

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

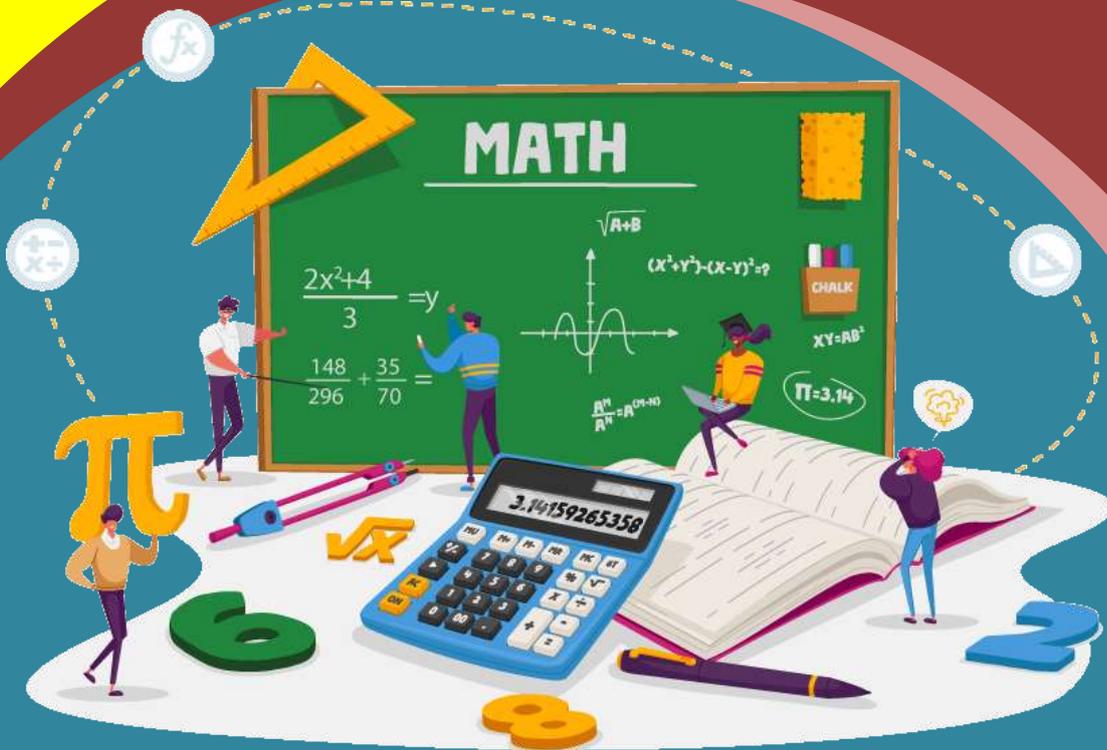
TOÁN 12

BỘ ĐỀ ÔN THI

CUỐI KÌ 2

✂ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA 2025

✂ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT





ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = 4$ là
- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.
 C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 3$ là
- A. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$. B. $S = \int_1^3 f(x) dx$. C. $S = -\int_1^3 f(x) dx$. D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x + 2y + 3z - 6 = 0$ cắt trục Oy tại điểm nào dưới đây?
- A. $N(1; 1; 1)$. B. $P(0; 2; 0)$. C. $Q(0; 3; 0)$. D. $M(6; 0; 0)$.
- Câu 4:** Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng:
- A. $0,7$. B. $0,4$. C. $0,58$. D. $0,52$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Một phương trình tham số của d là
- A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 1-3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 1-2t \\ z = 1-3t \end{cases}$.
- Câu 6:** Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây đúng?
- A. $V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $V = \int_0^2 e^x dx$. C. $V = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $V = \int_0^2 e^{2x} dx$.
- Câu 7:** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng
- A. 5 . B. 625 . C. 25 . D. 125 .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và

$$(d_2): \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3} \text{ là}$$

A. Cắt nhau. B. Song song. C. Chéo nhau. D. Trùng nhau.

Câu 9: Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn được một quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện. Giả sử quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên, xác suất quyển sách đó ở phòng A là:

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1, f(3) = 5$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó,

$$\int_2^3 f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. 4. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 11: Khi điều tra về hoạt động sử dụng máy tính và tình trạng cận thị của trẻ em ở một tỉnh thì được kết quả:

- Có 10% trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính.
- Có 30% trẻ em bị cận thị.
- Trong những trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính có 54% trẻ em bị cận thị.

Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Xác suất trẻ em được chọn thường xuyên sử dụng máy tính, biết trẻ em đó bị cận thị, là:

A. 0,94. B. 0,14. C. 0,18. D. 0,0162.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;1); B(3;2;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oz .

A. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$. B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.
C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 14$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 1)$, bán kính $R = 3$.		
b)	Điểm $M(1; 3; 5)$ nằm trong mặt cầu.		
c)	Mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 8 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 2$.		
d)	Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B . Khi đó, diện tích tam giác IAB là $S = \frac{\sqrt{182}}{3}$		

Câu 14: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,5; P(A|B) = P(A|\bar{B}) = 0,4$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố AB là 0,02.		
b)	Xác suất của biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là 0,2.		
c)	Xác suất của biến cố A là 0,8.		
d)	A và B là hai biến cố độc lập.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 . Biết Δ có một vectơ chỉ phương có dạng $\vec{u}_\Delta = (a;b;-4)$, tính $a+b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

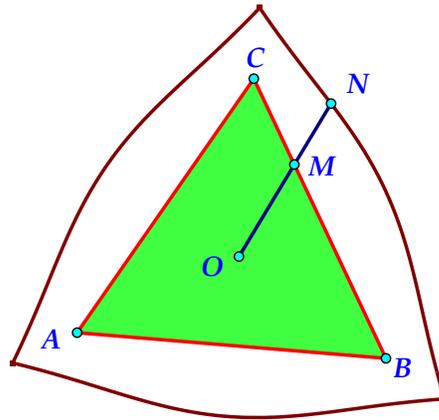
.....

.....

.....

.....

Câu 16: Người ta tạo một lối đi xung quanh sân chơi có dạng hình tam giác đều ABC tâm O , giới hạn bởi các cạnh của tam giác và đường cong kín (L) như hình vẽ. Nếu M là điểm thuộc cạnh của tam giác và tia OM cắt (L) tại điểm N thì ta luôn có $MN = 2m$. Biết $OA = 6m$. Tính diện tích lối đi đó (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị, đơn vị m^2).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;2;-2), B(3;-3;3)$. Gọi M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Tính gần đúng đến hàng phần chục độ dài lớn nhất của đoạn thẳng OM .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Xác suất để ngày mai trời mưa là 0,2. Nếu trời mưa thì ông A đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,5. Nếu trời không mưa thì ông A đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,05. Tính xác suất để ngày mai ông A đi làm bằng xe buýt.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

Trình bày:

.....

.....

.....

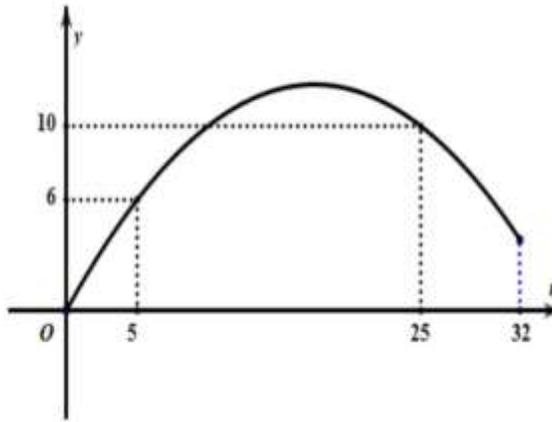
.....

.....

Câu 20: Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B .

Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m/s);

$v_B = at^2 + bt$ (m/s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây). Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên dưới:



Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau bao nhiêu mét?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21: Trong một vùng dân cư tỉ lệ nhiễm Covid là 2%. Nếu một người bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,95. Nếu một người không bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,03. Giả sử một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính. Tính xác suất để người đó bị nhiễm Covid.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = 4$ là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 16$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1, x = 3$ là

A. $S = \int_1^3 |f(x)| dx$.

B. $S = \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_3^1 |f(x)| dx$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng: $S = \int_1^3 |f(x)| dx$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$ cắt trục Oy tại điểm nào dưới đây?

A. $N(1; 1; 1)$.

B. $P(0; 2; 0)$.

C. $Q(0; 3; 0)$.

D. $M(6; 0; 0)$.

Lời giải:

Mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 6 = 0$ cắt trục Oy tại điểm $Q(0; 3; 0)$.

Câu 4: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. $0,7$.

B. $0,4$.

C. $0,58$.

D. $0,52$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Một phương trình tham số của d là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 1-3t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1-2t \\ z = 1-3t \end{cases}$$

Lời giải:

$$\text{Biến đổi: } \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3} = t \longrightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$$

Câu 6: Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox . Phát biểu nào sau đây đúng?

$$\text{A. } V = \pi \int_0^2 e^{2x} dx.$$

$$\text{B. } V = \int_0^2 e^x dx.$$

$$\text{C. } V = \pi \int_0^2 e^x dx.$$

$$\text{D. } V = \int_0^2 e^{2x} dx.$$

Lời giải:

Hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox sẽ tạo thành

một khối tròn xoay có thể tích bằng $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 7: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

A. 5.

B. 625.

C. 25.

D. 125.

Lời giải:

+) Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ nên

$$F'(x) = f(x) = x^2 \Rightarrow F'(25) = 25^2 = 625.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -4-3t \\ z = 3+2t \end{cases}$ và

$$(d_2): \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-3} \text{ là}$$

A. Cắt nhau.

B. Song song.

C. Chéo nhau.

D. Trùng nhau.

Lời giải:

d_1 qua $A(1; -4; 3)$ và có vtcp $\vec{u}_1 = (2; -3; 2)$.

d_2 qua $B(5; -1; 2)$ và có vtcp $\vec{u}_2 = (3; 2; -3)$.

Ta có: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (5; 12; 13) \neq \vec{0}$ và $\overline{AB} = (4; 3; -1)$

Mặt khác: $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overline{AB} = 43 \neq 0$.

Vậy hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 9: Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn được một quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện. Giả sử quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên, xác suất quyển sách đó ở phòng A là:

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Xét các biến cố:

M: "Quyển sách được chọn ở phòng A"

N: "Quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên"

Q: "Quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên và thuộc phòng A"

R: "Quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên và thuộc phòng B".

Nhận thấy $N = Q \cup R$ và Q, R là hai biến cố xung khắc nên

$$P(N) = P(Q) + P(R) = 0,25 + 0,5 = 0,75$$

$$\text{Ta có: } P(M | N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} = \frac{0,25}{0,75} = \frac{1}{3}.$$

Vậy xác suất quyển sách được chọn ở phòng A, biết rằng quyển sách đó về chủ đề Khoa học tự nhiên, là $\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1, f(3) = 5$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó,

$$\int_2^3 f'(x) dx \text{ bằng}$$

A. 4.

B. 7.

C. 9.

D. 6.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \int_2^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - (-1) = 6.$$

Câu 11: Khi điều tra về hoạt động sử dụng máy tính và tình trạng cận thị của trẻ em ở một tỉnh thì được kết quả:

- Có 10% trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính.

- Có 30% trẻ em bị cận thị.

- Trong những trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính có 54% trẻ em bị cận thị.

Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Xác suất trẻ em được chọn thường xuyên sử dụng máy tính, biết trẻ e đó bị cận thị, là:

A. 0,94.

B. 0,14.

C. 0,18.

D. 0,0162.

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính"

B là biến cố: "Trẻ em bị cận thị"

C là biến cố: "Trẻ em bị cận thị thường xuyên sử dụng máy tính"

Ta có: $C = A \cap B$

$P(A) = 0,1; P(B) = 0,3.$

Vì trong 10% trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính có 54% trẻ em cận thị

$P(C) = P(A \cap B) = 0,54 \cdot 0,1 = 0,054$

Xác suất chọn 1 trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính và cận thị là:

$$\Rightarrow \frac{P(C)}{P(B)} = \frac{0,054}{0,3} = 0,18.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;1); B(3;2;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm A, B và tâm thuộc trục Oz .

A. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 14.$

B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 9.$

C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 9.$

D. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 14.$

Lời giải:

Do tâm I thuộc trục Oz nên I $(0;0;z)$

$$IA^2 = 1^2 + 3^2 + (z-1)^2; IB^2 = 3^2 + 2^2 + (z-2)^2.$$

Do mặt cầu đi qua 2 điểm A, B nên $IA = IB$

$$\Rightarrow IA^2 = IB^2$$

$$\Rightarrow 1^2 + 3^2 + (z-1)^2 = 3^2 + 2^2 + (z-2)^2 \Leftrightarrow 2z = 6 \Leftrightarrow z = 3$$

$$\Rightarrow I(0;0;3); R^2 = IA^2 = 14$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;1)$, bán kính $R = 3$.		
b)	Điểm $M(1;3;5)$ nằm trong mặt cầu.		
c)	Mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 8 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r = 2$.		
d)	Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B . Khi đó, diện tích tam giác IAB là $S = \frac{\sqrt{182}}{3}$		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng.**

b) **Sai.**

Ta có $IM = \sqrt{(1-2)^2 + (3+1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{33} > R = 3$ nên điểm M nằm ngoài mặt cầu.

c) **Sai.**

Ta có $h = d(I, (P)) = \frac{|2 - 2 - 2 + 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 2 < 3$. Suy ra mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 8 = 0$ cắt mặt

cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn.

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

d) **Đúng.**

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$, đi qua điểm $N(1; 0; 3)$.

$\vec{IN} = (-1; 1; 2)$, $[\vec{u}, \vec{IN}] = (3; -1; 2)$. Gọi H là trung điểm của AB

$$IH = d(I, d) = \frac{|\vec{u}, \vec{IN}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{14}}{3}.$$

$$AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \frac{\sqrt{39}}{3} \Rightarrow AB = 2AH = \frac{2\sqrt{39}}{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác } IAB \text{ là: } S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{14}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{39}}{3} = \frac{\sqrt{182}}{3}.$$

Câu 14: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,5; P(A|B) = P(A|\bar{B}) = 0,4$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố AB là $0,02$.		
b)	Xác suất của biến cố $A\bar{B}$ là $0,2$.		
c)	Xác suất của biến cố A là $0,8$.		
d)	A và B là hai biến cố độc lập.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai.

Ta có: $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$.

b) Đúng.

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5; P(A\bar{B}) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$

c) Sai.

Ta có: $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = 0,2 + 0,2 = 0,4$

d) Đúng.

Vì $P(AB) = 0,2 = 0,4 \cdot 0,5 = P(A) \cdot P(B)$ nên A và B là hai biến cố độc lập.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2}$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2 . Biết Δ có một vectơ chỉ phương có dạng $\vec{u}_\Delta = (a;b;-4)$, tính $a+b$.

Kết quả:

5

Trình bày:

.....

Lời giải:

Gọi $I = d_1 \cap \Delta$, $I(1+t; -1+2t; -t) \Rightarrow \vec{AI} = (t; 2t-1; -t-2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

Do $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d_2 và $\Delta \perp d_2$.

Suy ra $\vec{AI} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \Leftrightarrow t + 2(2t-1) + 2(-t-2) = 0 \Leftrightarrow 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

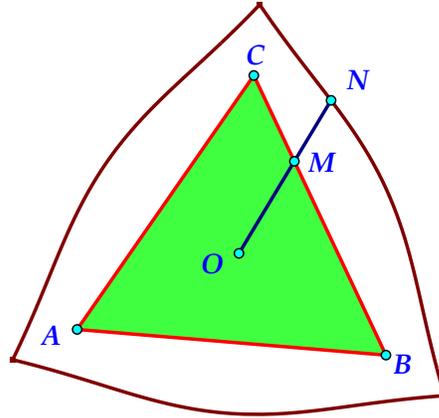
Vậy $\vec{AI} = (2; 3; -4)$.

Suy ra, phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-4} \rightarrow \vec{u}_\Delta = 2; 3; -4$.

$\Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow a+b=5$.

Câu 16: Người ta tạo một lối đi xung quanh sân chơi có dạng hình tam giác đều ABC tâm O , giới hạn bởi các cạnh của tam giác và đường cong kín (L) như hình vẽ. Nếu M là điểm thuộc

chân của tam giác và tia OM cắt (L) tại điểm N thì ta luôn có $MN = 2m$. Biết $OA = 6m$. Tính diện tích lối đi đó (kết quả quy tròn đến hàng đơn vị, đơn vị m^2).



Kết quả:

60

Trình bày:

.....

.....

.....

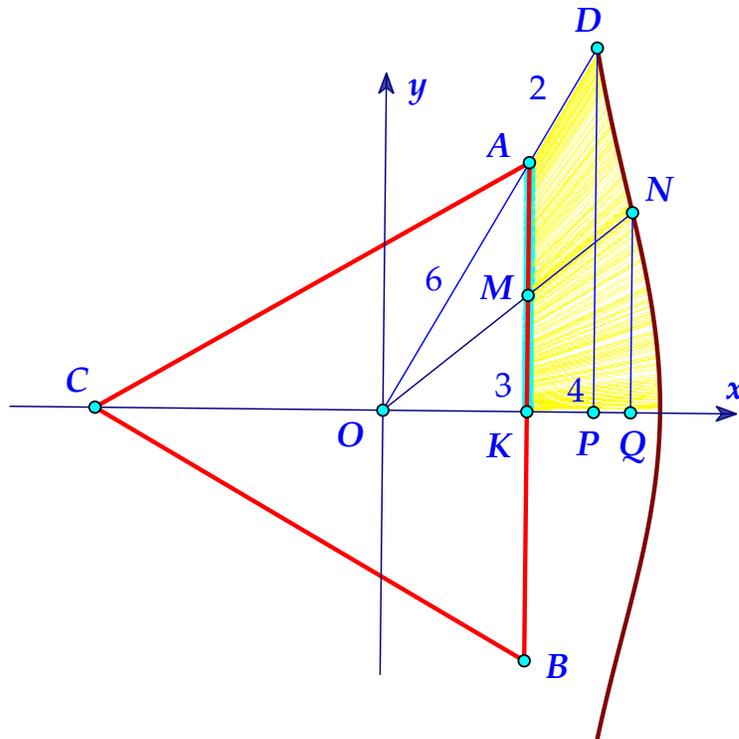
.....

.....

.....

Lời giải:

Chọn hệ trục như hình vẽ.



Diện tích lối đi là $S = 6S_{\text{toàn vàng}}$.

$$\text{Ta có: } \frac{OA}{OD} = \frac{OK}{OP} \Leftrightarrow OP = \frac{OK \cdot OD}{OA} = \frac{1}{2} \frac{OA \cdot OD}{OA} = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4.$$

Gọi $N(x_0; y_0)$.

Ta có: $\frac{OM}{ON} = \frac{OK}{OQ} \Leftrightarrow \frac{ON-2}{ON} = \frac{3}{x_0} \Leftrightarrow ON = \frac{2x_0}{x_0-3}$.

Lúc đó: $y_0 = NQ = \sqrt{ON^2 - OQ^2} = \sqrt{\frac{4x_0^2}{(x_0-3)^2} - x_0^2} \rightarrow (L): y = \sqrt{\frac{4x^2}{(x-3)^2} - x^2}, x \in [1;5] \setminus \{3\}$

Vậy:

$$S = 6S_{\text{tô vàng}} = 6 \left[\int_4^5 \sqrt{\frac{4x^2}{(x-3)^2} - x^2} dx + S_{ADPK} \right] = 6 \left[\int_4^5 \sqrt{\frac{4x^2}{(x-3)^2} - x^2} dx + \frac{3\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{2} \cdot 1 \right] \approx 59,977 \approx 60 m^2.$$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;2;-2), B(3;-3;3)$. Gọi M là điểm thay đổi trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Tính gần đúng đến hàng phần chục độ dài lớn nhất của đoạn thẳng OM .

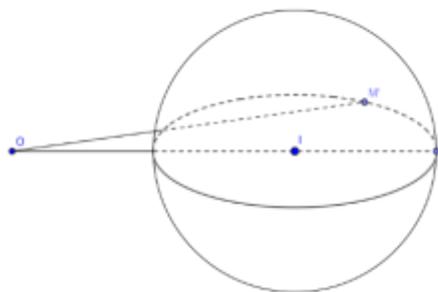
Kết quả:

20,8

Trình bày:

.....

Lời giải:



Gọi $M(x; y; z)$.

Ta có: $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 9MA^2 = 4MB^2$

$$\Leftrightarrow 9[(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2] = 4[(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2]$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 12y + 12z = 0 \Rightarrow M \text{ thuộc mặt cầu } (S) \text{ tâm } I(-6;6;-6) \text{ bán kính } R = 6\sqrt{3}.$$

Khi đó: $OM_{\max} = d(O;I) + R = OI + R = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \approx 20,8$.

Câu 18: Xác suất để ngày mai trời mưa là 0,2. Nếu trời mưa thì ông A đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,5. Nếu trời không mưa thì ông A đi làm bằng xe buýt với xác suất 0,05. Tính xác suất để ngày mai ông A đi làm bằng xe buýt.

Kết quả:

0,14

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Ông A đi làm bằng xe buýt";

B là biến cố: "Ngày mai trời mưa".

+) Ta tính được: $P(B) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(\bar{B}) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,05$.

+) Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,2.0,5 + 0,8.0,05 = 0,14.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (2;1;-2)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1;2;0)$.

Đường thẳng Δ song song với (P) và vuông góc với d nên có VTCP

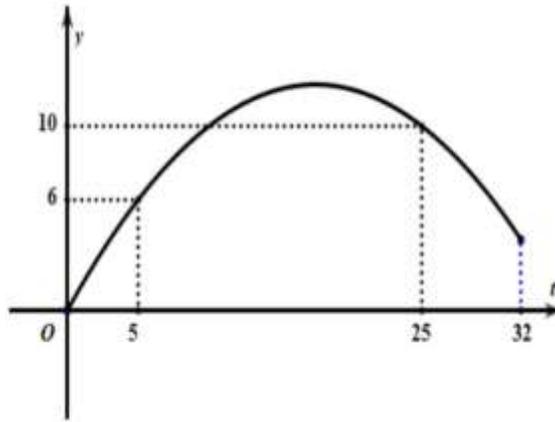
$$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -2; 3).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } \Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}.$$

Câu 20: Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B .

Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m/s);

$v_B = at^2 + bt$ (m/s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây). Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên dưới:



Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau bao nhiêu mét?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = at^2 + bt$ đi qua điểm $A(5;6); B(25;10)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 25a + 5b = 6 \\ 625a + 25b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{25} \\ b = \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow y = v_B = -\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t.$$

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên A chạy được:

$$S_1 = \int_0^{30} \left(\frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t \right) dt = 150.$$

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên B chạy được: $S_2 = \int_0^{30} \left(-\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t \right) dt = 270.$

Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng $S_1 - S_2 = 120$ m.

Câu 21: Trong một vùng dân cư tỉ lệ nhiễm Covid là 2%. Nếu một người bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,95. Nếu một người không bị nhiễm Covid thì khi xét nghiệm, xác suất cho kết quả dương tính là 0,03. Giả sử một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính. Tính xác suất để người đó bị nhiễm Covid.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi A là biến cố: “Người đó bị nhiễm Covid”;

B là biến cố: "Xét nghiệm cho kết quả dương tính".

+) Ta tính được: $P(A) = 0,02$; $P(\bar{A}) = 0,98$; $P(B|A) = 0,95$; $P(B|\bar{A}) = 0,03$.

+) Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,02.0,95}{0,02.0,95 + 0,98.0,03} \approx 0,3926.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là
- A. $\vec{n}_1 = (3; 6; -2)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_2 = (-3; -6; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 3)$.
- Câu 2:** Cho các số thực a, b ($a < b$) và hàm số $y = f(x)$ có $f(x), f'(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Đẳng thức nào dưới đây đúng?
- A. $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$. B. $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.
- C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$. D. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là
- A. $S = \pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = \frac{32}{3}\pi$.
- Câu 4:** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,5; P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$. Xác suất của \bar{B} với điều kiện A là
- A. 0,6. B. 0,3. C. 0,4. D. $\frac{3}{7}$.
- Câu 5:** Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($-1 \leq x \leq 1$) cắt vật thể đó theo một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1-x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{4\pi}{5}$. C. $\frac{8}{5}$. D. $\frac{8\pi}{5}$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -3; -4)$ và tiếp xúc với trục Ox .
- A. $(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 = 5$. B. $(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 = 25$.
- C. $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 5$. D. $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 25$.

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 7y + 2 = 0$?
- A. $\vec{u}_4 = (7; 3; 0)$. B. $\vec{u}_3 = (4; -3; 5)$. C. $\vec{u}_1 = (3; -7; 0)$. D. $\vec{u}_2 = (3; -7; 2)$.
- Câu 8:** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$.
- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = 3$. D. $S = 4$.
- Câu 9:** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là
- A. 0,9. B. 0,18. C. 0,3. D. 0,6.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y + 3z - 5 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -4x - 8y - 6z + 2 = 0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .
 B. Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .
 C. Mặt phẳng (P) cắt và không vuông với mặt phẳng (Q) .
 D. Mặt phẳng (P) trùng với mặt phẳng (Q) .
- Câu 11:** Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hà lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Xác suất viên bi lấy ra không có màu vàng, biết rằng nó không có màu đỏ là
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{4}{5}$.
- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời Δ vuông góc và cắt d có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 - 5t \\ z = -4 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 7t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 2 - 5t \\ z = 1 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5t \\ z = -4 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$.		
b)	Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; -1; 1)$.		
c)	Nếu đường thẳng d song song với (P) và (Q) thì d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.		
d)	Đường thẳng đi qua A song song với (P) và (Q) có một		

	phương trình tham số là $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$		
--	---	--	--

Câu 14: Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40% , tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55% . Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố \bar{A} là 0,8.		
b)	Xác suất của biến cố B là 0,43.		
c)	A và B là hai biến cố độc lập.		
d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

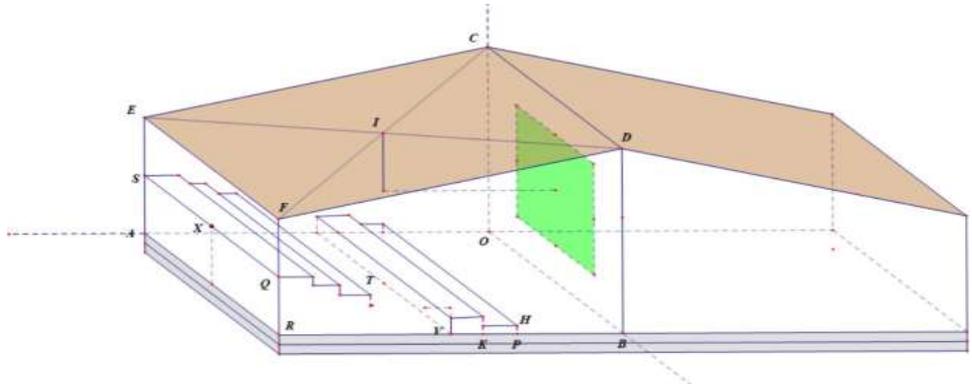
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A (-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d . Biết điểm $I (a; 0; b) \in \Delta$. Tính $a^3 + b^3$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 16: Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $OC = BD = 10m$ và $EA = RF = 6m$. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm. Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ , theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m) . Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét?



Kết quả:

Trình bày:

.....

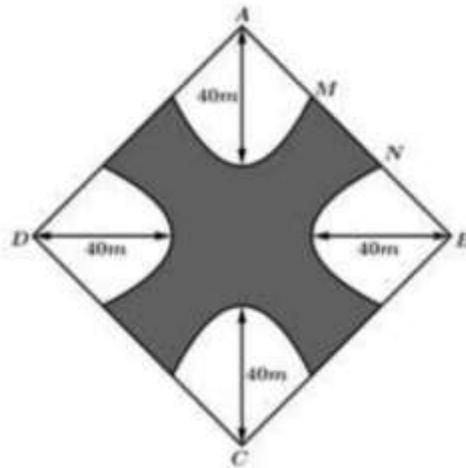
.....

.....

.....

.....

Câu 17: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo $AC = 120$ m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình vuông, khoảng cách từ đỉnh đó đến đỉnh tương ứng của hình vuông bằng 40 m và $AM = MN = NB$ (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị mét).



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18: Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

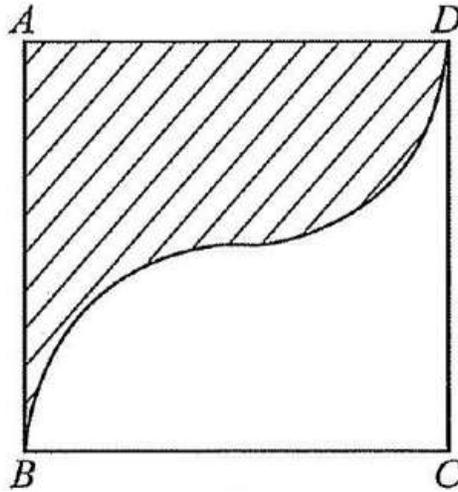
.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một vật trang trí có dạng là khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD . Thể tích của vật trang trí đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu centimet khối? (Trích đề Minh họa tốt nghiệp THPT năm 2024).



Trình bày:

.....

.....

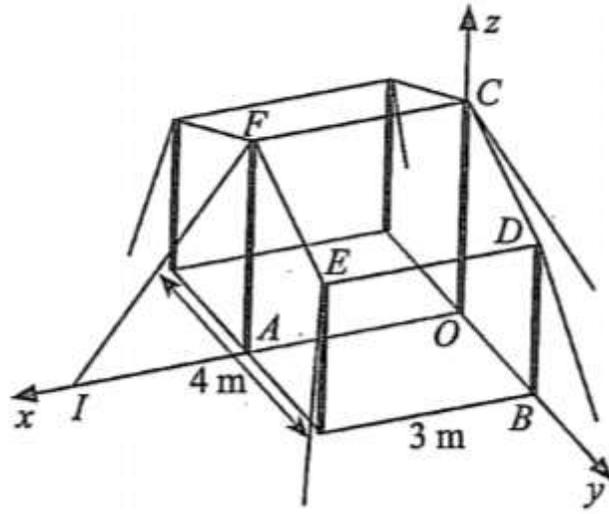
.....

.....

.....

.....

Câu 20: Một lều trại có mặt trước và mặt sau rộng 4 m, hai mặt bên rộng 3 m gồm sáu thanh cọc tre, vải bạt chống thấm nước, dây dù hoặc dây thừng để cố định lều tại sáu cọc sắt cắm sát đất như Hình 13. Biết rằng, hai thanh AF, OC có chiều dài 2,2 m; bốn thanh còn lại có chiều dài 1,7 m và đoạn dây thừng $IF = 3$ m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và cho biết góc giữa đường thẳng chứa dây thừng IF và mặt phẳng chứa tấm bạt ($CDEF$) là a° . Tính giá trị của a (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)



Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21: Một loại sách tham khảo được in tại hai phân xưởng A và B và được vận chuyển về kho sau khi in xong. Xưởng A có nhiệm vụ in 60% tổng số lượng sách, xưởng B sẽ in số lượng sách còn lại. Biết rằng số lượng sách tham khảo xưởng A và B in đạt yêu cầu về chất lượng và chuyển về kho lần lượt là 95% và 90%. Nhân viên kiểm kho chọn ra ngẫu nhiên một cuốn sách tham khảo để kiểm tra thì thấy cuốn sách này không đạt yêu cầu về chất lượng. Xác suất để cuốn sách tham khảo đó được in ở xưởng A là bao nhiêu % ?(làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

- A.** $\vec{n}_1 = (3; 6; -2)$. **B.** $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. **C.** $\vec{n}_2 = (-3; -6; -2)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-2; -1; 3)$.

Lời giải:

Phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đã cho là $\vec{n}_1 = (3; 6; -2)$.

Câu 2: Cho các số thực a, b ($a < b$) và hàm số $y = f(x)$ có $f(x), f'(x)$ là các hàm số liên tục trên \mathbb{R} . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.** $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$. **B.** $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.
C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$. **D.** $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$.

Lời giải:

Ta có: $\int_a^b f'(x)dx = f(x)|_a^b = f(b) - f(a)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Diện tích của mặt cầu (S) là

- A.** $S = \pi$. **B.** $S = 4\pi$. **C.** $S = 16\pi$. **D.** $S = \frac{32}{3}\pi$.

Lời giải:

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ có bán kính $R = 2$

\Rightarrow Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi$.

Câu 4: Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,5; P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$. Xác suất của \bar{B} với điều kiện A là

- A.** 0,6. **B.** 0,3. **C.** 0,4. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải:

Ta có: $P(\bar{B} | A) = 1 - \frac{P(AB)}{P(A)} = 0,4$.

- Câu 5:** Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($-1 \leq x \leq 1$) cắt vật thể đó theo một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1-x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng
- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{4\pi}{5}$. **C. $\frac{8}{5}$.** D. $\frac{8\pi}{5}$.

Lời giải:

Diện tích hình vuông cạnh $\sqrt{1-x^4}$ là $S(x) = (\sqrt{1-x^4})^2 = 1-x^4$.

Thể tích cần tìm là $V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 (1-x^4) dx = \left(x - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{8}{5}$.

- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2; -3; -4)$ và tiếp xúc với trục Ox .
- A. $(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 = 5$. B. $(x-2)^2 + (x-3)^2 + (x-4)^2 = 25$.
 C. $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 5$. **D. $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 25$.**

Lời giải:

$R = d(I; Ox) = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x+2)^2 + (x+3)^2 + (x+4)^2 = 25$.

- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 7y + 2 = 0$?
- A. $\vec{u}_4 = (7; 3; 0)$. B. $\vec{u}_3 = (4; -3; 5)$. **C. $\vec{u}_1 = (3; -7; 0)$.** D. $\vec{u}_2 = (3; -7; 2)$.

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -7; 0)$, nên đường thẳng cần tìm có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -7; 0)$.

- Câu 8:** Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$.
- A. $S = \frac{1}{3}$. **B. $S = \frac{4}{3}$.** C. $S = 3$. D. $S = 4$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Suy ra: $S = \int_0^2 |2x - x^2| dx = \frac{4}{3}$.

- Câu 9:** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là
- A. 0,9. B. 0,18. C. 0,3. **D. 0,6.**

Lời giải:

Ta có: $P(AB) = P(B)P(A|B) = 0,6 \cdot 0,5 = 0,3$.

Suy ra: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,6 - 0,3 = 0,6$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):x-y+z-2=0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p=(1;1;1)$.		
b)	Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_q=(1;-1;1)$.		
c)	Nếu đường thẳng d song song với (P) và (Q) thì d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d=[\vec{n}_p,\vec{n}_q]$.		
d)	Đường thẳng đi qua A song song với (P) và (Q) có một phương trình tham số là $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) b) Đúng.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_q=(1;-1;1)$.

c) d) Đúng.

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=[\vec{n}_p,\vec{n}_q]=(2;0;-2)=2(1;0;-1)$.

d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$.

Câu 14: Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40% , tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55% . Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố \bar{A} là 0,8.		
b)	Xác suất của biến cố B là 0,43.		
c)	A và B là hai biến cố độc lập.		
d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Vì $P(A)=0,8$ nên $P(\bar{A})=1-P(A)=0,2$.

b) Đúng.

Vì $P(B|A)=0,4;P(B|\bar{A})=0,55$.

→ $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\bar{A}).P(B|\bar{A})=0,8.0,4+0,2.0,55=0,43$.

c) Sai.

Vì $P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,32 \neq 0,8 \cdot 0,95 = P(A) \cdot P(B)$ nên A và B không phải là hai biến cố độc lập.

d) Sai.

$$\text{Vì } P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,4}{0,43} = \frac{32}{43}.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với d . Biết điểm $I(a; 0; b) \in \Delta$. Tính $a^3 + b^3$.

Kết quả:

26

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2; -1; 4)$.

$$\text{Gọi } M \in \Delta \cap d. \text{ Ta có } M \in d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \Rightarrow M(-3 + 2t; 1 - t; -1 + 4t).$$

Ta có: $\overrightarrow{AM} = (1 + 2t; 3 - t; -5 + 4t)$.

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(1 + 2t) - (3 - t) + 4(-5 + 4t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

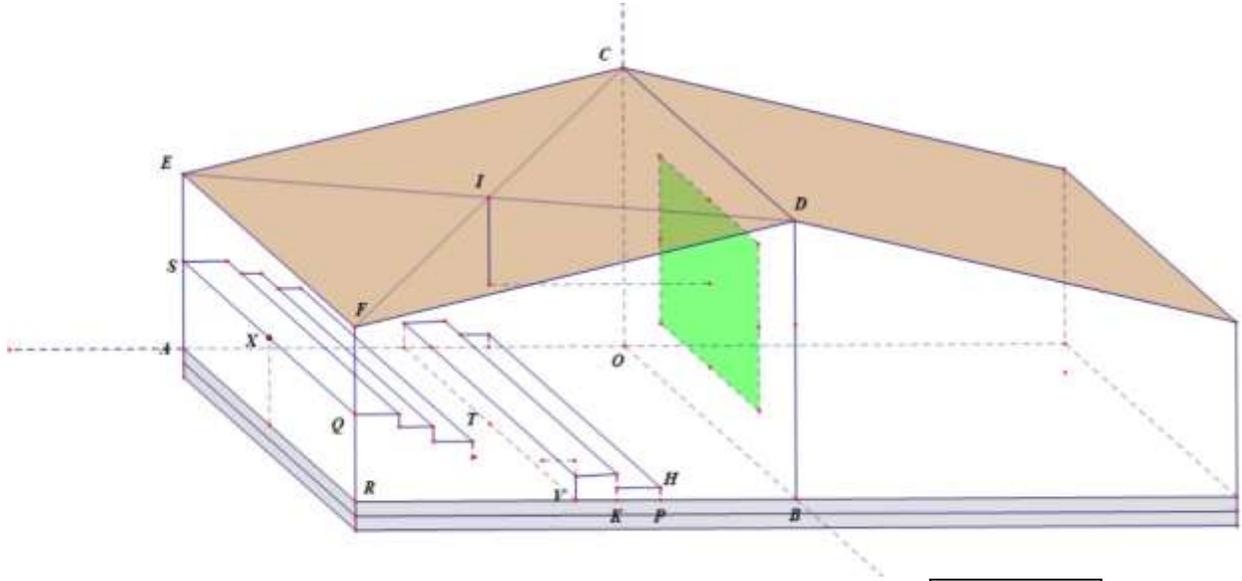
Ta có: $\overrightarrow{AM} = (3; 2; -1)$ nên phương trình đường thẳng Δ đi qua A và nhận \overrightarrow{AM} làm một

$$\text{vectơ chỉ phương là: } \begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Suy ra $I(-1; 0; 3) \in \Delta \Rightarrow a = -1; b = 3 \Rightarrow a^3 + b^3 = 26$.

Câu 16: Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $OC = BD = 10m$ và $EA = RF = 6m$. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm. Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ , theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại

đó là 1,2m) . Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét?



4,8

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O(0,0,0)$, $A(30,0,0)$, $B(0,20,0)$, $C(0,0,10)$, $F(30,20,6)$. Vì I là trung điểm của CF nên $I(15;5;8)$.

Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó và chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m nên số bậc thang là 10.

Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I vuông góc với mặt sàn mà chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m nên điểm I sẽ tương ứng với bậc thang thứ 3.

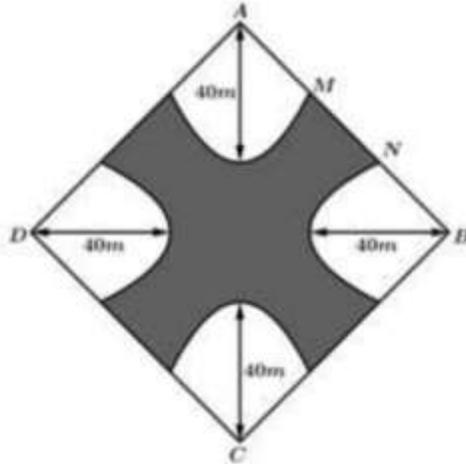
Mỗi bậc thang cao $0,2(m)$, học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ sẽ ứng với bậc 10 nên chiều cao từ sàn đến bậc 10 là 2 m, mà chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m, do đó chiều cao từ mắt học sinh so với mặt sàn là $2 + 1,2 = 3,2(m)$.

Mỗi bậc thang cao $0,2(m)$ nên khi đứng tại bậc 3 học sinh có chiều cao so với mặt sàn là $0,6 + 1,8 = 2,4(m)$.

Do đó để máy chiếu cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ thì tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là $8 - 3,2 = 4,8(m)$.

Câu 17: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo $AC = 120$ m . Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng

hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình vuông, khoảng cách từ đỉnh đó đến đỉnh tương ứng của hình vuông bằng 40 m và $AM = MN = NB$ (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị mét)



Kết quả:

3467

Trình bày:

.....

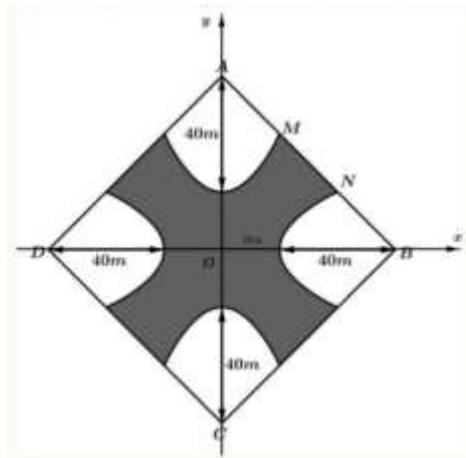
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ ta có:

$$AO = OC = OD = OB = \frac{AC}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m} \Rightarrow AD = 60\sqrt{2} \text{ m.}$$

$$\text{Ta có: } S_{OAB} = \frac{1}{4} \cdot s_{hv} = \frac{1}{4} \cdot (60\sqrt{2})^2 = 1800 \text{ (m}^2\text{)}$$

$$A(0; 60); B(60; 0); M(x; y) \Rightarrow \overline{AB} = (60; -60) = 3\overline{AM} = 3(x; y - 60)$$

(Do bài cho $AM = MN = NB$)

$$\Rightarrow M(20; 40)$$

Ta xét phần hình trắng có dạng parabol như hình vẽ có: $M \in (P): y = ax^2 + 20$

$$\Rightarrow 40 = 20^2 \cdot a + 20 \Rightarrow a = \frac{1}{20}.$$

Diện tích một phần trắng là diện tích được chắn bởi y và đường thẳng $AB: y = 60 - x$ là:

$$S_{IT} = \int_0^{20} \left(60 - x - \frac{x^2}{20} - 20 \right) dx = \frac{1400}{3}.$$

Diện tích một phần tư của sân chơi là:

$$S_{1 \text{ phần sân chơi}} = S_{OAB} - 2S_{IT} = 1800 - 2 \cdot \frac{1400}{3} = \frac{2600}{3}$$

$$\text{Vậy diện tích sân chơi cần tính là: } \frac{2600}{3} \cdot 4 = \frac{10400}{3} \approx 3467 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Câu 18: Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Kết quả:

0,7

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Gọi M là biến cố "Gia đình có trên 4 thành viên", N là biến cố "Gia đình có 3 thế hệ chung sống".

$$\text{Ta có } P(M) = 0,4; P(\bar{M}) = 0,6; P(N|M) = 0,7; P(N|\bar{M}) = 0,2.$$

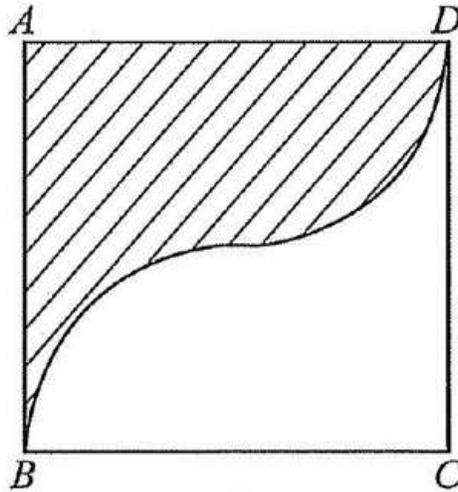
Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(N) = P(M) \cdot P(N|M) + P(\bar{M}) \cdot P(N|\bar{M}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,4.$$

$$\text{Vậy } P(M|N) = \frac{P(M) \cdot P(N|M)}{P(N)} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{0,4} = 0,7.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một vật trang trí có dạng là khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình bên) quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD . Thể tích của vật trang trí đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu centimét khối? (Trích đề Minh họa tốt nghiệp THPT năm 2024).



Trình bày:

.....

.....

.....

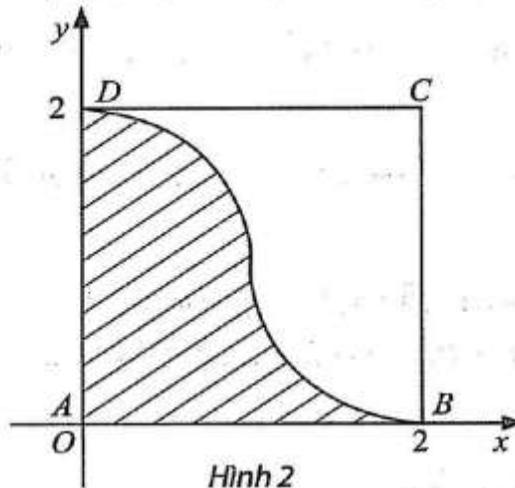
.....

.....

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ như hình dưới đây. Ta có phương trình các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD là

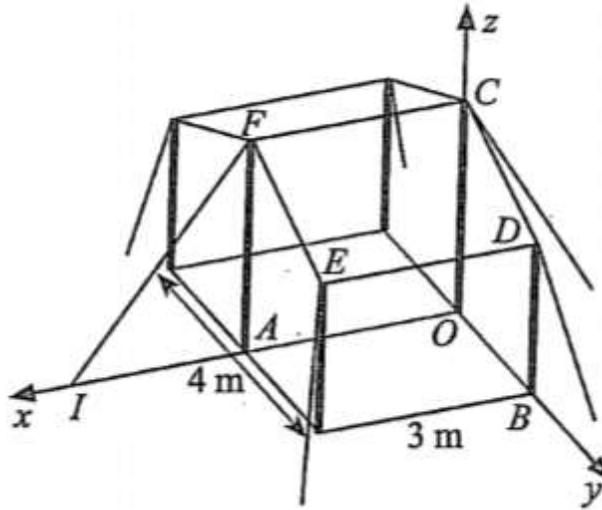
$$y = 1 - \sqrt{1 - (x - 2)^2}; \quad y = 1 + \sqrt{1 - x^2}.$$



Vật thể tích của vật trang trí đó là

$$V = \pi \int_1^2 \left(1 - \sqrt{1 - (x - 2)^2}\right)^2 dx + \pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 dx \approx 10,5 \text{ (cm}^3\text{)}$$

- Câu 20:** Một lều trại có mặt trước và mặt sau rộng 4 m, hai mặt bên rộng 3 m gồm sáu thanh cọc tre, vải bạt chống thấm nước, dây dù hoặc dây thừng để cố định lều tại sáu cọc sắt cắm sát đất như Hình 13. Biết rằng, hai thanh AF, OC có chiều dài 2,2 m; bốn thanh còn lại có chiều dài 1,7 m và đoạn dây thừng $IF = 3$ m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và cho biết góc giữa đường thẳng chứa dây thừng IF và mặt phẳng chứa tấm bạt ($CDEF$) là a° . Tính giá trị của a (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)



Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Ta có: $AI = \sqrt{3^2 - 2^2} \approx 2(m)$;

$A(3;0;0), I(5;0;0), B(0;2;0), E(3;2;1,7), F(3;0;2,2), C(0;0;2,2)$

$\vec{IF} = (-2;0;2,2), \vec{EF} = (0;-2;0,5), \vec{EC} = (-3;-2;0,5)$.

Mặt phẳng (CDEF) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{EF}, \vec{EC}] = (0;1;4)$.

Ta có: $\sin(IF, (CDEF)) = \frac{|\vec{IF} \cdot \vec{n}|}{|\vec{IF}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{8,8}{\frac{17\sqrt{13}}{5}} = \frac{44}{17\sqrt{13}} \Rightarrow (IF, (CDEF)) \approx 46^\circ$.

Câu 21: Một loại sách tham khảo được in tại hai phân xưởng A và B và được vận chuyển về kho sau khi in xong. Xưởng A có nhiệm vụ in 60% tổng số lượng sách, xưởng B sẽ in số lượng sách còn lại. Biết rằng số lượng sách tham khảo xưởng A và B in đạt yêu cầu về chất lượng và chuyển về kho lần lượt là 95% và 90%. Nhân viên kiểm kho chọn ra ngẫu nhiên một cuốn sách tham khảo để kiểm tra thì thấy cuốn sách này không đạt yêu cầu về chất lượng. Xác suất để cuốn sách tham khảo đó được in ở xưởng A là bao nhiêu %?(làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Sách được in ở xưởng A";

B là biến cố: "Sách được in không đạt yêu cầu chất lượng".

Ta cần tính $P(B)$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}).$$

Theo giả thiết $P(A) = 0,6$.

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4.$$

Theo giả thiết ta có $P(B|A) = 1 - 0,95 = 0,05$.

$$\text{Do đó } P(B|\bar{A}) = 1 - 0,9 = 0,1.$$

$$\text{Khi đó, } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,05 + 0,4 \cdot 0,1 = 0,07.$$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} \approx 0,4$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

ÔN TẬP CUỐI KÌ 2**Môn: Toán 12 - KNTT****Định hướng cấu trúc 2025+****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

C. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$.

D. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$.

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx$. B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$. C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

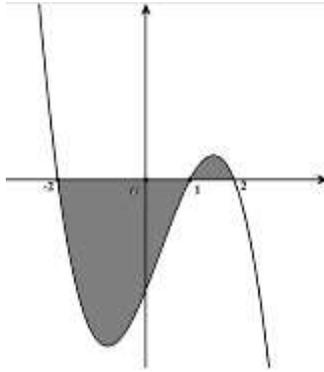
Câu 4: Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

A. $\frac{5}{14}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (2; 0; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau bên dưới:



Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm là

- A. $S = -a - b$. B. $S = a - b$. C. $S = b - a$. D. $S = a + b$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{9}{4}$. B. $I = 13$. C. $I = 5$ D. $I = 36$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{26}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 12: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng:

- A. 0,1875. B. 0,48. C. 0,333. D. 0,95.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và điểm $M(-1; 0; 2)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có bán kính là $R = IM = \sqrt{3}$.		
b)	Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có phương trình là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.		

c)	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm M là $-2x + 2y - z = 0$.		
d)	Phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.		

Câu 14: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3;6;8;9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2" và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b)	Xác suất của biến cố AB là 0,25.		
c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.		
d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{2}{3}$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Trong không gian Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

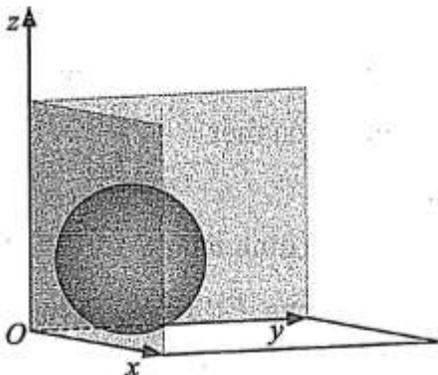
.....

.....

.....

.....

Câu 17: Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2;3;1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



Kết quả:

Trình bày:

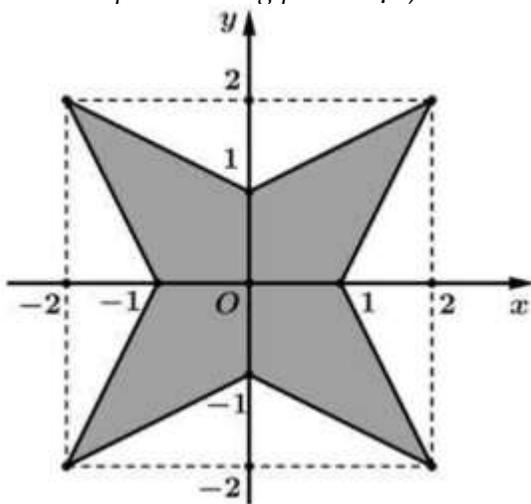
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Bên trong hình vuông cạnh 4, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Kết quả:

Trình bày:

.....

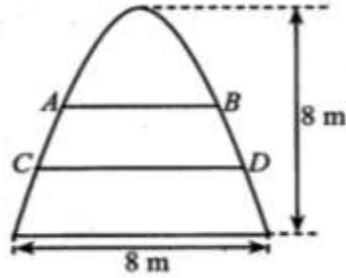
.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao $8m$, chiều rộng chân đế $8m$ như hình bên dưới:



Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với d .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21: Trong một nhà máy có hai phân xưởng. Phân xưởng I sản xuất 40% sản phẩm. Phân xưởng II sản xuất 60% sản phẩm. Xác suất làm ra phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 0,05 và 0,02. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì đó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó là phân xưởng I sản xuất.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 4 năm 2025



ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , ký hiệu là $P(A|B)$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $P(A) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(A)}$.

B. Nếu $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

C. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(A)}{P(AB)}$.

D. Nếu $P(AB) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{P(B)}{P(AB)}$.

Lời giải:

Công thức tính xác suất của biến cố A khi biết biến cố B đã xảy ra và ($P(B) > 0$) là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx$.

B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$.

C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2; -1; -3)$.

B. $P(5; -2; -1)$.

C. $Q(-1; 0; -5)$.

D. $M(-2; 1; 3)$.

Lời giải:

Nhận xét N, P, Q thuộc đường thẳng d .

Điểm M không thuộc đường thẳng d .

Câu 4: Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

A. $\frac{5}{14}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Xét các biến cố:

M: "Cây được chọn là cây cam"; N: "Cây được chọn ở khu B".

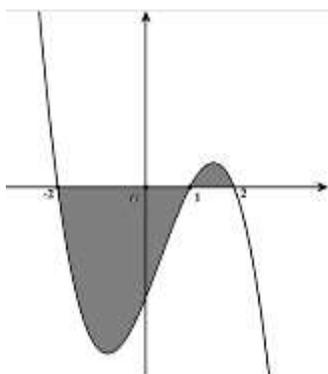
$$\text{Ta có: } P(M|N) = \frac{n(MN)}{n(N)} = \frac{250}{400} = \frac{5}{8}.$$

Vậy xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là $\frac{5}{8}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 0; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. **C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$.** D. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau bên dưới:



Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm là

- A. $S = -a - b$. B. $S = a - b$. **C. $S = b - a$.** D. $S = a + b$.

Lời giải:

Từ đồ thị, ta có $a < 0$ và $b > 0$

$$\text{Do đó có } S = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right| = |a| + |b| = -a + b = b - a.$$

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{9}{4}$. **B. $I = 13$.** C. $I = 5$ D. $I = 36$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 9 + 4 = 13.$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(6; -7; 8)$.** B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tọa độ tâm $I(6; -7; 8)$ và bán kính $R = 9$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải:

Do d vuông góc với (P) nên VTPT của (P) cũng là VTCP của $d \Rightarrow$ VTCP $\vec{u}_d = (2; -3; 1)$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

A. $r = 2\sqrt{2}$.

B. $r = \sqrt{26}$.

C. $r = 4$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $-\cos x + C$.

B. $\cos x + C$.

C. $\sin x + C$.

D. $-\sin x + C$.

Lời giải:

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ với C là hằng số.

Câu 12: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng:

A. $0,1875$.

B. $0,48$.

C. $0,333$.

D. $0,95$.

Lời giải:

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,3 \cdot 0,25}{0,4} = 0,1875$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và điểm $M(-1; 0; 2)$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có bán kính là $R = IM = \sqrt{3}$.		
b)	Phương trình mặt cầu tâm I và đi qua điểm M có phương trình là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.		
c)	Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm M là $-2x + 2y - z = 0$.		
d)	Phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$ là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

$R = IM = \sqrt{9} = 3$

b) Đúng.

Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có dạng

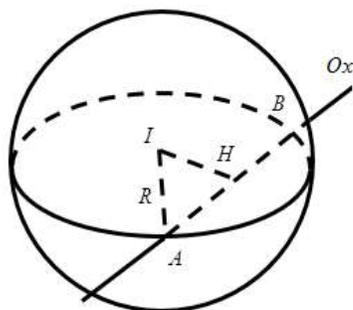
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$

Suy ra $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

c) Đúng.

Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm M đi qua $M(-1;0;2)$ và nhận $\vec{IM} = (-2;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến là $-2x + 2y - z = 0$.

d) Sai.



Gọi H là trung điểm AB suy ra H là hình chiếu vuông góc của I lên Ox nên $H(1;0;0)$.

Ta có: $AH = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$, $IH = \sqrt{13} \Rightarrow R = IA = \sqrt{IH^2 + AH^2} = 4$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 14: Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3;6;8;9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2" và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b)	Xác suất của biến cố AB là 0,25.		
c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.		
d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{2}{3}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3 \cdot 2}{A_4^2} = 0,5$.

b) Sai.

AB là biến cố "Số tạo thành là số chẵn và chia hết cho 3".

Xác suất của biến cố AB là $P(AB) = \frac{2}{A_4^2} = \frac{1}{6}$.

c) Đúng.

$P(B) = \frac{A_3^2}{A_4^2} = 0,5$; $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{0,5} = \frac{1}{3}$.

d) Đúng.

$$\text{Vì } P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,5 - \frac{1}{6} = \frac{1}{3}; P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,5; P(A|\overline{B}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{B})} = \frac{\frac{1}{3}}{0,5} = \frac{2}{3}.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150), B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a - b - c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Kết quả:

-11

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Vecto $\overline{AB} = (300;50;-50)$ nên $\vec{u} = (6;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x+500}{6} = \frac{y+250}{1} = \frac{z-150}{-1}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó $H(6t-500;t-250;-t+150)$.

Ta có: $\overline{OH} \cdot \vec{u} = (6t-500) \cdot 6 + (t-250) \cdot 1 + (-t+150) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1700}{19}$.

Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là $\left(\frac{700}{19}; -\frac{3050}{19}; \frac{1150}{19}\right)$.

Vậy $-3a - b - c = -\frac{200}{19} \approx -11$.

Câu 16: Một xí nghiệp mỗi ngày sản xuất ra 2000 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai sản phẩm không hoàn lại để kiểm tra. Tính xác suất của biến cố: Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

0,02

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Xét các biến cố:

A_1 : Sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi. Khi đó, ta có: $P(A_1) = \frac{39}{2000}; P(\overline{A_1}) = \frac{1961}{2000}$.

A_2 : Sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi.

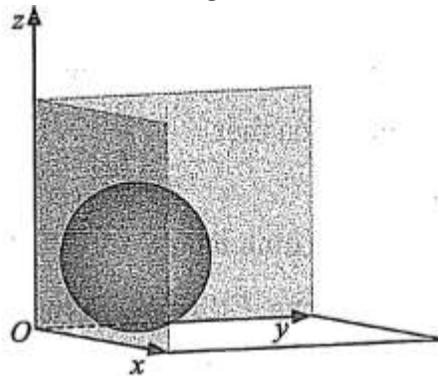
□ Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm và trong đó có 38 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|A_1) = \frac{38}{1999}$, suy ra $P(\bar{A}_2|A_1) = \frac{1961}{1999}$.

□ Khi sản phẩm lấy ra lần thứ nhất không bị lỗi thì còn 1999 sản phẩm trong đó có 39 sản phẩm lỗi nên ta có: $P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{39}{1999}$, suy ra $P(\bar{A}_2|\bar{A}_1) = \frac{1960}{1999}$.

Khi đó, xác suất để sản phẩm lấy ra lần thứ hai bị lỗi là:

$$P(A_2) = P(A_2|A_1) \cdot P(A_1) + P(A_2|\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_1) = \frac{38}{1999} \cdot \frac{39}{2000} + \frac{39}{1999} \cdot \frac{1961}{2000} \approx 0,02.$$

Câu 17: Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2; 3; 1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



Kết quả:

12

Trình bày:

.....

Lời giải:

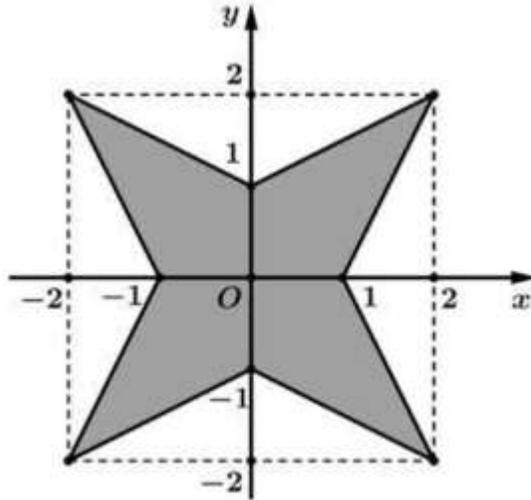
Phương trình mặt cầu là $(S): (x-a)^2 + (y-a)^2 + (z-a)^2 = a^2$.

Gọi $M(x; y; z) \in (S)$ sao cho $d(M, (Oxy)) = 1, d(M, (Oyz)) = 2, d(M, (Oxz)) = 3$

$$\Rightarrow M(2; 3; 1) \in (S) \Rightarrow \begin{cases} a = 3 + \sqrt{2} = r_1 \\ a = 3 - \sqrt{2} = r_2 \end{cases}$$

Suy ra $2r_1 + 2r_2 = 12$.

Câu 18: Bên trong hình vuông cạnh 4, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Ox (làm tròn kết quả đến hàng phân chục).



20,9

Kết quả:

Trình bày:

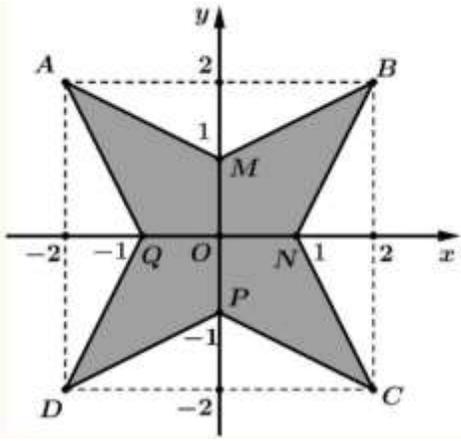
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Ta kí hiệu các điểm như hình vẽ.

Ta có khối tròn xoay đó được tạo thành khi quay hình phẳng $QAMB$ quanh trục (Ox) .

Mà $S_{OQAM} = S_{ONBM}$ nên thể tích của khối tròn xoay đó sẽ = 2 lần thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng $ONBM$ quanh trục (Ox) .

Suy ra ta có thể tích $V = 2 \left(\pi \int_0^2 MB^2 dx - \pi \int_1^2 NB^2 dx \right)$.

+) Viết phương trình đường thẳng $MB: M(0;1), B(2;2)$

Có vectơ chỉ phương $\overline{MB} = (2;1)$ suy ra một vectơ pháp tuyến của đường thẳng là $\overline{n_1} = (-1;2)$.

Suy ra $MB: -1(x-0) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow MB: -x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$.

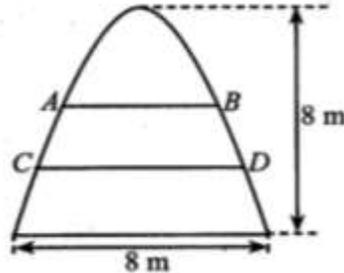
Tương tự, ta viết được phương trình đường thẳng NB là:

$$-2 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-0) = 0 \Leftrightarrow -2x + y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2x - 2.$$

$$\Rightarrow V = 2 \left[\pi \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 1 \right)^2 dx - \pi \int_1^2 (2x - 2)^2 dx \right] = \frac{20}{3} \pi \approx 20,9.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao 8m, chiều rộng chân đế 8m như hình bên dưới:



Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Tỉ số $\frac{CD}{AB}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Trình bày:

.....

.....

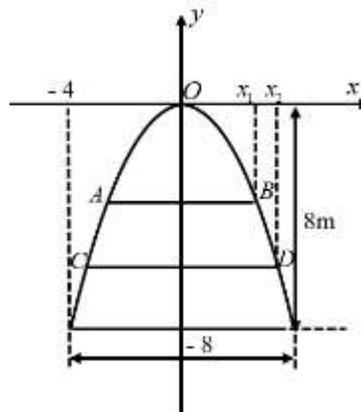
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào cổng parabol như hình trên với trục Oy trùng với đường đối xứng của parabol. Gốc O nằm ở đỉnh của parabol, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khi đó, phương trình parabol có dạng $y = ax^2$. Vì parabol đi qua điểm có tọa độ $(-4; -8)$ nên $a = -\frac{1}{2}$.

Suy ra phương trình parabol là $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Giả sử B có hoành độ x_1 , D có hoành độ x_2 . Khi đó phương trình đường thẳng AB là $y = -\frac{1}{2}x_1^2$, phương trình đường thẳng CD là $y = -\frac{1}{2}x_2^2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB là:

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_1^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng CD là:

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right] dx = 2 \left(-\frac{x^3}{6} + \frac{x_2^2}{2}x \right) \Big|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Theo giả thiết ta có $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2 \cdot x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_2}{x_1} = \sqrt[3]{2} \approx 1,26$.

Khi đó, $\frac{CD}{AB} = \frac{2x_2}{2x_1} \approx 1,26$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với d .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}_p = (1; 2; -3)$; d có VTCP $\vec{u}_d = (1; 1; -1)$.

Gọi $A = d \cap (P)$, tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1} \\ x+2y-3z+4=0 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 1; 1)$.

Do Δ nằm trong (P) và vuông góc với d nên có VTCP $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (1; -2; -1)$.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua $A(-3; 1; 1)$ và có VTCP $\vec{u}_\Delta = (1; -2; -1)$ nên có phương trình

$$\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}.$$

Câu 21: Trong một nhà máy có hai phân xưởng. Phân xưởng I sản xuất 40% sản phẩm. Phân xưởng II sản xuất 60% sản phẩm. Xác suất làm ra phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 0,05 và 0,02. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì đó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó là phân xưởng I sản xuất.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Sản phẩm của phân xưởng I";

B là biến cố: “Sản phẩm là phế phẩm”.

Khi đó, \bar{A} là biến cố: “Sản phẩm của phân xưởng II”; \bar{B} là biến cố: “Sản phẩm không phải là phế phẩm”.

+) Ta tính được: $P(A) = 0,4; P(B|A) = 0,05; P(\bar{A}) = 0,6; P(B|\bar{A}) = 0,02$.

+) Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,4.0,05}{0,4.0,05 + 0,6.0,02} = \frac{5}{8}.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 08 tháng 4 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một tam giác đều có cạnh bằng x .

A. $V = \frac{12\pi}{5}$. B. $V = \frac{12}{5}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 2: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. C. $f(x) = -\sin x$. D. $f(x) = \cos x$.

Câu 3: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. 0,7. B. 0,4. C. 0,58. D. 0,52.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x+3y+2z-14=0$. B. $6x+3y+2z-6=0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. D. $6x+2y+3z-6=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z-12=0$ và đường thẳng d có phương trình $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y+10}{4} = \frac{z-4}{-2}$. Toạ độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là

A. $(2;2;-2)$. B. $(-7;-10;4)$. C. $(1;2;-3)$. D. $(2;-1;-3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d': \begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 3 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d và d' chéo nhau.

B. d song song với d' .

C. d trùng với d' .

D. d cắt d' tại điểm $A(0;1;-2)$.

Câu 7: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

- A. $55m$. B. $25m$. C. $50m$. D. $16m$.

Câu 8: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,8$. Tính xác suất của biến cố A với điều kiện B .

- A. $0,4$. B. $0,5$. C. $0,7$. D. $0,8$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 2z + 2 = 0$ và $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

- A. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$. B. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$. C. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$. D. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

Câu 10: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ \vec{k} là

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -4$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = -1$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; 0; 2), N(2; 2025; 2026)$ và đường thẳng d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2024}{1} = \frac{z-2024}{2}$$

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Điểm M và N cùng thuộc đường thẳng d .		
b)	Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 2024; 2024)$.		
c)	Đường thẳng d' đi qua điểm M và N có phương trình là: $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$.		
d)	Đường thẳng qua M , đồng thời vuông góc và cắt d có phương trình là: $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.		

Câu 14: Một đội văn nghệ gồm 3 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 3 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi A là biến cố "Có ít nhất một bạn nam trong 3 bạn được chọn", B là biến cố "Ba bạn được chọn có cùng giới tính".

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố B là $0,333$.		

b)	Xác suất của biến cố AB là $\frac{1}{120}$.		
c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $0,024$.		
d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{17}{42}$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất (đơn vị triệu đồng)?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

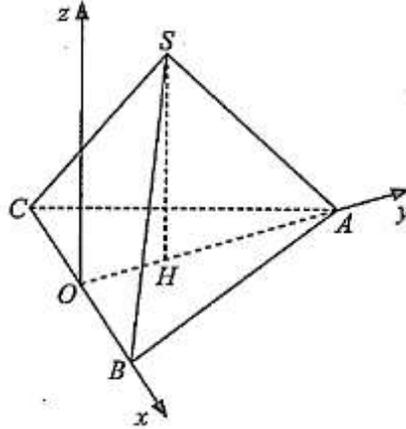
.....

.....

.....

Câu 18: Một vật trang trí kim tự tháp dạng hình chóp tam giác đều có chiều cao 110 mm và đáy là tam giác đều cạnh 120 mm được vẽ lại như hình bên dưới. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho

gốc tọa độ O trùng với trung điểm của cạnh đáy BC , đỉnh B thuộc tia Ox và đỉnh A thuộc tia Oy . Tính cosin của góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.



Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một động cơ điện có hai van bảo hiểm cùng hoạt động. Xác suất hoạt động tốt của van I là 0,9, của van II là 0,72. Xác suất hoạt động tốt của van I, biết van II hoạt động tốt, là 0,96. Giả sử van I hoạt động tốt, tính xác suất hoạt động tốt của van II.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

Trình bày:

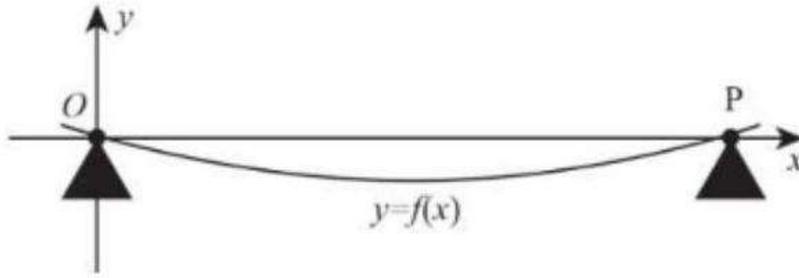
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Một tấm ván gỗ chỉ được hỗ trợ ở hai đầu O và P , cách nhau 4 m. Tấm ván võng xuống dưới do trọng lượng của nó tạo thành một đường cong. Xét trên hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, đơn vị mỗi trục là mét, đường cong trong hình vẽ có phương trình $y = f(x)$.



Người ta chứng minh được $f''(x) = \frac{1}{100} \left(2x - \frac{x^2}{2} \right)$ với $0 \leq x \leq 4$. Tại điểm cách điểm P một khoảng 1 mét, tấm ván bị võng xuống bao nhiêu cm ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một tam giác đều có cạnh bằng x .

A. $V = \frac{12\pi}{5}$.

B. $V = \frac{12}{5}$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi}{12}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:

Thể tích vật thể là: $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 x^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 2: Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = \sin x$.

B. $f(x) = -\cos x$.

C. $f(x) = -\sin x$.

D. $f(x) = \cos x$.

Lời giải:

Ta có: $\int f(x) dx = -\cos x + C \Rightarrow f(x) = (-\cos x + C)' = \sin x$.

Câu 3: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,6; P(A|B) = 0,7$ và $P(A|\bar{B}) = 0,4$. Khi đó $P(A)$ bằng:

A. 0,7.

B. 0,4.

C. 0,58.

D. 0,52.

Lời giải:

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,6 = 0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,58$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + 3y + 2z - 14 = 0$.

B. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

D. $6x + 2y + 3z - 6 = 0$.

Lời giải:

Ta có $M(1;0;0), N(0;2;0), P(0;0;3)$ nên phương trình (MNP) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Hay $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z-12=0$ và đường thẳng d có phương trình $d: \frac{x+7}{3} = \frac{y+10}{4} = \frac{z-4}{-2}$. Toạ độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (P) là

- A.** $(2; 2; -2)$. **B.** $(-7; -10; 4)$. **C.** $(1; 2; -3)$. **D.** $(2; -1; -3)$.

Lời giải:

Toạ độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -7 + 3t & (1) \\ y = -10 + 4t & (2) \\ z = 4 - 2t & (3) \\ x + 2y - 3z - 12 = 0 & (4) \end{cases}$$

Thay (1), (2), (3) vào (4) ta được: $t = 3$.

Vậy $M(2; 2; -2)$ là giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (P) .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d và d' chéo nhau. **B.** d song song với d' .
C. d trùng với d' . **D.** d cắt d' tại điểm $A(0; 1; -2)$.

Lời giải:

Làm bằng phương pháp tự luận :

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; 1; -2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $N(-1; 1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (2; 1; 0)$.

$$\Rightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = (-1; 2; 4), \overline{MN} = (-1; 0; 5) \Rightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \overline{MN} = 21 \neq 0 \Rightarrow d \text{ và } d' \text{ chéo nhau.}$$

Câu 7: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

- A.** $55m$. **B.** $25m$. **C.** $50m$. **D.** $16m$.

Lời giải:

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây.

Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc $10m/s$ và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$.

$$\text{Khi đó, quãng đường ô tô di chuyển là } S = 3.10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55m.$$

Câu 8: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,5$ và $P(A \cup B) = 0,8$. Tính xác suất của biến cố A với điều kiện B .

- A.** $0,4$. **B.** $0,5$. **C.** $0,7$. **D.** $0,8$.

Lời giải:

Ta có: $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,7 + 0,5 - 0,8 = 0,4$

Suy ra: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8.$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 2z + 2 = 0$ và $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$.

Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

- A. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$. B. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$. **C. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.** D. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải:

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3; 2)$;

(Q) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}' = (1; -3; 2)$.

Do đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ nên đường thẳng một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}, \vec{n}'] = (12; -2; -9)$.

Vậy phương trình đường thẳng là $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

Câu 10: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. **D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.**

Lời giải:

Công thức đúng là $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ \vec{k} là:

- A. $(1; 1; 1)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -4$. B. $m = -2$. **C. $m = -3$.** D. $m = -1$.

Lời giải:

(S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{17 - m}$ ($m < 17$).

Đường tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π nên bán kính của nó là $r = 4$.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu tới mặt phẳng giao tuyến là $d = d(I, (\beta)) = \frac{|-2 - 2 + 6 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$.

Ta có: $R^2 = r^2 + d^2$ ta có $17 - m = 16 + 4 \Leftrightarrow m = -3$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; 0; 2)$, $N(2; 2025; 2026)$ và đường thẳng d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2024}{1} = \frac{z-2024}{2}$$

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Điểm M và N cùng thuộc đường thẳng d .		
b)	Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương		

	$\vec{a} = (1; 2024; 2024)$.		
c)	Đường thẳng d' đi qua điểm M và N có phương trình là: $\frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$.		
d)	Đường thẳng qua M , đồng thời vuông góc và cắt d có phương trình là: $\begin{cases} x = 3-t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
--------	--------	--------	---------

* Phương án **a)** sai: Thay tọa độ điểm $M(3;0;2)$ vào phương trình đường thẳng d ta được:

$$\frac{3-1}{1} \neq \frac{0-2024}{1} \neq \frac{2-2024}{2} \Rightarrow M \notin d. \text{ Thay tọa độ điểm } N \text{ vào phương trình đường thẳng } d \text{ ta được: } \frac{2-1}{1} = \frac{2025-2024}{1} = \frac{2026-2024}{2} \Rightarrow N \in d.$$

* Phương án **b)** sai: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1;1;2)$. Dễ thấy \vec{u}_d, \vec{a} không cùng phương.

* Phương án **c)** sai: Ta có: $\vec{MN} = (-1; 2025; 2024)$. Đường thẳng d' qua M, N nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'} = (-1; 2025; 2024)$.

$$\text{Suy ra phương trình đường thẳng } d': \frac{x-3}{-1} = \frac{y}{2025} = \frac{z-2}{2024}.$$

* Phương án **d)** đúng: Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2024+t \\ z = 2024+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d .

Gọi $H = d \cap \Delta \Rightarrow H \in d$ nên $H(1+t; 2024+t; 2024+2t)$.

Ta có: $\vec{MH} = (t-2; 2024+t; 2024+2t)$, $MH \perp d \Rightarrow \vec{MH} \cdot \vec{u}_d = 0$

$$\Leftrightarrow 1 \cdot (t-2) + 1 \cdot (2024+t) + 2 \cdot (2024+2t) = 0 \Leftrightarrow t = -1011 \Rightarrow \vec{MH} = (-1013; 1013; 0)$$

Chọn $\vec{u}_\Delta = (-1; 1; 0)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nên phương trình tham số

$$\text{của đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = 3-t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 14: Một đội văn nghệ gồm 3 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 3 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi A là biến cố "Có ít nhất một bạn nam trong 3 bạn được chọn", B là biến cố "Ba bạn được chọn có cùng giới tính".

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố B là 0,333.		
b)	Xác suất của biến cố AB là $\frac{1}{120}$.		
c)	Xác suất của biến cố A với điều kiện B là 0,024.		

d)	Xác suất của biến cố A với điều kiện \bar{B} là $\frac{17}{42}$.		
----	---	--	--

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Xác suất của biến cố B là $P(B) = \frac{C_3^3 + C_7^3}{C_{10}^3} = 0,3$.

b) Đúng.

AB là biến cố "Ba bạn được chọn đều là nam".

Xác suất của biến cố AB là $P(AB) = \frac{C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$.

c) Sai.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{120}}{0,3} = \frac{1}{36}$$

d) Sai.

$$P(A) = 1 - \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{17}{24}$$

Theo công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) \Leftrightarrow P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB) = \frac{17}{24} - \frac{1}{120} = 0,7;$$

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A\bar{B})}{1 - P(B)} = \frac{0,7}{1 - 0,3} = 1.$$

Cách khác: Biến cố A với điều kiện \bar{B} là biến cố chắc chắn nên $P(A|\bar{B}) = 1$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Kết quả:

42,5

Trình bày:

.....

Lời giải:

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-5}{5} = \frac{y}{10} = \frac{z-5}{-2}$.

Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho $M(5t+5;10t;-2t+5)$.

Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$. Suy ra $M(17,5;25;0)$.

Vậy $a + b = 17,5 + 25 = 42,5$.

Câu 16: Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất (đơn vị triệu đồng)?

Kết quả:

15

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có: $T(x) = \int T'(x) dx = \int (-20x + 300) dx = -10x^2 + 300x + C, C \in \mathbb{R}$.

Khi người đó tăng giá cho thuê mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Nên ứng với $x = 10$ ta có $T(10) = 12000$ suy ra

$$12000 = -10 \cdot 10^2 + 300 \cdot 10 + C \Rightarrow C = 10000.$$

Vậy $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$. Ta có $T(x)$ là một hàm bậc hai với hệ số $a < 0$ và đạt giá trị lớn nhất bằng 12250 khi $x = 15$.

Vậy doanh thu cao nhất mà người đó có thể thu về là 12 250 triệu đồng và khi đó mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 17: Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Kết quả:

13

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Xét các biến cố:

A: "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B: "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

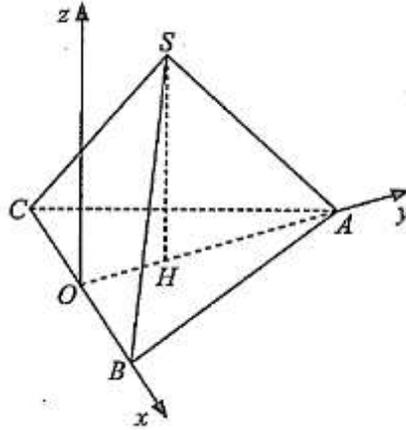
$$\text{Khi đó, } P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra $P(B/A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra $P(B/\bar{A}) = \frac{15}{35}$.

Ta có: $P(B) = P(B/A) \cdot P(A) + P(B/\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{16}{35} \cdot \frac{5}{9} + \frac{15}{35} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{9} \rightarrow a = 4; b = 9$.

Câu 18: Một vật trang trí kim tự tháp dạng hình chóp tam giác đều có chiều cao 110 mm và đáy là tam giác đều cạnh 120 mm được vẽ lại như hình bên dưới. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O trùng với trung điểm của cạnh đáy BC , đỉnh B thuộc tia Ox và đỉnh A thuộc tia Oy . Tính cosin của góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.



Kết quả:

0,36

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có: $B(60;0;0); A(0;60\sqrt{3};0); S(0;20\sqrt{3};110); C(-60;0;0)$,

$\vec{SB} = (60; -20\sqrt{3}; -110); \vec{SC} = (-60; -20\sqrt{3}; -110); \vec{SA} = (0; 40\sqrt{3}; -110)$.

Mặt phẳng (SAB) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = -\frac{1}{600} \cdot [\vec{SA}, \vec{SB}] = (11\sqrt{3}; 11; 4\sqrt{3})$.

Tương tự, mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{m} = -\frac{1}{600} \cdot [\vec{SA}, \vec{SC}] = (11\sqrt{3}; -11; -4\sqrt{3})$.

Gọi α là góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.

Ta có: $\cos \alpha = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{n}|}{|\vec{m}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{97}{266} \approx 0,36$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Một động cơ điện có hai van bảo hiểm cùng hoạt động. Xác suất hoạt động tốt của van I là 0,9, của van II là 0,72. Xác suất hoạt động tốt của van I, biết van II hoạt động tốt, là 0,96. Giả sử van I hoạt động tốt, tính xác suất hoạt động tốt của van II.

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Gọi A là biến cố “ Van I hoạt động tốt”. Vậy $P(A) = 0,9$.

Gọi B là biến cố “ Van II hoạt động tốt”. Vậy $P(B) = 0,72$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B/A) = \frac{P(A/B).P(B)}{P(A)} = \frac{0,96.0,72}{0,9} = 0,768$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$, điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M , song song với (P) và vuông góc với d .

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

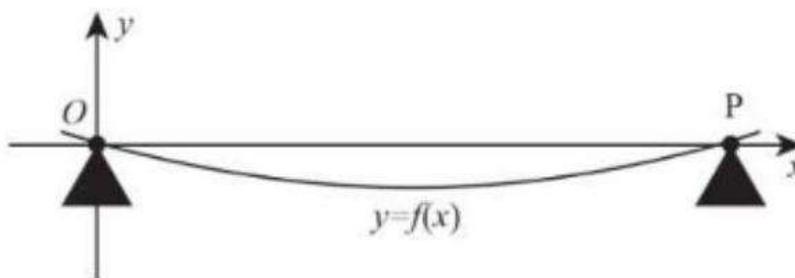
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p = (2;1;-2)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1;2;0)$.

Đường thẳng Δ song song với (P) và vuông góc với d nên có VTCP $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_p, \vec{u}_d] = (4;-2;3)$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 21: Một tấm ván gỗ chỉ được hỗ trợ ở hai đầu O và P , cách nhau 4 m. Tấm ván võng xuống dưới do trọng lượng của nó tạo thành một đường cong. Xét trên hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, đơn vị mỗi trục là mét, đường cong trong hình vẽ có phương trình $y = f(x)$.



Người ta chứng minh được $f''(x) = \frac{1}{100} \left(2x - \frac{x^2}{2} \right)$ với $0 \leq x \leq 4$. Tại điểm cách điểm P một khoảng 1 mét, tấm ván bị võng xuống bao nhiêu cm? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trình bày:

.....
.....
.....

.....
.....
Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } f'(x) &= \int f''(x) dx = \int \frac{1}{100} \left(2x - \frac{x^2}{2} \right) dx = \frac{1}{100} \left(x^2 - \frac{x^3}{3.2} \right) + C_1 \\ &= \frac{1}{100} \left(x^2 - \frac{x^3}{6} \right) + C_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } f(x) &= \int f'(x) dx = \int \left[\frac{1}{100} \left(x^2 - \frac{x^3}{6} \right) + C_1 \right] dx = \frac{1}{100} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{6.4} \right) + C_1 x + C_2 \\ &= \frac{1}{100} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{24} \right) + C_1 x + C_2. \end{aligned}$$

Dựa vào hình vẽ, ta có: $f(0) = f(4) = 0$.

Từ đó, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} f(0) = f(4) \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{100} \left(\frac{0^3}{3} - \frac{0^4}{24} \right) + C_1 \cdot 0 + C_2 = \frac{1}{100} \left(\frac{4^3}{3} - \frac{4^4}{24} \right) + C_1 \cdot 4 + C_2 \\ \frac{1}{100} \left(\frac{0^3}{3} - \frac{0^4}{24} \right) + C_1 \cdot 0 + C_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{75} + 4C_1 = 0 \\ C_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = -\frac{2}{75} \\ C_2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } f(x) = \frac{1}{100} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{24} \right) - \frac{2}{75} x.$$

Tại điểm cách điểm P một khoảng 1 mét tức $x = 3$, ta có

$$f(3) = \frac{1}{100} \left(\frac{3^3}{3} - \frac{3^4}{24} \right) - \frac{2}{75} \cdot 3 = -0,02375 \text{ (m)}.$$

Vậy tấm ván vị võng xuống gần 2,38 cm.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 04 tháng 4 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 05_TrNg 2025

ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: **0935.785.115** Facebook: **Lê Bá Bảo**

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \pi \int_1^4 x dx$. B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$. C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

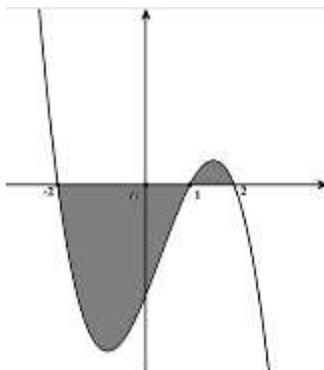
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 4. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. B. $\frac{56}{65}$. C. 0,65. D. 0,5.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau bên dưới:



Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x)dx = a$ và $\int_1^2 f(x)dx = b$. Diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm là

- A. $S = -a - b$. B. $S = a - b$. C. $S = b - a$. D. $S = a + b$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 0; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$, $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = \frac{9}{4}$. B. $I = 13$. C. $I = 5$ D. $I = 36$.

Câu 8. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,5; P(AB) = 0,4$. Xác suất của \bar{A} với điều kiện \bar{B} là

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = 2\sqrt{2}$. B. $r = \sqrt{26}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -4$. B. $m = -2$. C. $m = -3$. D. $m = -1$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 60° . B. 120° . C. 150° . D. 30° .

Câu 12. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thái lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu vàng, biết rằng chúng có cùng màu là

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{20}{21}$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $(1; 0; -2)$.		
b)	Diện tích mặt cầu (S) bằng 16π (dvd).		
c)	Điểm $A(1; 2; 3)$ nằm trong mặt cầu (S) .		
d)	Số điểm chung của đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu (S) bằng 0.		

Câu 14. Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}B) = 0,2; P(AB) = P(\bar{A}\bar{B}) = 0,3$.

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b)	Xác suất của biến cố B là 0,5.		
c)	A và B là hai biến cố độc lập.		
d)	Xác suất của biến cố $\overline{A\overline{B}}$ là 0,25.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15. Cho $P(A)=0,5; P(B)=0,6; P(B|A)=0,9$. Tính $P(A|B)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn? (quãng đường tính theo đơn vị m).

Kết quả:

Trình bày:

.....

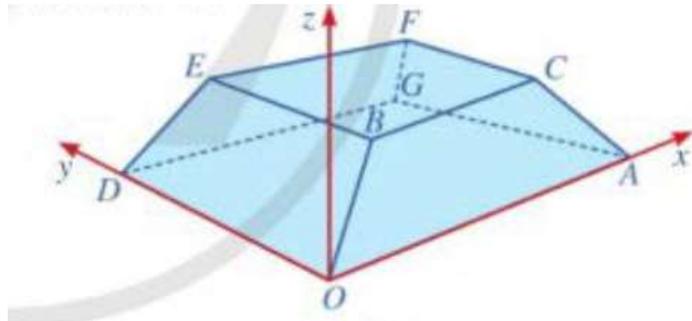
.....

.....

.....

.....

Câu 17. Hình vẽ bên dưới minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z = 3$.



Biết mặt phẳng $(AOBC)$ có dạng $ax - 2y + bz + c = 0$, tính $a + b + c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = 1-3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$. Gọi

d' là đường thẳng đi qua $M(2;1;1)$, vuông góc với d và song song với (P) . Biết d' cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm $P(0;m;n)$, tính $m + 2n$.

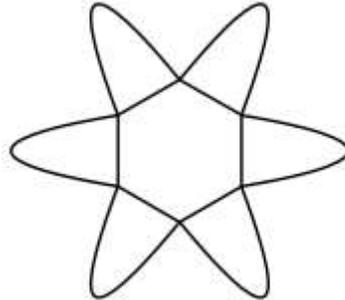
Kết quả:

Trình bày:

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19. Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm có một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (xem hình sau). Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Trình bày:

.....

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 13 tháng 4 năm 2025



ÔN TẬP CUỐI KÌ 2

Môn: **Toán 12 - KNTT**

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|B) + P(B) \cdot P(A|\bar{B})$. B. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) - P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.
 C. $P(A) = P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) - P(B) \cdot P(A|B)$. **D. $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.**

Lời giải:

Công thức đúng là $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})$.

Câu 2. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

- A. $V = \pi \int_1^4 x dx$.** B. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$. C. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. D. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) .

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.** B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+3}{1}$.
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

Lời giải:

Do d vuông góc với (P) nên VTPT của (P) cũng là VTCP của $d \Rightarrow \vec{u}_d = (2; -3; 1)$.

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 4. Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(A|B) = 0,7$, $P(A|\bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B|A)$.

- A. 0,25. **B. $\frac{56}{65}$.** C. 0,65. D. 0,5.

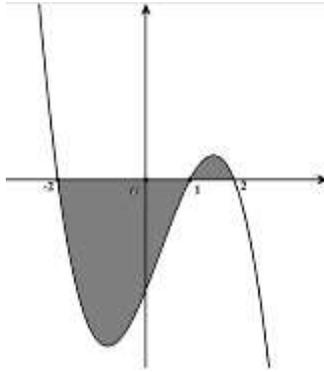
Lời giải:

Ta có: $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Công thức Bayes: $P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})}$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,45} = \frac{56}{65}.$$

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ sau bên dưới:



Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm là

- A. $S = -a - b$. B. $S = a - b$. **C. $S = b - a$.** D. $S = a + b$.

Lời giải:

Từ đồ thị, ta có $a < 0$ và $b > 0$

$$\text{Do đó có } S = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right| = |a| + |b| = -a + b = b - a.$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 0; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. **C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$.** D. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có $\int_0^2 f(x) dx = 9$, $\int_2^4 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{9}{4}$. **B. $I = 13$.** C. $I = 5$ D. $I = 36$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 9 + 4 = 13.$$

Câu 8. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $P(A) = 0,7; P(B) = 0,5; P(AB) = 0,4$. Xác suất của \bar{A} với điều kiện \bar{B} là

- A. $\frac{2}{5}$.** B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P(\bar{A}\bar{B}) &= P(\bar{B}) - P(A\bar{B}) = P(\bar{B}) - [P(A) - P(AB)] \\ &= 1 - P(B) - P(A) + P(AB) = 0,2 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra: } P(\bar{A} | \bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{1 - P(B)} = \frac{2}{5}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu.

- A. $r = 2\sqrt{2}$.** B. $r = \sqrt{26}$. C. $r = 4$. D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 2)$ và bán kính $r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 - (-2)} = 2\sqrt{2}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

- A. $m = -4$. B. $m = -2$. **C. $m = -3$.** D. $m = -1$.

Lời giải:

(S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{17 - m}$ ($m < 17$).

Đường tròn giao tuyến có chu vi bằng 8π nên bán kính của nó là $r = 4$.

Khoảng cách từ tâm mặt cầu tới mặt phẳng giao tuyến là $d = d(I, (\beta)) = \frac{|-2 - 2 + 6 - 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$.

Ta có: $R^2 = r^2 + d^2$ ta có $17 - m = 16 + 4 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. 60° . B. 120° . C. 150° . **D. 30° .**

Lời giải:

(P) có vtpt $\vec{n} = (1; -1; 2)$, d có vtcp $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Câu 12. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thái lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu vàng, biết rằng chúng có cùng màu là

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{1}{21}$ **C. $\frac{1}{7}$.** D. $\frac{20}{21}$.

Lời giải:

Gọi A là biến cố "Hai viên bi lấy ra có cùng màu", V là biến cố "Hai viên bi lấy ra đều có màu vàng".

$$\text{Ta có } P(V|A) = \frac{P(AV)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{C_7^2}}{\frac{1 + C_4^2}{C_7^2}} = \frac{1}{7}.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $(1; 0; -2)$.		
b)	Diện tích mặt cầu (S) bằng 16π ($dvdv$).		
c)	Điểm $A(1; 2; 3)$ nằm trong mặt cầu (S) .		
d)	Số điểm chung của đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt		

	cầu (S) bằng 0.		
--	-----------------	--	--

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Tọa độ tâm I của mặt cầu là
$$\begin{cases} x_I = -2 : -2 = 1 \\ y_I = 0 : -2 = 0 \\ z_I = 4 : -2 = -2 \end{cases} \Rightarrow I(1; 0; -2).$$

b) $R = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2} - 1 = 2 \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi (dvdv).$

c) $\vec{IA} = (0; 2; 5) \Rightarrow |\vec{IA}| = \sqrt{0^2 + 2^2 + 5^2} = \sqrt{29} > 2 \Rightarrow$ điểm A nằm ngoài mặt cầu.

d) Đường thẳng Δ đi qua $M(0; 1; 2)$ và nhận $\vec{u} = (2; 1; -1)$ làm một vectơ chỉ phương.

$$d(I, \Delta) = \frac{|\vec{u}, \vec{MI}|}{|\vec{u}|} = \sqrt{29} > R \Rightarrow \Delta \text{ không cắt } (S).$$

Câu 14. Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}B) = 0,2; P(AB) = P(\bar{A}\bar{B}) = 0,3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b)	Xác suất của biến cố B là 0,5.		
c)	A và B là hai biến cố độc lập.		
d)	Xác suất của biến cố $\bar{A}\bar{B}$ là 0,25.		

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

$$P(A) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,3 + 0,2 = 0,5$$

b) Đúng.

$$P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B) = 0,3 + 0,2 = 0,5$$

c) Đúng.

Do $P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 = P(AB)$ nên A và B là hai biến cố độc lập.

d) Sai.

$$\text{Ta có } P(\bar{A}\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}\bar{B}) = 0,2.$$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15. Cho $P(A) = 0,5; P(B) = 0,6; P(B|A) = 0,9$. Tính $P(A|B)$.

Kết quả:

0,75

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(AB) = P(A)P(B|A) = 0,5 \cdot 0,9 = 0,45$.

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,6} = 0,75.$$

Câu 16. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn? (quãng đường tính theo đơn vị m).

Kết quả:

105

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là $s_1 = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5$.

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t) = 35 - 35t$.

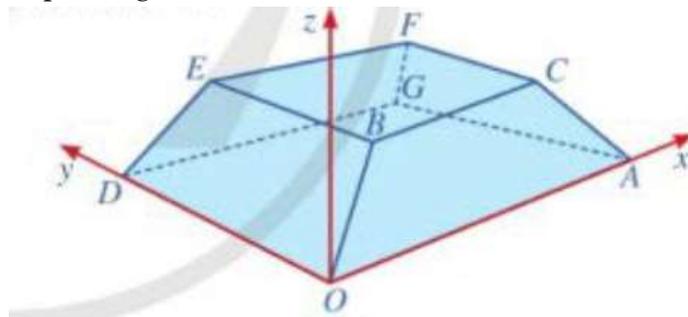
Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left(35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17,5.$$

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 87,5 + 17,5 = 105$.

Câu 17. Hình vẽ bên dưới minh họa hình ảnh một tòa nhà trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k > 0$ và mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z = 3$.



Biết mặt phẳng $(AOBC)$ có dạng $ax - 2y + bz + c = 0$, tính $a + b + c$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....
.....
.....
.....
.....
Lời giải:

Do mặt phẳng $(BCFE)$ có phương trình là $z = 3$ và điểm $B \in (BCFE)$ nên ta có:

$$2k = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{2} \Rightarrow B\left(6; \frac{9}{2}; 3\right).$$

Ta có: $\vec{u}_1 = \frac{1}{50}\vec{OA} = (1; 0; 0)$; $\vec{u}_2 = \frac{2}{3}\vec{OB} = (4; 3; 2) \Rightarrow \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (0; -2; 3)$ là một véc tơ pháp

tuyến của mặt phẳng $(AOBC)$ nên phương trình mặt phẳng $(AOBC)$ là:

$$-2(y-0) + 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow -2y + 3z = 0 \longrightarrow a = 0; b = 3; c = 0 \Rightarrow a + b + c = 3.$$

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$. Gọi

d' là đường thẳng đi qua $M(2; 1; 1)$, vuông góc với d và song song với (P) . Biết d' cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm $P(0; m; n)$, tính $m + 2n$.

Kết quả:

-7

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d' \perp d \Rightarrow \vec{u}_{d'} \perp \vec{u}_d = (2; 1; -3) \\ d' // (P) \Rightarrow \vec{u}_{d'} \perp \vec{n}_{(P)} = (3; -2; 1) \end{cases}$$

$$\text{Chọn } \vec{u}_{d'} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (-5; -11; -7) = -(5; 11; 7).$$

Đường thẳng d' đi qua $M(2; 1; 1)$ và nhận $\vec{u} = (5; 11; 7)$ làm một vectơ chỉ phương, có phương

$$\text{trình } d': \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 1 + 11t \\ z = 1 + 7t \end{cases}$$

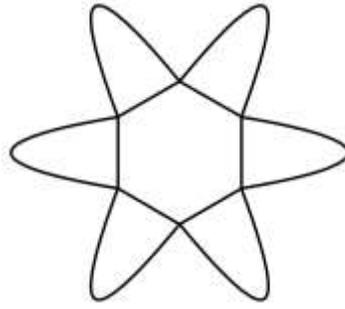
+) Tìm giao điểm của d' và mặt phẳng (Oyz) :

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} x = 2 + 5t = 0 \\ y = 1 + 11t \\ z = 1 + 7t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \\ y = 1 + 11 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{17}{5} \\ z = 1 + 7 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{9}{5} \end{cases} \longrightarrow d' \cap (Oyz) = P\left(0; -\frac{17}{5}; -\frac{9}{5}\right).$$

$$\text{Suy ra: } m = -\frac{17}{5}; n = -\frac{9}{5} \longrightarrow m + 2n = -7.$$

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19. Để trang trí cho một phòng trong một tòa nhà, người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh của hình lục giác đều có cạnh bằng 2 dm có một cánh hoa hình parabol, đỉnh của parabol cách cạnh 3 dm và nằm phía ngoài hình lục giác, đường parabol đó đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh (xem hình sau). Hãy tính diện tích của hình nói trên (kể cả hình lục giác đều) để mua sơn trang trí cho phù hợp (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy*)



Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Hình lục giác đều có cạnh bằng 2dm .

Diện tích của hình lục giác đều có thể được tính bằng công thức: $S_{\text{Lục giác}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$ với

$a = 2\text{dm}$

Thay vào công thức ta có: $S_{\text{Lục giác}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 2^2 = 6\sqrt{3} (\text{dm}^2)$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trung điểm của cạnh là AB , với $A(1,0), B(-1,0)$ và đỉnh $I(0,3)$ của parabol.

Phương trình của parabol có dạng: $y = ax^2 + b$

Do parabol đi qua các điểm A và B nên ta có: $y = -3x^2 + 3$

Diện tích mỗi cánh hoa được tính bằng tích phân: $S_{\text{Cánh hoa}} = \int_{-1}^1 (-3x^2 + 3) dx$

Tính tích phân: $S_{\text{cánh hoa}} = \left[-x^3 + 3x \right]_{-1}^1 = (-1+3) - (1-3) = 4\text{dm}^2$

Hình có 6 cánh hoa nên tổng diện tích của các cánh hoa là: $S_{\text{Tổng cánh hoa}} = 6.4 = 24 \text{ dm}^2$

Tổng diện tích của hình bao gồm cả hình lục giác và các cánh hoa là:

$$S_{\text{Tổng}} = S_{\text{Lục giác}} + S_{\text{Tổng cánh hoa}} = 6\sqrt{3} + 24 \approx 34,39\text{dm}^2$$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

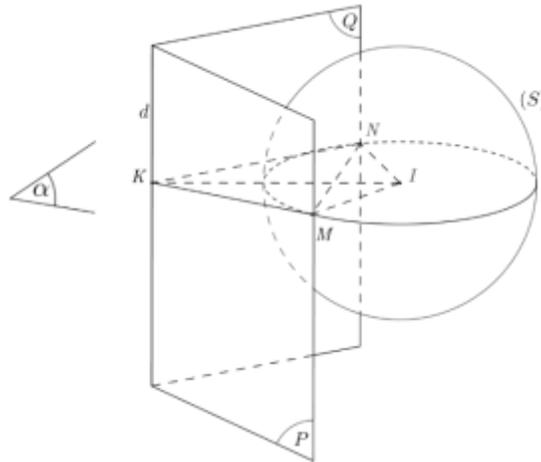
.....

.....

.....

.....

Lời giải:



d nằm trên hai mặt phẳng (P) và (Q) nên d chính là giao tuyến của hai mặt phẳng đó

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Mặt phẳng (α) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d có phương trình:

$$2(x-1) - 1(y-2) + 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4z - 4 = 0.$$

Gọi K là hình chiếu của I trên d , do $K \in d \Rightarrow K(2+2t; -t; 4t)$ và $K \in (\alpha) \Rightarrow 2.(2+2t) - t + 4.4t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow K(2; 0; 0)$.

Mặt phẳng (α) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn (C) . Ta có $M, N \in (C)$ và gọi $H = IK \cap MN$. Suy ra H là trung điểm của MN .

$$IK = \sqrt{(2-1)^2 + (0-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{6}.$$

Ta có $IH.IK = IM^2 = 2 \Rightarrow IH = \frac{2}{\sqrt{6}}$ nên $MN = 2HM = 2\sqrt{IM^2 - \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2} = 2\sqrt{2 - \frac{2}{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 21. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Gọi M là biến cố "Gia đình có trên 4 thành viên", N là biến cố "Gia đình có 3 thế hệ chung sống".

+) Ta tính được: $P(M) = 0,4; P(\bar{M}) = 0,6; P(N| M) = 0,7; P(N| \bar{M}) = 0,2$.

+) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(N) = P(M) \cdot P(N| M) + P(\bar{M}) \cdot P(N| \bar{M}) = 0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot 0,2 = 0,4.$$

$$\text{Vậy } P(M| N) = \frac{P(M) \cdot P(N| M)}{P(N)} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{0,4} = 0,7.$$

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 13 tháng 4 năm 2025