UBND HUYỆN NINH GIANG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KÌ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học: 2024-2025
MÔN: TOÁN 8
Thời gian làm bài 150 phút

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Phân tích đa thức thành nhân tử: $n^5 - 5n^3 + 4n$

2) Rút gọn biểu thức $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x+1}{3-x}$ với $x \neq 2; x \neq 3$.

Câu 2: (2,0 điểm)

1) Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$. Tìm các hệ số a, b biết đa thức f(x) có nghiệm bằng 2 và f(x) chia hết cho đa thức $2x - 3$.

2) Giải phương trình: $(3x-2)(x+1)^2(3x+8) = -16$

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên (x;y) thỏa mãn $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 2y - 2 = 0$

2) Cho a, b, c, d là các số nguyên thỏa mãn $a^2 = b^2 + c^2 + d^2$. Chứng minh $abcd + 2025$ viết được dưới dạng hiệu của hai số chính phương.

Câu 4. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh ΔAEF đồng dạng với ΔABC

b) Chứng minh $AH.AE + CH.CF = AC^2$

c) Chứng minh $\frac{(AB+AC+BC)^2}{AD^2+BE^2+CF^2} \geq 4$

Câu 5. (1,0 điểm)

1) Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên từ 0 đến 10).

2) Xét x, y là hai số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện $x.y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$.

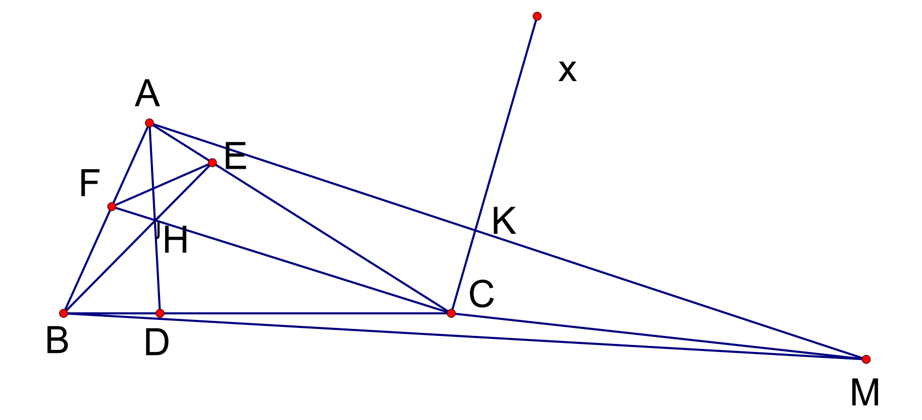
-----------------Hết----------------

UBND HUYỆN NINH GIANG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học: 2024-2025
MÔN: TOÁN 8

Câu	**Ý**	**Đáp án**	**Điểm**
Câu 1 (2 điểm)	*1 (1 điểm)*	Ta có: $n^5-5n^3+4n=n\left(n^4-5n^2+4\right)$	0,25
		$=n\left(n^4-5n^2+4\right)$	0,25
		$=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$	0,25
		$=(n-2)(n-1)n(n+1)(n+2)$	0,25
	2 (1 điểm)	+) Với $x\neq 2; x\neq 3$ ta có: $A=\dfrac{2x-9}{x^2-5x+6}-\dfrac{x+3}{x-2}-\dfrac{2x+1}{3-x}=\dfrac{(2x-9)-(x+3)(x-3)+(2x+1)(x-2)}{(x-3)(x-2)}$	0,25
		$=\dfrac{2x-9-x^2+9+2x^2-3x-2}{(x-3)(x-2)}$	0,25
		$=\dfrac{x^2-x-2}{(x-3)(x-2)}$ $=\dfrac{(x+1)(x-2)}{(x-3)(x-2)}=\dfrac{x+1}{x-3}$	0,25 0,25
		Vậy với $x\neq 2; x\neq 3$ thì $A=\dfrac{x+1}{x-3}$	
Câu 2 (3 điểm)	*1 (1 điểm)*	+) Từ đề bài ta suy ra được f(2) = 0 => 9+ 2a + b = 0 (1) +) $f(x)\vdots(2x-3)\Rightarrow f\left(\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{2}{3}a+b+\dfrac{4}{9}=0$ hay $6a+9b=-4$ (2) Từ 1, 2 tìm được $a=-\dfrac{50}{3}; b=\dfrac{23}{6}$ Kết luận cho bài toán	0,25 0,25 0,25 0,25
	2 (1 điểm)	Ta có $(3x-2)(x+1)^2(3x+8)=-16\Leftrightarrow(3x-2)(3x+3)^2(3x+8)=-144$ Đặt $3x+3=t\Rightarrow 3x-2=t-5; 3x+8=t+5$. Ta có Phương trình $(t-5)t^2(t+5)=-144$ $\Leftrightarrow t^4-25t^2+144=0\Leftrightarrow\left(t^2-9\right)\left(t^2-16\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=9\\t^2=16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\pm3\\t=\pm4\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=9\\t^2=16\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\pm3\\t=\pm4\end{array}\right.$	0,25 0.25 0,25

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Xét các trường hợp của t ta tìm được x=0 ; x=-2 ; x=$\frac{1}{3}$; x=$-\frac{7}{3}$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S=\left\{0;-2;\frac{1}{3};\frac{-7}{3}\right\}$</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Câu 3
(2 điểm)</td>
<td>1
(1 điểm)</td>
<td>Ta có: $x^2+5xy+6y^2+x+2y-2=0 \Leftrightarrow (x+2y)(x+3y)+x+2y-2=0$
$\Leftrightarrow (x+2y)(x+3y+1)=2$
Do x, y nguyên nên ta có bảng các trường hợp sau:
<table>
<tr><td>x+2y</td><td>1</td><td>2</td><td>-1</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>x+3y+1</td><td>2</td><td>1</td><td>-2</td><td>-1</td></tr>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>6</td><td>3</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>-2</td><td>-2</td><td>0</td></tr>
</table>
Vậy các cặp (x,y) thỏa mãn là: (1;0); (6;-2);(3;-2);(-2;0)</td>
<td>0,25
0,25
0,25
0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>2
(1 điểm)</td>
<td>Ta có: $(2m+1)^2=4m^2+4m+1=4m(m+1)+1$.
Do đó ta có $(2m+1)^2$ là số chính phương lẻ chia 8 luôn dư 1.
Nếu a, b, c, d đều lẻ thì a^2, b^2, c^2, d^2 chia 8 đều dư 1 dẫn đến không xảy ra $a^2=b^2+c^2+d^2$ (vì vế trái chia 8 dư 1, vế phải chia 8 dư 3)
Vậy trong các số a, b, c, d phải có ít nhất một số chẵn nên $abcd$ chẵn
$\Rightarrow$ $abcd+2023$ lẻ.
Đặt $abcd+2023=2k+1=\left[(k+1)-k\right]\left[(k+1)+k\right]=(k+1)^2-k^2$
Với $(k\in\mathbb{Z})$</td>
<td>0,25
0,25
0,25
0,25</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">Câu 4
(3 điểm)</td>
<td>Vẽ hình
(0,25 điểm)</td>
<td>
</td>
<td>0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>a)
(0,75 điểm</td>
<td>Xét ΔAEB và ΔAFC có
$\widehat{AEB}=\widehat{AFC}=90^0$
Góc A chung
$\Rightarrow \Delta AEB \sim \Delta AFC$ (g – g)</td>
<td>0,25</td>
</tr>
</table>

		Suy ra $\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}$ Xét ΔAEF và ΔABC có : $\frac{AE}{AF}=\frac{AB}{AC}$, $\widehat{BAC}$ chung $\Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ABC$ (c – g – c)	0,25 0,25
	b) (1điểm)	Chứng minh được $\Delta AHE \backsim \Delta ACD$ Suy ra $\frac{AH}{AC}=\frac{AE}{AD} \Rightarrow AH.AD = AE.AC$ (1) Chứng minh được $\Delta CHE \backsim \Delta CAF$ Suy ra $\frac{CH}{AC}=\frac{CE}{CF} \Rightarrow CH.CF = AC.CE$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $AH.AD + CH.CF = AC\left(AE+CE\right) = AC.AC = AC^2$	0,25 0,25 0, 5
	c) *(1 điểm)*	Qua C vẽ tia Cx vuông góc với CF, lấy điểm M sao cho Cx là trung trực AM suy ra AC = CM. Gọi K là giao điểm Cx và AM Ta có tứ giác AKCF là hình chữ nhật suy ra AM $\perp$AB và AK = CF Mà AM = 2 AK nên AM = 2 CF Theo Pi ta go ta có $AB^2 + AM^2 = BM^2 \le \left(BC+CM\right)^2 = \left(BC+AC\right)^2$ $\Rightarrow AB^2 + 4CF^2 \le \left(BC+AC\right)^2$ $\Rightarrow 4CF^2 \le \left(BC+AC\right)^2 - AB^2$ Tương tự $4AD^2 \le \left(AB+AC\right)^2 - BC^2$ $4BE^2 \le \left(AB+BC\right)^2 - AC^2$ $\Rightarrow 4AD^2 + 4BE^2 + 4CF^2 \le \left(AB+AC+BC\right)^2$ $\Rightarrow \frac{\left(AB+AC+BC\right)^2}{AD^2+BE^2+CF^2} \ge 4$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5 (1 điểm)	*1)* *(0,5điểm)*	Vì trong lớp có 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 2 và có 2 học sinh được 10 điểm nên có $45-2=43$ học sinh còn lại có số điểm từ 2 đến 9 điểm. Như vậy có 43 học sinh phân chia vào 8 loại điểm (từ 2 đến 9). Giả sử mỗi loại trong 8 loại điểm đều là điểm của không quá 5 học sinh thì lớp học có không quá $5.8=40$ học sinh, ít hơn 43 học sinh. Vậy tồn tại ít nhất 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau.	0,25 0,25

	2) *(0,5điểm)*	$A=\dfrac{2\left(x^3+y^3\right)}{\left(x^4+y^2\right)\left(x^2+y^4\right)}=\dfrac{x^3+y^3+x^3+y^3}{\left(x^4+y^2\right)\left(x^2+y^4\right)}=\dfrac{x^3+y^3+1.\left(x^3+y^3\right)}{\left(x^4+y^2\right)\left(x^2+y^4\right)}$ $\dfrac{x^3+y^3+xy.\left(x^3+y^3\right)}{\left(x^4+y^2\right)\left(x^2+y^4\right)}=\dfrac{y.\left(x^4+y^2\right)+x.\left(x^2+y^4\right)}{\left(x^4+y^2\right)\left(x^2+y^4\right)}=\dfrac{x}{x^4+y^2}+\dfrac{y}{x^2+y^4}$ Ta có $\left(x^2-y\right)^2\geq 0\ \forall x,\ y\Rightarrow x^4+y^2\geq 2x^2y\ \forall x,\ y\Rightarrow$ $\dfrac{x}{x^4+y^2}\leq\dfrac{x}{2x^2y}=\dfrac{1}{2xy}=\dfrac{1}{2}$ (do $x,y>0$) Chứng minh tương tự $\dfrac{y}{x^2+y^4}\leq\dfrac{1}{2}\Rightarrow A\leq 1$ Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x^2=y\\x=y^2\\xy=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=1$. Vậy giá trị lớn nhất của $A=1$ khi $x=y=1$	0,25 0,25

(Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)