Trao đổi kinh nghiệm dạy học theo định hướng tiếp cận năng lực người học

Phương pháp tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau nhờ kĩ thuật dựng song song giữa đường thẳng và mặt phẳng

HOÀNG XUÂN BÍNH

GV Trường THPT chuyên Biên Hòa, Hà Nam

Trong bài toán thuộc chủ đề khoảng cách thì ta thấy thường xuất hiện bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau. Do đó, mình viết chuyên đề này để giúp các thầy cô và các em học sinh có một hướng tiếp cận khi giải quyết bài toán này.

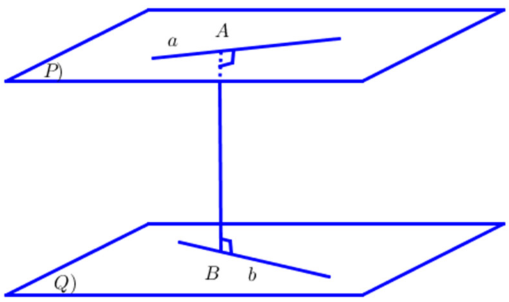
I. Kiến thức cơ bản cần nhớ:

1) Định nghĩa: Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó

2) Nhận xét:

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa một trong hai đường thẳng đó đến mặt phẳng song song với nó và chứa đường thẳng còn lại.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng đó.



3) Định hướng:

Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau ta thường sử dụng một trong hai hướng sau:

- Hướng 1: Sử dụng định nghĩa.

- Hướng 2: Sử dụng nhận xét trên.

4) Các kiến thức bổ trợ:

Chúng ta cần lưu ý một số định lý, tính chất và công thức sau:

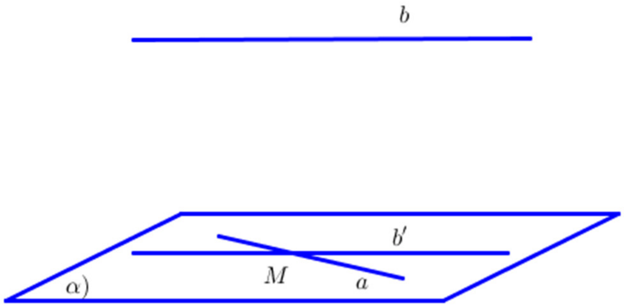
- Đường thẳng song song với mp:

Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) và d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) thì d song song với mặt phẳng (α).

- Cách dựng mp mặt phẳng chứa đường thẳng b và song song với đường thẳng a (với a và b là hai đường thẳng chéo nhau):

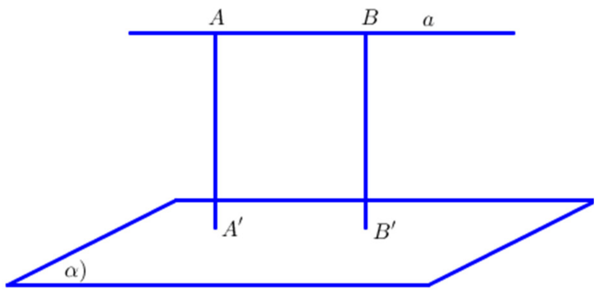
+ Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

+ Cách dựng: Lấy điểm M bất kì thuộc a. Qua M kẻ đường thẳng $b' \parallel b$. Gọi (α) là mặt phẳng xác định bởi a và b'. Khi đó $b \parallel b', b' \subset (\alpha), b \not\subset (\alpha) \Rightarrow b \parallel (\alpha)$.



- K/c đường thẳng và mp song song: *Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) là khoảng cách từ một điểm bất kì của a đến mặt phẳng (α), kí hiệu là $d(a;(\alpha))$.*

+ Nhận xét: *nếu $AB \parallel (\alpha)$ thì $d(A;(\alpha)) = d(B;(\alpha))$*

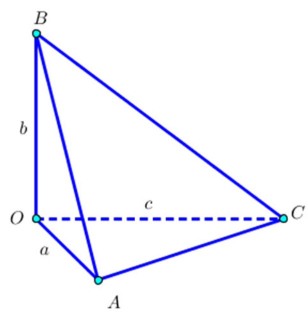


- Công thức tỉ số khoảng cách:

$$\text{Nếu } AB \cap (\alpha) = I \Rightarrow \frac{d(A;(\alpha))}{d(B;(\alpha))} = \frac{AI}{BI}.$$

- Chú ý: Cho tam diện vuông đỉnh O có OA, OB, OC đôi một vuông góc.

Giả sử: $h = d(O;(ABC))$ và $OA = a, OB = b, OC = c$ thì ta luôn có $\boxed{\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$



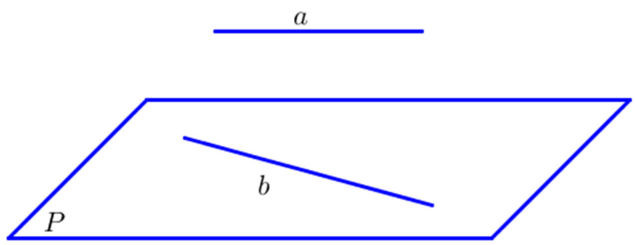
(Phần chứng minh công thức này, đề nghị bạn đọc tự tìm hiểu và chứng minh lấy)

II. Nội dung chuyên đề:

Để giúp học sinh và các thầy cô có một cách tiếp cận về loại bài tập này, tôi xin trình bày: *Phương pháp tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau nhờ kĩ thuật dựng song song giữa đường với mặt.*

a) Phương pháp: Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong chuyên đề này, chúng ta sử dụng phương pháp đường song song với mặt.

Cho a,b là hai đường thẳng chéo nhau thì ta luôn có: $d\left(a;b\right)=d\left(a;\left(P\right)\right)$ với $b\subset\left(P\right)$ và $a\,//\left(P\right)$.



b) Các tính chất hình học phẳng thường được sử dụng:

- Loại 1: Khai thác tính chất hình bình hành (*hoặc trong các hình hình thoi, hình chữ nhật, hình vuông*): trong một hình bình hành thì hai cặp cạnh đối diện luôn song song với nhau.

- Loại 2: Khai thác tính chất đường trung bình của tam giác.

Chú ý:

+ Để khai thác tính chất đường trung bình trong tam giác, ta chú ý tới các yếu tố trung điểm có sẵn trong đề bài từ đó xây dựng thêm một trung điểm mới để thiết lập đường trung bình từ đó xác định được yếu tố song song mà ta sẽ chuyển đổi được khoảng cách giữa đường với đường về đường với mặt.

+ Với bài toán có liên quan tới bài toán về hình hộp hoặc lăng trụ tam giác thì ta chú ý một tính chất quen thuộc của lăng trụ là: tâm của các mặt bên cũng chính là trung điểm của hai đường chéo của mặt bên đó.

III. Bài tập minh họa:

Trong chuyên đề này, tôi xin chia các bài toán áp dụng được phương pháp này thành 2 dạng:

- Dạng 1. Các bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong các bài toán về hình chóp

- Dang 2: Các bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong các bài toán về lăng trụ.

Để làm rõ hơn việc tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng kĩ thuật dựng đường song song với mặt , chúng ta sẽ đi tìm hiểu cụ thể trong các bài toán sau đây.

1) Dang 1: Các bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong các bài toán về hình chóp

Câu 1: *(Chuyên Lam Sơn, Thanh Hóa, năm học 2020-2021)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Phân tích:

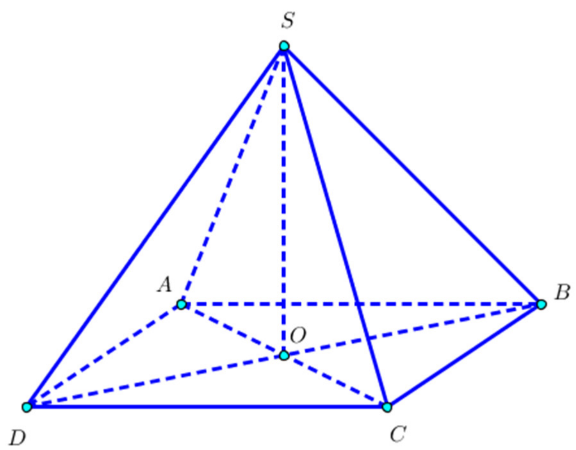
+ Trong bài toán này,ta thấy ngay là bài toán thuộc loại 1.

+ Theo giả thiết bài toán thì $ABCD$ là hình vuông nên $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ do đó $d(AB;SC)=d(AB;(SCD))$

Từ đó ta có thể tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng AB,SC như sau:

Lời giải

Chọn B



Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$ do đó $d(AB;SC)=d(AB;(SCD))$ $=d(A;(SCD))=2d(O;(SCD))=2h$.

Khi đó $O.SCD$ là tam diện vuông đỉnh O nên ta có:

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{2}{a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{5}{a^2}$$

Do đó: $h=\frac{a}{\sqrt{5}} \Rightarrow d(AB;SC)=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2: *(SGD&ĐT Thái Nguyên, năm học 2020-2021)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn là AD , các đường thẳng SA, AC, CD đôi một vuông góc với nhau biết $SA=AC=CD=\sqrt{2}a$ và $AD=2BC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

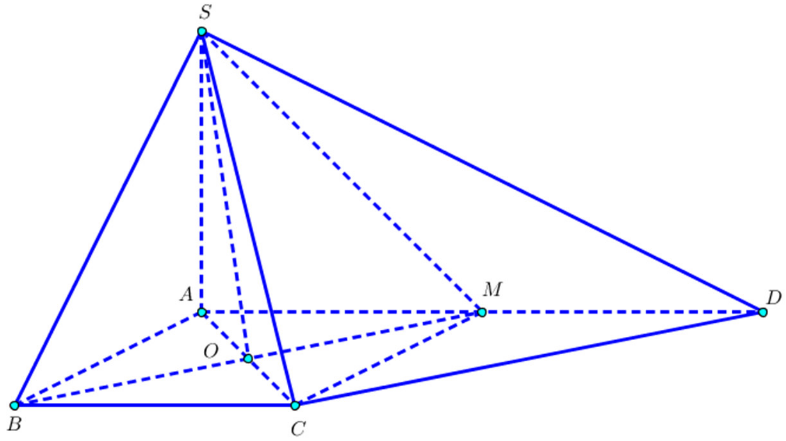
Phân tích:

- Trong bài toán này, ta thấy có dữ kiện: $ABCD$ là hình thang mà đáy lớn $AD=2BC$. Từ dữ kiện này, giúp ta nảy ra ý tưởng nếu gọi M là trung điểm AD thì $BC \parallel DM, BC=DM$ do đó $BCDM$ là hình bình hành.

- Khoảng cách cần tính: $d(SB;CD)=d(CD;(SBM))$

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} SA \perp AC \\ SA \perp CD \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm AD thì $BC \,//\, DM, BC = DM$ do đó $BCDM$ là hình bình hành.

Suy ra: $CD // BM \Rightarrow CD // (SBM) \Rightarrow d(CD;SB) = d(D;(SBM)) = d(A;(SBM))$

Do $SA = AC = CD = \sqrt{2}a$ nên tam giác ACD vuông cân tại C suy ra $CM \perp AD$,

$AD = \sqrt{2}AC = 2a$, $CM = AM = \frac{1}{2}AD = a$.

Mà $BC \,//\, AM, BC = AM$, $\widehat{ABC} = 90^\circ, AM = MC = a$ nên $ABCM$ là hình vuông do đó $AB = a$.

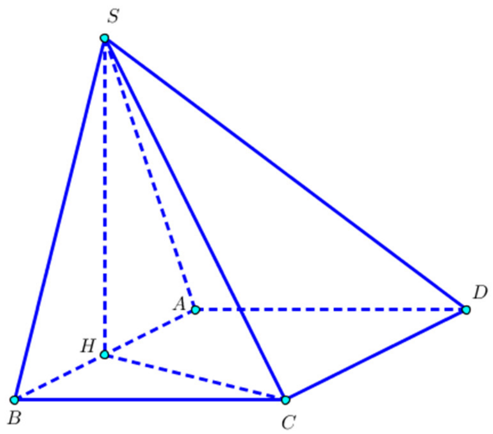
Từ đó $ABCM$ là hình vuông suy ra $AB \perp AD$.

Xét $A.SBM$ là tam diện vuông đỉnh A nên $d(A;(SBM)) = h$ thì

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{2a^2}$$

Do đó $h = \frac{a\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d(SB;CD) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 3: *(THPT Lương Thế Vinh, Hà Nội, năm học 2019 – 2020)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Tam giác SAB cân ở S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt đáy là $45°$. Gọi H là trung điểm cạnh AB. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và CH.



A. $\frac{3\sqrt{10}a}{\sqrt{109}}$. **B.** $\frac{3\sqrt{85}a}{17}$. **C.** $\frac{3\sqrt{11}a}{11}$. **D.** $\frac{3\sqrt{14}a}{7}$.

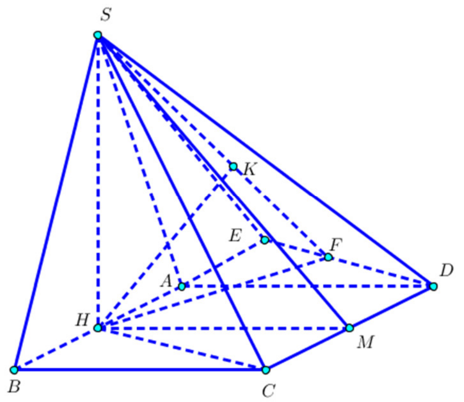
Phân tích:

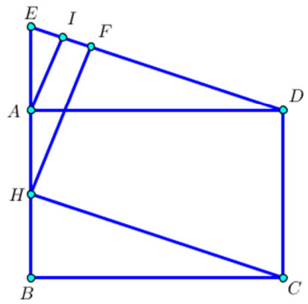
+ Trong bài toán này để chuyển đổi khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho về khoảng cách giữa đường và mặt phẳng song song, ta dựng thêm hình bình hành $CDEH$.

+ Khi đó: $CH \,//\, DE \Rightarrow CH \,//\, (SDE) \Rightarrow d(CH;SD) = d(CH;(SDE))$.

Lời giải

Chọn D





Dựng hình bình hành $CDEH$.

Khi đó, ta có:

$DE \,//\, CH \Rightarrow CH \,//\, (SED) \Rightarrow d(SD;CH) = d(CH;(SED)) = d(H;(SED))$.

Theo giả thiết: tam giác SAB cân ở S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, H là trung điểm cạnh $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HM \perp CD, M \in CD$.

Khi đó: $CD \perp SH, CD \perp HM \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow CD \perp SM$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMH} = 45°$

$\Rightarrow \tan\widehat{SMH} = \dfrac{SH}{MH} \Rightarrow SH = MH.\tan 45° = 3a$.

Kẻ $HF \perp ED$ $(F \in ED)$, $HK \perp SF$.

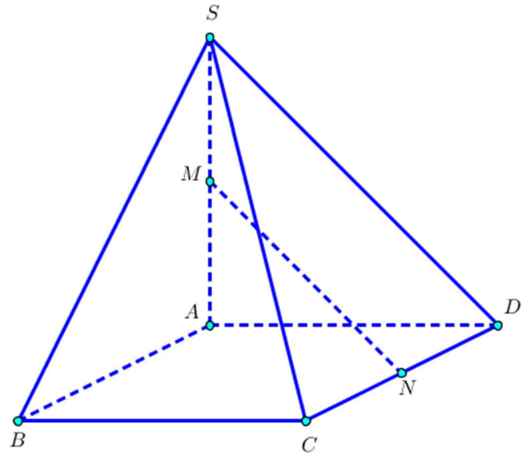
Ta có $SH \perp ED \Rightarrow ED \perp (SHF) \Rightarrow ED \perp HK \Rightarrow HK \perp (SDE) \Rightarrow d(H;(SDE)) = HK$

Kẻ $AI \perp ED (I \in ED) \Rightarrow AI = \dfrac{AE.AD}{ED} = \dfrac{a.3a}{a\sqrt{10}} = \dfrac{3a}{\sqrt{10}} \Rightarrow HF = 2AI = \dfrac{6a}{\sqrt{10}}$.

$$\Rightarrow HK = \frac{SH.HF}{\sqrt{SH^2 + HF^2}} = \frac{3a.\dfrac{6a}{\sqrt{10}}}{\dfrac{3a\sqrt{35}}{5}} = \frac{3a\sqrt{14}}{7}.$$

Vậy $d(SD,CH) = \dfrac{3a\sqrt{14}}{7}$.

Câu 4: ***(SGD&ĐT Hà Nam, năm học 2020-2021)*** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD (*tham khảo hình vẽ*). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC bằng:



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$.

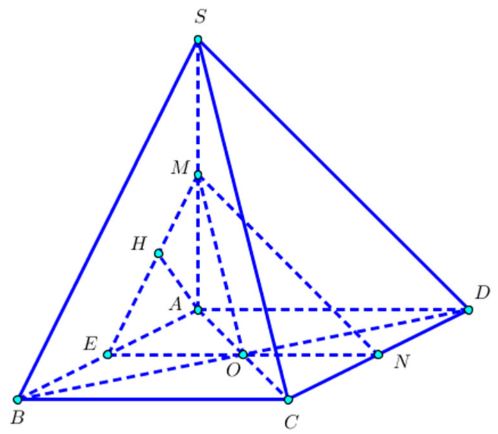
Phân tích:

- Trong bài toán này, từ điều kiện của bài toán cho ta thấy M, N là trung điểm SA, CD do đó để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC ta có thể gọi thêm O là tâm của hình vuông $ABCD$ từ đó ta khai thác được tính chất đoạn thẳng OM là đường trung bình của tam giác SAC.

Khi đó: $OM // SC \Rightarrow SC // (MNO)$ và ta chuyển đổi được $d(SC;MN) = d(SC;(MNO))$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm của AB; O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có: OM là đường trung bình của tam giác SAC.

Do đó: $OM // SC \Rightarrow SC // (MNO)$.

Suy ra: $d(SC;MN) = d(SC;(MNE)) = d(C;(MNE)) = d(A;(MNE))$.

Trong (SAB): Kẻ $AH \perp EM$ tại H.

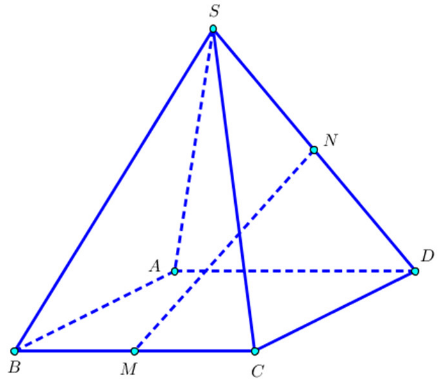
Ta có: $SA \perp EN$ và $AB \perp EN$ nên $EN \perp (SAB) \Rightarrow EN \perp AH$.

Do đó $AH \perp (MEN) \Rightarrow d(A;(MNE)) = AH$

Mà $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AE^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Vậy $d(MN;SC) = AH = \dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 5: *(HSG Thái Bình, năm học 2019-2020)* Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và SD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB là



A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

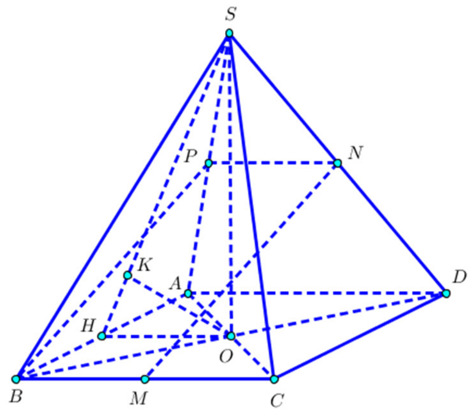
Phân tích:

- Trong bài toán này với điều kiện M,N là trung điểm của hai cạnh BC,SD ta lại thấy có một điều đặc biệt là $MN \,//\, (SAB)$.

Thật vậy, nếu ta gọi P là trung điểm của cạnh SA thì ta có NP là đường trung bình của tam giác SAD nên ta suy ra được $NP \,//\, AD, NP=\dfrac{1}{2}AD$ và từ đó ta có $NP \,//\, BM, NP=BM$ do đó $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow MN \,//\, BP \Rightarrow MN \,//\, (SAB)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi P là trung điểm SA. Khi đó NP là đường trung bình trong tam giác SAD

$\Rightarrow NP \,//\, AD,\ NP=\dfrac{1}{2}AD.$

Ta lại có $MB=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}AD.$

Do đó $BMNP$ là hình bình hành $\Rightarrow MN \,//\, BP \Rightarrow MN \,//\, (SAB)$.

Khi đó $d(MN;SB)=d(MN;(SAB)) = d(M;(SAB))=\dfrac{1}{2}d(C;(SAB))=d(O;(SAB))$.

Từ O kẻ $OH\perp AB\,(H\in AB)$ và $OK\perp SH\,(K\in SH)$.

Khi đó $\begin{cases} AB\perp OH \\ AB\perp SO \end{cases} \Rightarrow AB\perp (SOH) \Rightarrow AB\perp OK$. Ta lại có $OK\perp SH$

$\Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow d(O;(SAB)) = OK$.

Có $AB = a \Rightarrow OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Mà $SA = a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta lại có $OH = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{a}{2}$. Khi đó $OK = \dfrac{SO.OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $d(MN, SB) = OK = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Dang 2: Các bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong các bài toán về lăng trụ

Câu 6: ***(THPT Chuyên Nguyễn Thị Minh Khai, Sóc Trăng, năm học 2019 – 20202)*** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, AA' = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD' là

A. $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

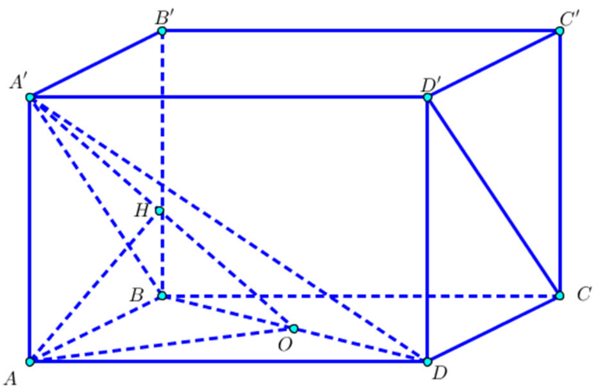
Phân tích:

- Trong bài toán về hình hộp, ta chú ý tới điều kiện là các cạnh đáy tương ứng song song với nhau, các đường chéo của các mặt đối diện song song với nhau.

- Áp dung trong bài toán này, ta thấy $CD' \parallel A'B$ vì là hai đường chéo tương ứng của hai mặt bên đối diện nhau do đó $CD' \parallel (A'BD)$ nên $d(CD';BD) = d(CD';(A'BD))$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $CD' \parallel (A'BD)$ nên $d(BD;CD') = d(CD';(A'BD)) = d(C;(A'BD)) = d(A;(A'BD))$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì $AO \perp BD, AA' \perp BD \Rightarrow (A'AO) \perp (A'BD)$

Mà $(A'AO) \cap (A'BD) = A'O$

Kẻ $AH \perp A'O \Rightarrow AH \perp (A'BD) \Rightarrow AH = d(A;(A'BD)) = h$

Ta có $A'A = a\sqrt{2}; AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác vuông $A'AO$, ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AO^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Vậy $d(BD;CD') = d(A;(A'BD)) = AH = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 7: *(Thi cụm liên trường Thanh Hóa, năm học 2019 – 2020)* Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{17}}{17}$.

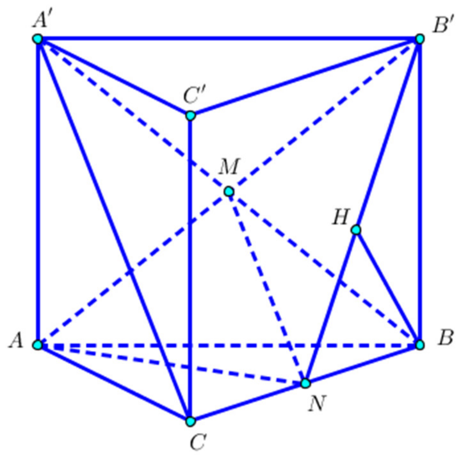
Phân tích:

- Trong bài toán này, để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$ ta sẽ khai thác tính chất: mặt bên của lăng trụ đều là các hình bình hành nên tâm của các mặt bên ấy chính là trung điểm của hai đường chéo.

- Với ý tưởng như vậy, ta gọi thêm M, N là trung điểm của AB' và BC khi đó MN là đường trung bình của tam giác $A'BC$ nên $MN // A'C$ do đó $A'C // (AB'N)$ $\Rightarrow d(A'C; AB') = d(A'C; (AB'N))$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là tâm mặt bên $ABB'A'$ và N là trung điểm BC.

Ta có: $A'C // MN \Rightarrow A'C // (ANB')$.

Khi đó: $d(AB'; A'C) = d(A'C; (ANB')) = d(C; (ANB')) = d(B; (ANB'))$.

Kẻ $BH \perp B'N$ khi đó vì $\begin{cases} AN \perp BC \\ AN \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AN \perp (BCC'B') \Rightarrow AN \perp BH$.

Do đó $BH \perp (ANB') \Rightarrow d(B; (ANB')) = BH$.

Xét $\Delta BNB'$: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BN^2} + \frac{1}{BB'^2} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{17}}{17}$.

Câu 8: *(SGD&ĐT Cao Bằng, năm học 2019-2020)* Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông cạnh a. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC'.

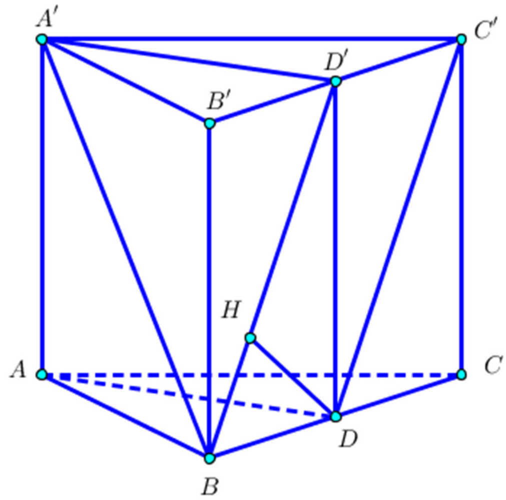
A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Phân tích:

- Trong bài toán này thì do tính chất các mặt bên của lăng trụ là hình bình hành nên ta xây dựng thêm trung điểm D' của cạnh $B'C'$. Khi đó ta có tứ giác $BDC'D'$ là hình bình hành nên $BD' \parallel C'D \Rightarrow C'D \parallel \left(A'BD'\right)$. Do đó: $d\left(A'B;DC'\right)=d\left(DC';\left(A'BD'\right)\right)$

Lời giải

Chọn C



Gọi D' là trung điểm của $B'C'$ thì ta có $BDC'D'$ là hình bình hành.

Do đó: $C'D \parallel BD' \Rightarrow CD' \parallel \left(A'BD'\right)$ nên $d\left(A'B;DC'\right)=d\left(DC';\left(A'BD'\right)\right)=d\left(D;\left(A'BD'\right)\right)$

Vẽ $DH \perp BD'$. Ta có: $A'D' \perp \left(BCC'B'\right) \Rightarrow A'D' \perp DH \Rightarrow DH \perp \left(A'BD'\right)$ do đó $d\left(D;\left(A'BD'\right)\right)=DH$.

Ta có $DH=\dfrac{DD'.DB}{\sqrt{DD'^2+DB^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$ do đó $d\left(A'B;DC'\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

IV. Bài tập tự luyện:

Để có thể làm rõ thêm cách áp dụng phương pháp được đưa ra trong chuyên đề này, tôi đưa ra một số bài tập áp dụng như sau:

Câu 1: ***(Đề thi thử VTV7, lần 2, năm học 2020 - 2021)*** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $AC=a$. Biết tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy; góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{609}}{19}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{609}}{29}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{600}}{29}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{906}}{29}$.

Câu 2: ***(Quốc học Quy Nhơn, năm học 2019-2020)*** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD.

A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: ***(THPT Lý Thường Kiệt, Bắc Ninh, năm học 2019-2020)*** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB

A. $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $2a$.

Câu 4: *(THPT Lê Văn Thịnh, Bắc Ninh, năm học 2019-2020)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của AD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{5}$.

Câu 5: *(THPT Yên Phong 2, Bắc Ninh, năm học 2019-2020)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của AD, góc giữa SB và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là $45°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BH theo a.

A. $a\sqrt{\frac{2}{5}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $a\sqrt{\frac{2}{3}}$.

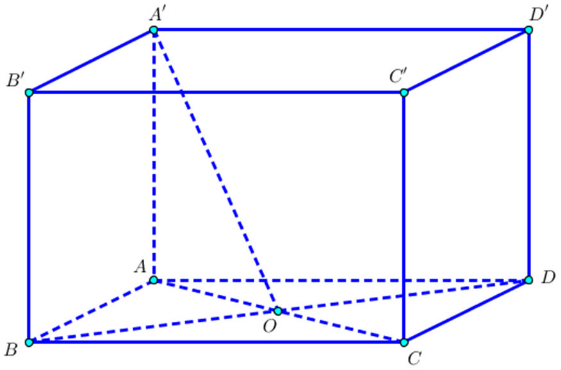
Câu 6: *(Chuyên KHTN, năm học 2020-2021)* Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45°. Gọi E là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

A. $\frac{2a\sqrt{19}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{19}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{19}}{5}$.

Câu 7: *(THPT Nguyễn Đức Cảnh, Thái Bình, năm học 2019 – 2020)* Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông tại B, $AB = BC = 2a$, $(SAB)\perp(ABC)$ và $(SAC)\perp(ABC)$. Gọi M là trung điểm đoạn AB, mặt phẳng (α) qua SM và $(\alpha)//BC$ cắt AC tại N, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN.

A. $\frac{2a.\sqrt{156}}{13}$. **B.** $\frac{a.\sqrt{13}}{156}$. **C.** $\frac{a.\sqrt{156}}{13}$. **D.** $\frac{a.\sqrt{13}}{13}$.

Câu 8: *(SGD&ĐT Lai Châu, năm học 2020 – 2021)* Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC.



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 9: *(THPT Chuyên Phú Thọ, năm học 2020 – 2021)* Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và MN bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$

Câu 10: *(Chuyên Vĩnh Phúc, năm học 2018-2019)* Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$ **C.** $a\sqrt{5}$ **D.** $\frac{2\sqrt{17}}{17}a$

Bảng đáp án tham khảo phần bài tập tự luyện

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	A	A	A	A	C	B	B	D

V. *Lời kết:*

- Đây là một số tổng kết của tôi trong quá trình dạy học sinh, mong được sự góp ý của đồng nghiệp và các em học sinh giúp cho chuyên đề hoàn thiện hơn. Tôi xin chân thành cảm ơn!