

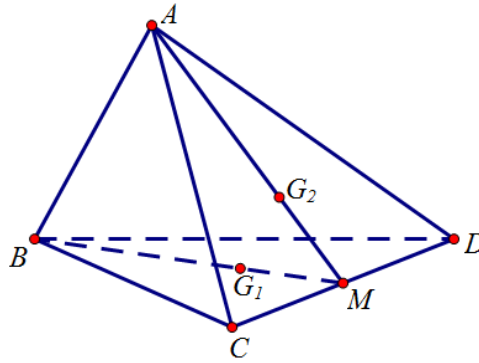
Thời gian làm bài: 50 phút  
(không kể thời gian phát đề)

(Đề thi có \_\_\_ trang)

Họ và tên: ..... Số báo danh: ..... Mã đề 135

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $BCD$  và  $ACD$ . Khẳng định nào sau đây SAI?



- A.  $G_1G_2 \parallel (ABD)$ .  
B.  $G_1G_2 \parallel (ABC)$ .  
C.  $BG_1, AG_2$  và  $CD$  đồng quy.  
D.  $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$ .

**Câu 2.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

- A. -6. B. 5. C. 2. D. 3.

**Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $A(2; -3)$  và véc tơ  $\vec{v} = (2; 1)$ . Phép tịnh tiến  $T_{\vec{v}}(A) = A'$ . Tọa độ điểm  $A'$

- A.  $A' = (2; -3)$ . B.  $A' = (0; -4)$ . C.  $A' = (4; -3)$ . D.  $A' = (4; -2)$ .

**Câu 4.** Tính  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{4x^2 + x + 3}$ .

- A.  $+\infty$ . B. 2. C. 0. D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 5.** Trong các hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{4x^2 + x + 3}$ ;  $g(x) = \sin x + 2$ ;  $h(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ ;  $k(x) = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$  có mấy hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

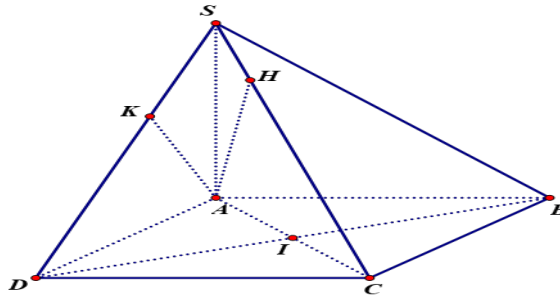
**Câu 6.** Anh Văn ghi lại cự li 30 lần ném lao của mình ở bảng sau (đơn vị: mét) rồi Tổng hợp lại kết quả ném của anh Văn vào bảng tần số ghép nhóm theo mẫu sau:

Cự li (m)	$[69, 2; 70)$	$[70; 70, 8)$	$[70, 8; 71, 6)$	$[71, 6; 72, 4)$	$[72, 4; 73, 2)$
Số lần	4	2	9	10	5

Khả năng cao nhất anh Văn ném được khoảng bao nhiêu mét?

- A. 72,8. B. 72. C. 71,7. D. 47,7.

**Câu 7.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật tâm  $I$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với đáy. Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A$  lên  $SC, SD$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.  $BC \perp (SAC)$ .      B.  $AK \perp (SCD)$ .      C.  $AH \perp (SCD)$ .      D.  $BD \perp (SAC)$ .

**Câu 8.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$  có công sai là

- A.  $d = 5$ .      B.  $d = 3$ .      C.  $d = 6$ .      D.  $d = -3$ .

**Câu 9.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 10.** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng  $\frac{3}{4}$  độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A. 40 m.      B. 80 m.      C. 50 m.      D. 70 m.

**Câu 11.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của cửa hàng TA được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [9;11).      B. [13;15).      C. [11;13).      D. [7;9).

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành, gọi  $O = AC \cap BD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là

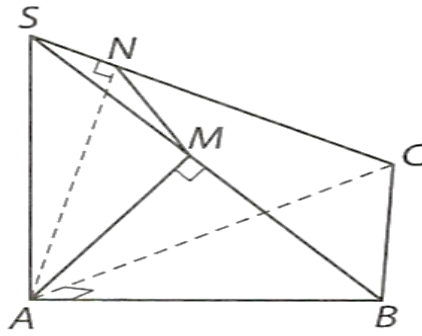
- A. Đường thẳng qua S song song với  $BD$ .  
 B. đường thẳng qua S song song với  $AC$ .  
 C.  $SO$ , với  $O = AC \cap BD$ .  
 D.  $SC$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x + x$ .

- a)  $f(0) = 0$ ;  $f(\pi) = \pi$ .  
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là  $f'(x) = \cos 2x + 1$ .  
 c) Trên đoạn  $[0; \pi]$ , phương trình  $f'(x) = 0$  có đúng 2 nghiệm là  $\frac{\pi}{3}$  và  $\frac{2\pi}{3}$ .  
 d) Giá trị lớn nhất của  $f(x)$  trên đoạn  $[0; \pi]$  là  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $(SAC) \perp (ABC)$ ;  $(SAB) \perp (ABC)$ ,  $SA = a$  và đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$ . Kẻ  $AM$  vuông góc với  $SB$  tại  $M$ ,  $AN$  vuông góc với  $SC$  tại  $N$ .



Hình 7.57

a)  $SA \perp (ABC)$

b) Thể tích của hình chóp  $S.ABC$  bằng  $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

c)  $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{6}$

d)  $V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$

**Câu 3.** Ông Bình trồng cây vào khu vườn hình tam giác theo cách như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây và cứ thế hàng ngay sau trồng nhiều hơn 1 cây.

a) Hàng thứ mười ông Bình phải trồng 10 cây

b) Cây thứ 100 ông Bình trồng vào hàng thứ 13

c) Ông có 3003 cây thì phải trồng 77 hàng.

d) Vườn ông Bình trồng được 100 hàng cây, giá mỗi cây ông Bình mua để trồng là 5000 đồng. ông Bình chi phí tiền cây là 25 triệu đồng.

**Câu 4.** Bạn An làm bài thi trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn An làm chắc chắn đúng hai câu, hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

a) Xác suất để bạn An được 4 điểm phần thi trắc nghiệm đúng sai là  $\frac{1}{256}$

b) Xác suất để bạn An được 3,5 điểm phần thi trắc nghiệm đúng sai là  $\frac{1}{32}$

c) Xác suất để bạn An được 2 điểm phần thi trắc nghiệm đúng sai là  $\frac{1}{32}$

d) Xác suất để bạn An được 3 điểm phần thi trắc nghiệm đúng sai là  $\frac{9}{128}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

**Câu 1.** Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu (nghìn) để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

**Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trên các cạnh  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  lần lượt lấy ba điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$

sao cho  $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$ . Biết mặt phẳng  $(MNP)$  cắt cạnh  $DD'$  tại  $Q$ . Tính tỉ số

$\frac{D'Q}{DD'} = \frac{a}{b}$ . Tính  $T = a + b$ .

----- HẾT -----

**Câu 1. (2 điểm)** Giả sử anh Hưng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Hưng là 60 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Hưng được tăng thêm 8%. Tính tổng số tiền lương anh Hưng lĩnh được trong 10 năm đi làm (đơn vị : triệu đồng, làm tròn đến hàng phần nghìn).

**Câu 2. (4 điểm)** Bảng giá cước của một hãng taxi X được cho như bảng dưới đây:

Quãng đường	Giá cước (VNĐ/km)
Từ 0 đến 10 km	10 000
Từ trên 10 km đến 40 km	15 000
Trên 40 km	12 500

a) Thiết lập công thức liên hệ giữa quãng đường di chuyển và số tiền tương ứng phải trả. Nếu một người đi taxi của hãng X phải trả số tiền xe là 475 000 VNĐ thì người đó đã đi quãng đường là bao nhiêu?

b) Một người đi taxi của hãng X từ A đến B, sau đó phải bắt taxi một lần nữa để đi từ B đến C. Biết quãng đường AB trong khoảng từ 10 đến 40 km, quãng đường BC dài hơn quãng đường AB là 32 km. Số tiền người đó phải trả ở quãng đường BC gấp 2,8 lần số tiền phải trả ở quãng đường AB. Tính độ dài quãng đường AB.

c) Ngày Valentine, hãng X áp dụng chương trình giảm giá 10% cho khách hàng, tối đa 50 000 VNĐ. Một người đi taxi của hãng X trong dịp này phải trả 360 000 VNĐ thì người đó đã đi quãng đường là bao nhiêu?

**Câu 3. (1,5 điểm)** Một hộp có chứa 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và  $n$  viên bi vàng (các viên bi kích thước như nhau,  $n$  là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong ba viên bi lấy được có đủ 3 màu là  $\frac{45}{182}$ . Tính xác suất  $P$  để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ.

**Câu 4. (3,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh  $a$  và góc  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Các cạnh SA, SB, SC đều bằng  $a\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

a) Gọi  $\varphi$  là góc của hai mặt phẳng (SAC) và (ABCD). Giá trị  $\tan \varphi$  bằng bao nhiêu?

b) Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

**Câu 5. (1,5 điểm)** Cho tứ diện ABCD có  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ ,  $BC = 2a$ ,  $CD = a$ , góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) bằng  $60^\circ$ . Tính khoảng cách giữa đường thẳng AC và BD

-----Hết-----

Đề\câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
000	B	B	B	B	B	C	A	D	C	C	C	D
135	D	A	D	D	C	C	B	B	C	D	A	C
246	A	C	A	C	D	A	D	B	C	C	B	A
357	A	D	B	D	C	B	B	D	B	A	D	C
468	C	D	B	B	B	C	D	A	A	A	D	C

1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2
D	D	S	D	D	D	S	D	D	S	D	D	D	S	D	S	95	7
D	S	D	D	D	D	S	D	D	S	D	S	D	D	S	D	95	7
D	D	S	D	D	S	D	D	D	D	S	D	D	S	D	S	95	7
D	D	S	D	D	S	D	S	D	S	D	D	D	D	S	D	7	95
D	S	D	D	D	D	S	D	D	S	D	S	D	D	S	D	95	7

## PHẦN ĐÁP ÁN

**Câu 1.** Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả. Với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

- A. 100 000 (đồng).      B. 80 000 (đồng).      C. 90 000 (đồng).      **D. 95 000 (đồng).**

### Lời giải

**Chọn D** Gọi  $x$  ( $x > 0$ ) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là  $100 - 10x$  (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm  $3000x$  khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là  $27000 + 3000x$ .

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên

$$27000 + 3000x \leq 55000$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$$

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$y = (27000 + 3000x)(100 - 10x) = -30000x^2 + 30000x + 2700000$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -30000x^2 + 30000x + 2700000$  ( $x > 0$ )

Tập xác định  $D = (0; +\infty)$ .

$$y' = -60000x + 30000$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{28}{3}$	
y'		+	0	-
y			2707500	

$2700000 \rightarrow$  (to  $\frac{1}{2}$ )       $\rightarrow 2700000$  (from  $\frac{28}{3}$ )

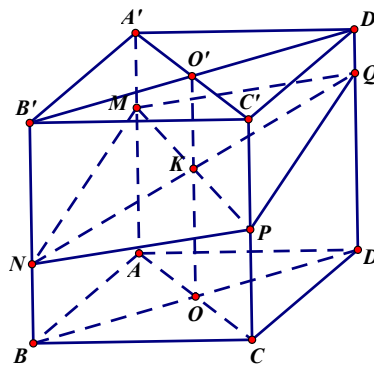
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là 95 nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn

**Câu 2.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Trên các cạnh  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  lần lượt lấy ba điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$  sao cho  $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$ . Biết mặt phẳng  $(MNP)$  cắt cạnh  $DD'$  tại  $Q$ . Tính tỉ số

$\frac{D'Q}{DD'} = \frac{a}{b}$ . Tính  $T = a + b$

A. 7

**Lời giải**



Ta có 
$$\begin{cases} (BB'C'C) \parallel (AA'D'D) \\ (MNP) \cap (BB'C'C) = NP \Rightarrow NP \parallel MQ. \\ (MNP) \cap (AA'D'D) = MQ \end{cases}$$

Tương tự: 
$$\begin{cases} (AA'B'B) \parallel (CC'D'D) \\ (MNP) \cap (AA'B'B) = MN \Rightarrow MN \parallel PQ \\ (MNP) \cap (CC'D'D) = PQ \end{cases}$$

Suy ra mặt phẳng  $(MNP)$  cắt hình hộp theo thiết diện là hình bình hành  $MNPQ$ .

Gọi  $O$ ,  $O'$ ,  $K$  lần lượt là tâm các hình bình hành  $ABCD$ ,  $A'B'C'D'$ ,  $MNPQ$  thì  $O$ ,  $O'$ ,  $K$  thẳng hàng.

Ta có  $B'N + D'Q = 2.O'K = A'M + C'P \Rightarrow \frac{B'N}{BB'} + \frac{D'Q}{DD'} = \frac{A'M}{AA'} + \frac{C'P}{CC'}$   
 $\Rightarrow \frac{2}{3} + \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{6}$ .

**Tự luận**

Câu 1

<p>a) (2 điểm) Giả sử anh Hưng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Hưng là 60 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Hưng được tăng thêm 8%. Tính tổng số tiền lương anh Hưng lĩnh được trong 10 năm đi làm (đơn vị : triệu đồng, làm tròn đến hàng phần nghìn).</p>	
<p>a) Đặt <math>A = 60</math> (triệu), <math>r = 8\% = 0,08</math>.</p> <p>Tiền lương anh Hưng nhận được sau một năm làm việc là <math>u_1 = A</math> (triệu đồng).</p> <p>Tiền lương anh Hưng nhận được trong năm thứ 2 là <math>u_2 = u_1 + r.u_1 = (1+r)u_1</math> (triệu đồng).</p> <p>Tiền lương anh Hưng nhận được trong năm thứ 3 năm là <math>u_3 = u_2 + r.u_2 = (1+r)u_2</math> (triệu đồng).</p> <p>.....</p> <p>Như vậy tiền lương theo năm của anh Hưng lập thành một CSN có <math>u_1 = A = 60</math> (triệu đồng), công bội <math>q = 1+r = 1,08</math>.</p> <p>Do đó tổng tiền lương anh Hưng nhận được trong 10 năm làm việc là</p> $S_{10} = u_1 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 60 \cdot \frac{1,08^{10} - 1}{1,08 - 1} = 869,194 \text{ (triệu đồng).}$	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.5</p>

**Câu 2.**

1. Gọi  $x$  (km) là quãng đường di chuyển. Khi đó, ta có công thức liên hệ giữa quãng đường di chuyển và số tiền tương ứng phải trả  $f(x)$  như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 10000x & (0 < x \leq 10) \\ 10000 \cdot 10 + (x - 10) \cdot 15000 & (10 < x \leq 40) \\ 10000 \cdot 10 + 15000 \cdot 30 + (x - 40) \cdot 12500 & (x > 40) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} 10000x & (0 < x \leq 10) \\ 15000x - 50000 & (10 < x \leq 40) \\ 12500x + 50000 & (x > 40) \end{cases}$$

Để xác định số tiền xe là 475 000 VNĐ mà người đi xe phải trả ứng với quãng đường di chuyển dài bao nhiêu, ta cần xác định công thức tương ứng.

Với  $f(x) = 10000x$ ;  $0 < x \leq 10$  thì  $0 < f(x) \leq 100000$ .

Với  $f(x) = 15000x - 50000$ ,  $10 < x \leq 40$  thì  $100000 < f(x) \leq 550000$ .

Với  $f(x) = 12500x + 50000$ ,  $x > 40$  thì  $f(x) > 550000$ .

Vì  $100000 < 475000 < 550000$  nên ứng với số tiền xe 475 000 VNĐ người đi xe đã đi được quãng đường dài  $\frac{475000 + 50000}{15000} = 35(km)$ .

Vậy người đó đã đi được quãng đường dài 35km.

2. Gọi  $x(km)$  ( $10 < x < 40$ ) là độ dài quãng đường  $AB$ .

Vì quãng đường  $BC$  dài hơn quãng đường  $AB$  là 32km nên quãng đường  $BC$  dài  $x + 32(km)$ .

Vì số tiền người đó phải trả ở quãng đường  $BC$  gấp 2,8 lần số tiền phải trả ở quãng đường  $AB$  nên ta có phương trình

$$12500(x + 32) + 50000 = 2,8 \cdot (15000x - 50000) \Leftrightarrow x = 20(km) \text{ (thỏa mãn)}.$$

Vậy quãng đường  $AB$  dài 20km.

3. Nếu không được giảm giá 10% thì người đi xe phải trả số tiền là:

$$360000 : (100\% - 10\%) = 400000 \text{ (đồng)}$$

Vì  $100000 < 400000 < 550000$  nên người đi xe đã đi được quãng đường là:

$$\frac{400000 + 50000}{15000} = 30(km). \text{ Vậy người đó đã đi được quãng đường dài 30km.}$$

Câu 3. Một hộp có chứa 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và  $n$  viên bi vàng (các viên bi kích thước như nhau,  $n$  là số nguyên dương). Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Biết xác suất để trong ba viên bi lấy được có đủ 3 màu là  $\frac{45}{182}$ . Tính xác suất  $P$  để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ.

$$\text{A. } P = \frac{135}{364}. \quad \text{B. } P = \frac{177}{182}. \quad \text{C. } P = \frac{45}{182}. \quad \text{D. } P = \frac{31}{56}.$$

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách lấy 3 viên bi bất kì từ hộp là:  $C_{8+n}^3$ .

Số cách lấy 3 viên đủ 3 màu là:  $C_5^1 \cdot C_3^1 \cdot C_n^1 = 15n$ .

$$\text{Vì xác suất để trong ba viên bi lấy được có đủ 3 màu là } \frac{45}{182} \Rightarrow \frac{15n}{C_{8+n}^3} = \frac{45}{182} \Rightarrow n = 6.$$

$\Rightarrow$  có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi xanh và 6 viên bi vàng.

Số cách lấy 3 bi bất kì là  $C_{14}^3$ .

Trường hợp 1: 3 bi lấy ra không có bi đỏ, khi đó số cách lấy là  $C_9^3$ .

Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 1 bi đỏ, khi đó số cách lấy là  $C_5^1 \cdot C_9^2$

Trường hợp 2: 3 bi lấy ra có 2 bi đỏ, khi đó số cách lấy là  $C_5^2 \cdot C_9^1$ .

Vậy xác suất để trong 3 viên bi lấy được có nhiều nhất hai viên bi đỏ là  $P = \frac{177}{182}$

#### Câu 4.

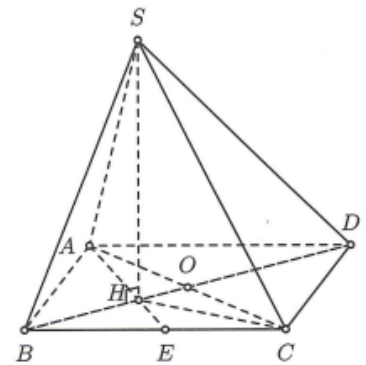
1. Do  $AB = BC$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$  nên tam giác ABC đều.

Gọi H là hình chiếu của A lên (ABCD)

Do  $SA = SB = SC$  nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (ABCD) = AC \\ SO \perp AC, HO \perp AC \end{cases}$$

$$\Rightarrow ((SAC), (ABCD)) = (SO, HO) = \widehat{SOH} = \varphi.$$



$$\text{Mặt khác, } HO = \frac{1}{3}BO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Xét tam giác SOH vuông tại H có } \tan \varphi = \frac{SH}{OH} = \sqrt{5}$$

2. Thể tích khối chóp S.ABCD là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{6} \cdot a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{5}}{12}.$$

#### Câu 5.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BCD).

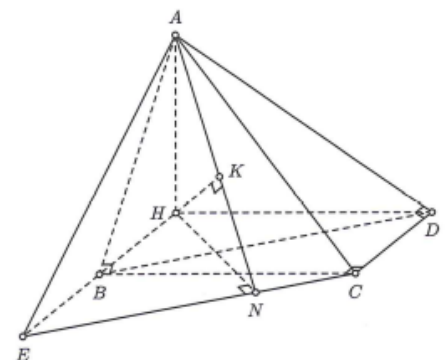
$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AH, (\text{do } AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (ABH) \Rightarrow BC \perp BH \quad (1)$$

$$\text{Tương tự } \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp AH, (\text{do } AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CD \perp (ADH) \Rightarrow CD \perp DH \quad (2)$$

$$\text{Ta có } \widehat{BCD} = 90^\circ \quad (3)$$



Từ (1), (2), (3) nên tứ giác là hình chữ nhật HBCD có  $BC = HD = 2a; HB = DC = a$  và  $\widehat{(AB, (BCD))} = \widehat{(AB, BH)} = \widehat{ABH} = 60^\circ$ .

Gọi E là đỉnh của hình bình hành BDCE. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD bằng  $d(AC; BD) = d(BD, (AEC)) = d(B, (AEC)) = \frac{1}{2}d(H, (AEC))$

Gọi HN là đường cao tam giác HEC, HK là đường cao tam giác AHN.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CE \perp HN \\ CE \perp AH, (\text{do } AH \perp (BCD)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow CE \perp (AHN) \Rightarrow CE \perp HK \text{ và } AN \perp HK \text{ nên } HK \perp (AEC)$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = \frac{1}{2}d(H, (ACE)) = \frac{1}{2}HK$$

$$\text{Trong } \triangle HEC \text{ có } HE \cdot BC = EC \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{HE \cdot BC}{EC} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Trong } \triangle AHN \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{5}{16a^2} = \frac{31}{48a^2} \Rightarrow HK = \frac{4\sqrt{3}a}{\sqrt{31}}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BD) = \frac{1}{2}HK = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{31}}$$