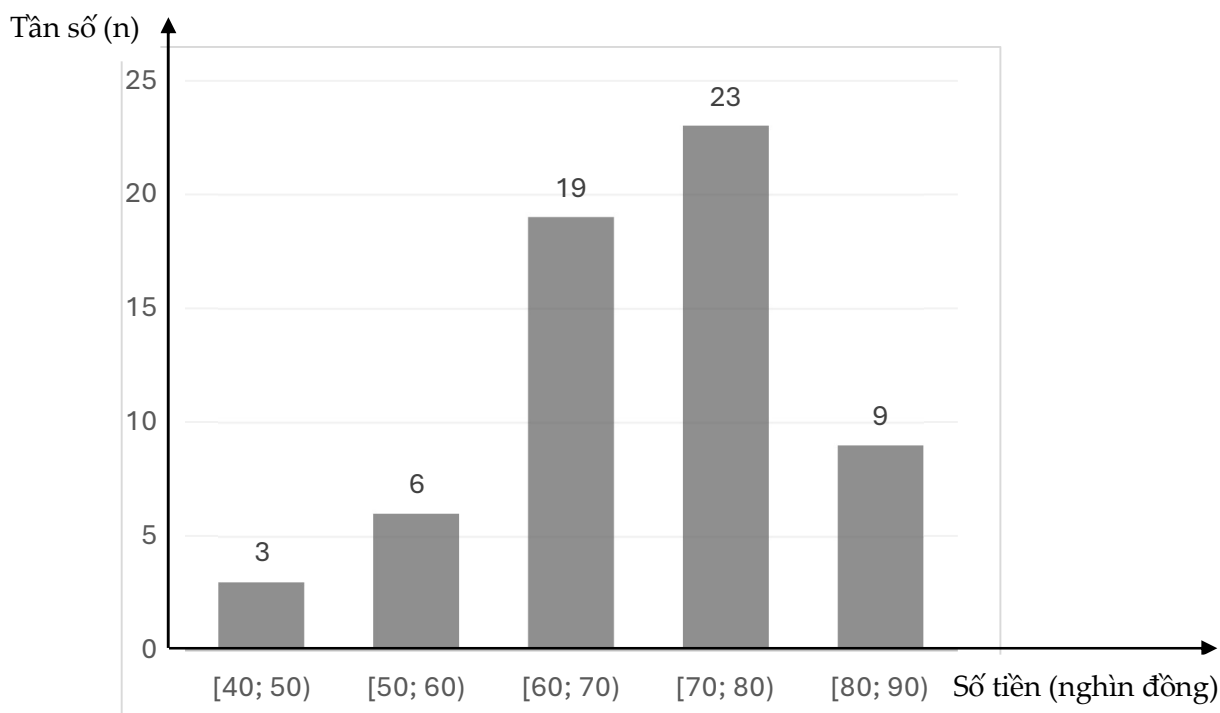


Bài I. (1,5 điểm)

1. Một cửa hàng bán đồ lưu niệm thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua đồ ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



- a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- b) Chủ của cửa hàng nhận xét: “Có trên 75% số người mua hàng với số tiền từ 60 nghìn đồng đến dưới 80 nghìn đồng”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?
2. Một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và một số viên bi vàng với kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp. Tìm số viên bi vàng có trong hộp biết xác suất viên bi được lấy KHÔNG phải màu vàng là 0,4.

Bài II. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2x+2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

1. Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 36$.

2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.

3. Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên không âm.

Bài III. (2,5 điểm)

1. Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 6 tháng ở một ngân hàng. Sau kì hạn 6 tháng, do chưa có nhu cầu sử dụng nên bác An không rút tiền mà tiếp tục đem gửi 6 tháng nữa (toàn bộ lãi của 6 tháng đầu được cộng với gốc cho kỳ hạn tiếp theo), với lãi suất như cũ. Sau 12 tháng, bác An rút tiền thì nhận được 211,152 triệu đồng cả vốn lẫn lãi. Hỏi lãi suất gửi tiết kiệm cho kì hạn 6 tháng của ngân hàng đó là bao nhiêu % ? (làm tròn đến hàng phần trăm.)

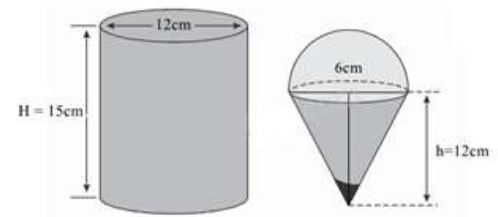
2. Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?

3. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1. Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng.



- Tính thể tích hộp kem.
- Người ta chia hết kem trong hộp vào các bánh ốc quế có dạng hình bên gồm nửa hình cầu có bán kính 3 cm và hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm. Hãy tìm số bánh ốc quế có thể chia được.

2. Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). Gọi K là giao điểm của AE và CD .

- Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh $PQ \cdot PA = PE \cdot PB$.
- Kẻ PF vuông góc với EQ tại F . Gọi J là trung điểm của PK , JO cắt EQ tại M . Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE và $KM \parallel IF$.

Bài V. (0,5 điểm) Một công ty tổ chức cho 750 nhân viên đi nghỉ mát. Công ty đã liên hệ với đơn vị du lịch để thuê hai loại xe: xe 35 chỗ ngồi và 45 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3 500 000 đồng/xe; loại 45 chỗ ngồi là 5 200 000 đồng/xe. Hỏi công ty nên thuê mỗi loại bao nhiêu xe để vừa đủ chỗ ngồi cho 750 nhân viên và chi phí thuê xe là ít nhất?

-----HẾT-----

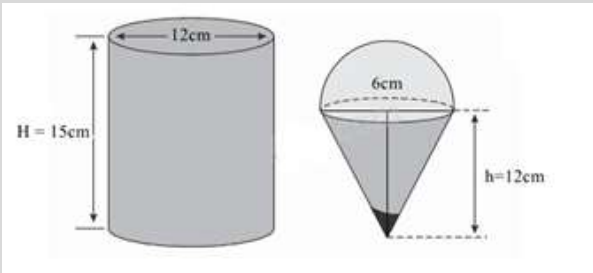
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

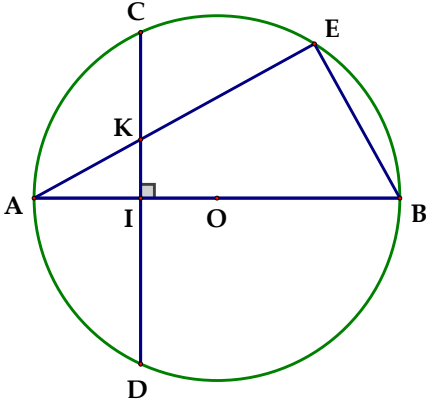
BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN	ĐIỂM														
I (1,5 điểm)	1. 1,0 đ	Một cửa hàng bán đồ lưu niệm thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua đồ ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau: a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó. b) Chủ của cửa hàng nhận xét: “Có trên 75% số người mua hàng với số tiền từ 60 nghìn đồng đến dưới 80 nghìn đồng”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?															
		a) Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là: $f_1 = \frac{3 \cdot 100}{60} \% = 5\%; f_2 = \frac{6 \cdot 100}{60} \% = 10\%;$ $f_3 = \frac{19 \cdot 100}{60} \% \approx 31,67\%; f_4 = \frac{23 \cdot 100}{60} \% \approx 38,33\%;$ $f_5 = \frac{9 \cdot 100}{60} \% = 15\%$ Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau: <table><tr><td>Nhóm</td><td>[40; 50)</td><td>[50; 60)</td><td>[60; 70)</td><td>[70; 80)</td><td>[80; 90)</td><td>Cộng</td></tr><tr><td>Tần số tương đối (%)</td><td>5</td><td>10</td><td>31,67</td><td>38,33</td><td>15</td><td>100</td></tr></table> <i>Chú ý: nếu học sinh lập bảng tần số thay cho tần số tương đối như yêu cầu đề bài thì vẫn cho 0,25 nếu số liệu trong bảng là đúng</i>	Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	Cộng	Tần số tương đối (%)	5	10	31,67	38,33	15	100	0,5
		Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	Cộng									
	Tần số tương đối (%)	5	10	31,67	38,33	15	100										
	b) Tỷ lệ % số người mua hàng với số tiền từ 60 nghìn đồng đến dưới 80 nghìn đồng là $31,67 + 38,33 = 70\%$ Suy ra chủ cửa hàng nhận định chưa chính xác	0,5															
2. 0,5 đ	Một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và một số viên bi vàng với kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp. Tìm số viên bi vàng có trong hộp biết xác suất viên bi được lấy KHÔNG phải màu vàng là 0,4.																
	Gọi số bi vàng: x (viên, $x \in \mathbb{N}$). (chú ý không trừ điểm nếu hs k có đk) Xác suất để lấy được bi không phải màu vàng là: $\frac{10}{10 + x}$	0,25															

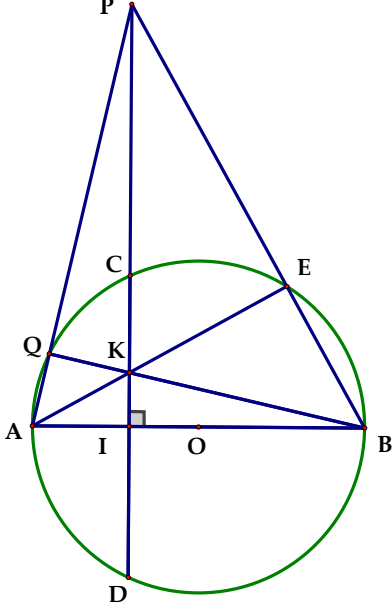
		Giải: $\frac{10}{10+x} = 0,4 \Rightarrow x = 15$ (thỏa mãn). Kết luận: 15 bi vàng	0,25
II (1,5 điểm)		Cho hai biểu thức : $A = \frac{x-5}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2x+2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.	
	1.	Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 36$.	
	0,5 đ	Thay $x = 36$ (tmđk) vào A ta được: $A = \frac{36-5}{\sqrt{36}} = \frac{31}{6}$ Vậy $A = \frac{31}{6}$ khi $x = 36$	0,5
	2.	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$	
	0,5 đ	$B = \frac{2x+2\sqrt{x}}{x-1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$. $= \frac{2x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$= \frac{x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}, x > 0, x \neq 1$	0,25
	3.	Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = AB$ có giá trị nguyên không âm.	
	0,5 đ	$P = \frac{x-5}{\sqrt{x}-1}$ $+ P = \frac{x-5}{\sqrt{x}-1} = 0 \Rightarrow x = 5(tm)$ $+ P \neq 0 : P = \sqrt{x} + 1 - \frac{4}{\sqrt{x}-1}$ Nếu $x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} \in \mathbb{I} \Rightarrow P \notin \mathbb{Z}$	0,25

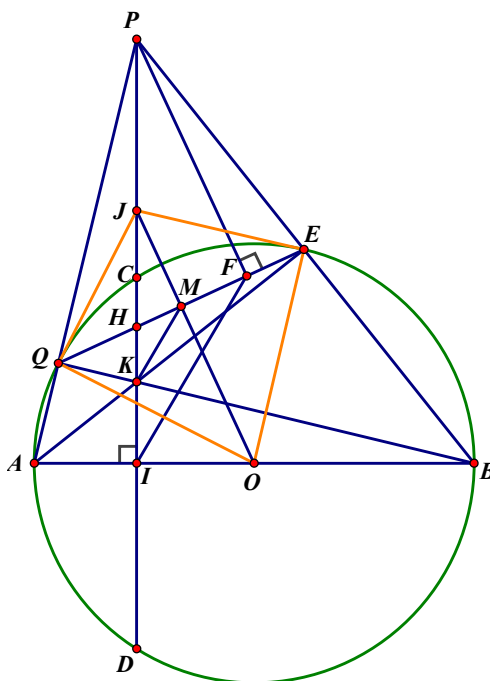
		Nếu $x \in \mathbb{N}, \sqrt{x} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{x} - 1 \in U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}$ mà $\sqrt{x} - 1 > -1$ nên $\sqrt{x} - 1 \in \{1; 2; 4\}$ $x \in \{4; 9; 25\}$ (tmdkxđ) Thay các giá trên vào biểu thức thì các giá trị 9; 25 làm cho P nguyên không âm. Vậy $x \in \{5; 9; 25\}$	0,25
III (2,5 điểm)	1. 0,5 đ	Bác An gửi tiết kiệm 200 triệu đồng kì hạn 6 tháng ở một ngân hàng. Sau kì hạn 6 tháng, do chưa có nhu cầu sử dụng nên bác An không rút tiền mà tiếp tục đem gửi 6 tháng nữa (toàn bộ lãi của 6 tháng đầu được cộng với gốc cho kỳ hạn tiếp theo), với lãi suất như cũ. Sau 12 tháng, bác An rút tiền thì nhận được 211,152 triệu đồng cả vốn lẫn lãi. Hỏi lãi suất gửi tiết kiệm cho kì hạn 6 tháng của ngân hàng đó là bao nhiêu %? (làm tròn đến hàng phần trăm.)	
		Gọi lãi suất tiền gửi cho kì hạn 6 tháng của ngân hàng đó là $x\% (x > 0)$. Số tiền bác An có được sau gửi tiết kiệm 6 tháng đầu tiên là: $200 + 200 \cdot \frac{x}{100} = 200 \left(1 + \frac{x}{100} \right) \text{ (triệu đồng)}$ Số tiền bác An có được sau khi gửi tiết kiệm 12 tháng là: $200 \left(1 + \frac{x}{100} \right) + 200 \left(1 + \frac{x}{100} \right) \cdot \frac{x}{100} = 200 \left(1 + \frac{x}{100} \right)^2 \text{ (triệu đồng)}$ Sau 12 tháng gửi tiết kiệm, bác An có tổng số tiền là 224,720 triệu đồng nên ta có phương trình: $200 \left(1 + \frac{x}{100} \right)^2 = 211,152$	0,25
		Giải phương trình được $x = 2,75$ (thỏa mãn điều kiện). Vậy lãi suất tiền gửi cho kì hạn 6 tháng của ngân hàng đó là 2,75%.	0,25
	2. 1,5 đ	<i>Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:</i> Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?	

		Đổi $5h50' = \frac{35}{6}h$. Gọi thời gian công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc là x (đơn vị: giờ, $x > 0$) Thời gian công nhân thứ hai làm một mình xong công việc là y (đơn vị: giờ, $y > 0$)	0,25
		Trong một giờ công nhân thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc) Trong một giờ công nhân thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc) Vì hai công nhân làm chung công việc đó sau $\frac{35}{6}h$ thì xong nên ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35}$ (1)	0,25
		Vì sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc nên ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{7}{y} = 1$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{6}{35} \\ \frac{5}{x} + \frac{7}{y} = 1 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ tìm được $\begin{cases} x = 10 \\ y = 14 \end{cases}$. (tmđk)	0,25
		Vậy công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc trong 10 giờ, công nhân thứ hai làm một mình xong công việc trong 14 giờ.	0,25
	3. 0,5 đ	Cho phương trình bậc hai: $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - m = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$.	
		Ta có: $\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - m) = 1 > 0$ Do vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.	

		Theo định lí Vi – et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 & (1) \\ x_1 x_2 = m^2 - m & (2) \end{cases}$ $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2}$ Điều kiện bổ sung: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2m - 1 \geq 0 \\ m^2 - m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow m \geq 1$ Ta có: $\sqrt{x_1} = \sqrt{2x_2} \Rightarrow x_1 = 2x_2 \quad (3)$ Từ (1) và (3) suy ra: $\begin{cases} x_2 = \frac{2m - 1}{3} \\ x_1 = \frac{2(2m - 1)}{3} \end{cases}$	0,25
		Thay vào (2): $\frac{2(2m - 1)}{3} \cdot \frac{2m - 1}{3} = m^2 - m$ $m^2 - m - 2 = 0$ $(m + 1)(m - 2) = 0$ $\begin{cases} m = -1 \text{ (ktmdkbs)} \\ m = 2 \text{ (tmdkbs)} \end{cases}$ Vậy $m = 2$.	0,25
IV (4,0 điểm)	1. 1,0 đ	Một hộp kem hình trụ có đường kính 12 cm và chiều cao 15 cm đựng đầy kem được đặt trên mặt bàn phẳng. a) Tính thể tích hộp kem. b) Người ta chia hết kem trong hộp vào các bánh ốc quế có dạng hình bên gồm nửa hình cầu có bán kính 3cm và hình nón có chiều cao 12 cm và đường kính 6 cm. Hãy tìm số bánh ốc quế có thể chia được. 	
		a) Thể tích kem trong hộp hình trụ là: $V_T = \pi R_T^2 \cdot h_T$	0,25

		$= \pi \left(\frac{12}{2} \right)^2 \cdot 15 = 540\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0,25
		b) Thể tích kem trong hộp hình nón có hình bán cầu trên đỉnh là $V_{kem} = \frac{1}{3} \pi R_N^2 \cdot h_N + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R_C^3 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{6}{2} \right)^2 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{6}{2} \right)^3 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ Vậy số que kem có thể chia được là: $\frac{540\pi}{54\pi} = 10$ bánh ốc quế. Chú ý: Nếu hs ra kết quả sai nhưng tính đúng được hình nón hoặc nửa hình cầu thì được 0,25đ	0,25 0,25
	2. 3,0 đ	Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C). Gọi K là giao điểm của AE và CD. a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn. b) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh $PQ \cdot PA = PE \cdot PB$. c) Kẻ PF vuông góc với EQ tại F. Gọi J là trung điểm của PK, JO cắt EQ tại M. Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE và $KM \parallel IF$.	
		Hình vẽ câu a) 	0,25
		a) Chứng minh bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.	0,75
		Xét $(O; R)$ có: $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{KEB} = 90^\circ$ Xét $\triangle KEB$ vuông tại E có cạnh huyền KB suy ra K, E, B thuộc đường tròn đường kính KB (1) Đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm $I \Rightarrow \widehat{KIB} = 90^\circ$ Xét $\triangle KIB$ vuông tại I có cạnh huyền KB suy ra K, I, B thuộc đường tròn đường kính KB (2)	0,25 0,25

		Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn.	0,25
		b) Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh $PQ \cdot PA = PE \cdot PB$.	1,0
		 Xét $\triangle APB$ có: $PI \perp AB (I \in AB); AE \perp PB (E \in PB); PI \cap AE \equiv \{K\}$ $\Rightarrow K \text{ là trực tâm của } \triangle APB$ $\Rightarrow BQ \perp AP$ Xét $\triangle PQB$ và $\triangle PEA$, ta có: $\widehat{APB} \text{ là góc chung}$ $\widehat{PQB} = \widehat{PEA} = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle PQB \sim \triangle PEA \text{ (g - g)}$ $\Rightarrow \frac{PQ}{PE} = \frac{PB}{PA} \Rightarrow PQ \cdot PA = PE \cdot PB \text{ (đpcm)}$	0,25 0,25 0,5
		c) Kẻ PF vuông góc với EQ tại F. Gọi J là trung điểm của PK, JO cắt EQ tại M. Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE và $KM \parallel IF$.	1,0



c.1) Chứng minh OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE

Theo chứng minh trên $BQ \perp AP \Rightarrow \widehat{AQB} = 90^\circ$ suy ra $Q \in (O)$.

- Dễ chứng minh tứ giác $PQKE$ nội tiếp nên đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE chính là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $PQKE$

Ta chứng minh JQ vuông góc với OQ .

- Ta có: $\widehat{OQB} = \widehat{OBQ} = \widehat{QPK} = \widehat{JQP}$

Mà $\widehat{JQP} + \widehat{JQK} = \widehat{PQB} = 90^\circ$ nên $\widehat{JQO} = 90^\circ$

Suy ra OQ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE .

c.2) Chứng minh $KM \parallel IF$.

Gọi H là giao của PI và EQ .

Tương tự ta cũng có OE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác PQE . Suy ra $OQ = OE$

Và do có $JQ = JE$ nên OJ là trung trực của EQ . Suy ra OJ vuông góc với $QE \Rightarrow JO \parallel PF$.

Suy ra $\frac{HM}{MF} = \frac{HJ}{JP}$

Ta chứng minh $\frac{HJ}{JP} = \frac{HK}{KI}$ hay $\frac{HJ}{JK} = \frac{HK}{KI}$

(hay cần chứng minh $\frac{HJ}{JK} = \frac{HK + HJ}{KI + JK} = \frac{JK}{JI}$)

hay $JK^2 = HJ \cdot JI$.

		Đẳng thức cuối đúng vì $JK^2 = JQ^2 = JM \cdot JO = JH \cdot JI$ (do $\Delta JQM \sim \Delta JOQ$ và $\Delta JHM \sim \Delta JOI$)	0,25
V (0,5 điểm)		Một công ty tổ chức cho 750 nhân viên đi nghỉ mát. Công ty đã liên hệ với đơn vị du lịch để thuê hai loại xe: xe 35 chỗ ngồi và 45 chỗ ngồi (không kể lái xe). Biết rằng giá thuê xe loại 35 chỗ ngồi là 3 500 000 đồng/xe; loại 45 chỗ ngồi là 5 200 000 đồng/xe. Hỏi công ty nên thuê mỗi loại bao nhiêu xe để vừa đủ chỗ ngồi cho 750 nhân viên và chi phí thuê xe là ít nhất?	
		Gọi số xe loại 35 chỗ và 45 chỗ lần lượt là x, y ($x, y \in \mathbb{N}^*$) Xe 35 chỗ chở số người là: $35x$ (người) Xe 45 chỗ chở số người là: $45y$ (người) Theo bài ta có phương trình: $35x + 45y = 750$ $7x + 9y = 150 \quad (*)$ Do $150 : 3, 9y : 3$ nên $7x : 5$ mà $(7, 3) = 1$ nên $x : 3$ (1) Mặt khác ta có: $7x + 9y = 150 \Rightarrow 9y = 150 - 7x \geq 9$ Từ đó: $x \leq \frac{141}{7}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra; $x \in \{3; 6; 9; 12; 15; 18\}$ Thay vào (*) suy ra các giá trị thỏa mãn là: $x = 6; y = 12$ $x = 15; y = 5$	0,25
		+ Với $x = 6, y = 12$ thì giá thuê xe là: $6.3\,500\,000 + 12.5\,200\,000 = 83\,400\,000 \text{ (đồng)}$ + Với $x = 15, y = 5$ thì giá thuê xe là: $15.3\,500\,000 + 5.5\,200\,000 = 78\,500\,000 \text{ (đồng)}$ Vậy công ty nên thuê 15 xe 35 chỗ và 5 xe 45 chỗ.	0,25