

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán 7
Ngày thi: 03/4/2025

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề
(Đề thi gồm có 10 câu, 02 trang)

Câu 1. (2,0 điểm): Tính giá trị của các biểu thức:

a) $\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1012} + \frac{11}{2024} \right) \cdot \frac{1012}{25} + \frac{9}{2} \right]$ b) $\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}$

Câu 2. (2,0 điểm): Cho a, b, c là ba số thực khác 0, thỏa mãn : $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$ và $a+b+c \neq 0$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $B = \left(1 + \frac{b}{a} \right) \left(1 + \frac{a}{c} \right) \left(1 + \frac{c}{b} \right)$.

Câu 3. (2,0 điểm):

a) Tìm x biết: $\frac{x+121}{21} + \frac{x+144}{22} + \frac{x+169}{23} = 6$

b) Biết $f(x)$ chia cho $x-3$ thì dư 7; chia cho $x-2$ thì dư 5; chia cho $(x-3).(x-2)$ được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.

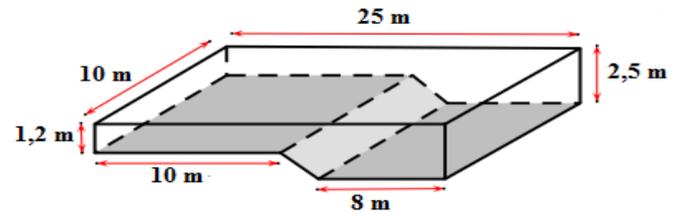
Câu 4. (2,0 điểm): Nam tiến hành gieo một con xúc xắc 6 mặt 100 lần rồi ghi lại kết quả trong bảng sau:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	17	18			

Trong đó Nam đã quên ghi số lần xuất hiện của 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm. Biết rằng số lần xuất hiện 4 chấm bằng $\frac{2}{3}$ số lần xuất hiện của 5 chấm; số lần xuất hiện 5 chấm bằng 60% số lần xuất hiện 6 chấm. Hãy tính xác suất thực nghiệm của sự kiện số chấm xuất hiện là số lẻ?

Câu 5. (1,0 điểm):

Một bể bơi được xây dựng thành hai khu vực với độ sâu khác nhau cho người lớn và trẻ em. Các kích thước của lòng bể được cho như hình vẽ: Người ta dùng một máy bơm để bơm đầy nước vào bể. Biết cứ mỗi phút máy bơm được 500 lít nước. Hỏi sau bao lâu bể bơi được bơm đầy?



Câu 6. (1,5 điểm): Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$

Câu 7. (2,0 điểm): Cho các số tự nhiên a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1911^{56}$. Gọi x, y, z lần lượt là tổng các chữ số của a, b, c . Chứng minh $x^3 + y^3 + z^3 : 3$.

Câu 8. (1,5 điểm): Bác Hoàng gửi vào ngân hàng 200 triệu đồng theo thẻ thức lãi kép theo định kỳ với lãi suất 6% mỗi năm (tức là nếu đến hạn người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn kỳ kế tiếp). Tính số tiền bác Hoàng nhận được sau 36 tháng (cả gốc lẫn lãi).

Câu 9. (4,0 điểm): Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, $AB < AC < BC$, các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Gọi F là hình chiếu của O trên BC; H là hình chiếu của O trên AC. Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI.

a. Chứng minh ΔFCH cân. b. Chứng minh $AK = KI$ và ba điểm B, O, K thẳng hàng.

Câu 10. (2,0 điểm):

a. Cho a, b, c là các số không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = a + b + c$.

b. Cho 6 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng, cứ qua hai điểm ta nối bởi một đoạn thẳng màu xanh hoặc màu đỏ. Chứng minh rằng tồn tại một tam giác có ba cạnh cùng màu, với ba đỉnh là điểm lấy trong 6 điểm nói trên.

HẾT

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 7

Câu		Nội dung cần đạt	Điểm
1 2.0 đ	a	$\left[\left(\frac{2}{191} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{7}{1012} + \frac{11}{2024} \right) \cdot \frac{1012}{25} + \frac{9}{2} \right]$ $= \left[\left(\frac{4}{382} - \frac{3}{382} \right) \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\left(\frac{14}{2024} + \frac{11}{2024} \right) \cdot \frac{1012}{25} + \frac{9}{2} \right]$ $= \left[\frac{1}{382} \cdot \frac{191}{17} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{25}{2024} \cdot \frac{1012}{25} + \frac{9}{2} \right]$ $= \left[\frac{1}{34} + \frac{33}{34} \right] : \left[\frac{1}{2} + \frac{9}{2} \right]$ $= 1 : 5 = \frac{1}{5}$	0,25 0,25 0,25 0,25
	b	$\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7.2} + \frac{5}{2.13} + \frac{3}{13.4} + \frac{5}{4.21}$ $= 4 \cdot \left(\frac{1}{3.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{5}{8.13} + \frac{3}{13.16} + \frac{5}{16.21} \right)$ $= 4 \cdot \left(\frac{4-3}{3.4} + \frac{7-4}{4.7} + \frac{8-7}{7.8} + \frac{13-8}{8.13} + \frac{16-13}{13.16} + \frac{21-16}{16.21} \right)$ $= 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} \right)$ $= 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = 4 \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{7}$	0,25 0,25 0,25 0,25
2 2.0 đ		<p>+Vì $a+b+c \neq 0$ Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có:</p> $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ <p>mà $\frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$</p> $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ <p>Vậy $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) = \left(\frac{b+a}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$</p>	0,5 0,5 0,5 0,5
3 2.0 đ	a	$\frac{x+121}{21} + \frac{x+144}{22} + \frac{x+169}{23} = 6$ $\frac{x+121}{21} - 1 + \frac{x+144}{22} - 2 + \frac{x+169}{23} - 3 = 0$	0,25đ

		$\frac{x+100}{21} + \frac{x+100}{22} + \frac{x+100}{23} = 0$ $(x+100)\left(\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23}\right) = 0$ $\frac{1}{21} + \frac{1}{22} + \frac{1}{23} > 0 \text{ nên suy ra } x+100 = 0 \Rightarrow x = -100$ <p style="text-align: center;">Vậy $x = -100$</p>	0,25đ
			0,25đ
			0,25đ
	b	<p>Theo bài ta có:</p> $f(x) = (x-3).A(x) + 7 \quad (1)$ $f(x) = (x-2).B(x) + 5 \quad (2)$ <p>Vì $f(x)$ chia cho $(x-3).(x-2)$ được thương là $3x$ và còn dư, nên phần dư là đa thức có bậc nhỏ hơn 2. Đặt phần dư là: $ax+b$. Khi đó ta có:</p> $f(x) = 3x(x-3)(x-2) + ax + b \quad (3)$ <p>Các đẳng thức trên đúng với mọi x nên:</p> <p>+ Thay $x=3$ vào (1) ta được: $f(3) = (3-3).A(3) + 7 \Rightarrow f(3) = 7$</p> <p>+ Thay $x=2$ vào (2) ta được: $f(2) = (2-2).B(2) + 5 \Rightarrow f(2) = 5$</p> <p>+ Thay $x=3$ vào (3) ta được:</p> $f(3) = 3.3(3-3)(3-2) + a.3 + b \Rightarrow f(3) = 3.a + b$ <p>+ Thay $x=2$ vào (3) ta được:</p> $f(2) = 3.2(2-3)(2-2) + a.2 + b \Rightarrow f(2) = 2.a + b$ <p>Ta được: $3a + b = 7$ và: $2a + b = 5$</p> <p>Suy ra $a = 2; b = 1$</p> <p>Vậy $f(x) = 3x(x-3)(x-2) + 2x + 1$ hay $f(x) = 3x^3 - 15x^2 + 20x + 1$</p> <p>Do đó $A(x) = (x-3)(x+4)(x^2+3) - x + 5 = x^4 + x^3 - 9x^2 + 2x - 31$</p>	0,25
			0,25
4		<p>Gọi số lần xuất hiện của 4 chấm, 5 chấm và 6 chấm lần lượt là a, b, c.</p> <p>Ta có:</p> <p>+) $a + b + c = 100 - (15 + 17 + 18) = 50$</p> <p>+) $a = \frac{2}{3}b; b = 60\% c \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{b}{3}; \frac{b}{6} = \frac{c}{10} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$</p>	0,25đ
2.0 đ			0,25đ
			0,5đ

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10} = \frac{a+b+c}{4+6+10} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} \Rightarrow a=10, b=15, c=25$$

Ta có bảng kết quả:

Số chấm xuất hiện	1	2	3	4	5	6
Số lần	15	17	18	10	15	25

Xác suất thực nghiệm của sự kiện số chấm xuất hiện là số lẻ là:

$$\frac{15+18+15}{100} = \frac{48}{100} = 48\%$$

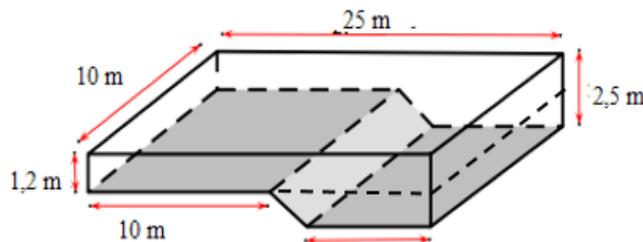
0,5đ

0,25đ

0,25đ

5
1.0 đ

Chia bể bơi thành hai khối hình hộp chữ nhật và hình lăng trụ đứng đáy là hình thang như hình vẽ:



Thể tích phần bể bơi hình hộp chữ nhật là: $10.25.1,2 = 300 \text{ (m}^3\text{)}$

Thể tích phần bể bơi hình lăng trụ đứng hình thang là:

$$\frac{8+10}{2} \cdot 1,3 \cdot 10 = 149,5 \text{ (m}^3\text{)}$$

Thể tích bể bơi là: $300 + 149,5 = 449,5 \text{ (m}^3\text{)}$

Đổi $500l = 500 \text{ dm}^3 = 0,5 \text{ m}^3$

Thời gian bơm đầy bể là: $449,5 : 0,5 = 899 \text{ (phút)} = 14 \text{ giờ } 59 \text{ phút.}$

0,25đ

0,25đ

0,25đ

0,25đ

6
1.5 đ

Ta có: $x^2 + xy - 3y - 5x + 3 = 0$

Suy ra: $x^2 + xy - 2x - 3x - 3y + 6 = 3$

$\Rightarrow x(x+y-2) - 3(x+y-2) = 3$

$\Rightarrow (x-3)(x+y-2) = 3$

Do x, y là số nguyên nên ta có:

$(x-3)(x+y-2) = 3.1 = 1.3 = (-3).(-1) = (-1).(-3)$

Suy ra: $\begin{cases} x-3=3 \\ x+y-2=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-3=1 \\ x+y-2=3 \end{cases}$

hoặc $\begin{cases} x-3=-3 \\ x+y-2=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x-3=-1 \\ x+y-2=-3 \end{cases}$

Từ đó tìm được các cặp $(x;y)$ là: $(4;1), (6;-3), (2; -3), (0; 1)$

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

0,25

7
2.0 đ

* Xét số tự nhiên $A = \overline{b_n b_{n-1} \dots b_2 b_1}$ có tổng các chữ số là

$$S = b_n + b_{n-1} + \dots + b_2 + b_1$$

Ta có: $A - S = (10^n - 1)b_n + (10^{n-1} - 1)b_{n-1} + \dots + (10 - 1)b_2$

Vì $10^n - 1 : 9, \forall n \in \mathbb{N}$ nên $A - S : 9 \text{ (1)}$

0,25

0,25

0,25

		<p>* Áp dụng (1) ta có:</p> $a - x : 9$ $b - y : 9$ $c - z : 9$ <p>Suy ra $(a + b + c) - (x + y + z) : 9$</p> <p>Mà $a + b + c = 1911^{2024} : 3$ nên $x + y + z : 3$ (2)</p> <p>Với $n \in \mathbb{N}$:</p> <p>Nếu $n : 3$ thì $n^3 - n : 3$</p> <p>Nếu n không chia hết cho 3 thì n^2 chỉ cho 3 dư 1 suy ra $n^2 - 1 : 3 \Rightarrow n^3 - n : 3$</p> <p>Như vậy $n^3 - n : 3$ với mọi số tự nhiên n (3)</p> <p>Áp dụng (3) ta có: $x^3 - x : 3, y^3 - y : 3, z^3 - z : 3 \Leftrightarrow (x^3 + y^3 + z^3) - (x + y + z) : 3$ (4)</p> <p>Từ (3) và (4) suy ra $x^3 + y^3 + z^3 : 3$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>8</p> <p>1.5 đ</p>		<p>Số năm bác Hoàng gửi vào ngân hàng là: $36 : 12 = 3$ (năm)</p> <p>Số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được sau năm thứ nhất là:</p> $200\,000\,000 + 200\,000\,000 \cdot 6\% = 212\,000\,000 \text{ (đồng)}$ <p>Số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được sau 2 năm là:</p> $212\,000\,000 + 212\,000\,000 \cdot 6\% = 224\,720\,000 \text{ (đồng)}$ <p>Số tiền cả gốc lẫn lãi nhận được sau 3 năm là:</p> $224\,720\,000 + 224\,720\,000 \cdot 6\% = 238\,203\,200 \text{ (đồng)}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>9</p> <p>4.0 đ</p>		<div data-bbox="327 1361 965 1747" data-label="Diagram"> </div> <p>a Ta có: $\angle CHO = \angle CFO = 90^\circ$ (vì $OH \perp AC, OF \perp BC$)</p> <p>Xét $\triangle CHO$ và $\triangle CFO$ có: $\angle CHO = \angle CFO = 90^\circ$, OC chung, $\angle FCO = \angle HCO$ (CO là phân giác C)</p> <p>Vậy $\triangle CHO = \triangle CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p> <p>$\Rightarrow CH = CF$ (hai cạnh tương ứng). Vậy $\triangle FCH$ cân tại C</p>	<p>0,5</p> <p>1,0</p> <p>0,5</p>

	<p>b</p>	<p>Qua I vẽ $IG // AC (G \in FH)$</p> <p>Ta có : $\triangle FCH$ cân tại C (theo câu a) $\Rightarrow CFH = CHF$ (1)</p> <p>Mà $IGF = CHF$ (đồng vị, $IG // AC$) (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow CFH = IGF$ hay $IFG = IGF$, Vậy $\triangle IFG$ cân tại I $\Rightarrow FI = GI$, mặt khác : $FI = AH$ nên $GI = AH$</p> <p>Ta lại có : $IGK = AHK, HAK = GIK$ (so le trong, $IG // AC$)</p> <p>Xét $\triangle AHK$ và $\triangle IGK$ có:</p> <p>$IGK = AHK, HAK = GIK, GI = AH$ (CMT)</p> <p>Suy ra: $\triangle AHK = \triangle IGK (g.c.g) \Rightarrow AK = IK$</p> <p>Vẽ $OE \perp AB$ tại E, Chứng minh được BO là tia phân giác của ABC(*)</p> <p>Chứng minh được $AB=BI$</p> <p>Chứng minh được: $\triangle ABK = \triangle IBK \Rightarrow ABK = IBK$</p> <p>Từ đó suy ra BK lần tia phân giác của ABC(**)</p> <p>Từ (*) và (**) suy ra tia BK và BO trùng nhau</p> <p>Hay B, O, K là ba điểm thẳng hàng.</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>10 2.0 đ</p>	<p>a</p>	<p>+ Do $a^2; b^2; c^2 \geq 0$ mà $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ nên $a^2; b^2; c^2 \leq 9$</p> <p>Mà a, b, c không âm $\Rightarrow a, b, c \leq 3 \Rightarrow a, b, c, (3-a), (3-b), (3-c) \geq 0 \Rightarrow a(3-a) \geq 0$</p> <p>$\Rightarrow 3a \geq a^2$</p> <p>+ Chứng minh tương tự $\Rightarrow 3b \geq b^2; \Rightarrow 3c \geq c^2 \Rightarrow 3(a+b+c) \geq a^2 + b^2 + c^2 = 9 \Rightarrow a+b+c \geq 3$</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 3</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi (a, b, c) là hoán vị của $(3; 0; 0)$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b</p>	<p>Giả sử ta có 6 điểm A, B, C, D, E, F như hình vẽ. Ta nối A với các điểm còn lại, ta sẽ có ít nhất ba đoạn cùng màu.</p> <p>Giả sử ba đoạn AB, AC, AD cùng màu đỏ.</p> <p>+) Xét tam giác BCD. Nếu tam giác này có ba cạnh cùng màu xanh thì bài toán được chứng minh.</p> <p>+) Nếu tam giác BCD tồn tại một cạnh màu đỏ ví dụ là cạnh BC thì suy ra tam giác ABC có ba cạnh cùng màu đỏ. Bài toán được chứng minh.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>