

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bất phương trình $(\sqrt{7}-2)^x \leq (\sqrt{7}-2)^3$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-4; 5; 2)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là

- A. $(x+4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 25$. B. $(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 25$.
C. $(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 100$. D. $(x+4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 100$.

Câu 3. Nếu $\int_4^6 f(x)dx = -19$ thì $\int_4^6 [3f(x) + 10x]dx$ bằng

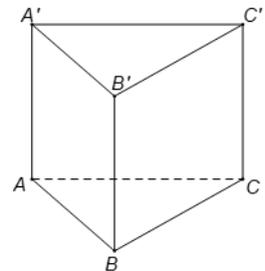
- A. 14. B. 43. C. -14. D. -43.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, hai điểm $A(2; 1; -4), B(4; -9; -1)$ thẳng hàng với điểm nào sau đây?

- A. $E\left(3; -4; -\frac{5}{2}\right)$. B. $N\left(2; -4; -\frac{5}{2}\right)$. C. $M\left(3; -4; -\frac{7}{2}\right)$. D. $F\left(3; -3; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a, AA' = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. $3a$. B. $2a$.
C. a . D. $\sqrt{5}a$.



Câu 6. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -3. D. -5.

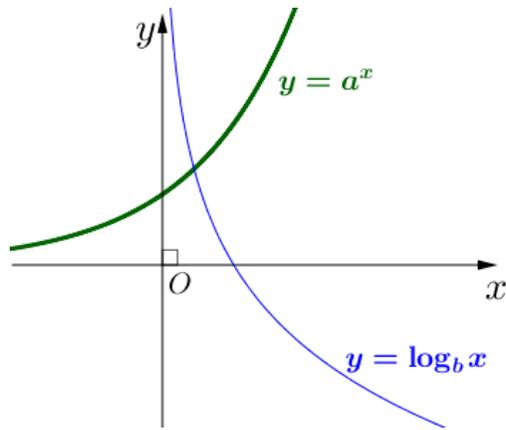
Câu 7. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 11. Độ dài vector $\overrightarrow{AC'}$ là

- A. 11. B. $11\sqrt{3}$. C. 22. D. $11\sqrt{2}$.

Câu 8. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = -2x - 8 + \frac{3}{4x-9}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 4x - 9$. B. $y = -2x + 8$. C. $y = 2x + 8$. D. $y = -2x - 8$.

Câu 9. Cho hai hàm số $y = a^x; y = \log_b x$ (với a, b là các số thực dương và khác 1) có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $a > b > 1$. B. $b < 1$. C. $a \neq b$. D. $a > 1$.

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{14}{\sin^2 x}$ là

- A. $-14 \tan x + C$. B. $-14 \cos^2 x + C$. C. $14 \cot x + C$. D. $-14 \cot x + C$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = -7$ và $u_{31} = -215$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

- A. $u_1 = -8$. B. $u_1 = -4$. C. $u_1 = -5$. D. $u_1 = -2$.

Câu 12. Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

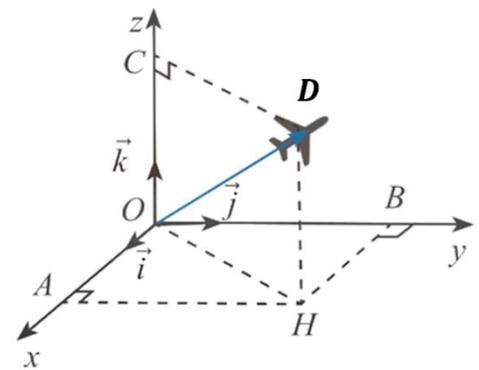
Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Điểm thấp nhất để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 27,9. B. 39,5. C. 35,4. D. 42,5.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong quá trình cất cánh tại sân bay, một chiếc máy bay bắt đầu rời khỏi đường băng và bay lên không trung. Để mô tả vị trí của máy bay, người ta thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục tọa độ là km). Biết D là vị trí của máy bay, $OD = 16$; $OA = OB$; $\widehat{DOC} = 60^\circ$.



- a) $OC = 8$.
 b) $OH = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.
 c) $BH = 4\sqrt{3}$.

d) Vùng giới hạn cấm bay gần đó được mô tả bằng mặt phẳng $(P): x + y - 29 = 0$. Khi đó, máy bay cách (P) khoảng 6,3km.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -2x + 4$ và $f(3) = 1$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(2) + 4F(1) = 0$. Khi đó:

- a) $f'(1) = 2$.
 b) $F'(x) = f(x)$.
 c) $F(-2) = \frac{44}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ nhỏ hơn 0,5.

Câu 3. Một công ty nước ngoài đang cần thuê nhân viên để bán các hợp đồng bảo hiểm cho khách hàng. Công ty nhận thấy nếu thuê x nhân viên với chi phí là 750 USD/tuần cho mỗi nhân viên thì công ty sẽ bán được $q(x) = x^3 - 12x^2 + 60x$ hợp đồng bảo hiểm. Do hạn chế về không gian, công ty không thể thuê quá 7 nhân viên. Biết công ty nhận được 50 USD cho mỗi hợp đồng bán ra, chi phí cố định mỗi tuần là 2500 USD.

- Điều kiện của x là: $x \in [0; 7]$ và $x \in \mathbb{N}$.
- Chi phí hàng tuần mà công ty phải thanh toán là $750x + 2500$ (USD).
- Lợi nhuận hàng tuần của công ty là $T(x) = x^3 - 12x^2 - 690x - 2500$ (USD).
- Công ty cần thuê 6 nhân viên để đạt lợi nhuận hàng tuần nhiều nhất.

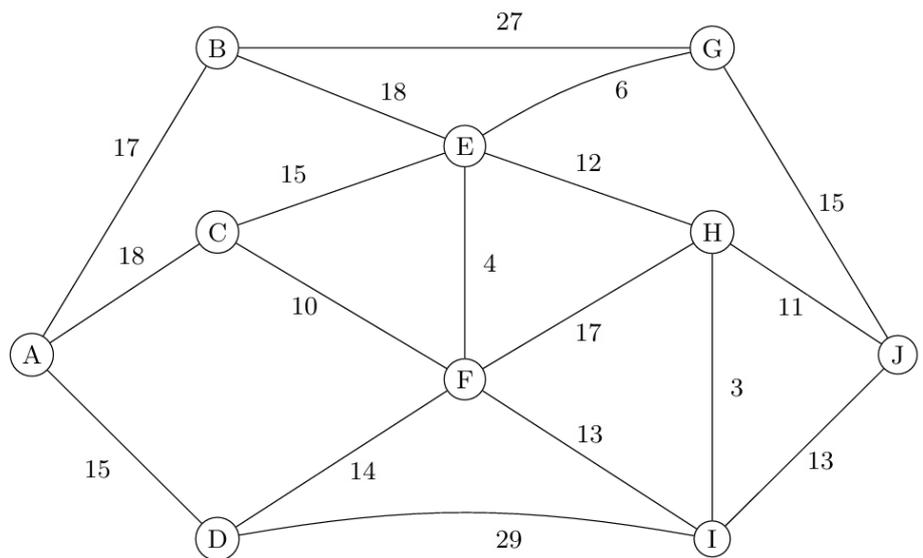
Câu 4. Lớp 12T có 40 học sinh. Sau khi làm bài kiểm tra Toán, kết quả cho thấy chỉ có 30 học sinh của lớp trả lời được mọi câu hỏi. Trong số những học sinh trả lời được mọi câu hỏi, có 80% đạt điểm trên 7. Trong số những học sinh không trả lời được mọi câu hỏi, chỉ có 50% đạt điểm trên 7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 12T. Gọi biến cố A : “một học sinh trả lời được tất cả các câu hỏi”, biến cố B : “một học sinh có điểm kiểm tra trên 7”.

- $P(\bar{B} | A) = 0,2$.
- $P(\bar{A}B) = 0,175$.
- Tỷ lệ phần trăm để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là 72,5%.
- Tỷ lệ phần trăm để một học sinh trả lời được mọi câu hỏi, nếu học sinh đó có điểm kiểm tra trên 7, là 81,5%.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

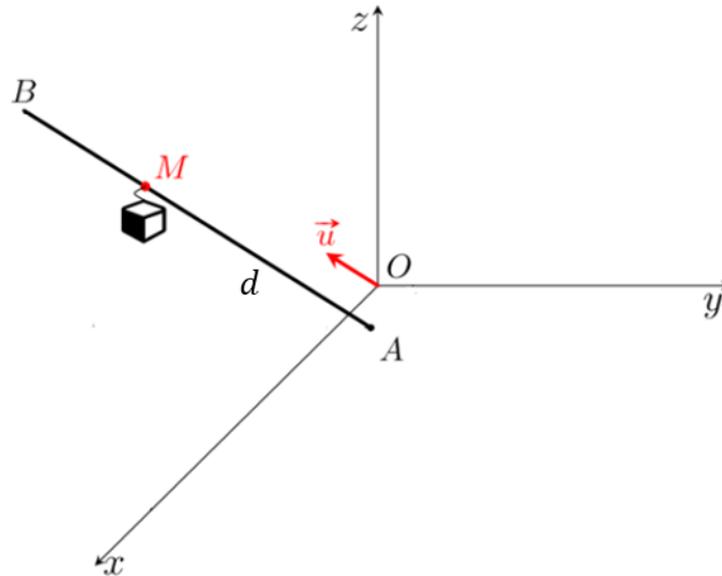
Câu 1. Nước chảy ra từ một chiếc bể với tốc độ $v(t) = (500 - 5t)$ lít/phút, (với t là thời gian tính bằng phút). Tính tổng lượng nước chảy ra trong 20 phút đầu tiên.

Câu 2. Một công ty vận tải đang lên kế hoạch giao hàng từ kho hàng A đến điểm nhận J. Trên hành trình, xe có thể đi qua một số điểm trung chuyển như B, C, D, E, F, G, H, I. Các tuyến đường cùng khoảng cách giữa các địa điểm được minh họa như trong hình vẽ bên. Các con số trên đoạn đường biểu thị độ dài (tính bằng kilômét). Tuyến đường ngắn nhất từ A đến J có chiều dài bao nhiêu kilômét?



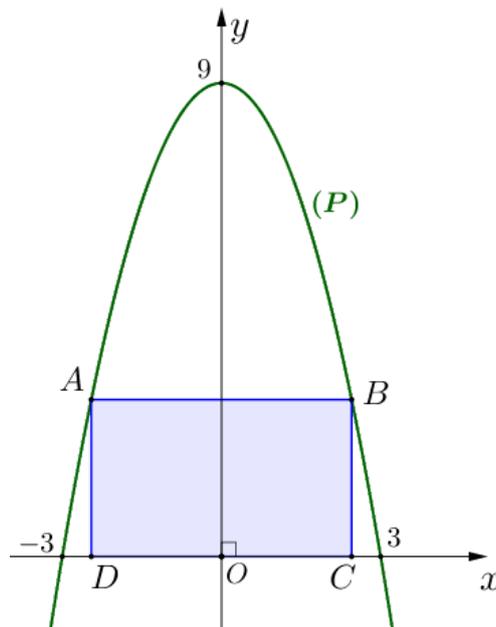
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(8; 2; 0)$ và chuyển động đều trên đường thẳng d , cùng hướng với vectơ $\vec{u} = (2; -2; 1)$, có tốc độ là 4,2 m/s (minh họa như

hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 8 phút, cabin dừng ở điểm B . Khi đó, điểm B cách mặt đất (mặt phẳng Oxy) bao nhiêu mét?



Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AB = 5\sqrt{6}cm$ và diện tích tam giác $AB'C$ bằng $75cm^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 5. Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P) , C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 6. Có 5 cái hộp được đánh số lần lượt là 3, 4, 5, 6 và 7. Trong mỗi hộp chứa số tiền là n^2 nghìn đồng, với n là số ghi trên hộp đó. Một người chọn ngẫu nhiên một hộp. Nếu số ghi trên hộp là số nguyên tố, người đó nhận số tiền trong hộp và dừng lại. Nếu số ghi trên hộp không phải số nguyên tố, người đó chọn ngẫu nhiên một hộp trong các hộp còn lại, và nhận tổng số tiền của cả hai hộp. Tính xác suất để người đó nhận được đúng 25 nghìn đồng.

--HẾT--

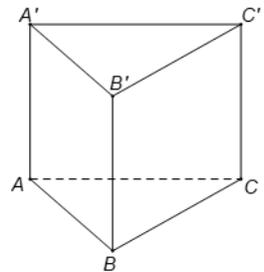
Họ tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AB = a, AA' = 2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. $\sqrt{5}a$. B. a .
C. $3a$. D. $2a$.



Câu 2. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 11. Độ dài vectơ $\overrightarrow{AC'}$ là

- A. $11\sqrt{2}$. B. 11. C. $11\sqrt{3}$. D. 22.

Câu 3. Nếu $\int_4^6 f(x)dx = -19$ thì $\int_4^6 [3f(x) + 10x]dx$ bằng

- A. -43. B. 14. C. 43. D. -14.

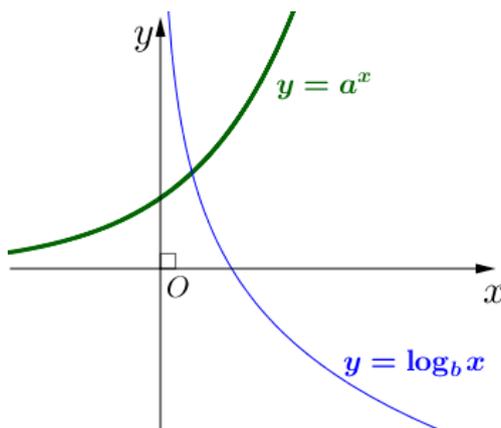
Câu 4. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. -5.

Câu 5. Bất phương trình $(\sqrt{7} - 2)^x \leq (\sqrt{7} - 2)^3$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 6. Cho hai hàm số $y = a^x; y = \log_b x$ (với a, b là các số thực dương và khác 1) có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $a \neq b$. B. $a > b > 1$. C. $b < 1$. D. $a > 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-4; 5; 2)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là

- A. $(x+4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 100$. B. $(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 25$.
C. $(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z+2)^2 = 100$. D. $(x+4)^2 + (y-5)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{14}{\sin^2 x}$ là

- A. $-14 \cot x + C$. B. $-14 \tan x + C$. C. $-14 \cos^2 x + C$. D. $14 \cot x + C$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hai điểm $A(2; 1; -4), B(4; -9; -1)$ thẳng hàng với điểm nào sau đây?

- A. $M\left(3; -4; -\frac{7}{2}\right)$. B. $F\left(3; -3; -\frac{5}{2}\right)$. C. $N\left(2; -4; -\frac{5}{2}\right)$. D. $E\left(3; -4; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 10. Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

Điểm thấp nhất để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 35,4. B. 39,5. C. 27,9. D. 42,5.

Câu 11. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = -2x - 8 + \frac{3}{4x - 9}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 2x + 8$. B. $y = -2x - 8$. C. $y = 4x - 9$. D. $y = -2x + 8$.

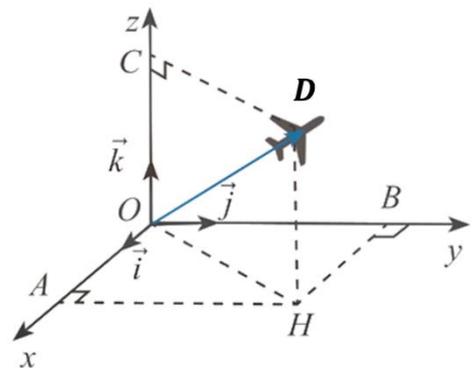
Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với công sai $d = -7$ và $u_{31} = -215$. Số hạng đầu của cấp số cộng là

- A. $u_1 = -2$. B. $u_1 = -4$. C. $u_1 = -5$. D. $u_1 = -8$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong quá trình cất cánh tại sân bay, một chiếc máy bay bắt đầu rời khỏi đường băng và bay lên không trung. Để mô tả vị trí của máy bay, người ta thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục tọa độ là km). Biết

D là vị trí của máy bay, $OD = 18$; $OA = OB$; $\angle DOC = 60^\circ$.



a) $OC = 9$.

b) $OH = \frac{18\sqrt{3}}{3}$.

c) $BH = \frac{9\sqrt{6}}{2}$.

d) Vùng giới hạn cấm bay gần đó được mô tả bằng mặt phẳng $(P): x + y - 30 = 0$. Khi đó, máy bay cách (P) khoảng 5,9km.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x - 2$ và $f(4) = 8$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) + F(2) = 0$. Khi đó:

a) $f'(1) = 0$.

b) $F'(x) = f(x)$.

c) $F(-3) = -14$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 2$ lớn hơn 0,5.

Câu 3. Lớp 12T có 40 học sinh. Sau khi làm bài kiểm tra Toán, kết quả cho thấy chỉ có 30 học sinh của lớp trả lời được mọi câu hỏi. Trong số những học sinh trả lời được mọi câu hỏi, có 80% đạt điểm trên 7.

Trong số những học sinh không trả lời được mọi câu hỏi, chỉ có 50% đạt điểm trên 7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 12T. Gọi biến cố A : “một học sinh trả lời được tất cả các câu hỏi”, biến cố B : “một học sinh có điểm kiểm tra trên 7”.

a) $P(\bar{B} | A) = 0,2$.

b) $P(\bar{A}B) = 0,175$.

c) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là 72,5%.

d) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh trả lời được mọi câu hỏi, nếu học sinh đó có điểm kiểm tra trên 7, là 81,5%.

Câu 4. Một công ty nước ngoài đang cần thuê nhân viên để bán các hợp đồng bảo hiểm cho khách hàng. Công ty nhận thấy nếu thuê x nhân viên với chi phí là 750 USD/tuần cho mỗi nhân viên thì công ty sẽ bán được $q(x) = x^3 - 12x^2 + 60x$ hợp đồng bảo hiểm. Do hạn chế về không gian, công ty không thể thuê quá 7 nhân viên. Biết công ty nhận được 50 USD cho mỗi hợp đồng bán ra, chi phí cố định mỗi tuần là 2500 USD.

a) Điều kiện của x là: $x \in [0; 7]$ và $x \in \mathbb{N}$.

b) Chi phí hàng tuần mà công ty phải thanh toán là $750x + 2500$ (USD).

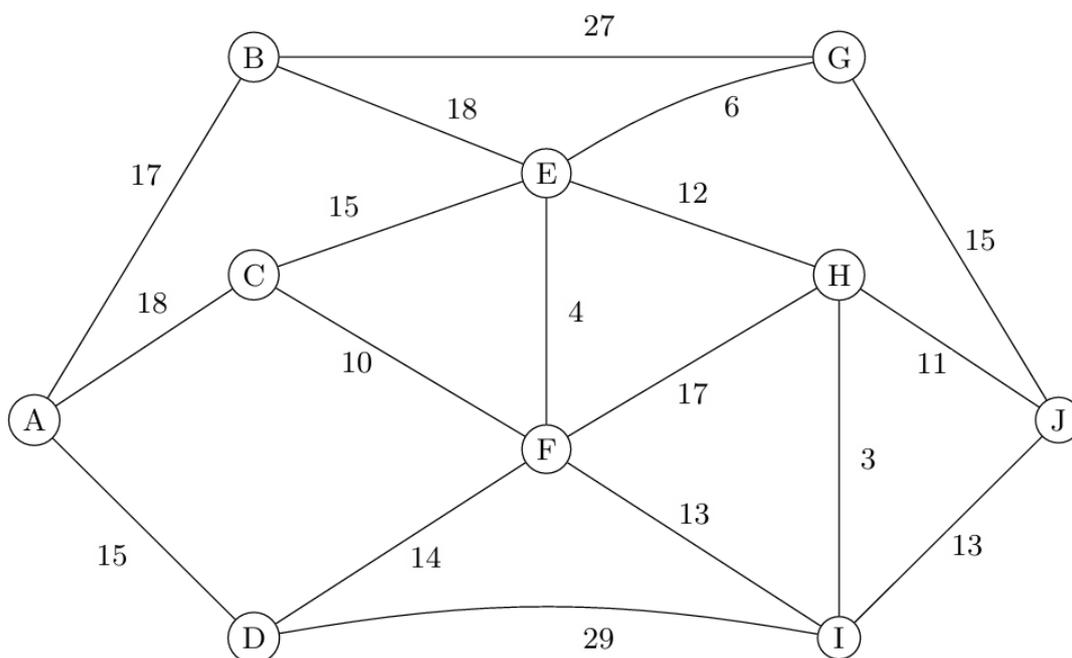
c) Lợi nhuận hàng tuần của công ty là $T(x) = x^3 - 12x^2 - 690x - 2500$ (USD).

d) Công ty cần thuê 6 nhân viên để đạt lợi nhuận hàng tuần nhiều nhất.

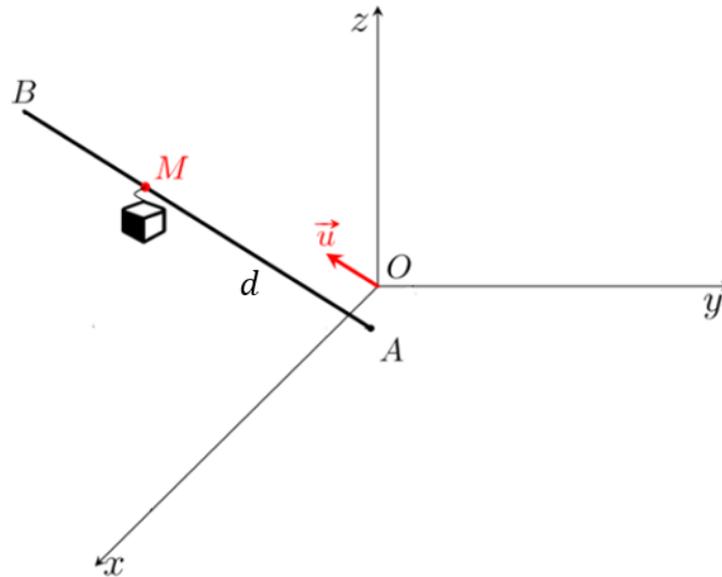
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nước chảy ra từ một chiếc bể với tốc độ $v(t) = (500 - 5t)$ lít/phút, (với t là thời gian tính bằng phút). Tính tổng lượng nước chảy ra trong 16 phút đầu tiên.

Câu 2. Một công ty vận tải đang lên kế hoạch giao hàng từ kho hàng A đến điểm nhận J. Trên hành trình, xe có thể đi qua một số điểm trung chuyển như B, C, D, E, F, G, H, I. Các tuyến đường cùng khoảng cách giữa các địa điểm được minh họa như trong hình vẽ sau. Các con số trên đoạn đường biểu thị độ dài (tính bằng kilômét). Tuyến đường ngắn nhất từ A đến J có chiều dài bao nhiêu kilômét?

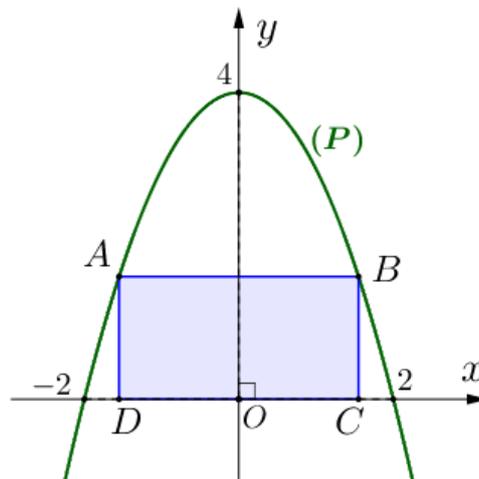


Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(7; 2; 0)$ và chuyển động đều trên đường thẳng d , cùng hướng với vectơ $\vec{u} = (2; -2; 1)$, có tốc độ là $4,2$ m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 6 phút, cabin dừng ở điểm B . Khi đó, điểm B cách mặt đất (mặt phẳng Oxy) bao nhiêu mét?



Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AB = 6\sqrt{3}cm$ và diện tích tam giác $AB'C'$ bằng $54cm^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (đơn vị cm^3).

Câu 5. Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P) , C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 6. Có 5 cái hộp được đánh số lần lượt là 3, 4, 5, 6 và 7. Trong mỗi hộp chứa số tiền là n^2 nghìn đồng, với n là số ghi trên hộp đó. Một người chọn ngẫu nhiên một hộp. Nếu số ghi trên hộp là số nguyên tố, người đó nhận số tiền trong hộp và dừng lại. Nếu số ghi trên hộp không phải số nguyên tố, người đó chọn ngẫu nhiên một hộp trong các hộp còn lại, và nhận tổng số tiền của cả hai hộp. Tính xác suất để người đó nhận được đúng 25 nghìn đồng.

--HẾT--

$$OH = CD = OD \cdot \sin 60^\circ = 8\sqrt{3}.$$

c) Sai.

$$OAHB \text{ là hình vuông nên } OA = OB = \frac{OH}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6} = BH.$$

d) Sai.

Ta có: $D(4\sqrt{6}; 4\sqrt{6}; 8)$. Suy ra $d(D, (P)) \approx 6,65$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = -2x + 4$ và $f(3) = 1$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(2) + 4F(1) = 0$. Khi đó:

a) $f'(1) = 2$.

b) $F'(x) = f(x)$.

c) $F(-2) = \frac{44}{3}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ nhỏ hơn 0,5.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng.

c) Đúng.

Ta có: $f(x) = -x^2 + 4x + C$. Vì $f(3) = 1$ nên $C = -2$. Suy ra $f(x) = -x^2 + 4x - 2$.

$$F(x) = \int f(x) dx = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 2x + C_1.$$

Vì $F(2) + 4F(1) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$. Vậy $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 2x$.

Khi đó: $F(-2) = \frac{44}{3}$.

d) Sai.

Ta có: $S = \int_1^2 |F(x)| dx \approx 0,51$.

Câu 3. Một công ty nước ngoài đang cần thuê nhân viên để bán các hợp đồng bảo hiểm cho khách hàng. Công ty nhận thấy nếu thuê x nhân viên với chi phí là 750 USD/tuần cho mỗi nhân viên thì công ty sẽ bán được $q(x) = x^3 - 12x^2 + 60x$ hợp đồng bảo hiểm. Do hạn chế về không gian, công ty không thể thuê quá 7 nhân viên. Biết công ty nhận được 50 USD cho mỗi hợp đồng bán ra, chi phí cố định mỗi tuần là 2500 USD.

a) Điều kiện của x là: $x \in [0; 7]$ và $x \in \mathbb{N}$.

b) Chi phí hàng tuần mà công ty phải thanh toán là $750x + 2500$ (USD).

c) Lợi nhuận hàng tuần của công ty là $T(x) = x^3 - 12x^2 - 690x - 2500$ (USD).

d) Công ty cần thuê 6 nhân viên để đạt lợi nhuận hàng tuần nhiều nhất.

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

$$T(x) = 50(x^3 - 12x^2 + 60x) - 750x - 2500 = 50x^3 - 600x^2 + 2250x - 2500.$$

d) Sai.

$$T'(x) = 150x^2 - 1200x + 2250.$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = 5.$$

$$T(0) = -2500; T(3) = 200; T(5) = 0; T(7) = 1000.$$

Suy ra $\max_{[0;7]} T(x) = 1000$ khi $x = 7$.

Vậy công ty cần thuê 7 nhân viên để đạt lợi nhuận nhiều nhất.

Câu 4. Lớp 12T có 40 học sinh. Sau khi làm bài kiểm tra Toán, kết quả cho thấy chỉ có 30 học sinh của lớp trả lời được mọi câu hỏi. Trong số những học sinh trả lời được mọi câu hỏi, có 80% đạt điểm trên 7. Trong số những học sinh không trả lời được mọi câu hỏi, chỉ có 50% đạt điểm trên 7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 12T. Gọi biến cố A : “một học sinh trả lời được tất cả các câu hỏi”, biến cố B : “một học sinh có điểm kiểm tra trên 7”.

a) $P(\bar{B} | A) = 0,2$.

b) $P(\bar{A}B) = 0,175$.

c) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là 72,5%.

d) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh trả lời được mọi câu hỏi, nếu học sinh đó có điểm kiểm tra trên 7, là 81,5%.

Lời giải

a) Đúng.

$$P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 0,2.$$

b) Sai.

$$P(A) = \frac{30}{40} = 0,75; P(\bar{A}) = 0,25.$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125$$

c) Đúng.

Xác suất để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là:

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,75 \cdot 0,8 + 0,125 = 0,725 = 72,5\%.$$

d) Sai.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,75}{0,725} = \frac{24}{29} \approx 82,8\%.$$

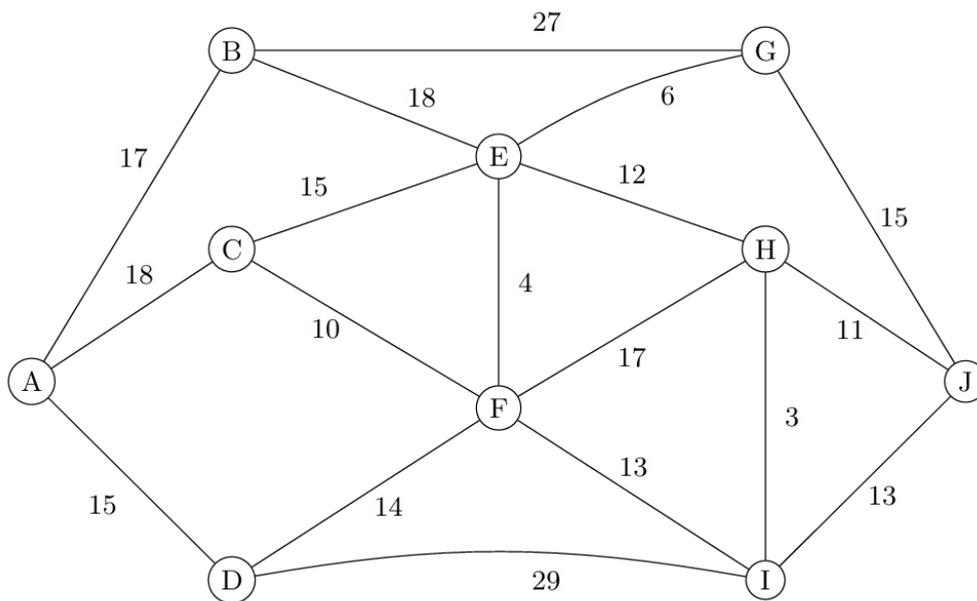
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nước chảy ra từ một chiếc bể với tốc độ $v(t) = (500 - 5t)$ lít/phút, (với t là thời gian tính bằng phút). Tính tổng lượng nước chảy ra trong 20 phút đầu tiên.

Lời giải

Tổng lượng nước chảy ra trong 20 phút đầu tiên là $\int_0^{20} (500 - 5t) dt = 9000$ (lít).

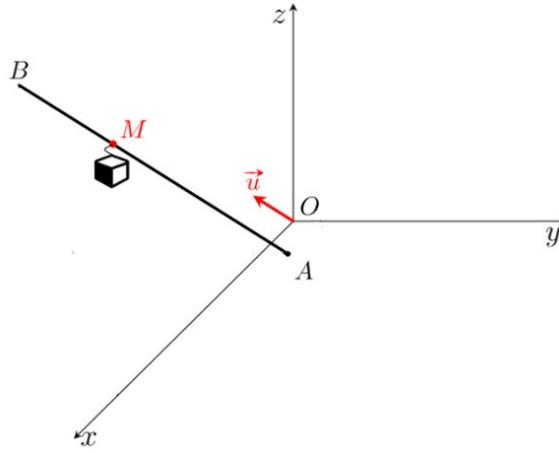
Câu 2. Một công ty vận tải đang lên kế hoạch giao hàng từ kho hàng A đến điểm nhận J. Trên hành trình, xe có thể đi qua một số điểm trung chuyển như B, C, D, E, F, G, H, I. Các tuyến đường cùng khoảng cách giữa các địa điểm được minh họa như trong hình vẽ sau. Các con số trên đoạn đường biểu thị độ dài (tính bằng kilômét). Tuyến đường ngắn nhất từ A đến J có chiều dài bao nhiêu kilômét?



Lời giải

Tuyến đường ngắn nhất là $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow J$. Tổng khoảng cách là 53km.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(8; 2; 0)$ và chuyển động đều trên đường thẳng d , cùng hướng với vector $\vec{u} = (2; -2; 1)$, có tốc độ là 4,2 m/s (minh họa như hình vẽ bên dưới, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 8 phút, cabin dừng ở điểm B . Khi đó, điểm B cách mặt đất (mặt phẳng Oxy) bao nhiêu mét?



Lời giải

Phương trình tham số d của đường cáp qua A và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ là

$$\begin{cases} x = 8 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

$B \in d, \overline{AB}$ cùng hướng \vec{u} nên $B(8 + 2t; 2 - 2t; t), t > 0$.

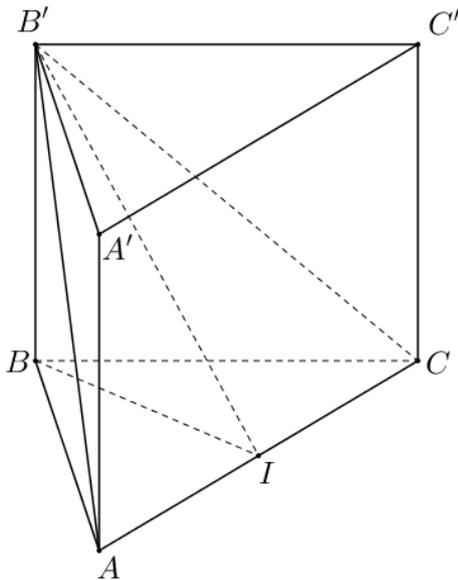
Sau 8 phút, $AB = 4,2.8.60 = 2016$ m.

Suy ra $\sqrt{(2t)^2 + (-2t)^2 + t^2} = 2016 \Rightarrow t = 672$. Khi đó $B(1352; -1342; 672)$

Vậy B cách mặt đất 672m.

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AB = 5\sqrt{6}$ cm và diện tích tam giác $AB'C$ bằng 75cm^2 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải



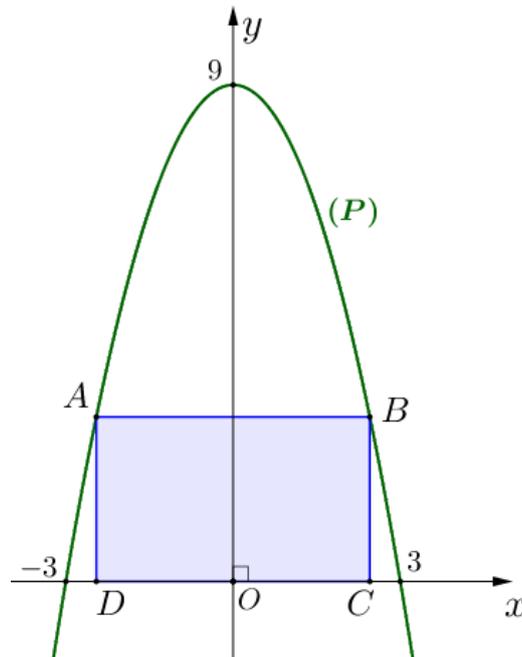
Gọi I là trung điểm của AC . Khi đó $AC \perp BI; AC \perp BB' \Rightarrow AC \perp (BIB') \Rightarrow AC \perp B'I$.

$$S_{AB'C} = \frac{1}{2}.B'I.AC \Rightarrow B'I = \frac{2.S_{AB'C}}{AC} = 5\sqrt{6}(\text{cm}).$$

$$BB' = \sqrt{B'I^2 - BI^2} = \sqrt{(5\sqrt{6})^2 - \left(5\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{6}}{2} (\text{cm}).$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot (5\sqrt{6})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \approx 398 (\text{cm}^3).$$

Câu 5. Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P) , C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

(P) cắt Ox tại hai điểm có hoành độ bằng ± 3 nên $(P): y = a(x + 3)(x - 3) = a(x^2 - 9)$.

(P) qua $M(0; 9)$ nên $a = -1$. Vậy $(P): y = 9 - x^2$.

Gọi $B(x; 9 - x^2) \in (P)$, với $x \in (0; 3)$.

Suy ra $CD = 2x; BC = 9 - x^2$.

$$S_{ABCD} = BC \cdot CD = -2x^3 + 18x = f(x).$$

$f'(x) = -6x^2 + 18; f'(x) = 0$ khi $x = \pm\sqrt{3}$. Vì $x \in (0; 3)$ nên ta nhận $x = \sqrt{3}$.

Vì $f'(x) > 0 \forall x \in (0; \sqrt{3})$ và $f'(x) < 0 \forall x \in (\sqrt{3}; 3)$ nên $\max_{x \in (0; 3)} f(x) = f(\sqrt{3}) = 12\sqrt{3} \approx 20,8$

Vậy hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất khoảng $20,8 \text{ m}^2$.

Câu 6. Có 5 cái hộp được đánh số lần lượt là 3, 4, 5, 6 và 7. Trong mỗi hộp chứa số tiền là n^2 nghìn đồng, với n là số ghi trên hộp đó. Một người chọn ngẫu nhiên một hộp. Nếu số ghi trên hộp là số nguyên tố, người đó nhận số tiền trong hộp và dừng lại. Nếu số ghi trên hộp không phải số nguyên tố, người đó chọn ngẫu nhiên

nhận một hộp trong các hộp còn lại, và nhận tổng số tiền của cả hai hộp. Tính xác suất để người đó nhận được đúng 25 nghìn đồng.

Lời giải

Gọi biến cố A : “Người đó nhận được 25 nghìn đồng”.

Nhận xét: $5^2 = 25$ hoặc $3^2 + 4^2 = 25$.

Ta có hai trường hợp: Người đó chọn được số 5 hoặc chọn hai lần được số 4; 3:

+ TH1: Người đó chọn được hộp số 5 (số nguyên tố).

Xác suất là $P_1 = \frac{1}{5}$.

+ TH2: Lần nhất, người đó chọn được hộp số 4 (không là số nguyên tố), lần hai chọn được hộp số 3.

Xác suất là $P_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$.

Xác suất để người đó nhận được 25 nghìn đồng:

$P(A) = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} = 0,25$.

--HẾT--

ĐÁP ÁN**Phần I. Phần trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	C	A	B	B	D	A	D	A	B	C

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai	a) Đúng b) Sai c) Đúng d) Sai	a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Sai

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

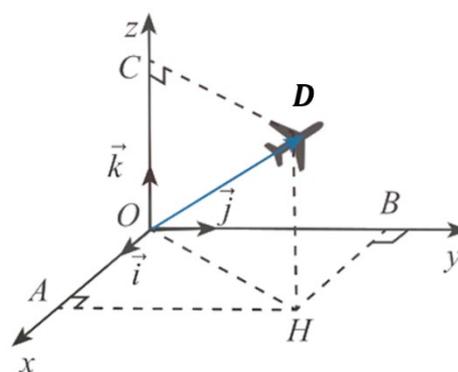
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	7360	53	504	243	6,16	0,25

ĐÁP ÁN CHI TIẾT**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.**Câu 1.** Trong quá trình cất cánh tại sân bay, một chiếc máy bay bắt đầu rời khỏi đường băng và bay lên không trung. Để mô tả vị trí của máy bay, người ta thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục tọa độ là km). Biết D là vị trí của máy bay, $OD = 18$; $OA = OB$; $\widehat{DOC} = 60^\circ$.

a) $OC = 9$.

b) $OH = \frac{18\sqrt{3}}{3}$.

c) $BH = \frac{9\sqrt{6}}{2}$.

d) Vùng giới hạn cấm bay gần đó được mô tả bằng mặt phẳng $(P): x + y - 30 = 0$. Khi đó, máy bay cách (P) khoảng 5,9km.**Lời giải**

a) Đúng.

$$OC = OD \cdot \cos 60^\circ = 9.$$

b) Sai.

$$OH = CD = OD \cdot \sin 60^\circ = 9\sqrt{3}.$$

c) Đúng.

$$OAHB \text{ là hình vuông nên } OA = OB = \frac{OH}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{6}}{2} = BH.$$

d) Sai.

$$\text{Ta có: } D\left(\frac{9\sqrt{6}}{2}; \frac{9\sqrt{6}}{2}; 9\right). \text{ Suy ra } d(D, (P)) \approx 5,63.$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2x - 2$ và $f(4) = 8$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) + F(2) = 0$. Khi đó:

a) $f'(1) = 0$.

b) $F'(x) = f(x)$.

c) $F(-3) = -14$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = F(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 2$ lớn hơn 0,5.

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng.

c) Sai.

Ta có: $f(x) = x^2 - 2x + C$. Vì $f(4) = 8$ nên $C = 0$. Suy ra $f(x) = x^2 - 2x$.

$$F(x) = \int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C_1.$$

$$\text{Vì } F(1) + F(2) = 0 \Rightarrow C_1 = 1. \text{ Vậy } F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1.$$

$$\text{Khi đó: } F(-3) = -17.$$

d) Sai.

$$\text{Ta có: } S = \int_1^2 |F(x)| dx \approx 0,2.$$

Câu 3. Lớp 12T có 40 học sinh. Sau khi làm bài kiểm tra Toán, kết quả cho thấy chỉ có 30 học sinh của lớp trả lời được mọi câu hỏi. Trong số những học sinh trả lời được mọi câu hỏi, có 80% đạt điểm trên 7. Trong số những học sinh không trả lời được mọi câu hỏi, chỉ có 50% đạt điểm trên 7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 12T. Gọi biến cố A : “một học sinh trả lời được tất cả các câu hỏi”, biến cố B : “một học sinh có điểm kiểm tra trên 7”.

a) $P(\bar{B} | A) = 0,2$.

b) $P(\bar{A}B) = 0,175$.

c) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là 72,5%.

d) Tỷ lệ phần trăm để một học sinh trả lời được mọi câu hỏi, nếu học sinh đó có điểm kiểm tra trên 7, là 81,5%.

Lời giải

a) Đúng.

$$P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,2.$$

b) Sai.

$$P(A) = \frac{30}{40} = 0,75; P(\bar{A}) = 0,25.$$

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,25 \cdot 0,5 = 0,125$$

c) Đúng.

Xác suất để một học sinh có điểm kiểm tra trên 7 là:

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,75 \cdot 0,8 + 0,125 = 0,725 = 72,5\%.$$

d) Sai.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,75}{0,725} = \frac{24}{29} \approx 82,8\%.$$

Câu 4. Một công ty nước ngoài đang cần thuê nhân viên để bán các hợp đồng bảo hiểm cho khách hàng. Công ty nhận thấy nếu thuê x nhân viên với chi phí là 750 USD/tuần cho mỗi nhân viên thì công ty sẽ bán được $q(x) = x^3 - 12x^2 + 60x$ hợp đồng bảo hiểm. Do hạn chế về không gian, công ty không thể thuê quá 7 nhân viên. Biết công ty nhận được 50 USD cho mỗi hợp đồng bán ra, chi phí cố định mỗi tuần là 2500 USD.

a) Điều kiện của x là: $x \in [0; 7]$ và $x \in \mathbb{N}$.

b) Chi phí hàng tuần mà công ty phải thanh toán là $750x - 2500$ (USD).

c) Lợi nhuận hàng tuần của công ty là $T(x) = x^3 - 12x^2 - 690x - 2500$ (USD).

d) Công ty cần thuê 6 nhân viên để đạt lợi nhuận nhiều nhất.

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Sai.

$$T(x) = 50(x^3 - 12x^2 + 60x) - 750x - 2500 = 50x^3 - 600x^2 + 2250x - 2500.$$

d) Sai.

$$T'(x) = 150x^2 - 1200x + 2250.$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = 5.$$

$$T(0) = -2500; T(3) = 200; T(5) = 0; T(7) = 1000.$$

Suy ra $\max_{[0;7]} T(x) = 1000$ khi $x = 7$.

Vậy công ty cần thuê 7 nhân viên để đạt lợi nhuận nhiều nhất.

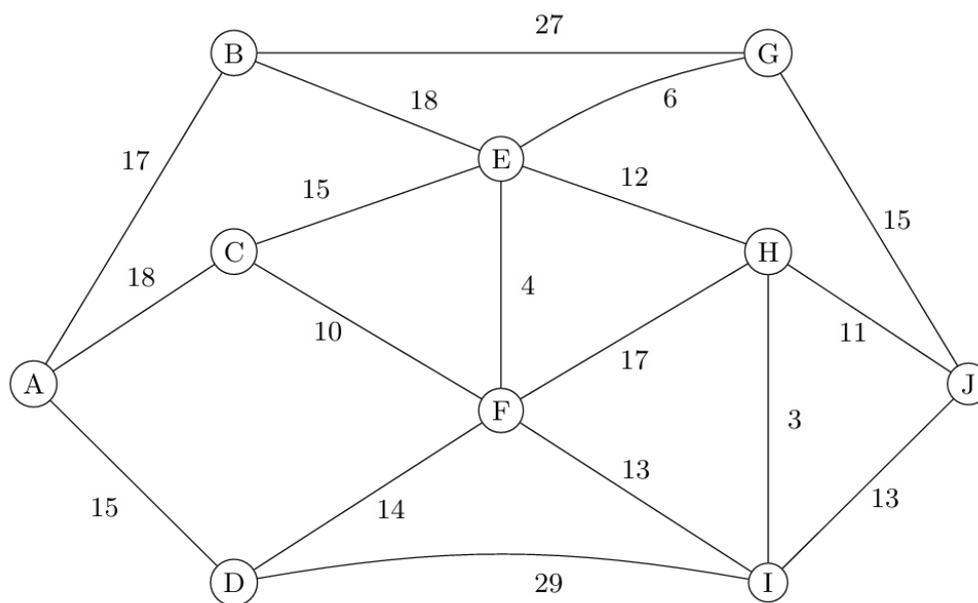
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nước chảy ra từ một chiếc bể với tốc độ $v(t) = (500 - 5t)$ lít/phút, (với t là thời gian tính bằng phút). Tính tổng lượng nước chảy ra trong 16 phút đầu tiên.

Lời giải

Tổng lượng nước chảy ra trong 16 phút đầu tiên là $\int_0^{16} (500 - 5t) dt = 7360$ (lít).

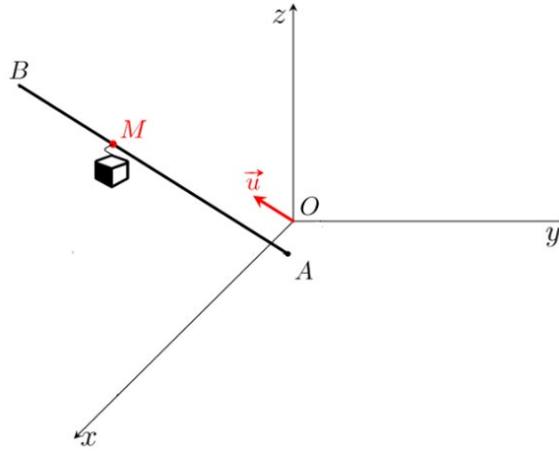
Câu 2. Một công ty vận tải đang lên kế hoạch giao hàng từ kho hàng A đến điểm nhận J. Trên hành trình, xe có thể đi qua một số điểm trung chuyển như B, C, D, E, F, G, H, I. Các tuyến đường cùng khoảng cách giữa các địa điểm được minh họa như trong hình vẽ sau. Các con số trên đoạn đường biểu thị độ dài (tính bằng kilômét). Tuyến đường ngắn nhất từ A đến J có chiều dài bao nhiêu kilômét?



Lời giải

Tuyến đường ngắn nhất là $A \rightarrow C \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow J$. Tổng khoảng cách là 53km.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(7; 2; 0)$ và chuyển động đều trên đường thẳng d , cùng hướng với vectơ $\vec{u} = (2; -2; 1)$, có tốc độ là 4,2 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau thời gian 6 phút, cabin dừng ở điểm B. Khi đó, điểm B cách mặt đất (mặt phẳng Oxy) bao nhiêu mét?



Lời giải

Phương trình tham số d của đường cáp qua A và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ là

$$\begin{cases} x = 7 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

$B \in d, \overrightarrow{AB}$ cùng hướng \vec{u} nên $B(7 + 2t; 2 - 2t; t), t > 0$.

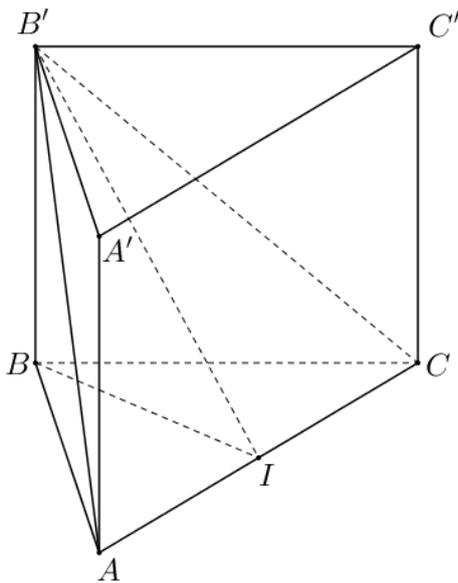
Sau 6 phút, $AB = 4,2 \cdot 60 = 1512$ m.

Suy ra $\sqrt{(2t)^2 + (-2t)^2 + t^2} = 1512 \Rightarrow t = 504$. Khi đó $B(1015; -1006; 504)$

Vậy B cách mặt đất 504m.

Câu 4. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Biết $AB = 6\sqrt{3}cm$ và diện tích tam giác $AB'C$ bằng $54cm^2$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (đơn vị cm^3).

Lời giải



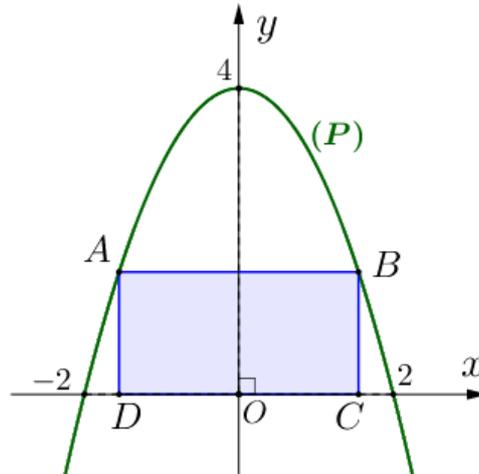
Gọi I là trung điểm của AC . Khi đó $AC \perp BI; AC \perp BB' \Rightarrow AC \perp (BIB') \Rightarrow AC \perp B'I$.

$$S_{AB'C} = \frac{1}{2} \cdot B'I \cdot AC \Rightarrow B'I = \frac{2 \cdot S_{AB'C}}{AC} = 6\sqrt{3} (cm).$$

$$BB' = \sqrt{B'I^2 - BI^2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = 3\sqrt{3} \cdot (6\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 243 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 5. Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P) , C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

(P) cắt Ox tại hai điểm có hoành độ bằng ± 2 nên $(P): y = a(x + 2)(x - 2) = a(x^2 - 4)$.

(P) qua $M(0; 4)$ nên $a = -1$. Vậy $(P): y = 4 - x^2$.

Gọi $B(x; 4 - x^2) \in (P)$, với $x \in (0; 2)$.

Suy ra $CD = 2x; BC = 4 - x^2$.

$S_{ABCD} = BC \cdot CD = -2x^3 + 8x = f(x)$.

$f'(x) = -6x^2 + 8; f'(x) = 0$ khi $x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Vì $x \in (0; 2)$ nên ta nhận $x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in \left(0; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}; 2\right)$ nên $\max_{x \in (0; 2)} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{32\sqrt{3}}{9} \approx 6,16$

Vậy hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất khoảng $6,16 \text{ m}^2$.

Câu 6. Có 5 cái hộp được đánh số lần lượt là 3, 4, 5, 6 và 7. Trong mỗi hộp chứa số tiền là n^2 nghìn đồng, với n là số ghi trên hộp đó. Một người chọn ngẫu nhiên một hộp. Nếu số ghi trên hộp là số nguyên tố, người đó nhận số tiền trong hộp và dừng lại. Nếu số ghi trên hộp không phải số nguyên tố, người đó chọn ngẫu nhiên một hộp trong các hộp còn lại, và nhận tổng số tiền của cả hai hộp. Tính xác suất để người đó nhận được đúng 25 nghìn đồng.

Lời giải

Gọi biến cố A : “Người đó nhận được 25 nghìn đồng”.

Nhận xét: $5^2 = 25$ hoặc $3^2 + 4^2 = 25$.

Ta có hai trường hợp: Người đó chọn được số 5 hoặc chọn hai lần được số 4; 3:
+ TH1: Người đó chọn được hộp số 5 (số nguyên tố).

$$\text{Xác suất là } P_1 = \frac{1}{5}.$$

+ TH2: Lần nhất, người đó chọn được hộp số 4 (không là số nguyên tố), lần hai chọn được hộp số 3.

$$\text{Xác suất là } P_2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20}.$$

Xác suất để người đó nhận được 25 nghìn đồng:

$$P(A) = P_1 + P_2 = \frac{1}{4} = 0,25.$$

--HẾT--

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>