

Bài I (1,5 điểm).

1. Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của 16 bạn học sinh được ghi lại ở bảng sau:

9	15	11	15	10	9	10	12
11	10	12	10	9	12	9	15

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên. Hãy cho biết, trong 16 bạn học sinh trên, có bao nhiêu bạn học sinh dành thời gian để đi đến trường nhiều hơn 10 phút?

2. Một hình tròn được chia thành 20 hình quạt như nhau, đánh số từ 1; 2; ...; 20 và được gắn vào trục quạt có mũi tên cố định ở tâm. Quay tám bìa và quan sát xem mũi tên chỉ vào hình quạt nào khi tám bìa dừng lại. Tính xác suất của biến cố A: “Mũi tên chỉ vào hình quạt ghi số nguyên tố”.



Bài II (1,5 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{3x+2\sqrt{x}}{x-4} \text{ (với } x > 0; x \neq 4).$$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2. Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.

3. Đặt $P = A.B$. Tìm các giá trị của x để $P \geq 2$.

Bài III (2,5 điểm).

1. Một người đi ô tô từ A đến B cách nhau 100 km với vận tốc xác định. Khi từ B trở về A người đó đi theo đường khác dài hơn đường cũ 20 km nhưng với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi mỗi giờ 20 km. Vì vậy, thời gian về ít hơn thời gian đi 30 phút. Tính vận tốc lúc đi.

2. Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$ (1) với m là tham số

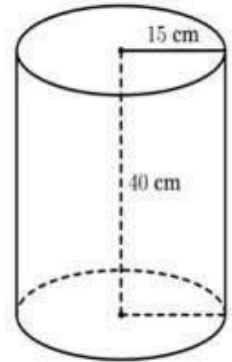
a. Giải phương trình (1) với $m = 2$.

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 = 7 + x_1x_2$$

Bài IV (4,0 điểm).

1. Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với chiều cao là 40 cm và bán kính đáy là 15 cm (như hình vẽ bên).



a. Tính thể tích của thùng đựng nước (lấy $\pi \approx 3,14$).

b. Bạn Minh Trí sử dụng thùng trên để múc nước đổ vào một bồn chứa có dạng hình trụ với chiều cao là 150 cm và bán kính đáy là 60 cm. Tính số thùng nước bạn Minh Trí cần phải múc để đổ đầy bồn chứa (giả thiết rằng lúc đầu bồn không có nước và trong mỗi lần múc, thùng đều được múc đầy nước và đều được đổ hết vào bồn).

2. Cho đường tròn $(O;R)$, đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I (biết I nằm giữa A và O). Lấy điểm E bất kì trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại K .

a. Chứng minh: Tứ giác $KEBI$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh: $AK.AE = AI.AB$.

c. Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC , Q là giao điểm của AP và BK . Chứng minh IK là phân giác của \widehat{EIQ} .

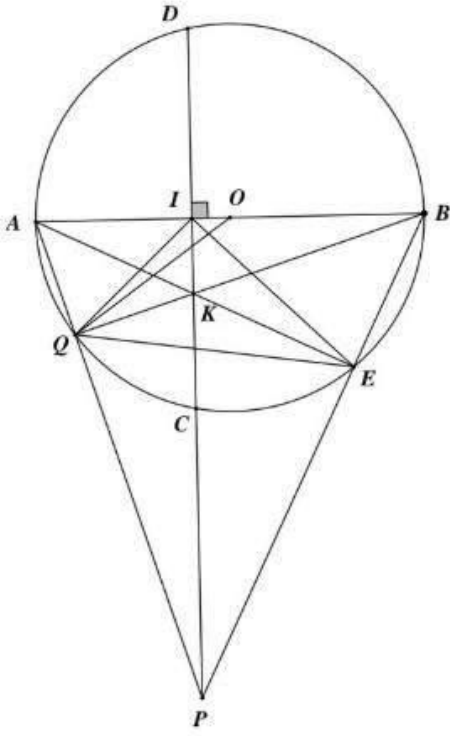
Bài V (0,5 điểm). Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 400 nghìn đồng một ngày và toàn bộ phòng đã được cho thuê hết. Biết cứ mỗi lần khách sạn tăng giá thuê phòng thêm 20 nghìn đồng mỗi ngày thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi khách sạn nên tăng giá phòng thêm bao nhiêu để doanh thu của khách sạn trong một ngày là lớn nhất?

-----**HẾT**-----

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM – TOÁN 9 – HK2

Bài I (1,5 đ)	1. Lập bảng tần số:	0,75												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>Thời gian đến trường (phút)</td> <td>9</td> <td>10</td> <td>11</td> <td>12</td> <td>15</td> </tr> <tr> <td>Tần số</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Thời gian đến trường (phút)	9	10	11	12	15	Tần số	4	4	2	3	3	
	Thời gian đến trường (phút)	9	10	11	12	15								
	Tần số	4	4	2	3	3								
Số học sinh dành thời gian nhiều hơn 10 phút để đi đến trường là: $2 + 3 + 3 = 8$ (học sinh).	0,25													
2. Có 20 kết quả có thể, đó là các số: 1; 2; 3; ... ; 20. Do 20 hình quạt như nhau nên 20 kết quả có thể là đồng khả năng.	0,25													
Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19 Xác suất của biến cố A là : $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$	0,25													
Bài II (1,5 đ)	1. Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A, ta được: $A = \frac{9-3}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$ Vậy khi $x = 9$ thì $A = 2$.	0,5												
	2. Với $x > 0; x \neq 4$, ta có: $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{3x+2\sqrt{x}}{x-4}$ $= \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{3x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$ $= \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$	0,25												
	3. Với $x > 0; x \neq 4$, ta có: $P = A.B = \frac{x-3}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{x-3}{\sqrt{x}-2}$ Để $P \geq 2$ thì $\frac{x-3}{\sqrt{x}-2} \geq 2$ Suy ra $\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \geq 0$	0,25												

	$x = 40$ (thỏa mãn điều kiện của ẩn) $x = -100$ (loại) Vậy vận tốc lúc đi là 40 km/h.	0,25
	2. a. Thay $m = 2$ vào PT (1), ta được : $x^2 - 4x + 4 = 0$	0,25
	PT có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = 2$	0,25
	b. Xét PT: $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (1), ta có: $\Delta = (m+2)^2 - 4.1.2m = (m-2)^2 \geq 0$ với mọi m nên phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi m .	0,25
	Theo định lý Viète, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = 2m \end{cases}$ Theo đề bài ta có : $x_1^2 + x_2^2 = 7 + x_1 x_2$ $(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 7 = 0$. Suy ra $(m+2)^2 - 3.2m - 7 = 0$ $m^2 - 2m - 3 = 0$. Giải phương trình ta tìm được $m = -1, m = 3$.	0,25
Bài IV (4,0đ)	1. a. Thể tích của thùng đựng nước là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 15^2 \cdot 40$ $\approx 3,14 \cdot 15^2 \cdot 40 = 28\,260$ (cm ³).	0,25 0,25
	1. b. Thể tích của bồn nước là: $V_1 = \pi R_1^2 h = \pi \cdot 60^2 \cdot 150$ (cm ³).	0,25
	Số thùng nước cần phải mức để đổ đầy bồn chứa là: $(\pi \cdot 60^2 \cdot 150) : (\pi \cdot 15^2 \cdot 40) = 60$ (thùng).	0,25
	2.a. Chứng minh tứ giác KEBI là tứ giác nội tiếp.	1,25
		Vẽ hình đúng tới câu a. Xét (O;R) có: $\widehat{AEB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{KEB} = 90^\circ$ Mà đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I $\Rightarrow \widehat{KIB} = 90^\circ$

	<p>Lập luận để bốn điểm K, E, B, I cùng thuộc một đường tròn đường kính KB</p> <p>Tứ giác KEBI là tứ giác nội tiếp.</p>	0,5
<p>2.b. Chứng minh: $AK \cdot AE = AI \cdot AB$.</p>		1,0
<p>Xét ΔAKI và ΔABE, ta có:</p> <p>\hat{A} là góc chung</p> <p>$\widehat{AIK} = \widehat{AEB} = 90^\circ$</p> <p>Suy ra $\Delta AKI \sim \Delta ABE$ (g.g)</p>		0,5
<p>Do đó: $\frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AE}$</p> <p>Suy ra: $AK \cdot AE = AI \cdot AB$ (đpcm)</p>		0,5
<p>2.c. Gọi P là giao điểm của tia BE và tia DC, Q là giao điểm của AP và BK. Chứng minh IK là phân giác của \widehat{EIQ}.</p>		0,75
<p>Xét ΔAPB có: $PI \perp AB$ ($I \in AB$);</p> <p>$AE \perp PB$ ($E \in PB$);</p> <p>PI cắt AE tại K.</p> <p>Suy ra K là trực tâm của ΔAPB</p> <p>Suy ra: $PQ \perp AP$ ($Q \in AP$)</p> <p>Do đó $\widehat{AQB} = 90^\circ$</p> <p>hay $\widehat{AQK} = 90^\circ$ suy ra $Q \in (O;R)$</p> <p>Ta có: $\widehat{AIK} = 90^\circ$ (đường kính AB vuông góc với dây CD tại điểm I)</p>		0,25

	<p>Chứng minh được bốn điểm A, I, K, Q cùng thuộc đường tròn đường kính AK suy ra AIKQ là tứ giác nội tiếp</p> <p>Suy ra $\widehat{QAK} = \widehat{QIK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QK)</p> <p>Ta có: KEBI là tứ giác nội tiếp (cmt)</p> <p>Suy ra: $\widehat{KIE} = \widehat{KBE}$ (hai góc nt cùng chắn cung EK)</p> <p>Lại có: $\widehat{QAK} = \widehat{KBE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung QE)</p> <p>Do đó $\widehat{KIE} = \widehat{KIQ}$ hay IK là phân giác của \widehat{EIQ} (đpcm)</p>	0,25
<p>Bài V (0,5đ)</p>	<p>Gọi giá phòng khách sạn sau khi tăng là x (nghìn đồng) ($x > 400$).</p> <p>Giá phòng khách sạn chênh lệch sau khi tăng là x - 400 (nghìn đồng).</p> <p>Số phòng trống sau khi khách sạn tăng giá phòng là:</p> $2 \cdot \frac{x-400}{20} = \frac{x-400}{10} \text{ (phòng).}$ <p>Số phòng khách sạn cho thuê với giá x (nghìn đồng) là:</p> $50 - \frac{x-400}{10} = 90 - \frac{x}{10} \text{ (phòng).}$ <p>Khi đó tổng doanh thu trong một ngày của khách sạn là:</p> $x \left(90 - \frac{x}{10} \right) = -\frac{x^2}{10} + 90x \text{ (nghìn đồng).}$ <p>Ta có: $-\frac{x^2}{10} + 90x = -\frac{1}{10}(x^2 - 900x) = -\frac{1}{10}[(x-450)^2 - 202500]$</p> $= -\frac{1}{10}(x-450)^2 + 20250.$	0,25
	<p>Vì $(x-450)^2 \geq 0$ với mọi x nên ta có $-\frac{1}{10}(x-450)^2 + 20250 \leq 20250$.</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $(x-450)^2 = 0$ hay $x = 450$.</p> <p>Vậy nếu khách sạn cho thuê mỗi phòng với giá 450 000 đồng một ngày thì khách sạn sẽ đạt doanh thu lớn nhất là 20 250 000 đồng.</p>	0,25