \sqrt{x^2+6x+9} = 3$$

$$7) \sqrt{25x^2-4} = 2\sqrt{5x-2}$$

$$8) \sqrt{9x^2+6x+1} = \sqrt{11-6\sqrt{2}}$$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

$$1) 3(x-2) - 5 \geq 3(2x-1)$$

$$2) (4x+3)(x+2) < (2x+1)^2 - 5$$

$$3) \frac{x-2}{3} - x - 2 \leq \frac{x-17}{2}$$

$$4) \frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \leq \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$$

Bài 3. Giải hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} x+4y = -16 \\ 5x+2y = 10 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x+1)(y-1) = xy+14 \\ (2x-4)(y+1) = 2xy+5 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = 7 \\ \sqrt{2}x + 3\sqrt{3}y = -2\sqrt{6} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2y = 0 \\ \frac{x+y}{2} - \frac{2y}{3} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{3}{x-1} + 2\sqrt{y-2} = 7 \\ \frac{1}{x-1} - \sqrt{y-2} = -1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \sqrt{x-2} - 2\sqrt{y+3} = -2 \\ 3\sqrt{x-2} - 5\sqrt{y+3} = 1 \end{cases}$$

Dạng 2: Căn bậc hai, căn bậc ba

Bài 1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{75} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$$

$$B = 3\sqrt{5} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$$

$$C = \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + (\sqrt{3}+1)^2$$

$$D = \frac{\sqrt{7}-5}{2} - \frac{6-2\sqrt{7}}{4} + \frac{6}{\sqrt{7}-2} - \frac{5}{4+\sqrt{7}};$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$$

$$F = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{3}+2)^3} - 2}{\sqrt{48}}$$

Bài 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{x-3}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A biết $x = 16$
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $P \leq 6$.

Bài 3. Cho biểu thức: $A = \frac{-1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+5} + \frac{15-\sqrt{x}}{25-x} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 16$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = B - A$. Hãy so sánh P và P^2

Bài 4. Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ ($x \geq 0; x \neq 4$)

- 1) Rút gọn P.
- 2) Tìm x sao cho $P = 2$.
- 3) Biết $M = P : Q$. Tìm giá trị của x để $M^2 < \frac{1}{4}$

Bài 5. Cho $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1 \right)$

- 1) Rút gọn biểu thức P
- 2) Tìm x để $P = \frac{3}{2}$
- 3) So sánh P với 2
- 4) Tìm x để $P < \sqrt{x} + 3$
- 5) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
- 6) Tìm x nguyên để $P \in \mathbb{Z}$
- 7) Tìm các giá trị của x để P có giá trị nguyên.

Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

Bài 1. Lớp 9A có 40 học sinh giỏi và học sinh tiên tiến. Nhà trường trao thưởng cho mỗi học sinh giỏi 10 quyển vở, mỗi học sinh tiên tiến 5 quyển vở. Tính số học sinh giỏi, học sinh tiên tiến của lớp 9A biết rằng lớp 9A được thưởng 325 quyển vở?

Bài 2. Để hoàn thành một công việc theo dự định thì cần một số công nhân làm trong một số ngày. Nếu tăng thêm 10 công nhân thì công việc hoàn thành sớm hơn hai ngày. Nếu bớt đi 10 công nhân thì phải mất thêm ba ngày nữa mới hoàn thành công việc. Hỏi theo dự định cần bao nhiêu công nhân và làm trong bao nhiêu ngày?

Bài 3. Một phòng họp có 240 ghế (mỗi ghế một chỗ ngồi) được xếp thành từng dãy, mỗi dãy có số ghế bằng nhau. Trong một cuộc họp có 315 người tham dự nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế và mỗi dãy ghế thêm 1 ghế so với ban đầu thì vừa đủ chỗ ngồi. Tính số dãy ghế có trong phòng họp lúc đầu, biết rằng số dãy ghế nhỏ hơn 50.

Bài 4. Một người dự định mua một bàn là và một quạt điện với tổng số tiền theo giá niêm yết là 1,5 triệu đồng. Vì mua đúng đợt khuyến mại 10% đối với bàn là và 20% đối với quạt điện so với giá niêm yết, người đó mua thêm 1 cái quạt điện so với dự định nên phải trả tổng cộng 2,05 triệu đồng. Tính giá niêm yết của bàn là và quạt điện.

Bài 5. Một xí nghiệp dự định chia đều 12600000 đồng để thưởng cho các công nhân tham gia hội thao nhân ngày thành lập xí nghiệp. Khi đến ngày hội thao chỉ có 80% số công nhân tham gia, vì thế mỗi người tham gia hội thao được nhận thêm 105000 đồng. Tính số công nhân dự định tham gia lúc đầu.

Bài 6. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu.

Bài 7. Một người đi xe máy từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 90 km với vận tốc dự định trước. Sau khi đi được $\frac{1}{3}$ quãng đường, do điều kiện thời tiết không thuận lợi nên trên quãng đường còn lại người đó phải đi với vận tốc ít hơn so với vận tốc dự định ban đầu là 10 km/h. Tính vận tốc dự định và thời gian người đó đã đi từ A đến B, biết người đó đến muộn hơn dự định 18 phút.

Dạng 4. Giải toán bằng cách lập bất phương trình

Bài 1. Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất tiết kiệm kỳ hạn 12 tháng là 5,3%. Chị Hoa dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hằng năm ít nhất là 78 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền chị Hoa cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)

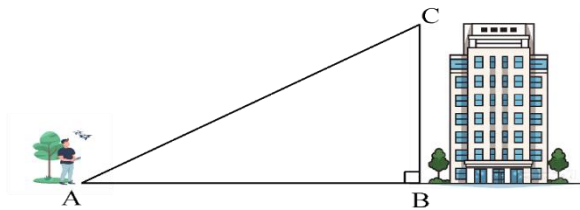
Bài 2. Một doanh nghiệp sản xuất quần jean có tổng chi phí là 650 triệu đồng /tháng. Giá bán của mỗi chiếc quần là 400 nghìn đồng. Mục tiêu của doanh nghiệp này là thi được lợi nhuận ít nhất là 3 tỉ đồng sau 2 năm. Hỏi trung bình mỗi tháng doanh nghiệp phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc quần jean?

Bài 3. Tổng chi phí của một công ty sản xuất nước rửa tay là 80 triệu đồng/quý. Giá mỗi chai nước rửa tay là 18 000 đồng. Hỏi trung bình mỗi quý, công ty đó phải bán ít nhất bao nhiêu chai nước rửa tay để thu lợi nhuận không dưới 328 triệu đồng sau bốn quý.

Bài 4. Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Dạng 4. Áp dụng kiến thức hình học vào thực tế.

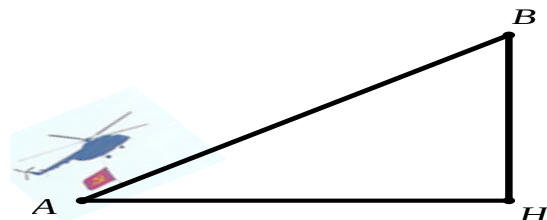
Bài 1. Một người đứng tại vị trí A quan sát đỉnh tháp C. Khoảng cách từ vị trí quan sát đến chân tháp B là 40 mét. Người ta đo được góc nâng $CAB = 32^\circ$ ($\triangle ABC$ vuông tại B)



a) Tính chiều cao BC của tháp (làm tròn kết quả đến mét)

b) Người đó điều khiển một chiếc drone (máy bay không người lái) bay thẳng từ vị trí A lên đỉnh tháp C với vận tốc trung bình là 12m/s. Hỏi chiếc drone sẽ bay từ A đến C trong bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

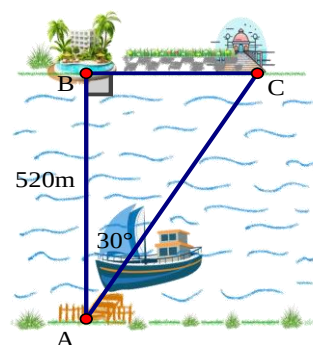
Bài 2. Trong buổi diễn tập chào mừng 80 năm Quốc Khánh (Quân chủng PKKQ - Bộ Quốc phòng) làm nhiệm vụ bay biểu diễn kéo cờ Tổ quốc. Tại điểm A, chiếc máy bay cất cánh theo phương xiên với góc nghiêng 35° so với mặt đất.



a) Hỏi máy bay bay được quãng đường 850 m thì độ cao của máy bay so với mặt đất là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến mét)?

b) Nếu máy bay bay với vận tốc 900m/phút trong thời gian 2 phút sau khi cất cánh, muốn đạt độ cao 300 m thì máy bay cần phải cất cánh nghiêng một góc bao nhiêu độ so với mặt đất? (làm tròn đến độ)

Bài 3. Một tàu du lịch khởi hành từ bến A muốn đến khách sạn B ở phía bên kia bờ sông theo phương vuông góc với bờ sông. Do nước chảy mạnh nên người lái tàu điều khiển con tàu đi lệch đi một góc 30° để đi đến bến C. Biết chiều rộng của khúc sông là 520 m.



1) Tính quãng đường mà con tàu đã đi để đến được bến C

2) Từ bến C khách du lịch phải đi bộ về khách sạn B. Nếu khách du lịch đi với vận tốc trung bình 50 mét/ phút thì họ cần bao nhiêu phút để về đến khách sạn B? (Các kết quả của câu a) và câu b) đều làm tròn đến hàng đơn vị)

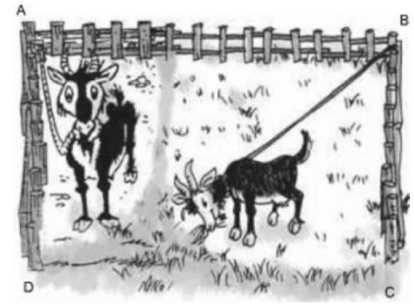
Bài 4. Một chiếc quạt giấy khi xò ra có dạng nửa hình tròn bán kính 2,2 dm. Tính diện tích phần giấy của chiếc quạt dán cả hai mặt. Biết rằng khi gấp lại, phần giấy có chiều dài khoảng 1,6 dm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của dm^2).



Bài 5. Một vườn có dạng hình chữ nhật ABCD với $AB = 40\text{m}$, $AD = 30\text{m}$. Người ta muốn buộc hai con dê ở hai góc vườn A, B. Có hai cách buộc:

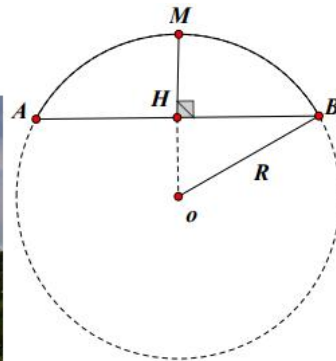
Cách 1: Mỗi dây thừng dài 20m

Cách 2: Một dây dài 30m, một dây 10m.



Bài 6. Cầu Đông Trù bắc qua sông Đuống có nhịp giữa dài 120m được thiết kế bằng vòm thép nhồi bê tông có hình 1 cung tròn. Khoảng cách điểm cao nhất của mái vòm xuống mặt sàn của cầu là 47m. (được mô phỏng hình vẽ dưới) Hãy tính độ dài bán kính R của đường tròn chứa cung tròn là nhịp giữa của cầu Đông Trù? (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).

Hình ảnh cầu Đông Trù



Hình ảnh mô phỏng

Dạng 5: Hình học phẳng

Bài 1. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BM và CN ($M \in AC$; $N \in AB$).

- 1) Chứng minh bốn điểm B, N, M, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Đoạn thẳng BM cắt đoạn thẳng CN tại H; AH cắt BC tại E. Chứng minh $BH \cdot BM = BE \cdot BC$.
- 3) Chứng minh $MN = BC \cdot \cos MHC$

Bài 2. Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB. Qua điểm A kẻ tiếp tuyến xy với đường tròn (O) . Từ một điểm M bất kì thuộc đường thẳng xy (M khác A), kẻ tiếp tuyến MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm)

- 1) Chứng minh bốn điểm O, A, M, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $OM \perp AC$ và $OM \parallel BC$
- 3) Qua điểm O kẻ đường thẳng song song với AC, đường thẳng này cắt MC tại điểm E. Chứng minh BE là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
- 4) Gọi H là hình chiếu của C trên AB. Chứng minh đường thẳng MB đi qua trung điểm của CH.

Bài 3. Cho đường tròn $(O; R)$ Dây AB bất kì ($AB < 2R$) Gọi I là trung điểm của AB Tia OI cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) ở D

- a) Cho $OA = 3\text{ cm}$, $\angle AOD = 40^\circ$. Giải tam giác vuông OAD. (Độ dài đoạn thẳng làm tròn đến hàng phần mười).
- b) Chứng minh DB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Vẽ tia Dx nằm trong BDO. Tia Dx cắt đường tròn (O) tại hai điểm C, E (C nằm giữa D và E). Gọi M là trung điểm của CE. Hai đường thẳng OM và AB cắt nhau tại K. Chứng minh bốn điểm D, B, O, M cùng thuộc một đường tròn và KE cũng là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O; R) có đường kính MN. Kẻ hai tiếp tuyến Mx, Ny của nửa (O) (Mx và Ny và nửa đường tròn (O) thuộc cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng MN). Lấy điểm A bất kỳ thuộc nửa (O) ($AM < AN$). Qua A, kẻ tiếp tuyến với nửa (O) cắt Mx, Ny lần lượt tại E và F.

1) Chứng minh 4 điểm M, E, A, O cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh $ME + NF = EF$ và $AE \cdot AF = R^2$

3) Gọi H là giao điểm của MF và NE, AH cắt MN tại K. Chứng minh $AK \perp MN$ và H là trung điểm của AK.

Bài 5. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Từ một điểm M trên nửa đường tròn vẽ tiếp tuyến xy. Vẽ AD và BC vuông góc với xy, ($C, D \in xy$). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên AB

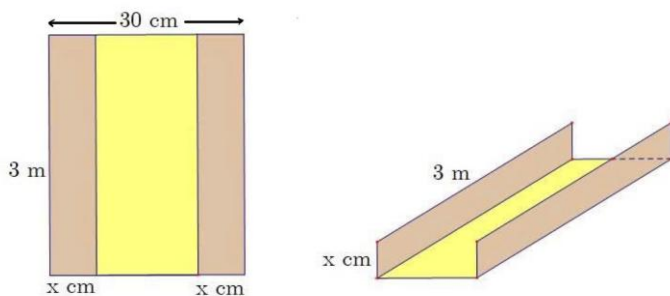
1) Chứng minh 4 điểm A, H, M, D cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh rằng $MC = MD$ và $AD + BC$ có giá trị không đổi khi điểm M di động trên nửa đường tròn.

3) Chứng minh rằng ba đường thẳng AD, BC và AB là ba tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD. Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) để diện tích tứ giác ABCD lớn nhất.

Dạng 6: Nâng cao

Bài 1. Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 3 m người ta gò thành một máng nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp và thông hai đầu (như hình vẽ). Tính chiều cao x (cm) của máng nước để thể tích của máng nước lớn nhất.



Bài 2. Bác An có mảnh vườn hình vuông ABCD có cạnh bằng 4m. Ở bốn góc vườn, bác muốn trồng hoa hình các tam giác vuông bằng nhau (hình vẽ). Hãy tính khoảng cách từ góc vườn A đến vị trí E sao cho tứ giác EFGH có chu vi nhỏ nhất.

Bài 3. Cho $x > 0$, tìm GTNN của $A = 9x^2 - 5x + \frac{1}{9x} + 2022$.

Bài 4. Cho $x > 0; y > 0$. Chứng minh: $\left(x + \frac{2}{y}\right)\left(\frac{y}{x} + 2\right) \geq 8$

Bài 5. Giải phương trình $\sqrt{x-3} + \sqrt{5-x} = x^2 - 8x + 18$

