

Họ tên thí sinh.....Số báo danh:.....

A. PHẦN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM: (14,0 điểm)

Câu 1. Cho tam giác ABC có $AB = 2, AC = 3, \widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. 7. B. -7. C. -1. D. 1.

Câu 2. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(-1; -1) \in S$. B. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$. C. $(1; 1) \in S$. D. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$.

Câu 3. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - x - 4} = \sqrt{x - 1}$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. -3.

Câu 4. Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-2; 0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 2x + y - 1 = 0$.

- A. $(x - 2)^2 + y^2 = 5$ B. $x^2 + (y - 2)^2 = 5$ C. $(x + 2)^2 + y^2 = 5$ D. $x^2 + (y + 2)^2 = 5$

Câu 5. Cho tam giác ABC có $AB = 4, BC = 6, CA = 8$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

- A. $r = \frac{256\sqrt{15}}{15}$. B. $r = \frac{\sqrt{15}}{3}$. C. $r = \frac{\sqrt{15}}{6}$. D. $r = \frac{16\sqrt{15}}{15}$.

Câu 6. Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề $M: \forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 1 \neq 0$.

- A. $\overline{M}: \forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 1 = 0$. B. $\overline{M}: \forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 1 \geq -1$.
C. $\overline{M}: \exists x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 1 = 0$. D. $\overline{M}: \exists x \in \mathbb{R}, 3x^2 - 1 \neq 0$.

Câu 7. Tìm m để 2 đường thẳng sau đây vuông góc: $\Delta_1: 2x - 3y + 4 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$.

- A. $m = -\frac{9}{8}$ B. $m = \frac{9}{8}$ C. $m = -\frac{1}{2}$ D. $m = \frac{1}{2}$

Câu 8. Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\cot \alpha = 5$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin \alpha - \cos \alpha}{3\sin \alpha + \cos \alpha}$ là:

- A. $P = \frac{3}{8}$. B. $P = \frac{9}{16}$. C. $P = -\frac{9}{16}$. D. $P = -\frac{3}{8}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\sin C = 2 \cdot \sin B \cdot \cos A$. Nhận xét nào về tam giác ABC là đúng?

- A. ΔABC đều. B. ΔABC vuông tại A C. ΔABC vuông tại C D. ΔABC cân tại C

Câu 10. Tính tổng các nghiệm của phương trình: $(x + 5)(2 - x) = 3\sqrt{x^2 + 3x}$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. -3. C. 3. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 11. Bảng xét dấu sau là bảng xét dấu của biểu thức nào trong các biểu thức dưới đây?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

A. $f(x) = x^2 - x - 2$.

B. $f(x) = -x^2 + x + 2$.

C. $f(x) = -x^2 - x + 2$.

D. $f(x) = x^2 + x - 2$.

Câu 12. Gọi D là tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{10 - x^2}$. Hỏi D có bao nhiêu phần tử là số tự nhiên?

A. 7.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 13. Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$ Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

A. $T = 1$.

B. $T = 22$.

C. $T = 6$.

D. $T = 9$.

Câu 14. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

Câu 15. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên (tính chính xác đến hàng phần trăm)?

A. 2,57 giây

B. 2,56 giây

C. 2,59 giây

D. 2,58 giây

Câu 16. Gọi (H) là miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$. Tính diện tích của (H) .

A. 8.

B. 16.

C. 2.

D. 4.

Câu 17. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $R = \frac{a}{3}$.

B. $R = \frac{a}{6}$.

C. $R = \frac{a}{9}$.

D. $R = \frac{a}{2}$.

Câu 18. Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos C$.

B. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$.

C. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos A$.

D. $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$.

Câu 19. Cho hàm số f xác định trên $\mathbb{R}$ và cũng có tập giá trị trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện:

$$2f(x^2 + 2x + 3) + f(x^2 - 2x + 3) = 6x^2 + 4x + 33, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Khi đó giá trị của $f(2024)$ là

A. $f(2024) = 4048$

B. $f(2024) = 2043$

C. $f(2024) = 4053$

D. $f(2024) = 2024^2$

Câu 20. Một người đi bộ xuất phát từ B trên một bờ sông (coi là đường thẳng) với vận tốc 6km/h để gặp một người chèo thuyền xuất phát cùng lúc từ vị trí A với vận tốc 3km/h (giả thiết bỏ qua vận tốc dòng nước). Nếu người chèo thuyền di chuyển theo đường vuông góc với bờ thì phải đi một khoảng cách $AH = 300\text{m}$, trong đó $BH = 1400\text{m}$. Tuy nhiên, nếu di chuyển theo cách đó thì hai người không đến cùng một lúc. Để hai người đến cùng một lúc thì mỗi người di chuyển về vị trí C nằm giữa H và B. Thời gian từ khi xuất phát cho đến khi hai người gặp nhau là bao nhiêu?

A. 10 phút

B. 20 phút.

C. 17 phút.

D. 27 phút.

Câu 21. Lớp 10A có 10 học sinh biết chơi bóng đá, 7 học sinh biết chơi bóng chuyền, 6 học sinh biết chơi bóng rổ, có 4 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng chuyền; có 3 học sinh biết chơi cả bóng đá, bóng rổ; 2 học sinh biết chơi cả bóng chuyền, bóng rổ; 1 học sinh biết chơi cả ba môn thể thao này. Hỏi số học sinh biết chơi ít nhất 1 môn là

A. 23.

B. 14.

C. 33.

D. 15.

Câu 22. Miền nghiệm của hệ bất phương trình sau chứa bao nhiêu điểm có tọa độ đều là các số nguyên?

$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ x + y + 2 \geq 0 \\ x - y - 2 < 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$$

A. 12.

B. 11.

C. 10.

D. 13.

Câu 23. Giá trị biểu thức $A = \frac{8\cos^3 a - 2\sin^3 a + \cos a}{2\cos a - \sin^3 a}$ khi $\tan a = 2$ là:

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 24. Cho hai tập $A = [1; 4)$; $B = (a; 2a + 1]$, $a > -1$. Với giá trị nào của a thì $A \cap B \neq \emptyset$

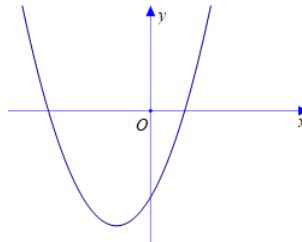
A. $0 \leq a < 4$.

B. $0 \leq a \leq 4$.

C. $\begin{cases} a \geq 4 \\ a < 0 \end{cases}$.

D. $0 < a \leq 4$.

Câu 25. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?



A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-20; 20]$ để phương trình: $2x^2 - 2mx + 1 = 3\sqrt{2x^3 + x}$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 20.

B. 23.

C. 21.

D. 22.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-1; -2)$, $B(3; 2)$, $C(4; -1)$. Biết điểm $E(a; b)$ di động trên đường thẳng AB sao cho $|2\overrightarrow{EA} + 3\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2$.

A. $a^2 - b^2 = \frac{3}{2}$.

B. $a^2 - b^2 = \frac{2}{3}$.

C. $a^2 - b^2 = 2$.

D. $a^2 - b^2 = 1$.

Câu 29. Cho tam giác ABC đều. Lấy các điểm E, F, M sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC}$.

Để AM vuông góc với EF thì giá trị của k thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 30. Cho parabol $(P): y = -x^2 + 2mx - 3m^2 + 4m - 3$ (m là tham số) có đỉnh I . Gọi A, B là hai điểm thuộc Ox sao cho $AB = 2024$. Khi đó ΔIAB có diện tích nhỏ nhất bằng:

A. 2024.

B. 4048.

C. 506.

D. 1012.

Câu 31. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$?

- A. $\vec{u}_4 = (-1; -6)$ B. $\vec{u}_3 = \left(\frac{1}{2}; -3\right)$ C. $\vec{u}_2 = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ D. $\vec{u}_1 = \left(3; \frac{1}{2}\right)$

Câu 32. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị $P = a.b$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$ và $C(-3; 2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

- A. $-3x + 7y + 13 = 0$ B. $3x + 7y + 1 = 0$ C. $7x + 3y + 13 = 0$ D. $7x + 3y - 11 = 0$

Câu 34. Cho tam giác ABC cân đỉnh A . AH là đường cao kẻ từ A và $H \in BC$. Biết rằng $AH^2 = BC.AB$. Tính $\left(\frac{AH}{BC}\right)^2$ được kết quả bằng:

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ B. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ D. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$

Câu 35. Cho tam giác ABC đều ABC cạnh bằng 1. Gọi M là điểm di động trên đường thẳng AB . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MB^2 + 2MC^2$.

- A. $\frac{7}{4}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 4 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 0]$.

- A. $-2 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -3 \end{cases}$. D. $-2 < m < 1$.

Câu 37. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: x + 2y - 15 = 0$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2x - y - 10 = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 2x - y - 6 = 0 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases}$.

Câu 38. Cho 2 vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 60° . Biết $|\vec{a}| = 6; |\vec{b}| = 3$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}| + |\vec{a} - \vec{b}|$

- A. $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$. B. $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$. C. $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$. D. $6(\sqrt{5} + 3)$.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Biết A có tung độ dương, tính độ dài OA ?

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{41}$. D. $3\sqrt{20}$.

Câu 40. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{12}{13}$. Giá trị của biểu thức $2\sin \alpha + 3\cos \alpha$ là

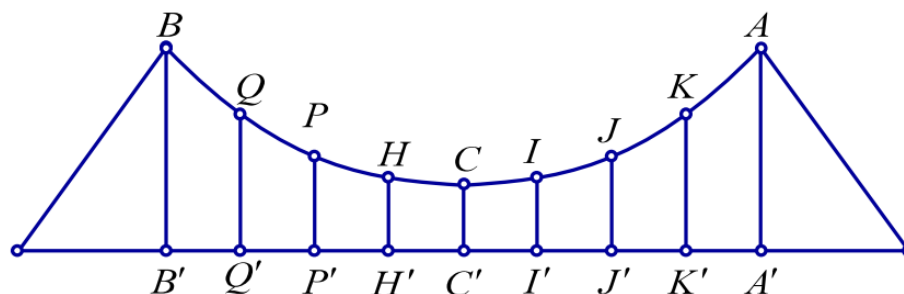
- A. $\frac{7}{13}$. B. -1. C. 3. D. $\frac{9}{13}$.

B. PHẦN CÂU HỎI TỰ LUẬN(6,0 điểm)

Câu 1 (2,5 điểm):

a) Giải phương trình: $3(x^2 + 1) = 10x\sqrt{x+1} - 3x$

b) Một cầu treo có dây chuyền đỡ là một phần của parabol như hình vẽ . Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trục AA', BB' có độ cao $30m$.Đoạn $A'B'$ trên nền cầu có độ dài $200m$.



Gọi $Q', P', H', C', I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây chuyền: $QQ', PP', HH', CC', II', JJ', KK'$ được gọi là các dây cáp treo. Biết dây cáp treo ngắn nhất $CC' = 5m$, hãy tính tổng độ dài các dây cáp treo.

Câu 2 (2,0 điểm): Tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$, thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2c^2$ và $\tan A + \tan C = 2 \tan B$. Tính số đo góc C .

Câu 3 (1,5 điểm): Cho hình vuông $ABCD$ cạnh có độ dài là a . Gọi $E; F$ là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, đường thẳng BF cắt đường thẳng AE tại điểm I . Chứng minh rằng $\widehat{AIC} = 90^\circ$.

----- Hết -----

Họ tên cán bộ coi thi Chữ ký.....

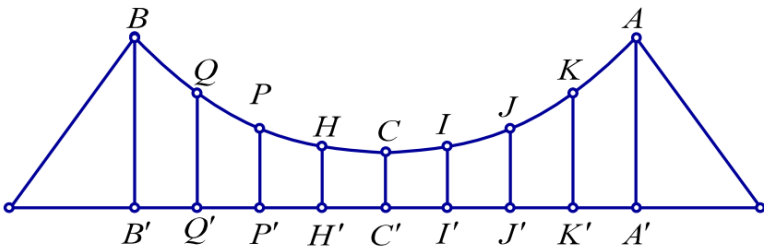
Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
101	C	D	B	C	B	C	A	D	D	B	D	C	B	B	D	A	C	B	C	A	D	C	C	A	D	D	A	A
102	A	D	B	A	C	A	C	B	B	A	C	C	A	D	A	D	B	A	A	D	B	A	C	C	D	D	B	C

29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	D	B	C	D	C	D	A	B	C	C	D
B	B	D	D	B	D	D	C	C	D	D	B

HƯỚNG DẪN CHẤM PHẦN TỰ LUẬN

Năm học: 2023-2024

Môn: Toán – Lớp 10

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	a) Giải phương trình: $3(x^2 + 1) = 10x\sqrt{x+1} - 3x$ b) Một cầu treo có dây chuyền đỡ là một phần của parabol như hình vẽ. Đầu, cuối của dây được gắn vào các điểm A, B trên mỗi trục AA', BB' có độ cao $30m$. Chiều dài đoạn $A'B'$ trên nền cầu có độ dài $200m$.  Gọi $Q', P', H', C', I', J', K'$ là các điểm chia đoạn $A'B'$ thành các phần bằng nhau. Các thanh thẳng đứng nối nền cầu với đáy dây chuyền: $QQ', PP', HH', CC', II', JJ', KK'$ được gọi là các dây cáp treo. Biết dây cáp treo ngắn nhất $CC' = 5m$, hãy tính tổng độ dài các dây cáp treo.	2,5 điểm
	a) $3(x^2 + 1) = 10x\sqrt{x+1} - 3x$ (Điều kiện: $x \geq -1$) $\Leftrightarrow 3x^2 - 10x\sqrt{x+1} + 3(x+1) = 0$ $\Leftrightarrow (3x - \sqrt{x+1})(x - 3\sqrt{x+1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - \sqrt{x+1} = 0(1) \\ x - 3\sqrt{x+1} = 0(2) \end{cases}$	0,5
	Giải (1): $3x - \sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow 3x = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9x^2 - x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{1 + \sqrt{37}}{18} \Leftrightarrow x = \frac{1 + \sqrt{37}}{18} \\ x = \frac{1 - \sqrt{37}}{18} \end{cases}$	0,5

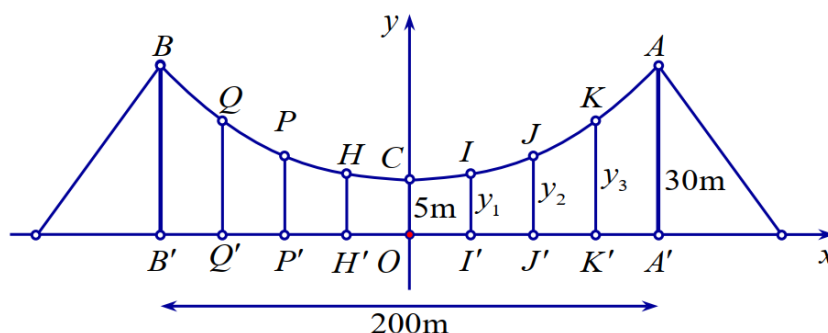
Giải (2):

$$x - 3\sqrt{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 9x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \frac{9+3\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{9-3\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9+3\sqrt{13}}{2}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{9+3\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{37}}{18} \right\}$

0,5

b)



Chọn hệ toạ độ như hình vẽ.

Giả sử Parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.

Khi đó Parabol đi qua điểm $A(100;30)$ và có đỉnh là điểm $C(0;5)$. Suy ra:

$$\begin{cases} 10000a + 100b + c = 30 \\ -\frac{b}{2a} = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{400} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{400}x^2 + 5$$

0.5

Đoạn $A'B'$ chia thành tám phần bằng nhau nên mỗi phần có độ dài là $25m$

Khi đó tổng độ dài các dây cáp là :

$$OC + 2y_1 + 2y_2 + 2y_3 = 5 + 2 \cdot \left(\frac{1}{400} \cdot 25^2 + 5 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{400} \cdot 50^2 + 5 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{400} \cdot 75^2 + 5 \right) = 78,75(m)$$

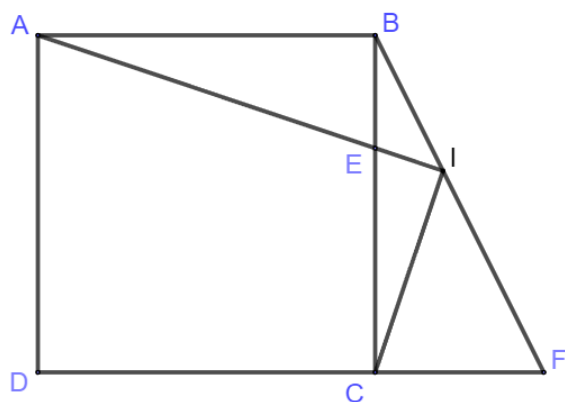
0.5

**Câu
2**

Tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$, thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 = 2c^2$ và $\tan A + \tan C = 2 \tan B$. Tính số đo góc C .

**2,0
điểm**

	$\text{Ta có: } \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\frac{a}{2R}}{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}} = \frac{abc}{R(b^2 + c^2 - a^2)}$	0,25
	$\tan B = \frac{\sin B}{\cos B} = \frac{\frac{b}{2R}}{\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}} = \frac{abc}{R(a^2 + c^2 - b^2)}$	0,25
	$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{c}{2R}}{\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}} = \frac{abc}{R(a^2 + b^2 - c^2)}$	0,25
	Khi đó: $\tan A + \tan C = 2 \tan B \Leftrightarrow \frac{abc}{R(b^2 + c^2 - a^2)} + \frac{abc}{R(a^2 + b^2 - c^2)} = 2 \cdot \frac{abc}{R(a^2 + c^2 - b^2)}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{2}{a^2 + c^2 - b^2}$	0,25
	Mà $a^2 + b^2 = 2c^2$ nên ta có $\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{2}{a^2 + c^2 - b^2} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = \frac{2}{b^2}$ $\Leftrightarrow \frac{2b^2}{b^4 - (a^2 - c^2)^2} = \frac{2}{b^2} \Leftrightarrow b^4 = b^4 - (a^2 - c^2)^2 \Leftrightarrow (a^2 - c^2)^2 = 0 \Leftrightarrow a = c$	0,5
	Kết hợp với $a^2 + b^2 = 2c^2 \Rightarrow a = b = c \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Vậy $C = 60^\circ$.	0,5
Câu 3	Cho hình vuông $ABCD$ cạnh có độ dài là a. Gọi $E; F$ là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$, đường thẳng BF cắt đường thẳng AE tại điểm I. Chứng minh rằng $\widehat{AIC} = 90^\circ$.	1,5 điểm



Do $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ nên E thuộc cạnh BC , thỏa mãn $BE = \frac{1}{3}BC$.

$\overrightarrow{CF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ nên F nằm ngoài đoạn CD , thỏa mãn $CF = \frac{1}{2}CD$.

Ta có: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

Giả sử $\overrightarrow{BI} = k\overrightarrow{BF}$, $k \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + k(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}) = \left(\frac{k}{2} + 1\right)\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AD}$$

Do A, E, I thẳng hàng nên $\frac{k}{2} + 1 = 3k \Leftrightarrow k = \frac{2}{5}$.

Có: $\overrightarrow{AI} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$;

$$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BI} = -\overrightarrow{AD} + \frac{2}{5}\overrightarrow{BF} = -\overrightarrow{AD} + \frac{2}{5}\left(\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$$

Khi đó:

$$\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{CI} = \left(\frac{6}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AD}\right) = \frac{6}{25}a^2 - \frac{6}{25}a^2 = 0.$$

Vậy AI vuông góc với IC , hay $\widehat{AIC} = 90^\circ$

0,5

0,5

0,5

Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.