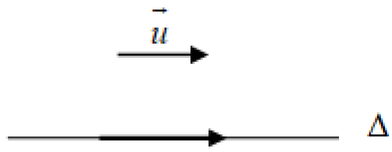
BÀI 2
PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình đường thẳng

a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ và vectơ $\vec{u}$ khác $\vec{0}$. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.



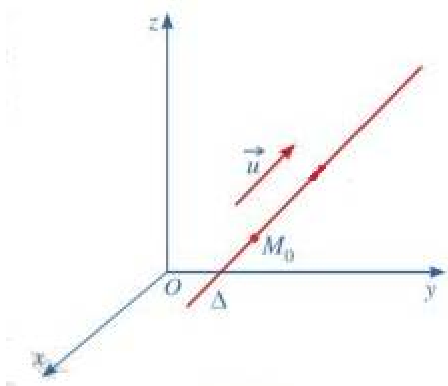
Nhận xét:

- Một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.
- Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó .

b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, **phương trình tham số** của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2 \neq 0$) làm vectơ chỉ phương có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

với $t \in \mathbb{R}$ (t được gọi là tham số)



c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Nếu $a.b.c \neq 0$ thì hệ phương trình: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ.

d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases} x=x_A+(x_B-x_A)t \\ y=y_A+(y_B-y_A)t \\ z=z_A+(z_B-z_A)t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

a. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

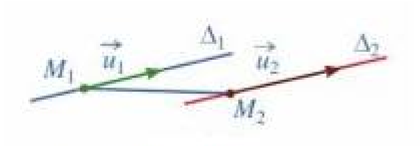
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

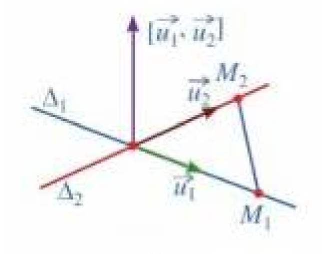
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a},\vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a},\vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1,M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

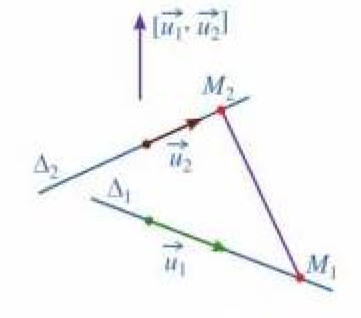
- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]=\vec{0} \end{cases}$
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1,\overrightarrow{M_1M_2}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1,\vec{u}_2,\overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0} \\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0 \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0$



Δ1 song song Δ2



Δ1 cắt Δ2



Δ1 và Δ2 chéo nhau

Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1 t_1 \\ y = y_1 + b_1 t_1 \\ z = z_1 + c_1 t_1 \end{cases} \left(t_1 \in \mathbb{R}\right), \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2 t_2 \\ y = y_2 + b_2 t_2 \\ z = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} \left(t_2 \in \mathbb{R}\right)$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2: $\begin{cases} x_1 + a_1 t_1 = x_2 + a_2 t_2 \\ y_1 + b_1 t_1 = y_2 + b_2 t_2 \\ z_1 + c_1 t_1 = z_2 + c_2 t_2 \end{cases} \quad (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

b. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó :

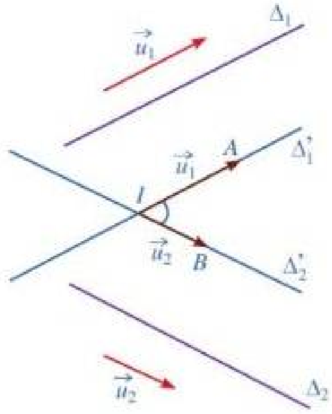
$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 . \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

3. Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

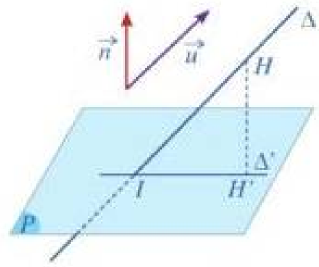
$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right| = \frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|} = \frac{\left|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



b. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:

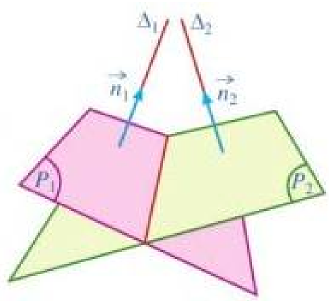
$$\sin(\Delta, (P)) = \left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right| = \frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{\left|aA + bB + cC\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



c. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right| = \frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|} = \frac{\left|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

CHỦ ĐỀ 1
XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ. Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.
- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.
- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ $(a_1a_2a_3\neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là

$\vec{u}=(a;b;c)$.

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta \Leftrightarrow \frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};$$

$$M\notin\Delta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b} \\ \dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c} \end{array}\right.$$

- Cho điểm $M\left(x_M\,;y_M\,;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};$$

$$M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng dưới đây:

a) $d:\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}\quad\left(t\in\mathbb{R}\right)$ b) $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$ c) $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{1-y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng d:

a) biết đường thẳng d đi qua hai điểm M,N với $M\left(1;-2;1\right),N\left(0;1;3\right)$.

b) biết đường thẳng d song song BC với $B\left(1;1;1\right),C\left(3;4;0\right)$.

c) biết đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+2z+1=0.$

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng d:

a) biết đường thẳng d song song với hai mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y-z+2024=0$ và $\left(Q\right):x-2y+2025=0.$.

b) biết đường thẳng d song song với mặt phẳng $\left(P\right):x+3y-2z-2025=0$ và vuông góc vectơ $\vec{a}=\left(1;1;0\right)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1+t\\z=5-2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng d? điểm nào không thuộc đường thẳng d?

a) $M\left(11;2;4\right)$.

b) $N\left(5;0;3\right)$.

c) $P\left(10;3;-3\right)$.

d) $Q\left(8;-3;1\right)$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng d ? điểm nào không thuộc đường thẳng d ?

a) $M\left(-1;-2;-3\right)$.

b) $N\left(-2;1;-2\right)$.

c) $P\left(1;2;3\right)$.

d) $Q\left(2;-1;2\right)$.

DẠNG 2
XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:

Cách 1:

Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1,M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương}\\ \vec{u}_1,\overline{M_1M_2} & \text{cùng phương}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0}\\ \left[\vec{u}_1,\overline{M_1M_2}\right]=\vec{0}\end{cases}$

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{cùng phương}\\ \vec{u}_1,\overline{M_1M_2} & \text{không cùng phương}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\vec{0}\\ \left[\vec{u}_1,\overline{M_1M_2}\right]\neq\vec{0}\end{cases}$

- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases}\vec{u}_1,\vec{u}_2 & \text{không cùng phương}\\ \vec{u}_1,\vec{u}_2,\overline{M_1M_2} & \text{đồng phẳng}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\neq\vec{0}\\ [\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overline{M_1M_2}\neq 0\end{cases}$

- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1,\vec{u}_2]\overline{M_1M_2}\neq 0$

Cách 2:

Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1:\begin{cases}x=x_1+a_1t_1\\ y=y_1+b_1t_1\\ z=z_1+c_1t_1\end{cases}(t_1\in\mathbb{R}),\quad \Delta_2:\begin{cases}x=x_2+a_2t_2\\ y=y_2+b_2t_2\\ z=z_2+c_2t_2\end{cases}(t_2\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1,t_2: $\begin{cases}x_1+a_1t_1=x_2+a_2t_2\\ y_1+b_1t_1=y_2+b_2t_2\\ z_1+c_1t_1=z_2+c_2t_2\end{cases}\quad(*)$

Khi đó :

- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2t \quad (t\in\mathbb{R}) \\ z=3-t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=2+2t' \\ y=3+4t' \left(t'\in\mathbb{R}\right) \\ z=5-2t' \end{cases}$

b) $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t\left(t\in\mathbb{R}\right) \\ z=5+t \end{cases}$ và $d':\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{2}$

c) $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d':\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-8}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2:\begin{cases} x=4+4t \\ y=3-t \\ z=2+2t \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để Δ_1 và Δ_2 vuông góc.

DẠNG 3
TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG
TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG
TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right|=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$$

Chú ý :

- $\Delta_1\perp\Delta_2\Leftrightarrow\vec{u}_1.\vec{u}_2=0\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2=0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right|=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

Chú ý : Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.

3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P_1),(P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1),(P_2))=\left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right|=\frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

Chú ý : Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 biết:

a) $d_1:\begin{cases}x=t\\y=5-2t\\z=14-3t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-4t'\\y=2+t'\\z=-1+5t'\end{cases}$.

b) $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-1}{9}$.

c) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) biết:

a) $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$ và $(P): 2x+y+z-1=0$.

b) $\Delta:\begin{cases}x=6+5t\\ y=2+t\\ z=1\end{cases}$ và $(P): 3x-2y+1=0$.

c) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $(P): x+y-z-2=0$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa mặt phẳng (P) và (Q) biết:

a) $(P): x-y+1=0$ và mặt phẳng (Oxz).

b) $(P): 2x-y-z-3=0$ và $(Q): x-z-2=0$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng bao nhiêu ?

DẠNG 4
TÍNH KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- **Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng** d qua điểm $M_\circ$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức: $d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_\circ M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}$

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**: d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$ là: $d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_\circ M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ biết:

a) điểm $M(2;-4;-1)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$.

b) điểm $A(2;-1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-2y-z+1=0$ bằng bao nhiêu?

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng;

a) $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

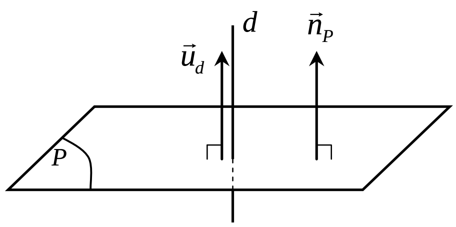
b) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

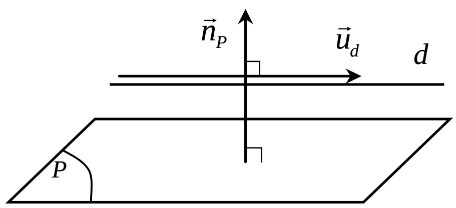
DẠNG 5
VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_\circ + a_1 t & (1) \\ y = y_\circ + a_2 t & (2) \\ z = z_\circ + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} \quad (*)$





- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (P)
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d // (P)$
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (P)$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) biết:

a) đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$.

b) đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$

Bài 2. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P): 2x + y - m^2 z + m = 0$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+my-3z+m-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\y=1-t\\z=1+3t\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)?

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Cần phải nắm vững:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j} = (0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k} = (0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2]$.

Dạng 1. Lập phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (a;b;c)$

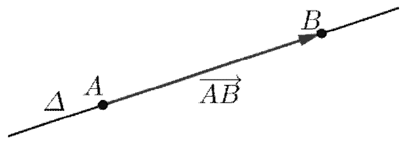
Phương pháp.

Ta có: $\Delta: \begin{cases} \bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_\Delta = (a;b;c) \end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$
- Phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-x_0}{a} = \dfrac{y-y_0}{b} = \dfrac{z-z_0}{c}, (a_1a_2a_3 \neq 0).$

Dạng 2. Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B.

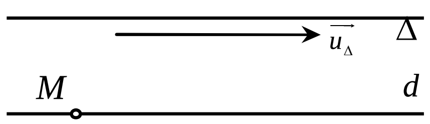
Phương pháp.



Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} \bullet\ Qua\ A\ (hay\ B) \\ \bullet\ VTCP: \vec{u}_\Delta = \overrightarrow{AB} \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và song song với đường thẳng d

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{u}_d\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

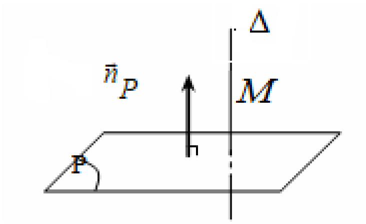
Dạng 4. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).

Phương pháp.

Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 5. Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$.

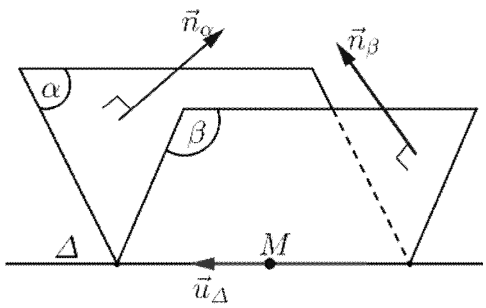
Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)\end{cases}$

Dạng 6. Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$

Phương pháp.



Cho 1 trong 3 ẩn $x;y;z=0$ để tìm 2 ẩn còn lại

cho $x=0$, ta có hệ sau: $\begin{cases}By+Cz+D=0\\ B'y+C'z+D'=0\end{cases}$ và giải tìm được y,z

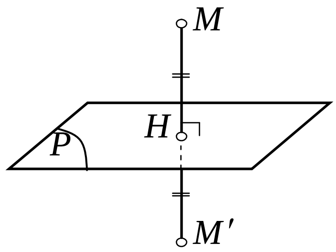
Vecto chỉ phương của Δ là: $\vec{u}=\left[\vec{n}_\alpha;\vec{n}_\beta\right]$.

Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 7. Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

$$H=d\cap(P)\ \text{thỏa}\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\ y=y_\circ+a_2t\\ z=z_\circ+a_3t\\ ax+by+cz+d=0\end{cases}\Rightarrow t\Rightarrow\begin{cases}x=?\\ y=?\Rightarrow H.\\ z=?\end{cases}$$

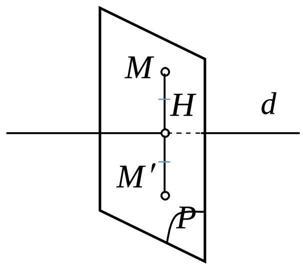


Chú ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Dạng 8. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_{\circ} + a_1 t \\ y = y_{\circ} + a_2 t \\ z = z_{\circ} + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \\ z = ? \end{cases} \Rightarrow H.$$



Chú ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

Bài 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{1-x}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z+2}{2}$.

Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;4)$;

b) biết đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(2;-1;3)$ và $N(3;0;4)$.

Bài 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết các phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$.

b) biết đường thẳng Δ đi qua $B(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.

c) biết đường thẳng Δ đi qua $C(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Bài 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+3=0$ và $(\beta): x+y+z-1=0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).

Bài 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$.

Bài 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

Bài 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

Bài 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2t \\ z=-4-t \end{cases}$, $d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Viết phương trình đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2.

Bài 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy.

Bài 10. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d.

Bài 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2 .

Bài 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$.

Bài 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), cắt và vuông góc với d. Viết phương trình đường thẳng d' .

Bài 14. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của $M(1;0;1)$ lên đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Bài 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

Bài 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

Bài 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

Bài 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

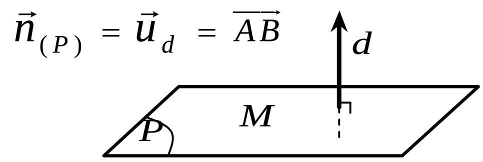
Bài 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Bài 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2.

CHỦ ĐỀ 3
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG VÀ LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

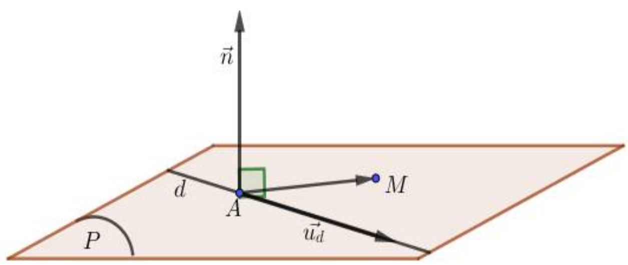
Phương pháp



Phương pháp. $(P):\begin{cases} \bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet\ VTPT: \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.

Phương pháp



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\overrightarrow{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right]$.

Bước 2: Phương trình mp$(P)\left\langle \begin{array}{l} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_d}\right] \end{array} \right.$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d .

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;1;0)$ và chứa đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và d'.

Bài 5. Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$. Lập phương trình mặt phẳng (P).

Bài 7. Trong không gian $Oxyz,$ cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha=\dfrac{2}{7}$.

Bài 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

PHẦN B
TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$. Vecctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1-4t \\ z=4-5t \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{z-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng d $\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d:$\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=-2t\\y=-5+3t\\z=4+t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d:\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y}{-6}=\dfrac{z+1}{-8}$ và $d':\dfrac{x-7}{-6}=\dfrac{y-2}{9}=\dfrac{z}{12}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 17. Hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+12t \\ y=2+6t \\ z=3+3t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=7+8t \\ y=6+4t \\ z=5+2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:.

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$ **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2-3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-2+3t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3-2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2)$, $B(2;1;0)$, $C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $(P): x+z-5=0$ và $(Q): x-2y-z+3=0$ thì có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$ **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$

C. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-5}{-1}$ **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-1}$

Câu 32. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB, CD. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$,cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1+t \\ z=3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng (*P*): $(P): 5x+11y+2z-4=0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng (*P*): $x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng *d* và mặt phẳng (*P*).

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -\sqrt{3}x + y + 1 = 0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Câu 40. Cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z + 2 = 0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 1 = 0; (\beta): x - 2z - 3 = 0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0; (\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\frac{4}{9}$ **B.** $-\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ **D.** $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

B. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Câu 43. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P): (m+2)x + 2my - mz + 5 = 0$ và $(Q): mx + (m-3)y + 2z - 3 = 0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^0$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** -4

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Câu 46. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$, $t \in R$ và mặt phẳng $(P): z - 3 = 0$ lần lượt là $d(H, d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng**trong các khẳng định sau:

A $d\left(H,d_1\right)>d\left(H,(P)\right)$.
B. $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d_1\right)$.
C. $d\left(H,d_1\right)=6.d\left(H,(P)\right)$.
D. $d\left(H,(P)\right)=1$.

Câu 47. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

A. $\frac{1}{3}$.
B. $\frac{4}{3}$.
C. 0.
D. 2.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

A. $d=2$
B. $d=\frac{5}{3}$
C. $d=\frac{2}{3}$
D. $d=\frac{1}{3}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$.
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
D. $\sqrt{3}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+4=0$

A. 1.
B. 0.
C. 3.
D. 2.

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x-5}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$.
B. $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.
C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$.
D. $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$. Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11.
B. 12.
C. -12.
D. 11.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{3};d_2:\frac{-x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta):\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** 1

Câu 58. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-5}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z+4}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0),B(0;3;0),C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A,B,C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$. **B.** $(-1;-2;1)$. **C.** $(7;5;3)$. **D.** $(3;4;3)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x-z-1=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=1-t \\ y=2 \\ z=-2+t \end{cases}$. Gọi $d_1;d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t, t\in\mathbb{R}, \\ z=2-t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

Câu 65. Trong không gian *Oxyz*, cho 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P):x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6 . **C.** -4 **D.** -6.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2 . **C.** 5 . **D.** -2.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5 . **D.** 6 .

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d\subset(P)$. **B.** $d\,//\,(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+4t\\z=3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d\,//\,(P)$. **B.** $d\subset(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x+5y-z-2=0$ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** .$(0;-2;-3)$.

Câu 73. Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=3+3t\end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=4-2t\\y=-3+t\\z=1-t\end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4;-3;0)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-1;-1)$. **D.** $(-2;0;-2)$.

Câu 76. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Câu 77. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 78. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Câu 79. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d//(\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-m}{1}=\frac{y+2m}{3}=\frac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $m=\frac{4}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{12}{17}$.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=-3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$. Tìm m để $d//(P)$

A. $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-6\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=6\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=6\end{array}\right.$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m): mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m): x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x-y-6z+3=0$.

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=3$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $(T): x+y+2z+1=0$. **B.** $(P): x-2y+z+1=0$.

C. $(Q): x-2y-z+1=0$. **D.** $(R): x+y+z+1=0$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 85. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Câu 88. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P): x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P): x+5y+8z+16=0$.

C. $(P): x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P): 2x+y-6=0$.

Câu 90. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Câu 91. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P): 5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P): 2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P): 5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P): 2x+1y+2z-2=0$.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{4}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-3}{-7}$. **B.** $\frac{x+4}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+4}{-4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+8}{4}=\frac{y+6}{3}=\frac{z-10}{-7}$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P):2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Câu 96. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):\ x+y+z+1=0$, $(Q):\ x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=-2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=3+t \\ z=-2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $A(2;0;0)\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{-1}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{6} = \dfrac{y+1}{-5} = \dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{3}$.

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$, $d': \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17} = \dfrac{y+1}{14} = \dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{14} = \dfrac{y+1}{17} = \dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17} = \dfrac{y+1}{9} = \dfrac{z-2}{14}$. **D.** $\dfrac{x-1}{14} = \dfrac{y+1}{17} = \dfrac{z-2}{9}$.

Câu 104. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -1 \end{cases}$ và cắt đường thẳng $(d_2): \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 106. Trong không gian Oxy cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;\,0;\,1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45^{O}. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-\sqrt{5}}=\dfrac{z-1}{-1}\\ \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{\sqrt{5}}=\dfrac{z+1}{-1}\end{array}\right.$

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;\,1;\,-1)$ tạo với trục Oz một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$. **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0$.

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0$. **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0$.

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z-5=0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=3+t\\z=4-5t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Điểm $A(5;5;-6)$ không thuộc đường thẳng Δ.

c) Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=4t\\z=3+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ vuông góc với đường thẳng Δ.

d) Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-5;0;19)$.

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;-1)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x+y+2z+5=0$.

c) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d. Khi đó $a+2b+3c=7$.

d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{2-z}{c}$. Khi đó $2026a+2025b-2024c=2027$.

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;3)$ và $B(3;5;9)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=3+t\\y=5+t\\z=9-3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $M(4;6;9)$ thuộc đường thẳng AB.

d) Phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ O và song song với đường thẳng AB là: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{2}$.

a) Đường thẳng d qua điểm $M(1;2;2)$.

b) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$.

c) Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

d) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 3-t \\ y = 2-2t \\ z = -1-2t \end{cases}$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-1}$.

a) Điểm $M(1;-1;1)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2;1;-1)$

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = -t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$.

d) Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với d thì phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases} x = a+t \\ y = 1+bt \\ z = ct \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$. Khi đó $a-b-c = 8$.

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y-5}{-4} = \dfrac{z+2}{1}$.

a) Điểm $M(3;-4;1)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-3;4;-1)$

c) Đường thẳng d song song với đườn thẳng $\Delta : \begin{cases} x = -4+3t \\ y = 5-4t \\ z = -2+t \end{cases}$.

d) Đường thẳng Δ song song với d và cắt cả hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và $d_2 : \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z}{1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x+4}{a} = \dfrac{y+1}{b} = \dfrac{z-c}{1}$. Khi đó $a-b-c = 6$.

Câu 117. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $M(1;3;2)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;1;-2)$.

c) Đường thẳng d song song với đườn thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-t \\ z = 2+2t \end{cases}$.

d) Phương trình đường vuông góc chung của d và đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3t\\y=t\\z=-1-3t\end{cases}$ có dạng : $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z-4}{c}$. Khi đó $2a-b-3c=10$.

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=-5$

c) Gọi $M'(x_0;y_0;z_0)$ là điểm đối xứng với M qua d. Khi đó $x_0+y_0+z_0=\dfrac{1}{2}$.

d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z}{c}$. Khi đó $a-3b+2c=10$.

Câu 119. Trong $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$.

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) cắt nhau.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Khi đó $2026x_0-2025y_0+2024z_0=2026$

d) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{b}$. Khi đó $a.b=15$.

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$.

a) Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;0)$.

c) Đường thẳng d cắt (α).

d) Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình dạng: $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y+b}{3}=\dfrac{z-1}{c}$. Khi đó $a+b+c=10$.

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-2t\\y=3-2t\\z=1-3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=6+2t'\\y=3+2t'\\z=7+9t'\end{cases}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Đường thẳng d' đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

d) Cosin góc giữa hai đường thẳng d và d' bằng $\frac{35}{\sqrt{1513}}$.

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$ và $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{2}$.

a) Điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng Δ.

b) Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}_d=(1;0;2)$.

c) Hai đường thẳng Δ và d chéo nhau.

d) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ và d. Khi đó $\cos\alpha=\frac{5\sqrt{38}}{38}$.

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là: $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-7}{5}=\frac{z-15}{6}$ và $d':\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;7;15)$.

b) Phương trình tham số của d' là: $\begin{cases}x=1+t'\\y=2+t',t'\in\mathbb{R}\\z=3+t'\end{cases}$.

c) Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng d và d' bằng $\frac{13}{\sqrt{195}}$.

Câu 124. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x+6y-3z-2025=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;1)$.

c) Góc giữa Δ và (P) bằng $90°$.

d) Lấy tuỳ ý hai điểm phân biệt $A,B\in\Delta$. Gọi A',B' lần lượt là hình chiếu của A,B lên (P). Khi đó $A'B'=1$.

Câu 125. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$ và đường thẳng $\Delta_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

a) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc Δ_1 và điểm $N(2;-2;1)$ thuộc Δ_2.

b) $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

d) Đường thẳng d đi qua điểm $Q(2;3;-1)$ đồng thời cắt và vuông góc với Δ_2 có phương trình dạng $\dfrac{x-a}{2}=\dfrac{y-3}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Khi đó $a-b+c=98$.

Câu 126. Trong không gian với hê toa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

a) Điểm $N(0;2;0)$ thuộc đường thẳng d.

b) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

c) Phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-4-2t,t\in\mathbb{R}\\z=1+t\end{cases}$.

d) Phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình dạng $d':\dfrac{x-2}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{2}$. Khi đó $a-b+c=11$.

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=4+2t,t\in\mathbb{R}\\z=-3-t\end{cases}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y+z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Góc giữa Δ và (P) bằng 30°.

d) Toạ độ giao điểm của Δ và (P) là $M(3;4;-3)$

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-1-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y-3z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Góc giữa Δ và (P) bằng $60°$.

d) Hình chiếu của $M(1;2;-1)$ lên (P) có toạ độ là $N(1;2;1)$.

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\y=1+2t\\z=-5+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y-5=0$.

a) Vectơ $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oyz) bằng $45°$.

c) Đường thẳng đi qua $N(2;3;-4)$ và song song với Δ có phương trình là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+4}{1}$

d) Đường thẳng d vuông góc Δ và tạo với (P) một góc $45°$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;4)$.

Câu 130. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2024}{2}=\frac{y+2025}{1}=\frac{z+2026}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$.

a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

c) $\cos(\Delta,(P))=\frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 68° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho trên?

Trả lời: ………………..

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng (d) cho trước?

Trả lời: ………………..

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi $m\in\mathbb{R}\setminus\{a\}$ thì đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;0)$; $B(m;-1;3)$ cắt mặt phẳng (P): $x+y+z-6=0$. Giá trị của a bằng bao nhiêu ?

Trả lời: ………………..

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(5;2;-2)$. Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là đường đối xứng với AB qua mặt phẳng (Oyz). Tính $a+b$

Trả lời: ………………..

Câu 135. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-5}{1}$ và $\Delta':\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng (P). Biết (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\y=-t\\z=-2+3t\end{cases}$. Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 137. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và $d_2:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+4}{1}$ cắt nhau tại điểm M có toạ độ bằng $M(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, số đo góc α giữa đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của m thì đường thẳng $(D):\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{m}=\frac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y+2z=2$?

Trả lời: ………………..

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A,B có dạng $\begin{cases} x=a \\ y=b-2t \\ z=-2+ct \end{cases}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d:\frac{x+2}{4}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x=a+4t \\ y=-2+bt \\ z=1+ct \end{cases}$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=b+t \\ z=5+ct \end{cases}$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$ và $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-5}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2 có dạng $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{b}=\frac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (Δ) qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ và $(Q): x+3y-2z+3=0$ có dạng $\begin{cases} x=a+bt \\ y=3+6t \\ z=c+dt \end{cases};t\in\mathbb{R}$. Tính $a+b+c+d$.

Trả lời: ………………..

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;b;c)$, mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng d đi qua hai điểm A, B, song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ thì $b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz+10=0$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2+2t \\ z=-t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t' \\ y=4+2t \\ z=-1-t \end{cases}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 147. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2-t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1}=\frac{y-6}{2}=\frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 148. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$. đường thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x=2t \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$. Tính y_0+z_0+b+c.

Trả lời: ………………..

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax+by+z+c=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=1 \\ z=3+bt \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $S=2024a-2025b$.

Trả lời: ………………..

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t' \\ z=5+3t' \end{cases}$. Đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' đi qua điểm $K(6;m;n)$. Tính $m+n$

Trả lời: ………………..

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) và $B(3;a;2a)$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+5t\\y=2-4t\\z=3+3t\end{cases}$ và đường thẳng $d':\begin{cases}x=2+5t\\y=-4t\\z=5+3t\end{cases}$. Khi đó để điểm B nằm trong mặt phẳng (α) thì giá trị của a bằng:

Trả lời: ………………..

Câu 153. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Gọi $\vec{u}(a;b;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng Δ và cắt trục Oy. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC có dạng: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{1-z}{c}$. Tính $b+4c$.

Trả lời: ………………..

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d có dạng $\Delta:\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{x+1}{c}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 156. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song với (P) và (Q) có dạng $\Delta:\begin{cases}x=1+at\\y=-2\\z=b+ct\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có dạng: $\dfrac{x-2}{a}=\dfrac{1-y}{b}=\dfrac{z+c}{-1}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có dạng: $\begin{cases} x=1 \\ y=1+at \\ z=b+ct \end{cases} \ (t\in\mathbb{R})$. Tính $2a+3b+4c$.

Trả lời: ………………..

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC có dạng $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{b}=\dfrac{z-2}{c}$. Tính $2b-c$.

Trả lời: ………………..

Câu 160. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d có dạng $(P): ax+by+10z+d=0$. Tính $a+b+d$.

Trả lời: ………………..

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases} x=t+2 \\ y=3t-1 \\ z=2t+1 \end{cases} \ (t\in\mathbb{R})$ và $(\Delta):\begin{cases} x=m+3 \\ y=3m-2 \\ z=2m+1 \end{cases} \ (m\in\mathbb{R})$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

Trả lời: ………………..

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

Trả lời: ………………..

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

Trả lời: ………………..

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

Trả lời: ………………..

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 167. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q):x+y-11=0$ bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q):x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$.

Trả lời: ………………..

Câu 169. Trong không gian với hệ truvcj tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y-2z+5=0$. Điểm $A(a;b;c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tính tổng $a+b-c$?

Trả lời: ………………..

Câu 170. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\begin{cases}x=2t\\y=1\\z=1-t\end{cases}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1,d_2. Giá trị $\cos\varphi$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P=b-3a+c$?

Trả lời: ………………..

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là $I(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$?

Trả lời: ………………..

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-t\end{cases}$ và $(P):-x+2y+2z+5=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc nhỏ nhất. Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b-3c$?

Trả lời: ………………..

Câu 173. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0);B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc $60°$. Tính $2a+3b+c^2$.

Trả lời: ………………..

Câu 174. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=4+t\\y=-4-t\\z=6+2t\end{cases};d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt d_1,d_2 lần lượt ở B,C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$

Trả lời: ………………..

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-t\end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

Trả lời: ………………..

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có dạng $ax+by-z+d=0$. Tính $3a+2b+d$.

Trả lời: ………………..

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1);B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

Trả lời: ………………..

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z+9=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Tính $S=b^2.c^3$.

Trả lời: ………………..

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có dạng $\begin{cases} x=a+t \\ y=-t \\ z=b+ct \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Tính $2a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 180. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$ có dạng $\frac{x-3}{a}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{b}$. Tính $a.b$.

Trả lời: ………………..

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;b;c)$. Tính $b.c$.

Trả lời: ………………..

Câu 182. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN có dạng $\frac{x-5}{a}=\frac{y-3}{b}=\frac{z-5}{2}$. Tính $3a-2b$.

Trả lời: ………………..

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d có dạng $\begin{cases} x=3+at \\ y=b-54t \\ z=-4+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\frac{a}{c}$.

Trả lời: ………………..

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biết vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(a;\, b;\, 2)$, tính $a.b$.

Trả lời: ………………..

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Trả lời: ………………..

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình dạng $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{a}=\frac{z}{b}$. Tính $2a+3b$.

Trả lời: ………………..

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình tham số của Δ dạng $\begin{cases} x=a+4t \\ y=5+bt \\ z=4+ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1: \frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 có dạng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{a}=\frac{z-3}{b}$. Tính $a-b$.

Trả lời: ………………..

Câu 190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng $\frac{x-1}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z-2}{-1}$. Tính $a-b$.

Trả lời: ………………..

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có dạng $\frac{x-1}{a}=\frac{y-1}{b}=\frac{z-c}{-3}$. Tính $a-b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 192. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+4}{-5}$ và $d_2: \frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{-1}$ có phương trình dạng $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z-c}{1}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 193. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ và $(d_2): \frac{x}{1}=\frac{y-7}{-3}=\frac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ) có dạng $\frac{x-a}{1}=\frac{y-1}{b}=\frac{z+2}{c}$. Tính $a+2b-c$.

Trả lời: ………………..

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng $\Delta: \frac{x-2}{a}=\frac{y-b}{1}=\frac{z-1}{c}$. Tính $a+2b-c$.

Trả lời: ………………..

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \end{cases}$, $d_2: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-3z=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2 có dạng $ax+by+cz-13=0$. Tính $a-b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 196. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=0 \\ z=b+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a-2b+3c$.

Trả lời: ………………..

Câu 197. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) có dạng $\begin{cases} x=at \\ y=-1 \\ z=b+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Câu 198. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính OM^2.

Trả lời: ………………..

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm $B(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tính $2025a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Câu 200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P):x-2y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Tính BC^2.

Câu 202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

Câu 203. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM\perp\Delta$ và $AM=\sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

Câu 204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(a;1;2)$. Để đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 thì giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+3t\\z=-2t\end{cases}$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a+b+c$

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$, gọi $H(a;b;c)$ là tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$. Tính $a+b+c$.

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính $(OA')^2$.

Câu 208. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$ có dạng $\begin{cases}x=-3\\y=a-t\\z=b+ct\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình dạng $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{b}=\dfrac{z-1}{c}$. Tính $b.c$.

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$,

$\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng bao nhiêu ?

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Gọi $A'(a;b;c)$ là tọa độ hình chiếu của A trên (d). Tính $a+b+c$.

Câu 212. Trong không gian $Oxyz$, gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$. Tính $a+b+c$.

Câu 213. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;\ b;\ c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

Câu 214. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$. Tính $6a+6b+3c$.

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}(a;b;c)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

Câu 217. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+4=0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM^2.

Câu 219. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α). Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\frac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Câu 220. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q) /\!/ (P)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến phần trăm)

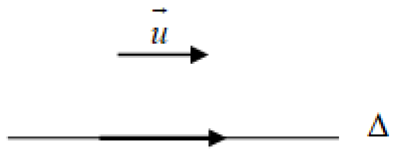
BÀI 2

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Phương trình đường thẳng

a. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ và vectơ $\vec{u}$ khác $\vec{0}$. Vectơ $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu giá của $\vec{u}$ song song hoặc trùng với Δ.



Nhận xét:

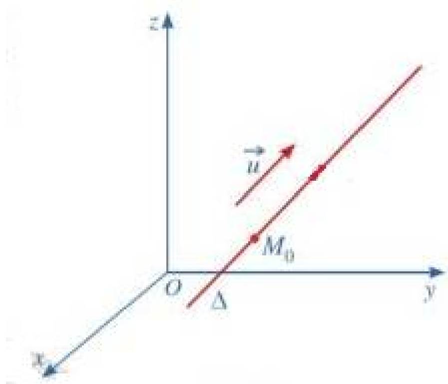
• Một đường thẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm mà nó đi qua và một vectơ chỉ phương của nó.

• Nếu $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng thì $k.\vec{u}$ $(k \neq 0)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đó .

b. Phương trình tham số của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, **phương trình tham số** của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{u}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2 \neq 0$) làm vectơ chỉ phương có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$

với $t \in \mathbb{R}$ (t được gọi là tham số)



c. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$. Nếu $a.b.c \neq 0$ thì hệ phương trình: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ được gọi là **phương trình chính tắc** của đường thẳng Δ.

d. Lập phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A), B(x_B;y_B;z_B)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ làm vectơ chỉ phương có:

- Phương trình tham số : $\begin{cases} x=x_A+(x_B-x_A)t \\ y=y_A+(y_B-y_A)t \\ z=z_A+(z_B-z_A)t \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$
- Phương trình chính tắc: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}=\dfrac{z-z_A}{z_B-z_A}$ (với $x_B\neq x_A, y_B\neq y_A, z_B\neq z_A$)

2. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

a. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.

Trong không gian, hai vectơ được gọi là cùng phương khi giá của chúng cùng song song với một đường thẳng.

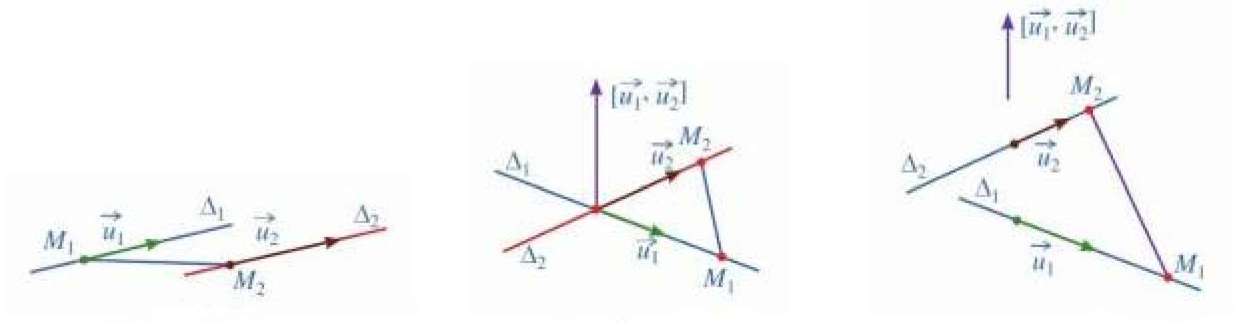
Trong không gian, ba vectơ được gọi là đồng phẳng khi giá của chúng cùng song song với một mặt phẳng.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $\vec{c}=(c_1;c_2;c_3)$

- Hai $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right]=\vec{0}$.
- Hai $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right]\neq\vec{0}$.
- Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c}=0$.
- Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\vec{a}, \vec{b}\right].\vec{c}\neq 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1\equiv\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right]=\vec{0} \end{cases}$
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2]=\vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right]\neq\vec{0} \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2]\neq\vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0 \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2]\overrightarrow{M_1M_2}\neq 0$



Δ_1 song song Δ_2 Δ_1 cắt Δ_2 Δ_1 và Δ_2 chéo nhau

Chú ý: Để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng, ta cũng có thể dựa vào các vectơ chỉ phương và phương trình của hai đường thẳng đó.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1t_1 \\ y = y_1 + b_1t_1 \\ z = z_1 + c_1t_1 \end{cases} \left(t_1 \in \mathbb{R}\right),\quad \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2t_2 \\ y = y_2 + b_2t_2 \\ z = z_2 + c_2t_2 \end{cases} \left(t_2 \in \mathbb{R}\right)$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 : $\begin{cases} x_1 + a_1t_1 = x_2 + a_2t_2 \\ y_1 + b_1t_1 = y_2 + b_2t_2 \\ z_1 + c_1t_1 = z_2 + c_2t_2 \end{cases} \quad (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 \,//\, \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

b. Điều kiện để hai đường thẳng vuông góc

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó :

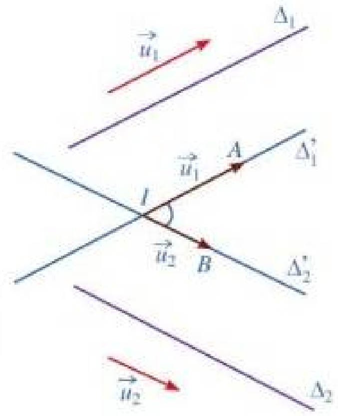
$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1.\vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$$

3. Góc

a. Góc giữa hai đường thẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng Δ_1,Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$, $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$. Khi đó, ta có:

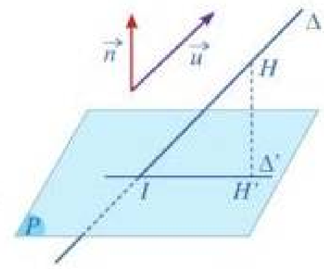
$$\cos\left(\Delta_1,\Delta_2\right)=\left|\cos\left(\vec{u}_1.\vec{u}_2\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}$$



b. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$. Khi đó, ta có:

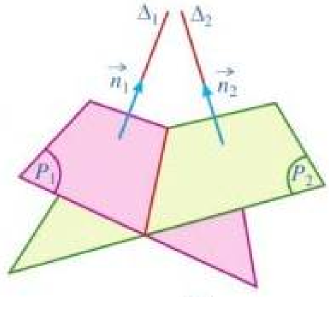
$$\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u}.\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$



c. Góc giữa hai mặt phẳng

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P_1),(P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos\left((P_1),(P_2)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_1.\vec{n}_2\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$



PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

CHỦ ĐỀ 1
XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

DẠNG 1
XÁC ĐỊNH VECTƠ CHỈ PHƯƠNG CỦA ĐƯỜNG THẲNG
XÁC ĐỊNH ĐIỂM THUỘC VÀ KHÔNG THUỘC ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]$.
- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ thì có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.
- Phương trình đường thẳng Δ dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ $(a_1a_2a_3\neq 0)$ thì có vectơ chỉ phương là

$\vec{u}=(a;b;c)$.

Chú ý:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

2. Điểm thuộc và không thuộc đường thẳng

- Cho điểm $M\left(x_M\,;y_M\,;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};$$

$$M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\ \dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

• Cho điểm $M\left(x_M;y_M;z_M\right)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}$.

Khi đó:

$$M\in\Delta\Leftrightarrow t=\frac{x_M-x_0}{a}=\frac{x_M-y_0}{b}=\frac{x_M-z_0}{c};$$

$$M\notin\Delta\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{x_M-x_0}{a}\neq\dfrac{x_M-y_0}{b}\\t=\dfrac{x_M-y_0}{b}\neq\dfrac{x_M-z_0}{c}\end{array}\right.$$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng dưới đây:

a) $d:\begin{cases}x=3+4t\\y=-1-2t\\z=-2+3t\end{cases}\quad\left(t\in\mathbb{R}\right)$ b) $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$ c) $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{1-y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$

Lời giải

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(4;-2;3\right)$.

b) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;1;-3\right)$.

c) Ta có: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{1-y}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;2;-1\right)$.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng d:

a) biết đường thẳng d đi qua hai điểm M,N với $M\left(1;-2;1\right),N\left(0;1;3\right)$.

b) biết đường thẳng d song song BC với $B\left(1;1;1\right),C\left(3;4;0\right)$.

c) biết đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+2z+1=0$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{MN}=\left(-1;3;2\right)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng qua hai điểm M,N là $\overrightarrow{MN}=\left(-1;3;2\right)$

b) Ta có $\overrightarrow{BC}=\left(2;3;-1\right)$

Do đường thẳng d song song BC nên có vec tơ chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{BC}=\left(2;3;-1\right)$.

c) Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left(1;-3;2\right)$

Do đường thẳng d vuông góc với $\left(P\right)$ nên có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;-3;2\right)$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, xác định một vectơ chỉ phương của đường thẳng d:

a) biết đường thẳng d song song với hai mặt phẳng $(P): 3x-2y-z+2024=0$ và $(Q): x-2y+2025=0$..

b) biết đường thẳng d song song với mặt phẳng $(P): x+3y-2z-2025=0$ và vuông góc vectơ $\vec{a}=(1;1;0)$.

Lời giải

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(3;-2;-1)$

Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(2;-2;0)$

Suy ra $\left[\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right]=(-2;1;-4)$

Đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=(-2;1;-4)$.

b) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(1;3;-2)$

Suy ra $\left[\vec{n}_P,\vec{a}\right]=(2;2;-2)$

Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và song song vectơ $\vec{a}$ nên có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=(2;2;-2)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+t \\ z=5-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng d? điểm nào không thuộc đường thẳng d?

a) $M(11;2;4)$.

b) $N(5;0;3)$.

c) $P(10;3;-3)$.

d) $Q(8;-3;1)$.

Lời giải

a) Thế tọa độ $M(11;2;4)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\begin{cases} 11=2+3t \\ 2=-1+t \\ 4=5-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=3 \\ t=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vì hệ phương trình trên vô nghiệm nên M không thuộc đường thẳng d.

b) Thế tọa độ $N(5;0;3)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\begin{cases} 5=2+3t \\ 0=-1+t \\ 3=5-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=1 \end{cases}$

Vì hệ phương trình trên có nghiệm nên N thuộc đường thẳng d.

c) Thế tọa độ $P(10;3;-3)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\begin{cases}10=2+3t\\3=-1+t\\-3=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{8}{3}\\t=4\\t=4\end{cases}$

Vì hệ phương trình trên vô nghiệm nên P không thuộc đường thẳng d.

d) Thế tọa độ $Q(8;-3;1)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\begin{cases}8=2+3t\\-3=-1+t\\1=5-2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t=-2\\t=2\end{cases}$

Vì hệ phương trình trên vô nghiệm nên Q không thuộc đường thẳng d.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đường thẳng d? điểm nào không thuộc đường thẳng d?

a) $M(-1;-2;-3)$.

b) $N(-2;1;-2)$.

c) $P(1;2;3)$.

d) $Q(2;-1;2)$.

Lời giải

a) Thế tọa độ $M(11;2;4)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{-2-2}{-1}\neq\dfrac{-3-3}{2}$

Do đó M không thuộc đường thẳng d.

b) Thế tọa độ $N(-2;1;-2)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\dfrac{-2-1}{2}\neq\dfrac{1-2}{-1}\neq\dfrac{-2-3}{2}$

Do đó N không thuộc đường thẳng d.

c) Thế tọa độ $P(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}$

Do đó P thuộc đường thẳng d.

d) Thế tọa độ $Q(2;-1;2)$ vào phương trình đường thẳng d ta được $\dfrac{2-1}{2}\neq\dfrac{-1-2}{-1}\neq\dfrac{2-3}{2}$

Do đó Q không thuộc đường thẳng d.

DẠNG 2
XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Để xét vị trí tương đối đường thẳng ta có hai cách sau:

Cách 1:

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] = \vec{0} \end{cases}$

- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{cùng phương} \\ \vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{không cùng phương} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] \neq \vec{0} \end{cases}$

- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_1, \vec{u}_2 & \text{không cùng phương} \\ \vec{u}_1, \vec{u}_2, \overrightarrow{M_1M_2} & \text{đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2].\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0 \end{cases}$

- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2]\overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$

Cách 2:

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tương ứng có $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$ là hai vectơ chỉ phương và có phương trình tham số:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = x_1 + a_1t_1 \\ y = y_1 + b_1t_1 \\ z = z_1 + c_1t_1 \end{cases} (t_1 \in \mathbb{R}),\ \Delta_2 : \begin{cases} x = x_2 + a_2t_2 \\ y = y_2 + b_2t_2 \\ z = z_2 + c_2t_2 \end{cases} (t_2 \in \mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình hai ẩn t_1, t_2 : $\begin{cases} x_1 + a_1t_1 = x_2 + a_2t_2 \\ y_1 + b_1t_1 = y_2 + b_2t_2 \\ z_1 + c_1t_1 = z_2 + c_2t_2 \end{cases} (*)$

Khi đó :

- $\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow$ $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.
- $\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có vô số nghiệm.
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow$ Hệ $(*)$ có nghiệm duy nhất.
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và hệ $(*)$ vô nghiệm.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau:

a) $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và $d':\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$

b) $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=5+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và $d':\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{2}$

c) $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d':\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Lời giải

a) Ta có các vectơ chỉ phương của d và d' lần lượt là $\vec{a}=(1;2;-1)$ và $\vec{a}'=(2;4;-2)$.

Vì $\vec{a}'=2\vec{a}$ nên $\vec{a}$ và $\vec{a}'$ cùng phương $\Rightarrow d$ và d' song song với nhau hoặc trùng nhau.

Xét điểm $M(1;0;3)\in d$ nên ta có $M\notin d'$ nên $d\,/\!/\,d'$.

b) Ta có d và d' lần lượt nhận $\vec{a}=(2;3;1)$ và $\vec{a}'=(3;2;2)$ là các vectơ chỉ phương.

Vì $\vec{a}$ và $\vec{a}'$ không cùng phương nên d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Đường thẳng d' qua $M(1;-2;-1)$; có VTCP $\vec{a}'=(3;2;2)$ nên có phương trình là:

$$d':\begin{cases}x=1+3t'\\y=-2+2t'\\z=-1+2t'\end{cases}(t'\in\mathbb{R})$$

Xét hệ phương trình : $\begin{cases}1+2t=1+3t'\\-1+3t=-2+2t'\\5+t=-1+2t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{3}{5}\\t'=-\dfrac{2}{5}\\5+t=-1+2t'\end{cases}$ $\Rightarrow$ Hệ vô nghiệm

Vậy hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

c) Ta có: d đi qua $M(0;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(1;-1;2)$;

Đường thẳng d' đi qua $M'(1;2;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}'=(5;1;-2)$.

Nên phương trình tham số của d và d' lần lượt là:

$$d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}\text{ và } d':\begin{cases}x=1+5t'\\y=2+t'\\z=-2-2t'\end{cases}$$

Xét hệ phương trình $\begin{cases}t=1+5t'\\1-t=2+t'\\2t=-2-2t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-5t'=1\\-t-t'=1\\2t+2t'=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{2}{3}\\t'=-\dfrac{1}{3}\end{cases}$ $\Rightarrow$ hệ có nghiệm duy nhất

Vậy hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{1}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Tìm tọa độ giao điểm của d_1 và d_2.

Lời giải

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{1}\\ \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2x-y=0\\ x-z=-1\\ x-2y=3\\ x-2z=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{1}{5}\\ y=\frac{2}{5}\\ z=\frac{4}{5}\end{cases}$

Vậy tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là $\left(-\frac{1}{5};\frac{2}{5};\frac{4}{5}\right)$

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\frac{x-8}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{m-1}$ và $\Delta_2:\begin{cases}x=4+4t\\ y=3-t\\ z=2+2t\end{cases}$. Tìm giá trị của tham số m để Δ_1 và Δ_2 vuông góc.

Lời giải

Đường thẳng Δ_1 qua $M_1(8;-2;3)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;4;m-1)$.

Đường thẳng Δ_2 qua $M_2(4;3;2)$ và có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(4;-1;2)$.

Ta có: Δ_1 và Δ_2 vuông góc kh $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0 \Leftrightarrow 8-4+2m-2=0 \Leftrightarrow m=-1$

DẠNG 3
TÍNH GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG
TÍNH GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG
TÍNH GÓC GIỮA HAI MẶT PHẲNG

1. Góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có hai vectơ chỉ phương lần lượt là: $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left|\cos(\vec{u}_1.\vec{u}_2)\right| = \frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

Chú ý :

- $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1.\vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$
- Hai đường thẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

2. Góc giữa đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta, (P)) = \left|\cos(\vec{u}.\vec{n})\right| = \frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Chú ý : Đường thẳng song song hoặc trùng với mặt phẳng thì góc giữa chúng là 0^0.

3. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P_1), (P_2)$ có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \left|\cos(\vec{n}_1.\vec{n}_2)\right| = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}.\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Chú ý : Hai mặt phẳng song song hoặc trùng với nhau thì góc giữa chúng là 0^0.

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 biết:

a) $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 5 - 2t \\ z = 14 - 3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - 4t' \\ y = 2 + t' \\ z = -1 + 5t' \end{cases}$.

b) $d_1: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{9}$.

c) $d_1: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{1}$

Lời giải

a) Đường thẳng d_1 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(1;-2;-3)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(-4;1;5)$.

Ta có: $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\dfrac{|1.(-4)+(-2).1+(-3).5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-3)^2}.\sqrt{(-4)^2+1^2+5^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow(d_1,d_2)=30^{\circ}$.

b) Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;-1)$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(3;3;9)$.

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{|2.3+1.3+(-1).9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{3^2+3^2+9^2}}=0$.

c) Vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_1}=(1;-1;2)$, vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d_2}=(-1;1;1)$

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}\right)\right|=\dfrac{|1.(-1)-1.1+2.1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=0$

Vậy $(d_1,d_2)=90°$.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) biết:

a) $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+3}{-1}$ và $(P):2x+y+z-1=0$.

b) $\Delta:\begin{cases}x=6+5t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$ và $(P):3x-2y+1=0.$

c) $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $(P):x+y-z-2=0.$

Lời giải

a) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;1)$.

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{|1.2+2.1+(-1).1|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow(\Delta,(P))=30^{\circ}$

b) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;0)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;0)$.

Ta có: $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(\Delta,(P))=45°.$

c) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;2)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Ta có: $\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{9}\Rightarrow\left(\Delta,(P)\right)\approx 11,09^{o}$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa mặt phẳng (P) và (Q) biết:

a) $(P): x-y+1=0$ và mặt phẳng (Oxz).

b) $(P): 2x-y-z-3=0$ và $(Q): x-z-2=0$.

Lời giải

a) Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\vec{j}=(0;1;0)$.

vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-y+1=0$ là $\vec{n}=(1;-1;0)$.

Ta có: $\cos\left((P),(Oxz)\right)=\dfrac{|\vec{n}.\vec{j}|}{|\vec{n}|.|\vec{j}|}=\dfrac{|1.0+1.(-1)+0.0|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}.\sqrt{0^2+1^2+0^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow\left((P),(Oxz)\right)=45^\circ$.

b) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(2;-1;-1)$.

Mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;0;-1)$.

Ta có: $\cos\left((P),(Q)\right)=\left|\cos\left(\vec{n}_P,\vec{n}_Q\right)\right|=\dfrac{|\vec{n}_P.\vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P|.|\vec{n}_Q|}=\dfrac{|2+0+1|}{\sqrt{4+1+1}.\sqrt{1+1}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left((P),(Q)\right)=30^\circ$

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;1)$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và mặt phẳng (Oxy) bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Mặt phẳng (MNP) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (Oxy).

Ta có $\cos\varphi=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{k}\right)\right|=\dfrac{|1.0+1.0+1.1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

DẠNG 4
TÍNH KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

- **Khoảng cách từ điểm** M **đến một đường thẳng** d qua điểm $M_{\circ}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức: $d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{M_{\circ}M},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}$

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

- **Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau**: d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương $\vec{u}'$ là: $d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{M_{\circ}M}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right|}$

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ biết:

a) điểm $M(2;-4;-1)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$.

b) điểm $A(2;-1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

a) Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN}=(-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(16;8;-4)$.

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{14}.$$

b) Đường thẳng Δ đi qua $M(3;0;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}(-2;-1;1)$

$\overrightarrow{AM}(1;1;1)$; $\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(2;-3;1)\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|=\sqrt{14}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng $d(A,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-2y-z+1=0$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;1)$, có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;-1)$.

Ta có: $\vec{u}.\vec{n}=2.2-2.1-1.2=0 \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}$.

Mà $M\notin(P)\Rightarrow d\ /\!/\ (P)\Rightarrow d(\Delta,(P))=d(M,(P))=\dfrac{|2.1-2.(-2)-1.1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\dfrac{6}{3}=2.$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng;

a) $d_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$

b) $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2+2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

a) d_1 qua $M(0;3;2)$ có vtcp $\vec{u}=(1;2;1)$, d_2 qua $N(3;-1;2)$ có vtcp $\vec{v}=(1;-2;1)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

$$d(d_1,d_2)=\frac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\frac{12}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

b) Ta có $A(1;-3;2)\in d$, $B(0;3;1)\in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2),\overrightarrow{u'}(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d, d'

Ta có $d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]\right|}=\dfrac{27}{\sqrt{30}}=\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$

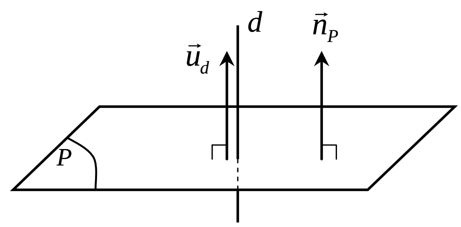
DẠNG 5

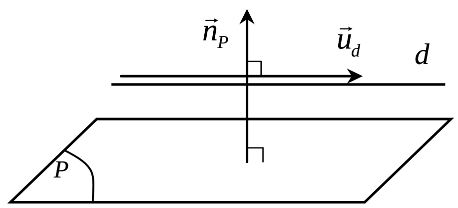
VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

Cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = x_{\circ} + a_1 t \\ y = y_{\circ} + a_2 t \\ z = z_{\circ} + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x = x_{\circ} + a_1 t & (1) \\ y = y_{\circ} + a_2 t & (2) \\ z = z_{\circ} + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases} \quad (*)$





- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (P)
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d // (P)$
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (P)$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz,$ tìm tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) biết:

a) đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$.

b) đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-3} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}, t \in \mathbb{R}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$

Lời giải

a) Vì M là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) nên

$+ M \in d \Rightarrow M(1+2t; 3-t; 1-t)$.

$+M\in(P)\Rightarrow(1+2t)+2(3-t)-3(1-t)+2=0\Rightarrow t=-2.$

Vậy tọa độ điểm $M(-3;5;3)$.

b) Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}\\ \dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}\\ x+2y-3z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=2\\2y-z=1\\x+2y-3z=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=1\end{cases}$

Vậy $M(-1;1;1)$.

Bài 2. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+y-m^2z+m=0$

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của d: $\vec{u}=(1;-1;1)$; $A(1;-1;2)\in d$.

Một vectơ pháp tuyến của (P): $\vec{n}=(2;1;-m^2)$.

$$d//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}\\A\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\cdot2-1\cdot1-1\cdot m^2=0\\2\cdot1-1-2m^2+m\neq0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1-m^2=0\\1-2m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm1\\1-2m^2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):11x+my+nz-16=0$. Biết $\Delta\subset(P)$, tính giá trị của $T=m+n$.

Lời giải

Cách 1:

Lấy $\begin{cases}A(0;2;-1)\in\Delta\\B(-2;3;2)\in\Delta\end{cases}$

Mà $\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\B\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\11.(-2)+3m+2n-16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\n=4\end{cases}$

$\Rightarrow T=m+n=14$.

Cách 2:

Đường thẳng Δ đi qua $A(0;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(11;m;n)$.

$$\Delta\subset(P)\Rightarrow\begin{cases}A\in(P)\\\vec{n}.\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-n-16=0\\-22+m+3n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=10\\n=4\end{cases}.$$

$\Rightarrow T = m + n = 14$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Với giá trị nào của m thì d cắt (P)?

Lời giải

$(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ có VTPT $\vec{a} = (2; m; -3)$

$d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b} = (4; -1; 3)$

d cắt $(P) \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} \neq 0 \Leftrightarrow 2.4 - m + (-3).3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$

CHỦ ĐỀ 2
LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Cần phải nắm vững:

- Trục Ox có vectơ chỉ phương là $\vec{i}=(1;0;0)$.
- Trục Oy có vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.
- Trục Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.
- Vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ là vectơ có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ.
  Nếu Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}$ thì $k.\vec{u}$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.
- Nếu có hai vectơ $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng vuông góc với Δ thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{n}_1,\vec{n}_2\right]$.

Dạng 1. Lập phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và dạng chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=(a;b;c)$

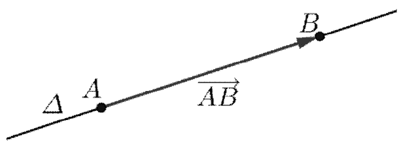
Phương pháp.

Ta có: $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=(a;b;c)\end{cases}$

- Phương trình tham số đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\\ z=z_0+ct\end{cases},\ (t\in\mathbb{R})$.
- Phương trình chính tắc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c},\ (a_1a_2a_3\neq 0)$.

Dạng 2. Lập phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng Δ đi qua hai điểm A và B.

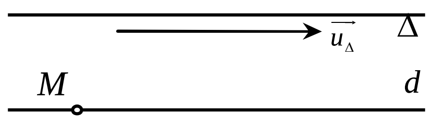
Phương pháp.



Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}\bullet\ Qua\ A\ (hay\ B)\\ \bullet\ VTCP:\vec{u}_\Delta=\overrightarrow{AB}\end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và song song với đường thẳng d

Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \ VTCP: \vec{u}_\Delta = \vec{u}_d \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

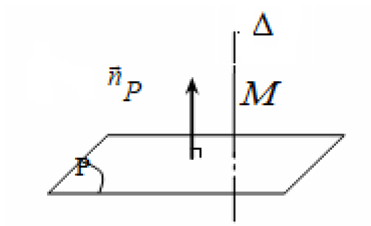
Dạng 4. **Viết phương trình đường thẳng Δ qua M và song song với hai mặt phẳng (P), (Q).**

Phương pháp.

Ta có $\Delta:\begin{cases} \bullet \ Qua\ M \\ \bullet \ VTCP: \vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] \end{cases}$. Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 5. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$.**

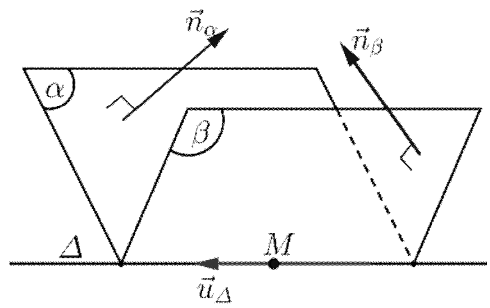
Phương pháp.



Ta có $\Delta:\begin{cases} \bullet \ Qua\ M \\ \bullet \ VTCP: \vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (A;B;C) \end{cases}$

Dạng 6. **Viết phương trình đường thẳng Δ dạng tham số và chính tắc (nếu có), biết Δ là giao tuyến** của hai mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ và $(\beta): A'x+B'y+C'z+D'=0$

Phương pháp.



Cho 1 trong 3 ẩn $x;y;z=0$ để tìm 2 ẩn còn lại

cho $x=0$, ta có hệ sau: $\begin{cases} By+Cz+D=0 \\ B'y+C'z+D'=0 \end{cases}$ và giải tìm được y,z

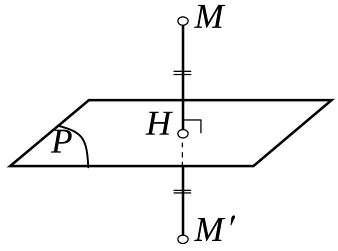
Vecto chỉ phương của Δ là: $\vec{u} = \left[\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta\right]$.

Bài toán quay về dạng 1.

Dạng 7. **Tìm hình chiếu H của điểm M lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$**

Viết phương trình đường thẳng MH qua M và vuông góc với (P), khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_\circ + a_1 t \\ y = y_\circ + a_2 t \\ z = z_\circ + a_3 t \\ ax+by+cz+d=0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$

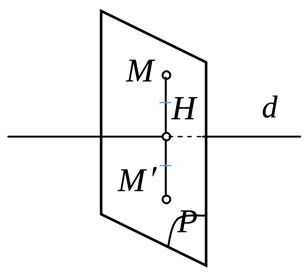


Chú ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Dạng 8. Tìm hình chiếu H của điểm M lên đường thẳng d.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với d, khi đó:

$$H = d \cap (P) \text{ thỏa } \begin{cases} x = x_{\circ} + a_1 t \\ y = y_{\circ} + a_2 t \\ z = z_{\circ} + a_3 t \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases} \Rightarrow t \Rightarrow \begin{cases} x = ? \\ y = ? \Rightarrow H. \\ z = ? \end{cases}$$



Chú ý: Để tìm điểm đối xứng M' của điểm M qua $d \Rightarrow H$ là trung điểm MM'.

Bài 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$.

Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ.

Lời giải

Cách 1:

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;-2;0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;-4)$.

Do đó, phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4}$

Cách 2:

Ta có $\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = -4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = t \\ \frac{y+2}{3} = t \\ \frac{z}{-4} = t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4}$

Bài 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{1-x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}$.

Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ.

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $\frac{1-x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2}$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có vecto chỉ phương là $\vec{u} = (-1;-3;2)$.

Do đó, phương trình chính tắc của Δ là $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -3t \\ z = -2+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Cách 2:

Ta có $\Delta: \frac{1-x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1-x}{1} = t \\ \frac{y}{-3} = t \\ \frac{z+2}{2} = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-t \\ y = -3t \\ z = -2+2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;4)$;

b) biết đường thẳng Δ đi qua hai điểm $M(2;-1;3)$ và $N(3;0;4)$.

Lời giải

a) Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;4)$ là: $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 3+3t \\ z = 2+4t \end{cases}$ (t là tham số)

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;3;2)$ và có vecto chỉ phương $\vec{u} = (-2;3;4)$ là: $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-2}{4}$

b) Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;1;1)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng Δ

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 2+t' \\ y = -1+t' \\ z = 3+t' \end{cases}$ (t' là tham số)

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$

Bài 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết các phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng Δ trong mỗi trường hợp sau:

a) biết đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+2t \\ z=-4+t \end{cases}$.

b) biết đường thẳng Δ đi qua $B(1;1;2)$ và song song với đường thẳng $d_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.

c) biết đường thẳng Δ đi qua $C(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$.

Lời giải

a) Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;1)$

Vì $\Delta // d_1$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(3;2;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;2;1)$.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+2t \\ z=2+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$

b) Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;3)$

Vì $\Delta // d_2$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;1;3)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;3)$.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=2+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{3}$.

c) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;3;-1)$

Vì $\Delta\perp(P)$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=\vec{n}=(1;3;-1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $C(2;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+3t \\ z=4-t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-4}{-1}$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1), \overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến của (BCD)là vectơ chỉ phương $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Bài 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+3=0$ và $(\beta): x+y+z-1=0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).

Lời giải

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(\alpha)}=(2;1;-1) \\ \vec{n}_{(\beta)}=(1;1;1) \end{cases} \Rightarrow \left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(2;-3;1) \Rightarrow \vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta\right]=(2;-3;1)$.

Gọi $M=(\alpha)\cap(\beta)$ thì $M\in\Delta$ và M thỏa $\begin{cases} 2x+y-z+3=0 \\ x+y+z-1=0 \end{cases}$

Chọn $x=0$, ta có: $\begin{cases} y-z+3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow M(0;-1;2)$

Đường thẳng Δ đi qua $M(0;-1;2)$ và nhận $\vec{u}_\Delta=(2;-3;1)$ làm một vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{1}$.

Bài 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;1)$, mp$(\beta)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}\right]=(1;3;5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{5}$.

Bài 6. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-5}{-5}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng (P): $2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

Lời giải

Ta có $\vec{u}_d=(3;-5;-1)$ là vectơ chỉ phương của d.

$\vec{n}_{(P)}=(2;0;1)$ là vectơ pháp tuyến của (P).

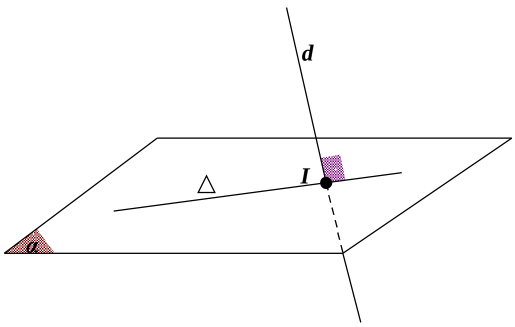
$\left[\overrightarrow{u_d},n_{(P)}\right]=(-5;-5;10)$.

Do Δ vuông góc với d và song song với (P) nên $\vec{u}=(1;1;-2)$ là vectơ chỉ phương của Δ.

Khi đó, phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-2}$.

Bài 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

Lời giải



Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-1-t\\x-2z-6=0\end{cases}\Rightarrow I(2;4;-2)$.

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2;4;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n},\vec{u}]=(2;-1;1)$ nên có phương trình chính tắc: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Bài 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2t\\z=-4-t\end{cases}$,

$d_3:\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{6}$. Viết phương trình đường thẳng song song với d_3 và cắt đồng thời d_1 và d_2.

Lời giải

Gọi Δ đường thẳng song song với d_3 và cắt d_1 và d_2.

$\vec{u}_\Delta; \vec{u}_3$ lần lượt là vectơ chỉ phương của Δ và d_3.

Ta có $\Delta\cap d_1=A\Rightarrow A(2x+3;x-1;-2x+2)$; $\Delta\cap d_2=B\Rightarrow B(-1+3y;-2y;-4-y)$.

$\overrightarrow{AB}=(3y-2x-4;-2y-x+1;-y+2x-6)$.

Vì $\Delta//d_3\Rightarrow\vec{u}_\Delta=k\vec{u}_3\Rightarrow\dfrac{3y-2x-4}{4}=\dfrac{-2y-x+1}{-1}=\dfrac{-y+2x-6}{6}$.

$\Rightarrow\begin{cases}2x-3y+4=-8y-4x+4\\-12y-6x+6=y-2x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x+5y=0\\-13y+4x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0$.

Từ đó suy ra: $A(3;-1;2);B(-1;0;-4)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-4;1;-6)$ là vectơ chỉ phương của Δ.

Phương trình Δ là: $\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-6}$.

Bài 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow-2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

Bài 10. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Viết phương trình đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d.

Lời giải

$$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$

Bài 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và d cắt d_2 tại K. Khi đó $K(2+t;-1-t;1+t)$.

Ta có $\overrightarrow{AK}=(1+t;-t;t-2)$.

Đường $AK\perp d_1\Leftrightarrow\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_1}=0$, với $\vec{u}_1=(1;4;-2)$ là một vectơ chỉ phương của d_1.

Do đó $1+t-4t-2t+4=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $\overrightarrow{AK}=(2;-1;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Bài 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z-7=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+2}{-4}$; $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng $d_1;d_2$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

$\Delta\cap d_1=M$ nên $M(-3+2t;-2-t;-2-4t)$

$\Delta\cap d_2=N$ nên $N(-1+3u;-1+2u;2+3u)$

$\overrightarrow{MN}=(2+3u-2t;1+2u+t;4+3u+4t)$

Ta có $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$

Nên $\dfrac{2+3u-2t}{1}=\dfrac{1+2u+t}{2}=\dfrac{4+3u+4t}{3}$ ta giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases}u=-2\\t=-1\end{cases}$

Khi đó tọa độ điểm $M\left(-5;-1;2\right)$ và VTCP $\overrightarrow{MN}=\left(-2;-4-6\right)=-2\left(1;2;3\right)$

Phương trình tham số Δ là $\dfrac{x+5}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$

Bài 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y-3z-2=0$. Gọi d' là đường thẳng nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, cắt và vuông góc với d. Viết phương trình đường thẳng d'.

Lời giải

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-1+t\\ z=\quad -t\end{cases}$.

Tọa độ giao điểm của d và $\left(P\right)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-1+t\\ z=\quad -t\\ x+y-3z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3+2t\\ y=-1+t\\ z=\quad -t\\ -3+2t-1+t+3t-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\ x=-1\\ y=0\\ z=-1\end{cases}\Rightarrow d\cap\left(P\right)=M\left(-1;0;-1\right).$$

Vì d' nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, cắt và vuông góc với d nên d' đi qua M và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}=\vec{n}_P\wedge\vec{u}_d=\left(2;-5;-1\right)$ hay d' nhận vectơ $\vec{v}=\left(-2;5;1\right)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình của d': $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{1}$.

Bài 14. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của $M\left(1;0;1\right)$ lên đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}=\left(1;2;3\right)$ và có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=t\\ y=2t\\ z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Gọi $N\left(t;2t;3t\right)\in\Delta$ là hình chiếu vuông góc của M lên Δ, khi đó:

$$\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\Leftrightarrow(t-1)+(2t-0).2+(3t-1).3=0\Leftrightarrow 14t-4=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{7}\Rightarrow N\left(\frac{2}{7};\frac{4}{7};\frac{6}{7}\right).$$

Bài 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

$1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$

Suy ra $H\in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P) \Rightarrow -1+t-6+4t-4+4t-7=0 \Rightarrow t=2$.

Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1;0;4)$.

Bài 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương vectơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$ có tọa độ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $M(-1;0;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;1)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \end{cases}.$$

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M(-1;0;3)$ theo phương véctơ $\vec{v}=(1;-2;1)$ trên mặt phẳng

$(P): x-y+z+2=0$.

$\Rightarrow M'=d\cap(P) \Rightarrow$ tọa độ M' là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ x-y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=3+t \\ -1+t+2t+3+t+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=2 \\ t=-1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;2;2).$$

Bài 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-3}{-6}=\dfrac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (α).

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;1)$.

Gọi tọa độ giao điểm của d và (α) là I thì $I(-22;39;8)$.

Lấy $A(-4;3;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=-4+2t \\ y=3+t \\ z=2+t \end{cases}$

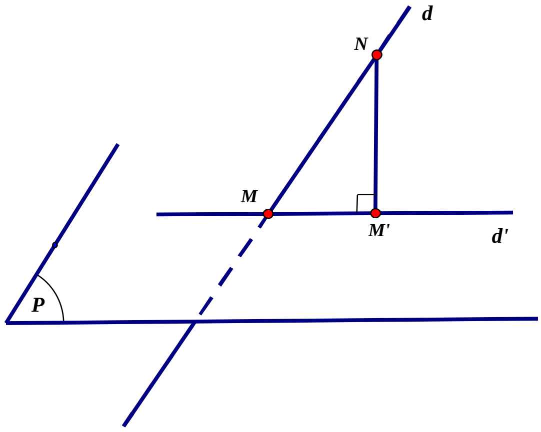
Gọi H là hình chiếu của A lên (α) thì $H=\Delta\cap(\alpha) \Rightarrow H(-2;4;3)$.

A' đối xứng với A qua $(\alpha) \Leftrightarrow H$ là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0;5;4)$.

Đường thẳng d' đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(\alpha) \Rightarrow d'$ đi qua điểm I, A' có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{A'I} = (22;-34;-4) = 2(11;-17;-2)$ có phương trình là: $\dfrac{x}{11} = \dfrac{y-5}{-17} = \dfrac{z-4}{-2}$.

Bài 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Lời giải



+) Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = -2+2t \\ y = 4-2t \\ z = -1+t \end{cases}, t \in R$. Gọi $M = (-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và $(P) \Rightarrow (-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M=(2;0;1)$.

+) Mặt phẳng (P) có 1 vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-1)$. Điểm $N = (0;2;0) \in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta$ nhận vector $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-1)$ làm vector chỉ phương. Suy ra phương trình của Δ là:

$(\Delta): \dfrac{x-0}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-0}{-1} \Leftrightarrow (\Delta): \begin{cases} x = c \\ y = 2+c \\ z = -c \end{cases}, c \in R$. Gọi $M' = (c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P) \Rightarrow c+(2+c)-(-c)-1=0 \Leftrightarrow c = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

+) $\overrightarrow{MM'} = \left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM', suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhận vector $\vec{u} = -3\overrightarrow{MM'} = (7;-5;2)$ làm vector chỉ phương nên phương trình của d' là:

$d': \dfrac{x-2}{7} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z-1}{2}$.

Bài 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Lời giải

Gọi M là giao điểm của d với (P).

Tọa độ của M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y=1 \\ x+z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$

Lấy điểm $N(0;-1;2) \in d$.

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}=(1;1;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua N và nhận $\vec{n}=(1;1;1)$ làm vec tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1}$

Gọi N' là giao điểm của Δ với (P).

Tọa độ của N' là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y+z-3=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y=1 \\ x-z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{3} \\ z=\frac{8}{3} \end{cases} N'\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$

$\overrightarrow{MN'}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{4}{3};\frac{5}{3}\right)=-\frac{1}{3}\vec{u}(1;4;-5)$

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;4;-5)$ làm vec tơ chỉ phương nên có phương trinh $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-1}{-5}$.

Bài 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}$. Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1, d_2.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Gọi $A=d \cap d_1, B=d \cap d_2$.

Khi đó: $A \in d_1 \Rightarrow A(2+a;1-a;\ 2-a)$; $B \in d_2 \Rightarrow B(b;\ 3;\ -2+b)$

$\overrightarrow{AB}=(-a+b-2;\ a+2;\ a+b-4)$

Mà d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;-1;-1)$, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;0;1)$.

Do $\begin{cases} d \perp d_1 \\ d \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+b-2-a-2-a-b+4=0 \\ -a+b-2+a+b-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a=0 \\ 2b-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=3 \end{cases}$

$\Rightarrow A(2;1;2); B(3;3;1)$

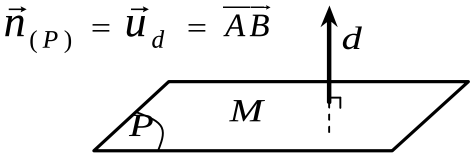
Vậy d đi qua điểm $A(2;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{AB} = (1;\ 2;-1)$ nên phương trình của d là

$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1+2t. \\ z = 2-t \end{cases}$

CHỦ ĐỀ 3
LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG VÀ LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

Dạng 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d (hoặc vuông góc với đường thẳng AB)

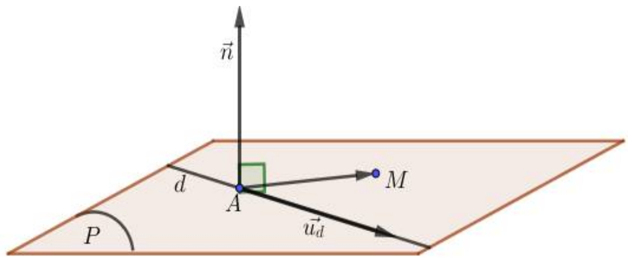
Phương pháp



Phương pháp. $(P):\begin{cases} \bullet\ Qua\ M(x_\circ;y_\circ;z_\circ) \\ \bullet\ VTPT: \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = \overrightarrow{AB} \end{cases}$

Dạng 2. Viết phương trình mặt phẳng qua M và chứa đường thẳng d với $M \notin d$.

Phương pháp



Bước 1: Chọn điểm $A \in d$ và một VTCP $\overrightarrow{u_d}$. Tính $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_d}\right]$.

Bước 2: Phương trình mp$(P)\left\langle \begin{array}{l} \text{qua } M \\ \text{VTPT } \vec{n} = \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_d}\right] \end{array}\right.$

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-2;3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d .

Lời giải

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng d .

Ta có: $\vec{n}_P = \vec{u}_d = \left(3;2;-1\right)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là: $3\left(x-2\right)+2\left(y+2\right)-1\left(z-3\right)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Bài 2. Trong không gian $Oxyz$, lập phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A\left(0;1;0\right)$ và chứa đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải

Ta lấy điểm $M\left(2;1;3\right)\in\left(\Delta\right)\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=\left(2;0;3\right)\\ vtcp\,\overrightarrow{u_{(\Delta)}}=\left(1;-1;1\right)\end{cases}\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_{(\Delta)}}\right]=\left(3;1;-2\right)$

Mặt phẳng cần tìm qua $A\left(0;1;0\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(3;1;-2\right)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là:

$3.\left(x-0\right)+1.\left(y-1\right)-2.\left(z-0\right)=0\Leftrightarrow 3x+y-2z-1=0$.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Ta có: d_1 đi qua điểm $A\left(2;0;0\right)$ và có VTCP $\vec{u}_1=\left(-1;1;1\right)$

d_2 đi qua điểm $B\left(0;1;2\right)$ và có VTCP $\vec{u}_2=\left(2;-1;-1\right)$

Vì $\left(P\right)$ song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của $\left(P\right)$ là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=\left(0;1;-1\right)$

Khi đó $\left(P\right)$ có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có $\left(P\right)$ cách đều d_1 và d_2 nên $\left(P\right)$ đi qua trung điểm $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $\left(P\right):2y-2z+1=0$

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\ y=-t\\ z=-2+3t\end{cases}$ cắt nhau. Lập phương trình mặt phẳng chứa d và d'.

Lời giải

d có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

d' có VTCP $\vec{u}'=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\vec{u}']=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u}'].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra d cắt d'.

Mặt phẳng (P) chứa d và d' đi qua giao điểm của d và d'; có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u}']$

Từ phương trình đường thẳng d và d', ta có:

$\dfrac{-1+t-1}{-2}=\dfrac{-t+2}{1}=\dfrac{-2+3t-4}{3}$

$\Leftrightarrow\dfrac{-2+t}{-2}=\dfrac{-t+2}{1}=\dfrac{-6+3t}{3}$

$\Leftrightarrow t=2$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$.

Khi đó ta có (P) đi qua $I(1;-2;4)$ và có VTPT $\vec{n}=[\vec{u},\vec{u}']=(6;9;1)$

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là: $6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$

Bài 5. Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng (P): $2x-z+1=0$ góc $45°$.

Lời giải

d đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

(α) qua O có vtpt $\vec{n}=(a;b;c)$ có dạng $ax+by+cz=0$, do $\vec{n}.\vec{u}=0 \Rightarrow a-b-3c=0$.

(P): $2x-z+1=0$ vtpt $\vec{k}=(2;0;-1)$.

Ta có $\cos 45°=\dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}||\vec{k}|}=\dfrac{|2a-c|}{\sqrt{5(a^2+b^2+c^2)}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 10(a^2+b^2+c^2)=(4a-2c)^2$

$\Leftrightarrow 10(b^2+6bc+9c^2+b^2+c^2)=(4b+12c-2c)^2 \Leftrightarrow 10(2b^2+6bc+10c^2)=(4b+10c)^2$

$\Leftrightarrow 4b^2-20bc=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=5c \end{array}\right.$.

+ $b=0 \Rightarrow a=3c \Rightarrow (\alpha)$: $x+3z=0$.

+ $b=5c$, chọn $c=1 \Rightarrow b=5$, $a=8 \Rightarrow (\alpha)$: $8x+5y+z=0$.

Bài 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $45°$. Lập phương trình mặt phẳng (P).

Lời giải

Ta viết phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=0 \\ y+z-3=0 \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên có dạng: $mx+n(y+z-3)=0, m^2+n^2 \neq 0$

$\Leftrightarrow mx+ny+nz-3n=0 \Rightarrow (P)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(m;n;n)$.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Ta có: $\cos((P);(Oxy))=\left|\cos(\overrightarrow{n_P};\vec{k})\right| \Leftrightarrow \cos 45°=\dfrac{|\overrightarrow{n_P}.\vec{k}|}{|\overrightarrow{n_P}|.|\vec{k}|} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{m^2+n^2+n^2}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{m^2+2n^2}=\sqrt{2}|n| \Leftrightarrow m^2=0 \Leftrightarrow m=0$.

Chọn $n=1 \Rightarrow (P): y+z-3=0$.

Bài 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;0;1), B(6;-2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos\alpha = \frac{2}{7}$.

Lời giải

Giả sử (P) có VTPT $\overrightarrow{n_1} = (a;b;c)$

(P) có VTCP $\overrightarrow{AB} = (3;-2;0)$ suy ra $\overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AB} \Rightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{AB} = 0$

$\Rightarrow 3a + b(-2) + 0.c = 0 \Rightarrow 3a - 2b = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}b \qquad (1)$

(Oyz) có phương trình $x = 0$ nên có VTPT $\overrightarrow{n_2} = (1;0;0)$

Mà $\cos\alpha = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow \frac{|a.1 + b.0 + c.0|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = \frac{2}{7}$

$\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.} = \frac{2}{7} \Leftrightarrow 7|a| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \Leftrightarrow 49a^2 = 4\left(a^2+b^2+c^2\right)$

$\Leftrightarrow 45a^2 - 4b^2 - 4c^2 = 0 \qquad (2)$

Thay (1) vào (2) ta được $4b^2 - c^2 = 0$

Chọn $c = 2$ ta có $4b^2 - 2^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = 1 \\ b = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \frac{2}{3} \\ a = \frac{-2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \vec{n} = \left(\frac{2}{3};1;2\right) \\ \vec{n} = \left(-\frac{2}{3};-1;2\right) \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} \vec{n} = (2;3;6) \\ \vec{n} = (2;3;-6) \end{array}\right.$

Vậy (P): $2x + 3y - 6z = 0$ hoặc $2x + 3y + 6z - 12 = 0$

Bài 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của A đến d. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH \perp d \Rightarrow -(-1-t) + 2.2t + 1 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH \perp (\alpha)$.

Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Vậy (α): $1(x-2) + 1(y+1) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x + y - z = 0$.

PHẦN B

TRẮC NGHIỆM GỒM BA PHẦN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$ .Veccto nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy véctơ $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}(2;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(3;4;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$ có một vectơ chỉ phương là. $\overrightarrow{u_1}(2;-5;3)$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-2)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một vectơ chỉ phương là

$\overrightarrow{u_4}=(1;-1;2)=-1(-1;1;-2)\Rightarrow\overrightarrow{u_4}=(-1;1;-2)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{2}=\frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu **không phải** là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-6;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$.

$\overrightarrow{u_2}=-3\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_3}=-\overrightarrow{u_1}$ $\Rightarrow$ các vectơ $\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}$ cũng là vectơ chỉ phương của d.

Không tồn tại số k để $\overrightarrow{u_4}=k.\overrightarrow{u_1}$ nên $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$ không phải là vectơ chỉ phương của d.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(2;1;1)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

C. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$ **D.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$

Lời giải

Chọn C

Xét đường thẳng được cho ở câu C, có một vectơ chỉ phương là $(-2;-1;-1)=-(2;1;1)$ (thỏa đề bài).

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $\vec{u}=(-2;4;5)$ là một vectơ chỉ phương?

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=4-t\\z=5+4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=4+5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-4t\\z=4-5t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Xét đường thẳng được cho ở câu D, có một vectơ chỉ phương là

$\vec{u}=(2;-4;-5)=-(-2;4;5)$ $(-2;-1;-1)=-(2;1;1)$ (thỏa đề bài).

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

A. $\vec{d}=(-1;1;2)$ **B.** $\vec{a}=(-1;0;-2)$ **C.** $\vec{b}=(-1;0;2)$ **D.** $\vec{c}=(1;2;2)$

Lời giải.

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ suy ra đường thẳng AB có VTCP là $\vec{b}=(-1;0;2)$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$ **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$ **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;1;1)$. **B.** $M(1;2;3)$. **C.** $P(2;1;-1)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C.

Cho $\begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ z+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases}$ vậy $P(2;1;-1) \in d$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{3}$?

A. $P(-1;2;1)$. **B.** $Q(1;-2;-1)$. **C.** $N(-1;3;2)$. **D.** $P(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $P(-1;2;1)$ thỏa

$\dfrac{-1+1}{-1} = \dfrac{2-2}{3} = \dfrac{1-1}{3} = 0$. Vậy điểm $P(-1;2;1)$ thuộc đường thẳng yêu cầu.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{z-2}{-5} = \dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $N(4;2;-1)$. **B.** $Q(2;5;1)$. **C.** $M(4;2;1)$. **D.** $P(2;-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Thế điểm $N(4;2;-1)$ vào d ta thấy thỏa mãn nên chọn **A.**

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Đường thẳng d $\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2+t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau sau đây?

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $F(0;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ của $K(1;-1;1)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\-1=1-t\\1=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=2\\t=-1\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $K \notin d$.

Thay tọa độ của $E(1;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=0\\t=0\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $E \notin d$.

Thay tọa độ của $H(1;2;0)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}1=t\\2=1-t\\0=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=1\\t=-1\\t=-2\end{cases}$: không tồn tại t.

Do đó, $H \notin d$.

Thay tọa độ của $F(0;1;2)$ vào PTTS của d ta được $\begin{cases}0=t\\1=1-t\\2=2+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=0\\t=0\\t=0\end{cases} \Leftrightarrow t=0.$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $Q(-1;1;3)$ **B.** $P(1;2;5)$ **C.** $N(1;5;2)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn C : Với $t=0 \Rightarrow \begin{cases}x=1\\y=5\\z=2\end{cases} \Rightarrow N(1;5;2) \in d$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau **B.** Trùng nhau **C.** Song song **D.** Cắt nhau

Lời giải

Chọn C

$d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2} \Rightarrow \overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$; $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2} \Rightarrow \overrightarrow{u_2}=(-2;-1;2)$

$\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2} \Rightarrow d_1//d_2 \vee d_1 \equiv d_2$

Điểm $M(1;0;-2) \in d_1$; $M \notin d_2$ nên $d_1//d_2$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -2t \\ y = -5 + 3t \\ z = 4 + t \end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

d có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và đi qua $M(1; 2; 0)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'} = (-2; 3; 1)$ và đi qua $M'(0; -5; 4)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (-1; -7; 4)$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{u'}] = (-2; 1; 6) \neq \vec{0}$

Lại có $[\vec{u}, \overrightarrow{u'}].\overrightarrow{MM'} = 19 \neq 0$

Suy ra d chéo nhau với d'.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d: \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y}{-6} = \dfrac{z+1}{-8}$ và $d': \dfrac{x-7}{-6} = \dfrac{y-2}{9} = \dfrac{z}{12}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng khi nói về vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?

A. song song. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn a

d có VTCP $\vec{u} = (4; -6; -8)$ và đi qua $M(2; 0; -1)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'} = (-6; 9; 12)$ và đi qua $M'(7; 2; 0)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (5; 2; 1)$ và $[\vec{u}, \overrightarrow{u'}] = \vec{0}$

Lại có $[\vec{u}, \overrightarrow{MM'}] \neq \vec{0}$

Suy ra d song song với d'.

Câu 17. Hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 12t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 7 + 8t \\ y = 6 + 4t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:.

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u} = (12; 6; 3)$ và đi qua $M(-1; 2; 3)$

d' có VTCP $\overrightarrow{u'} = (8; 4; 2)$ và đi qua $M'(7; 6; 5)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'} = (8; 4; 2)$

Suy ra $[\vec{u},\overrightarrow{MM'}]=\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u}']=\vec{0}$

Suy ra d trùng với d'.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases} x=-1+t \\ y=-t \\ z=-2+3t \end{cases}$ có vị trí tương đối là:

A. trùng nhau. **B.** song song. **C.** chéo nhau. **D.** cắt nhau.

Lời giải

Chọn D

d có VTCP $\vec{u}=(-2;1;3)$ và đi qua $M(1;-2;4)$

d' có VTCP $\vec{u'}=(1;-1;3)$ và đi qua $M'(-1;0;-2)$

Từ đó ta có

$\overrightarrow{MM'}=(-2;2;-6)$

$[\vec{u},\vec{u'}]=(6;9;1)\neq\vec{0}$ và $[\vec{u},\vec{u'}].\overrightarrow{MM'}=0$

Suy ra d cắt d'.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$, phương trình của d là

$\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng *MN* nhận $\overrightarrow{MN} = (2;2;-2)$ hoặc $\vec{u}(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương nên ta loại ngay phương án *A*, *B* và *C*.

Thay tọa độ điểm $M(1;0;1)$ vào phương trình ở phương án D ta thấy thỏa mãn.

Câu 21. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{-2}$ **C.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3t \\ z=-2+t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;1)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Oy đi qua điểm $A(0\,;\,2\,;\,0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{j}=(0;\,1;\,0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=0+0.t \\ y=2+1.t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0+0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2+t\,(t\in\mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số trục Oz là

A. $z=0$. **B.** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trục Oz đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ đơn vị $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, trục Ox có phương trình tham số

A. $x=0$. **B.** $y+z=0$. **C.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Trục Ox đi qua $O(0;0;0)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{i}(1;0;0)$ nên có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x=0+1.t \\ y=0+0.t \\ z=0+0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}.$$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng song song với đường thẳng d nên nó có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;-1)$ hoặc $\vec{u}=(1;-2;1)$ nên loại phương án **C** và **D.**

Vì điểm $M(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ nên chọn phương án **B.**

Vậy phương trình của đường thẳng là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).

Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) nên nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ chỉ phương. Mặt khác d đi qua $A(1;1;1)$ nên:

$\Rightarrow$ Đường thẳng d có phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+z-2=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=2 \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \\ z=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=2t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng $(P): x+z-2=0$

$\Rightarrow$ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;0;1)$

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(3;2;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;1)$ là:

$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;0;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;4;2)$.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;1)$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;1;-1); \overrightarrow{BD} = (0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)} = \left[\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}\right] = (3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là vec tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vì $d \perp (BCD)$ nên $\overrightarrow{u_d} = \vec{n}_{(BCD)} = (3;2;-1)$.

Đáp **A** và **C** có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (3;2;-1)$ nên loại **B** và **D.**

Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ thuộc đáp án **C** nên loại **A.**

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng: $(P): x + z - 5 = 0$ và $(Q): x - 2y - z + 3 = 0$ thì có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$ **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$

C. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-1}$ **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn C

$(P): x+z-5=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_1}=(1;0;1)$

$(Q): x-2y-z+3=0$ có 1 vtpt $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;-1)$

Gọi Δ là giao tuyến của 2 mặt phẳng thì Δ có 1 vtcp $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;2;-2)=2(1;1;-1)$.

Gọi $M=(P)\cap(Q)$ thì $M\in\Delta$ và M thỏa $\begin{cases}x+z-5=0\\x-2y-z+3=0\end{cases}$

Chọn $x=0$, ta có: $\begin{cases}z-5=0\\-2y-z+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-1\\z=5\end{cases}\Rightarrow M(0;-1;5)$

Đường thẳng Δ đi qua $M(0;-1;5)$ và nhận $\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)$ làm một vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-5}{-1}$.

Câu 32. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng *AB, CD*. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

C. $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right]\right|}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{CD}\right|}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức ở lý thuyết.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn C

Vì $Oy\perp(Oxz)$ nên góc giữa Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng $90°$.

Câu 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C

Góc giữa hai mặt phẳng Oxy và Oxz bằng $90°$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$,cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có hai vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ bằng $120°$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Do $\left(\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right) = 120° > 90° \Rightarrow \varphi = 180° - 120° = 60°$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng $60°$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A $30°$. **B.** $120°$. **C.** $150°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1; d_2.

$\overrightarrow{u_1} = (1; 1; 0)$; $\overrightarrow{u_2} = (-1; 0; 1)$

Áp dụng công thức ta có $\cos\left(d_1, d_2\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|} = \dfrac{|-1|}{\sqrt{1+1}.\sqrt{1+1}} = \dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow \left(d_1, d_2\right) = 60°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (*P*): $(P): 5x + 11y + 2z - 4 = 0$. Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là:

A. $60°$. **B.** $-30°$. **C.** $30°$. **D.** $-60°$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}; \vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương, pháp tuyến của đường thẳng Δ và mặt phẳng (*P*).

$\vec{u} = (1; -2; 1)$; $\vec{n} = (5; 11; 2)$

Áp dụng công thức ta có $\sin\left(\Delta, (P)\right) = \left|\cos\left(\vec{u}, \vec{n}\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{|1.5 - 11.2 + 1.2|}{\sqrt{5^2 + 11^2 + 2^2}.\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \left(\Delta, (P)\right) = 30°$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 120^o **D.** 45^0

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;0)$

Gọi α là góc giữa Đường thẳng d và Mặt phẳng (P). Khi đó ta có

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|}=\frac{|-1.1+2.(-1)+1.0|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+0^2}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Do đó $\alpha=60^0$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-\sqrt{3}x+y+1=0$. Tính góc tạo bởi (P) với trục Ox?

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 150^0.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(-\sqrt{3};1;0)$

Trục Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$

Góc tạo bởi (P) với trục Ox

$$\sin((P);Ox)=|\cos((P);Ox)|=\frac{|\vec{n}.\vec{i}|}{|\vec{n}|.|\vec{i}|}=\frac{|-\sqrt{3}.1+1.0+0.0|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{1}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng 60^0.

Câu 40. Cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$; $(\beta): x-2z-3=0$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có phương trình: $\begin{cases} x = 2t \\ y = \dfrac{1}{2} + t \\ z = -\dfrac{3}{2} + t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$. Suy ra VTCP của d là $\overrightarrow{u_d}(2;1;1)$

Ta có $\sin\left(d,(P)\right) = \left|\cos\left(\overrightarrow{u_d}, \vec{n}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \dfrac{|2.3+1.4+1.5|}{\sqrt{2^2+1^2+1^2}.\sqrt{3^2+4^2+5^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow (d,(P)) = 60°$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 1 = 0$; $(\beta): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Cosin góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng:

A. $\dfrac{4}{9}$ **B.** $-\dfrac{4}{9}$ **C.** $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$ **D.** $-\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta}$, lần lượt là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β).

Ta có $\overrightarrow{n_\alpha}(2;-1;2)$; $\overrightarrow{n_\beta}(1;2;-2)$.

Áp dụng công thức:

$$\cos((\alpha),(\beta)) = \left|\cos(\overrightarrow{n_\alpha}, \overrightarrow{n_\beta})\right| = \frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|} = \frac{|2.1-1.2-2.2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{(1^2+2^2+(-2)^2}} = \frac{4}{9}$$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc $60°$

A. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - z - 2 = 0$.

B. $(P): 2x + 11y - 5z + 3 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

C. $(P): 2x - 11y + 5z - 21 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$.

D. $(P): 2x - 5y + 11z - 6 = 0$ và $(Q): -x + 2y + z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính góc giữa hai mặt phẳng.

$$\cos\left((P),(Q)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{n_Q}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{n_Q}\right|} = \cos 60° = \frac{1}{2}$$

Xác định các vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (Q). Thay các giá trị vào biểu thức để tìm giá trị đúng.

Dùng chức năng CALC trong máy tính bỏ túi để hỗ trợ việc tính toán nhanh nhất.

Câu 43. Tính tổng các giá trị tham số m để mặt phẳng $(P):(m+2)x+2my-mz+5=0$ và

$(Q): mx+(m-3)y+2z-3=0$ hợp với nhau một góc $\alpha = 90^0$.

A. 6 **B.** 4 **C.** 8 **D.** -4

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_p = (m+2;2m;-m)$, $\vec{n}_Q = (m;m-3;2)$

$$(P)\perp(Q) \Leftrightarrow \vec{n}_p.\vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow (m+2)m+2m(m-3)-2m=0 \Leftrightarrow 3m^2-6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2;-4;-1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{14}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua $N(0;2;3)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\overrightarrow{MN} = (-2;6;4)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right] = (16;8;-4)$.

$$d(M,\Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{14}..$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ và điểm $A(2;-1;0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(3;0;1) \in d$.

$\overrightarrow{AM}(1;1;1); \overrightarrow{u_d}(-2;-1;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right] = (2;-3;1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right| = \sqrt{14}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng $d(A,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|} = \dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$

Câu 46. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=3+t\end{cases}$, $t\in R$ và mặt phẳng $(P): z-3=0$ lần lượt là $d(H,d_1)$ và $d(H,(P))$. Chọn khẳng định **đúng**trong các khẳng định sau:

A $d\left(H,d_1\right)>d\left(H,(P)\right)$.

B. $d\left(H,(P)\right)>d\left(H,d_1\right)$.

C. $d\left(H,d_1\right)=6.d\left(H,(P)\right)$.

D. $d\left(H,(P)\right)=1$.

Lời giải

Chọn C

Vì H thuộc đường thẳng d_1 và H thuộc mặt phẳng (P) nên khoảng cách từ điểm H đến đường thẳng d_1 bằng 0 và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (P) bằng 0.

Câu 47. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng (α): $2x-y-2z-4=0$ và đường thẳng d: $\begin{cases}x=1+t\\y=2+4t\\z=-t\end{cases}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kỳ của đường thẳng đến mặt phẳng.

Ta lấy điểm $H\left(1;\ 2;\ 0\right)$ thuộc đường thẳng d. Khi đó:

$$d(d,(\alpha))=d(H,(\alpha))=\frac{|2.1-1.2-2.0-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\frac{4}{3}.$$

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và $\left(P\right)$.

A. $d=2$

B. $d=\frac{5}{3}$

C. $d=\frac{2}{3}$

D. $d=\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn A

(P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-2;-1)$ và đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}(2;1;2)$ thỏa mãn $\vec{n}.\vec{u}=0$ nên $\Delta//(P)$ hoặc $\Delta\subset(P)$.

Do đó: lấy $A(1;-2;1)\in\Delta$ ta có: $d(\Delta(P))=d(A;(P))=\frac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{4+4+1}}=2$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}.$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}.$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $\sqrt{3}.$

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d qua $M(1;0;0)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{a}=(1;1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\vec{a}.\vec{n}=1.1+1.1-2.1=0\\ M\notin(P)\end{cases}\Rightarrow d//(P).$

$$d(d,(P))=d(M,(P))=\frac{|1+0+0+2|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+4=0$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên : Chọn $M(1;3;2)\in d$

$$d(d;(P))=d(\mathrm{M};(\mathrm{P}))=\frac{|1-6+4+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=1$$

Câu 51. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. **B.** $(5;1;2)$ và $(-1;-8;-4)$.

C. $(5;-1;2)$ và $(1;-5;6)$. **D.** $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: $M(5+2t;1+3t;2-2t)\in d$; $\overrightarrow{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$$\Rightarrow AM=\sqrt{17}\Leftrightarrow 17(1+m)^2=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(5;1;2)\\ M(1;-5;6)\end{array}\right.$$

Cách 2: Kiểm tra các điểm thuộc đường thẳng d có 2 cặp điểm trong đáp án B và C thuộcđường thẳng d . Dùng công thức tính độ dài AM suy ra đáp án C thỏa mãn.

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=m\end{cases}$.

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -11. **B.** 12. **C.** -12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

d_1 đi qua điểm $M(1;0;0)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;1;3)$.

d_2 đi qua điểm $N(1;2;m)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;1;0)$.

$[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-3;3;1)$; $\overrightarrow{MN}=(0;2;m)$.

d_1 và d_2 chéo nhau khi và chỉ khi $[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -6$.

Mặt khác $d(d_1,d_2)=\frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u}_1,\vec{u}_2]\right|}=\frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \frac{|m+6|}{\sqrt{19}}=\frac{5}{\sqrt{19}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-11\end{array}\right.$.

Khi đó tổng các phần tử của m là -12.

Câu 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{1}$ và $d_2:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

d_1 qua $M(0;3;2)$ có vtcp $\vec{u}=(1;2;1)$, d_2 qua $N(3;-1;2)$ có vtcp $\vec{v}=(1;-2;1)$.

$[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;-4)$, $\overrightarrow{MN}=(3;-4;0)$.

$d(d_1,d_2)=\frac{\left|[\vec{u},\vec{v}].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|[\vec{u},\vec{v}]\right|}=\frac{12}{4\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 54. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $d:\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=2+2t\end{cases}$, $d':\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{3}$. **C.** $\frac{9\sqrt{30}}{10}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A(1;-3;2)\in d$, $B(0;3;1)\in d'$ và $\vec{u}(1;-1;2),\vec{u'}(3;-1;1)$ lần lượt là vectơ chỉ phương của d,d'

Ta có $d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}=\dfrac{27}{\sqrt{30}}=\dfrac{9\sqrt{30}}{10}$

Câu 55. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+4t\\y=-1-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{\sqrt{87}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{174}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{174}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{87}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và nhận $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$ làm VTCP.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N(1;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;2)$ làm VTCP.

Dễ thấy: $\overrightarrow{u_2}=2.\overrightarrow{u_1}$ nên đường thẳng d_1 song song hoặc trùng với đường thẳng d_2.

Lại có điểm $M(1;-2;0)\in d_1$ nhưng $M(1;-2;0)\notin d_2$ nên suy ra $d_1\ //\ d_2$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng khoảng cách từ điểm $M(1;-2;0)$ đến đường thẳng d_2.

$$\mathrm{d}(M;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}.$$

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;2),\overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{u_2}=(6;8;-4)$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1;d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó: $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{3};d_2:\dfrac{-x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1};(P):2x+4y-4z-3=0$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{13}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của hai đường thẳng d_1,d_2 như sau:

$$d_1:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3t\\z=1+3t\end{cases},\ d_2:\begin{cases}x=1-2t'\\y=t'\\z=1+t'\end{cases}.$$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} -1+2t=1-2t' \\ 3t=t' \\ 1+3t=1+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t+2t'=2 \\ 3t-t'=0 \\ 3t-t'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{1}{4} \\ t'=\dfrac{3}{4} \end{cases}$.

Suy ra giao điểm của d_1, d_2 là $A\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4};\dfrac{7}{4}\right)$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) là: $d(A;(P))=\dfrac{\left|2.\left(-\dfrac{1}{2}\right)+4.\left(\dfrac{3}{4}\right)-4.\left(\dfrac{7}{4}\right)-3\right|}{\sqrt{2^2+4^2+(-4)^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-1}$. Khoảng cách giữa (Δ) và (P) là

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{8}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{9}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

Đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$ và đi qua điểm $M=(1;-1;1)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ M\notin(P) \end{cases}$ suy ra (Δ) song song với (P).

Khi đó $d((\Delta),(P))=d(M,(P))=\dfrac{|2+1+2-3|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow d(M;d_2)=\dfrac{\sqrt{6^2+8^2+(-4)^2}}{\sqrt{4^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{\sqrt{174}}{6} \Rightarrow d(d_1;d_2)=\dfrac{\sqrt{174}}{6}$.

Câu 58. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P). Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z+4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+5}{1}$. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = d \cap (P)$. Suy ra $M \in d \Rightarrow M(3+2t;-2+t;-1-t); M \in (P) \Rightarrow t=-1 \Rightarrow M(1;-3;0)$

(P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1;1;1)$. d có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2;1;-1)$. Δ có véc tơ chỉ phương $\vec{a}_\Delta = \left[\vec{a}_d, \vec{n}_P\right] = (2;-3;1)$. Gọi $N(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của M trên Δ, khi đó $MN = (x-1;y+3;z)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{a_\Delta} \\ N \in (P) \\ MN = \sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y+z-11=0 \\ x+y+z+2=0 \\ (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=42 \end{cases}$.

Giải hệ ta tìm được $N(5;-2;-5)$ và $N(-3;-4;5)$.

Với $N(5;-2;-5)$, ta có $\Delta: \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z+5}{1}$.

Với $N(-3;-4;5)$, ta có $\Delta: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{y+4}{-3} = \dfrac{z-5}{1}$.

Câu 59. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$. **B.** $(-1;-2;1)$. **C.** $(7;5;3)$. **D.** $(3;4;3)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} + \dfrac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 3x+2y+z-6=0$, dễ thấy $D \in (ABC)$.

Ta thấy $P = d(A,\Delta) + d(B,\Delta) + d(C,\Delta) \le AD + BD + CD$.

Vậy P lớn nhất khi và chỉ khi các hình chiếu vuông góc của các điểm A, B, C trên Δ trùng D hay $\Delta \perp (ABC)$ tại D.

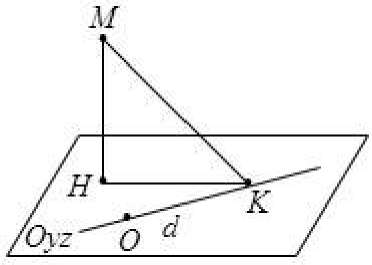
Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+2t \\ z = 1+t \end{cases}$, ta thấy Δ đi qua điểm có tọa độ $(7;5;3)$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d.

Ta có: $d(M,d) = MK \geq MH = 1$, $H(0;-2;1)$.

Suy ra $d(M,d)$ nhỏ nhất khi $K \equiv H$. Khi đó d có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{OH} = (0;-2;1)$.

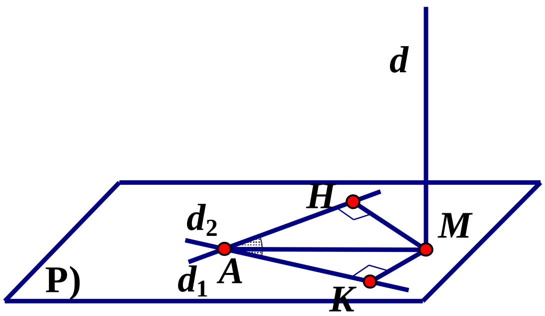
$$\cos(d,Oy) = \frac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{j}\right|}{\left|\overrightarrow{OH}\right|\left|\vec{j}\right|} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 61. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$. Gọi $d_1; d_2$ là các đường thẳng đi qua A, nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



* Ta có: $\vec{n}_P = (1;0;-1)$, $\vec{u}_d = (-1;0;1) \Rightarrow d \perp (P)$ và $d \cap (P) = M(0;2;-1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (2;-1;2) \Rightarrow MA = 3$

* Gọi H; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên d_1 và d_2, ta có

$d(d_1;d) = d(M;d_1) = MH$, $d(d_2;d) = d(M;d_2) = MK \Rightarrow MH = MK = \sqrt{6}$

$\Rightarrow \sin\widehat{MAK} = \sin\widehat{MAH} = \frac{HM}{AM} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow \cos(d_1;d_2) = \left|\cos\left(2.\widehat{MAH}\right)\right| = \left|1 - 2\sin^2\widehat{MAH}\right| = \left|1 - \frac{4}{3}\right| = \frac{1}{3}$.

Câu 62. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A, cắt (d) và song song với mặt phẳng (P). Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M = (\Delta) \cap (d) \Rightarrow M(t+3;3t+3;2t)(t \in R) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t+2;3t+1;2t+1)$.

Gọi $\vec{n}(1;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có $(\Delta)//(P) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow t+2+3t+1-2t-1=0 \Leftrightarrow t=-1$

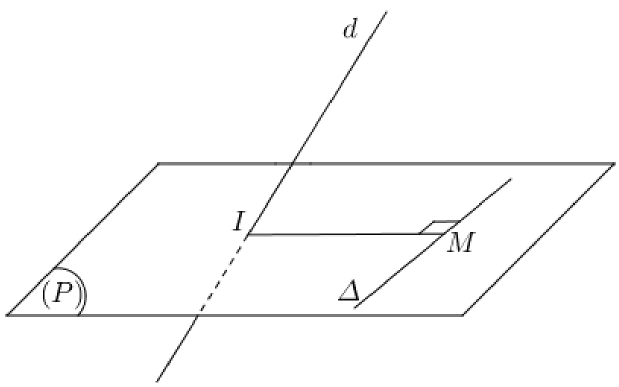
$$\Rightarrow \overrightarrow{AM}(1;-2;-1) \Rightarrow d(O;\Delta) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{OA}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AM}\right|} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Câu 63. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t, t \in \mathbb{R}, \\ z = 2-t \end{cases}$ cắt mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ tại điểm I. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) của điểm I trên đường thẳng Δ.

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $M(6;-3;0)$. **C.** $M(5;2;-4)$. **D.** $M(-3;6;0)$.

Lời giải

Chọn A



(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;1)$ và d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-1)$. $I = d \cap (P) \Rightarrow I(1;1;1)$.

Vì $\Delta \subset (P); \Delta \perp d \Rightarrow \Delta$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{\Delta}} = [\vec{n},\vec{u}] = (-3;2;1)$.

M là hình chiếu của I trên Δ nên M thuộc mặt phẳng (Q) đi qua I và vuông góc với Δ.

Mặt phẳng (Q) nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(-3;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên ta có phương trình của

$(Q):-3(x-1)+2(y-1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z=0$.

Gọi $d_1=(P)\cap(Q)\Rightarrow d_1$ có vectơ chỉ phương $\vec{v}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\vec{n}\right]=(1;4;-5)$ và d_1 đi qua I, phương trình của

$d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Mặt khác $M\in\Delta\Rightarrow M\in(P)\Rightarrow M\in d_1$.

Giả sử $M(1+t;1+4t;1-5t)\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t;4t;-5t)$.

Ta có: $IM=\sqrt{42}\Leftrightarrow\sqrt{t^2+16t^2+25t^2}=\sqrt{42}\Leftrightarrow t=\pm1$.

+) Với $t=1\Rightarrow M(2;5;-4)$.

+) Với $t=-1\Rightarrow M(0;-3;6)$.

Vì $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) nên $M(2;5;-4)$.

Cách 2: Vì $M(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.

Khi đó ta có

$$\begin{cases}M\in(P)\\\overrightarrow{IM}\perp\vec{u}_\Delta\\IM=\sqrt{42}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3(a-1)+2(b-1)+(c-1)=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c-3=0\\-3a+2b+c=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4a-b=3\\a+b+c-3=0\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4a-3\\c=-5a+6\\(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=42\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=-3\\c=6\end{cases}\\\begin{cases}a=2\\b=5\\c=-4\end{cases}\end{array}\right.$$

Vì $M(a;b;c)$ (với $a+b>c$) nên $M(2;5;-4)$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1),B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A,B có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

+ Các điểm cách đều hai điểm A,B thì nằm trên mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

+ Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$

+ Phương trình mặt phẳng (α) là $3x+y-7=0$.

Do đó đường thẳng d là giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (α)

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(0;7;0)\in(P)\cap(\alpha)$ và nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(1;-3;2)$ làm một vectơ chỉ phương là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x+ay+bz+c=0\,(c>0)$ song song với d_1,d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P). Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 14. **B.** 6. **C.** -4 **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(2;1;1)$ lần lượt là một vectơ chỉ phương của d_1,d_2

Gọi $\vec{n}_1=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(-1;3;-1)$, có $\vec{n}_1$ cùng phương $\vec{n}_2=(1;-3;1)$.

$\vec{n}=(1;a;b)$ là một vec-tơ chỉ phương của (P).

Do (P) song song với d_1,d_2 nên chọn $\vec{n}=(1;-3;1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x-3y+z+c=0$.

Lấy $M_1(1;-2;1)\in d_1$, $M_2(1;1;-2)\in d_2$

Có $d(d_1;(P))=2d(d_2;(P)) \Leftrightarrow d(M_1;(P))=2d(M_2;(P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|1-3(-2)+1+c|}{\sqrt{11}}=2\frac{|1-3-2+c|}{\sqrt{11}} \Leftrightarrow |8+c|=2|-4+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8+c=2(-4+c) \\ 8+c=2(4-c) \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=16\ (\text{nhan}) \\ c=0\ \ (\text{loai}) \end{array}\right.$.

Nên $(P): x-3y+z+16=0$, suy ra $a=-3$, $b=1$, $c=16$.

Vậy $a+b+c=14$.

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$M\in\Delta \Rightarrow M(12+4t;9+3t;1+t)$.

$M\in(P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.

$M(0;0;-2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Câu 67. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ và $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (ABC). Tổng $S=a+b+c$ là:

A. -7. **B.** 11. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (ABC) qua các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ nằm trên các trục Ox, Oy, Oz có phương trình là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Điểm $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của của d và mặt phẳng (ABC).

Suy ra $\frac{-t}{1}+\frac{2+t}{2}+\frac{3+t}{3}=1 \Leftrightarrow t=6$ suy ra $\begin{cases} a=-6 \\ b=8 \\ c=9 \end{cases}$.

Vậy $S=-6+8+9=11$.

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d cắt và không vuông góc với (P). **B.** d vuông góc với (P).

C. d song song với (P). **D.** d nằm trong (P).

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}(1;-3;-1)$

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(3;-3;2)$

Ta có $\vec{u}.\vec{n}=3+9-2=10\neq 0$ nên loại trường hợp $d//(P)$ và $d\subset(P)$.

Lại có $\vec{u}$ và $\vec{n}$ không cùng phương nên loại trường hợp $d\perp(P)$.

Vậy d cắt và không vuông góc với (P).

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng d: $\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d\subset(P)$. **B.** $d//(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Lời giải

Chọn C

$(P):3x+5y-z-2=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;5;-1)$

$d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ có VTCP $\vec{b}=(4;3;1)$

$\vec{a}.\vec{b}\neq 0\Rightarrow d$ không song song với (P) và $d\not\subset(P)$

$\left[\vec{a};\vec{b}\right]\neq\vec{0}\Rightarrow$ d không vuông góc (P)

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-5=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=3+4t\\ z=3t\end{cases}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d//(P)$. **B.** $d\subset(P)$. **C.** d cắt (P). **D.** $d\perp(P)$.

Lời giải

Chọn A

$(P):3x-3y+2z-5=0$ có VTPT $\vec{a}=(3;-3;2)$

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\ y=3+4t\\ z=3t\end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(2;4;3)$

Ta có $\begin{cases}\vec{a}.\vec{b}=0\\ A(-1;3;3)\in d\Rightarrow d//(P)\\ A\notin(P)\end{cases}$

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Số giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là:

A. Vô số. **B.** 1. **C.** Không có. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$(P): x+y+z-4=0$ có VTPT $\vec{a}=(1;1;1)$

$d:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$ có VTCP $\vec{b}=(1;2;-3)$

Ta có $\begin{cases} \vec{a}.\vec{b}=0 \\ A(1;1;2)\in d \Rightarrow d\subset(P) \\ A\in P \end{cases}$

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x+5y-z-2=0$ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** .$(0;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Giải hệ $\begin{cases} x-4t=9 \\ y-3t=9 \\ z-t=1 \\ 3x+5y-z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=-2 \\ t=-3 \end{cases}$.

Câu 73. Giao điểm của mặt phẳng $(P): x+y-z-2=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=3+3t \end{cases}$

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;2;4)$. **C.** $(0;4;2)$. **D.** $(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x;y;z)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P).

Ta có: $2+t-t-(3+3t)-2=0 \Leftrightarrow -3t-3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow A(1;1;0)$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ là điểm $M\left(x_0; y_0; z_0\right)$. Giá trị tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

$M \in \Delta \Rightarrow M(12+4t; 9+3t; 1+t)$.

$M \in (P) \Leftrightarrow 3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.

$M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0+y_0+z_0=-2$.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=4-2t \\ y=-3+t \\ z=1-t \end{cases}$, giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(4; -3; 0)$. **B.** $(2; -2; 0)$. **C.** $(0; -1; -1)$. **D.** $(-2; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$.

Gọi $M(4-2m; -3+m; 1-m)$ là giao điểm của d với mặt phẳng (Oxy) thì ta có: $1-m=0 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy $M(2; -2; 0)$.

Câu 76. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2+t \\ z=3+t \end{cases}$. Gọi $M(a; b; c)$ là toạ độ giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (ABC). Tính tổng $S=a+b-c$.

A. 6. **B.** 5. **C.** -7. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-6=0$

Điểm $M \in (d) \Rightarrow M(-t; 2+t; 3+t)$. Lại vì $M=d \cap (ABC)$ nên ta có

$6(-t)+3(2+t)+2(3+t)-6=0 \Leftrightarrow -t=-6 \Leftrightarrow t=6 \Rightarrow M(-6; 8; 9)$

Vậy ta có $S=a+b-c=-6+8-9=-7$

Câu 77. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-4;5;2)$ lên mặt phẳng $(P): y+1=0$ là điểm có tọa độ

A. $(-4;-1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(0;-1;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H à hình chiếu vuông góc của M lên (P) $\Rightarrow MH: \begin{cases} x=-4 \\ y=5+t \\ z=2 \end{cases}$

$H \in MH \Rightarrow H(-4;5+t;2)$

$H \in (P) \Leftrightarrow 5+t+1=0 \Leftrightarrow t=-6 \Rightarrow H(-4;-1;2)$

Câu 78. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d: \dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1} \Rightarrow d: \begin{cases} x=12+4t \\ y=9+3t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Thay $x=12+4t$, $y=9+3t$, $z=1+t$ vào $(P): 3x+5y-z-2=0$, ta được:

$3(12+4t)+5(9+3t)-(1+t)-2=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Với $t=-3 \Rightarrow x=0$, $y=0$, $z=-2$.

Vậy tọa độ giao điểm của d và (P) là $(0;0;-2)$.

Câu 79. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-9}{-1}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $m^2x-my-2z+19=0$ với m là tham số. Tập hợp các giá trị m thỏa mãn $d // (\alpha)$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;3;-1)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(m^2;-m;-2)$.

Để $d//(\alpha)$ thì $\begin{cases} \vec{u}.\vec{n}=0 \\ M(1;2;9)\in(\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m+2=0 \\ m^2-2m-18+19\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right. \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 80. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+-4=0$ và đường thẳng d: $\dfrac{x-m}{1}=\dfrac{y+2m}{3}=\dfrac{z}{2}$. Với giá trị nào của m thì giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thuộc mặt phẳng (Oyz).

A. $m=\dfrac{4}{5}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\dfrac{12}{17}$.

Lời giải

Chọn C

$d\cap(P)=A\in(Oyz)\Rightarrow A\left(0;\dfrac{3}{2}a-2;a\right)$

$A\in d\Rightarrow 0-m=\dfrac{\dfrac{3}{2}a-2+2m}{3}=\dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow\begin{cases} a=-2m \\ \dfrac{3}{2}a-2+2m=-3m \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a=-2 \\ m=1 \end{cases}$

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2-t \\ y=-3+t \\ z=1+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P):m^2x-2my+(6-3m)z-5=0$. Tìm m để $d//(P)$

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-6 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=6 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=6 \end{array}\right.$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Ta có d đi qua $M(2;-3;1)$ và có VTCP $\vec{u}(-1;1;1)$

Và (P) có VTPT $\vec{n}(m^2;-2m;6-3m)$

Để d song song với (P) thì

$\begin{cases} \vec{u}\perp\vec{n} \\ M\notin(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \vec{u}.\vec{n}=0 \\ M\notin(P) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (-1).m^2-2m+6-3m=0 \\ 2m^2-2.(-3)m+6-3m\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -m^2-5m+6=0 \\ 2m^2-m-4\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-6 \end{array}\right.$

Câu 82. Trong không gian $Oxyz$, gọi m,n là hai giá trị thực thỏa mãn: giao tuyến của hai mặt phẳng $(P_m):mx+2y+nz+1=0$ và $(Q_m):x-my+nz+2=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):4x-y-6z+3=0$.

A. $m+n=0$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=1$. **D.** $m+n=3$.

Lời giải

Chọn D

$\left(P_m\right): mx+2y+nz+1=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_P}=\left(m;2;n\right)$.

$\left(Q_m\right): x-my+nz+2=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=\left(1;-m;n\right)$.

$\left(\alpha\right): 4x-y-6z+3=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha}=\left(4;-1;-6\right)$.

Do giao tuyến của $\left(P_m\right)$ và $\left(Q_n\right)$ vuông góc với $\left(\alpha\right)$

$$\Rightarrow \begin{cases}\left(P_m\right)\perp\left(\alpha\right)\\ \left(Q_n\right)\perp\left(\alpha\right)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\\ \overrightarrow{n_Q}\perp\overrightarrow{n_\alpha}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4m-2-6n=0\\ 4+m-6n=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4m-6n=2\\ m-6n=-4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}m=2\\ n=1\end{cases}$$

Vậy $m+n=3$.

Câu 83. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng d.

A. $\left(T\right): x+y+2z+1=0$.

B. $\left(P\right): x-2y+z+1=0$.

C. $\left(Q\right): x-2y-z+1=0$.

D. $\left(R\right): x+y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nếu vectơ chỉ phương của đường thẳng cùng phương với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(1;\ -2;\ 1\right)$.

Mặt phẳng $\left(T\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_T}=\left(1;\ 1;\ 2\right)$. Do $\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}\neq\dfrac{1}{2}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_T}$. Do đó d không vuông góc với $\left(T\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\left(1;\ -2;\ 1\right)$. Do $\dfrac{1}{1}=\dfrac{-2}{-2}=\dfrac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$. Do đó d vuông góc với $\left(P\right)$.

Mặt phẳng $\left(Q\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=\left(1;\ -2;\ -1\right)$. Do $\dfrac{1}{1}=\dfrac{-2}{-2}\neq\dfrac{1}{-1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_Q}$. Do đó $\left(d\right)$ không vuông góc với $\left(Q\right)$.

Mặt phẳng $\left(R\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_R}=\left(1;\ 1;\ 1\right)$. Do $\dfrac{1}{1}\neq\dfrac{-2}{1}\neq\dfrac{1}{1}$ nên $\vec{u}$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_R}$. Do đó $\left(d\right)$ không vuông góc với $\left(R\right)$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y-z=1$. **C.** $x+y+z=1$. **D.** $x+y+z=0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ nên nhận véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến, suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+y+z+D=0$, mặt khác (P) đi qua gốc tọa độ nên $D=0$.

Vậy phương trình (P) là: $x+y+z=0$.

Câu 85. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=t\end{cases}$ Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $2x-y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-6=0$. **C.** $2x-y+z+3=0$. **D.** $2x-y-z+3=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(0;0;3)$ và vuông góc với đường thẳng d nên nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là: $2x-y+z-3=0$.

Câu 86. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua O, song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+2y+z-4=0$. **D.** $x-2y+z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Δ có VTCP $\vec{u}=(-1;2;-3)$ và (P) có VTPT là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

(α) qua O và nhận $\vec{n'}=-[\vec{u};\vec{n}]=(1;2;1)$

Suy ra $(\alpha):x+2y+z=0$.

Câu 87. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $-2x-y+9z-36=0$. **B.** $2x-y-z=0$.

C. $6x+9y+z+8=0$. **D.** $6x+9y+z-8=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ đi qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;3)$.

Đường thẳng $d_2: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có một VTCP là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau $d_1, d_2 \Rightarrow (P)$ qua điểm $M(1;-2;4)$, có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(6;9;1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là :

$(P): 6(x-1)+9(y+2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 6x+9y+z+8=0$.

Câu 88. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;0)$, mặt phẳng $(Q): x+y-4z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=3 \\ y=3+t \\ z=5-t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A, song song với d và vuông góc với (Q) là :

A. $3x+y+z-1=0$. **B.** $3x-y-z+1=0$. **C.** $x+3y+z-3=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;-4)$.

Đường thẳng d có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(0;1;-1)$.

Gọi VTPT của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}$.

Ta có: $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_Q}$ và $\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_d}$ nên chọn $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{u_d}\right]=(3;1;1)$.

(P) đi qua điểm $A(0;1;0)$, VTPT $\overrightarrow{n_P}=(3;1;1)$ có phương trình là: $3x+y+z-1=0$.

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 là

A. $(P): x+5y+8z-16=0$. **B.** $(P): x+5y+8z+16=0$.

C. $(P): x+4y+6z-12=0$. **D.** $(P): 2x+y-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua $A(2;6;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;3;-2)$.

Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Do mặt phẳng (P) chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2 nên $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(1;5;8)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(2;6;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;5;8)$ là $x+5y+8z-16=0$.

Câu 90. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n}=(1;-1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;5)$. **D.** $\vec{n}=(1;-1;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A, O có dạng $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-y=0\\z=0\end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O nên (P): $m(x-y)+nz=0$, $m^2+n^2>0$. Khi đó vectơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n}=(m;-m;n)$.

Ta có $d(B,(P))=\sqrt{3}\Leftrightarrow\dfrac{|m+2n|}{\sqrt{m^2+m^2+n^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow 2m^2-4mn-n^2=0\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{n}=1\\\dfrac{m}{n}=\dfrac{1}{5}\end{array}\right.$.

Vậy một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n}=\left(\dfrac{1}{5}n;\dfrac{-1}{5}n;n\right)=\dfrac{n}{5}(1;-1;5)$.

Câu 91. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d?

A. $(P):5x+2y+4z-5=0$. **B.** $(P):2x+1y+2z-1=0$.

C. $(P):5x-2y-4z-5=0$. **D.** $(P):2x+1y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

VTCP của d là $\vec{a}=(2;1;2)$ và $B(1;-2;1)\in d$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;1)$.

Do đó vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{a}\right]=(5,-2;-4)$.

Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $5(x-1)-2(y-0)-4(z-0)=0$ hay $5x-2y-4z-5=0$.

Câu 92. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ và $d_2:\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ là:

A. $2y-2z+1=0$. **B.** $2y-2z-1=0$. **C.** $2x-2z+1=0$. **D.** $2x-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$ và đường thẳng d_2 đi qua điểm $A(0;1;2)$ có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;1)$

Mặt phẳng (P) song song $d_1;d_2$ nên (P) có VTPT là $n=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(0;-1;1)$

Do đó: Mặt phẳng (P) có dạng $y-z+m=0$

Mặt khác: (P) cách đều hai đường thẳng $d_1;d_2$ nên

$d\left(d_1;(P)\right)=d\left(d_2;(P)\right)\Leftrightarrow d\left(A;(P)\right)=d\left(B;(P)\right)\Leftrightarrow |m|=|m-1|\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$

Vậy $(P):y-z+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow 2y-2z+1=0$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{4}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-3}{-7}$. **B.** $\frac{x+4}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x+4}{-4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x+8}{4}=\frac{y+6}{3}=\frac{z-10}{-7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$.

Theo đề, ta có $\Delta\cap Oz=B(0;0;c)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(4;3;c-3)$ là một VTCP của Δ.

Khi đó $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 4.1+3.1+(c-3).1=0\Leftrightarrow c-3=-7$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$.

Vậy $\Delta:\frac{x+4}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{-7}$ hay $\Delta:\frac{x+8}{4}=\frac{y+6}{3}=\frac{z-10}{-7}$.

Câu 94. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$, mặt phẳng $(P):2x+y+2z-5=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm A song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d là:

A. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$. **B.** $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{2}$ $\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;2)$.

$(P):2x+y+2z-5=0$ $\Rightarrow (P)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;2)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với d

$\Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(2;2;-3)$, và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;1;-2)\Rightarrow$

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 95. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn C

d đi qua $A(2;1;4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;-2)$.

d' đi qua $B(4;-1;0)$ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}=-\overrightarrow{u_2}$ và $\frac{2-4}{1}\neq\frac{1+1}{-2}\neq\frac{4}{2}$ nên $d//d'$.

Đường thẳng Δ thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta//d//d'\\ d(\Delta,d)=d(\Delta,d')\end{cases}$ hay Δ qua trung điểm $I(3;0;2)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$. Khi đó phương trình của Δ: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 96. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $x+y+z+1=0$, (Q): $x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+t\\ y=2\\ z=-3-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2\\ z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1\\ y=-2\\ z=3-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)\\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2\\ z=3-t\end{cases}$

Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng, nên nhận vectơ $(1;0;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

Câu 97. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$.

A. $\begin{cases}x=1+3t\\ y=3-t\\ z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\ y=3+t\\ z=-2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=3-t\\ z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=3+t\\ z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là:

$\overrightarrow{n_P}=(1;1;0)$; $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;1)$.

Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-1;-3)$.

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$, đồng thời song song với giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3=0$ và $(Q): 2x-y+z-3=0$ nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3-t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 98. Trong không gian với hệ tọa độ $A(2;0;0)\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+3t \\ y=-3+t \\ z=4-2t \end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hai đường thẳng d và d' có cùng véctơ chỉ phương hay $d//d'$

Vậy đường thẳng cần tìm có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(3;-2;2)$ của AB với $A(2;-3;4)\in d$ và $B(4;-1;0)\in d'$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 99. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết: $N\in d \Rightarrow N(2t-2;t+1;1-t)$.

Mà A là trung điểm $MN \Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$.

Mặt khác, $M \in (P) \Leftrightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2$.

$\Rightarrow N(-6;-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$.

Đường thẳng Δ đi qua $N(-6;-1;3)$ và có một VTCP là $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(7;4;-1)$ nên có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 100. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B \in (P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0 \Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta : \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta : \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi $M=\Delta \cap (P) \Rightarrow M \in \Delta \Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M \in (P) \Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0 \Leftrightarrow 4-4t=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\dfrac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2) \in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d : \begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2 : \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(2+t;-1-t;1+t)=d \cap d_2$ với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;-2+t)$ và $\overrightarrow{u_1}=(3;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.(-2+t)=0 \Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d : $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$,

$d':\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và d'?

A. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{14}=\dfrac{z-2}{9}$.

B. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{17}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{14}$.

D. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;6)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(2;1;-5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M, vuông góc với d và d' nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u},\overrightarrow{u'}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 104. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(0;1;1)$, vuông góc với đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-1\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ và cắt đường thẳng $(d_2):\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Phương trình của (Δ) là?

A. $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1+t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=0\\y=1\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=0\\y=1+t\\z=1\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t';1+t';t')\in(d_2)$ là giao điểm giữa đường thẳng (Δ) và đường thẳng (d_2)

Ta có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_1}}=(1;-1;0)$, $\overrightarrow{MA}=(2t';t';t'-1)$

Theo đề bài: $\overrightarrow{u_{d_1}}.\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow 2t'-t'=0\Leftrightarrow t'=0$

Suy ra $A(0;1;0)$

Khi đó vecto chỉ phương của đường thẳng (Δ) là $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(0;0;1)$

Phương trình đường thẳng (Δ) qua $M(0;1;1)$ có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(0;0;1)$ có dạng:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1+t \end{cases}$$

Câu 105. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0 \Leftrightarrow 2a-2-2+6=0 \Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}.$$

Câu 106. Trong không gian Oxy cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta':\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

+ VTCP của Δ,Δ' lần lượt là $\vec{u}=(3;2;1)$ và $\vec{v}=(1;3;-2)$; $[\vec{u},\vec{v}]=(-7;7;7)$

+ Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d=(-1;1;1)$.

+ d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d:\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 107. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng qua $A(1;0;2)$, cắt và vuông góc với đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $P(2;-1;1)$. **B.** $Q(0;-1;1)$. **C.** $N(0;-1;2)$. **D.** $M(-1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có VTCP là $\vec{u} = (1;1;-2)$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng d_1. Vì $H \in d_1 : H(1+t;t;5-2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (t;t;3-2t)$.

d vuông góc với d_1 $\Leftrightarrow \vec{u}.\overrightarrow{AH} = 0 \Leftrightarrow t + t - 2(3-2t) = 0 \Leftrightarrow 6t = 6 \Leftrightarrow t = 1$.

Lúc đó, đường thẳng d qua $A(1;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{AH} = (1;1;1)$ có phương trình: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lúc đó, điểm $Q(0;-1;1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;\ 0;\ 1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45^{O}. Phương trình đường thẳng d là

A. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y}{-\sqrt{5}} = \dfrac{z-1}{-1} \\ \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{\sqrt{5}} = \dfrac{z+1}{-1} \end{array}\right.$

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Điểm $M(0;m;0) \in Oy$, $\vec{j}(0;1;0)$ là vectơ chỉ phương của trục Oy, $\overrightarrow{AM}(2;-m;-1)$ $\left|\cos\left(\overrightarrow{AM},\vec{j}\right)\right| = \cos 45^{O} \Leftrightarrow \dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}$ nên có 2 đường thẳng:

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1};\ \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1}$$

Cách 2: $\vec{u_1}\left(2;\sqrt{5};-1\right) \Rightarrow \left|\cos\left(\vec{u_1},\vec{j}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\vec{u_2}\left(2;-\sqrt{5};-1\right) \Rightarrow \left|\cos\left(\vec{u_2},\vec{j}\right)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;1)$ nên chọn đáp án A.

Câu 109. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2;\,1;\,-1)$ tạo với trục *Oz* một góc $30°$?

A. $\sqrt{2}(x-2)+(y-1)-(z-2)-3=0$. **B.** $(x-2)+\sqrt{2}(y-1)-(z+1)-2=0$.

C. $2(x-2)+(y-1)-(z-2)=0$. **D.** $2(x-2)+(y-1)-(z-1)-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt phẳng (α) cần lập có dạng $A(x-2)+B(y-1)+C(z+1)=0;\ \vec{n}(A;\,B;\,C)$

Oz có vectơ chỉ phương là $\vec{k}(0;\,0;\,1)$.

Áp dụng công thức $\sin((\alpha),Oz)=\dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{k}|}=\sin 30°$

Sau khi tìm được các vectơ pháp tuyến thỏa mãn, thay giá trị của *A* vào để viết phương trình mặt phẳng

Câu 110. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z-5=0$ và điểm $A(1;-2;2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua *A* và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$.

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Phương pháp tự luận

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}(a;\,b;\,c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta))=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}=\frac{|3.a-2.b+2.c|}{\sqrt{3^2+(-2)^2+2^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow 2(3a-2b+2c)^2=17(a^2+b^2+c^2)$

Phương trình trên có vô số nghiệm.

Suy ra có vô số vectơ $\overrightarrow{n_\beta}(a;\,b;\,c)$ là véc tơ pháp tuyến của (β). Suy ra có vô số mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán

Phương pháp trắc nghiệm

Dựng hình.

Giả sử tồn tại mặt phẳng (β) thỏa mãn điều kiện bài toán. (Đi qua *A* và tạo với mặt phẳng (α) một góc $45°$). Gọi Δ là đường thẳng đi qua *A* và vuông góc với mặt phẳng (α). Sử dụng phép quay theo trục Δ với mặt phẳng (β). Ta được vô số mặt phẳng (β') thỏa mãn điều kiện bài toán.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=3+t\\z=4-5t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Điểm $A(5;5;-6)$ không thuộc đường thẳng Δ.

c) Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=4t\\z=3+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ vuông góc với đường thẳng Δ.

d) Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm $M(-5;0;19)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-5)$.

b) Thay $A(5;5;-6)$ vào đường thẳng, ta có: $\begin{cases}5=1+2t\\5=3+t\\-6=4-5t\end{cases}\Leftrightarrow t=2.$

c) Ta có: $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;1;-5)$ và $\overrightarrow{u_d}=(3;4;2)$ và dễ thấy: $\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_d}=0$.

d) Ta có: $y=0\Leftrightarrow 3+t=0\Leftrightarrow t=-3$ nên điểm $M(-5;0;19)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxz).

Câu 112. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;-1)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $x+y+2z+5=0$.

c) Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d. Khi đó $a+2b+3c=7$.

d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng: $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{2-z}{c}$. Khi đó $2026a+2025b-2024c=2027$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)

SAI	**SAI**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với d có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;2)$. Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $x+y+2z-5=0$.

c) Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$.

Gọi $H(t+1;t;2t-1)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d.

Ta có $\overrightarrow{AH}=(t;t;2t-3)$ và $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(2;1;1)$

$\Rightarrow a+2b+3c=7$.

d) Gọi $d\cap\Delta=B\Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$ và $\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;2)$

Vì $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1$ suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$.

Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{2-z}{1}$.

$\Rightarrow a=1,b=1,c=1\Rightarrow 2026a+2025b-2024c=2027$

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;3)$ và $B(3;5;9)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=3+t\\y=5+t\\z=9-3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $M(4;6;9)$ thuộc đường thẳng AB.

d) Phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ O và song song với đường thẳng AB là: $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;2;6)=2(1;1;3)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u}=(1;1;3)$.

b) Phương trình tham số của đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=3+t\\y=5+t\\z=9+3t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

c) Ta có: $\begin{cases} 4=3+t \\ 6=5+t \\ 9=9+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=0 \end{cases} \Leftrightarrow t\in\varnothing$.

d) Ta có: $\overrightarrow{u_d}=(1;1;3)$

Phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ O và song song với đường thẳng AB là: $\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$.

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$.

a) Đường thẳng d qua điểm $M(1;2;2)$.

b) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(\frac{1}{2};1;1\right)$.

c) Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

d) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=3-t \\ y=2-2t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Thay $M(1;2;0)$ vào đường thẳng d, ta có $\frac{1-2}{1}\neq\frac{2-1}{2}$.

b) Đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$ nên $\vec{u}=\left(\frac{1}{2};1;1\right)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d vì $\vec{u}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2};1;1\right)$

c) Đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$ và đi qua điểm $N(2;1;-3)$ suy ra phương trình tham số của d: $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

d) Đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;2)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;-2;-2)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;2;-1)$. Thay tọa độ điểm $M(3;2;-1)$ vào phương trình của $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{2}$ ta được $\frac{3-2}{1}=\frac{2-1}{2}=\frac{-1+3}{2}$ đúng suy ra $M\in d$.

Vậy $d\equiv\Delta$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$.

a) Điểm $M(1;-1;1)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;1;-1)$

c) Đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

d) Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, cắt và vuông góc với d thì phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\begin{cases}x=a+t\\y=1+bt\\z=ct\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Khi đó $a-b-c=8$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Tọa độ điểm $M(1;-1;1)$ không thỏa mãn phương trình d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;1;-1)$

c) Đường thẳng d trùng với đường thẳng Δ

d) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d đường thẳng Δ cần tìm là đường thẳng MH.

Vì H thuộc d nên $H(1+2t;-1+t;-t)$ suy ra $\overrightarrow{MH}=(2t-1;-2+t;-t)$.

Vì $MH\perp d$ và d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=\frac{2}{3}$

Do đó $\overrightarrow{MH}=\left(\frac{1}{3};\frac{-4}{3};\frac{-2}{3}\right)$. Vậy phương trình tham số của Δ là: $\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t\\z=-2t\end{cases}$

$\Rightarrow a-b-c=8$

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+4}{3}=\frac{y-5}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

a) Điểm $M(3;-4;1)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(-3;4;-1)$

c) Đường thẳng d song song với đườn thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+3t\\y=5-4t\\z=-2+t\end{cases}$.

d) Đường thẳng Δ song song với d và cắt cả hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x+4}{a}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Khi đó $a-b-c=6$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

a) Tọa độ điểm $M(3;-4;1)$ không thỏa mãn phương trình d.

b) Ta có $\vec{u}(-3;4;-1)=-(3;-4;1)$

c) Đường thẳng d trùng với đường thẳng Δ

d) Gọi M,N là giao điểm của Δ và d_1,d_2.

Khi đó M,N thuộc d_1,d_2 nên $\begin{cases}x_M=1+3t\\y_M=-1+t\\z_M=2+2t\end{cases},\begin{cases}x_N=-2+2t'\\y_N=3+4t'\\z_N=t'\end{cases}$.

Vector chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MN}=(-3+2t'-3t;4+4t'-t;-2+t'-2t)$

Δ song song với $d:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-5}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$ nên $\dfrac{-3+2t'-3t}{3}=\dfrac{4+4t'-t}{-4}=\dfrac{-2+t'-2t}{1}$

Giải hệ ta được $t'=-1;t=-\dfrac{4}{3}$.

Vậy $N(-4;-1;-1),M\left(-3;-\dfrac{7}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$

Do đó: $\Delta:\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{1}$

$\Rightarrow a=3,b=-4,c=-1\Rightarrow a-b-c=8$

Câu 117. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $M(1;3;2)$ nằm trên đường thẳng d.

b) Một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;1;-2)$.

c) Đường thẳng d song song với đườn thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=2+2t\end{cases}$.

d) Phương trình đường vuông góc chung của d và đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3t\\y=t\\z=-1-3t\end{cases}$ có dạng : $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z-4}{c}$. Khi đó $2a-b-3c=10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**SAI**

a) Tọa độ điểm $M(1;3;2)$ thỏa mãn phương trình d.

b) $\vec{u}=(1;1;-2)$ không là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

c) Đường thẳng d trùng với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=2+2t\end{cases}$

d) Gọi Δ là phương trình đường vuông góc chung của d,d_1.

$\Delta\cap d=M(1+t';3-t';2+2t')$, $\Delta\cap d_1=N(-3t;t;-1-3t)$

$\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-3t-1-t';t-3+t';-3-3t-2t')$.

Hai đường thẳng d,d_1 lần lượt có 2 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2),\overrightarrow{u_1}=(-3;1;-3)$.

Vì Δ là đường vuông góc chung của d,d_1 nên $\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-6t'-10t=4\\10t'+19t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\end{cases}$

$\Rightarrow M(2;2;4),N(3;-1;2),\overrightarrow{MN}=(1;-3;-2)$.

Vậy phương trình $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-4}{-2}$.

$\Rightarrow a=2,b=-3,c=-2\Rightarrow 2a-b-3c=13$

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với d có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=-5$

c) Gọi $M'(x_0;y_0;z_0)$ là điểm đối xứng với M qua d. Khi đó $x_0+y_0+z_0=\dfrac{1}{2}$.

d) Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x-a}{1}=\frac{y-1}{b}=\frac{z}{c}$. Khi đó $a-3b+2c=10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1;-1)$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Khi đó phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là $2(x-2)+y-1-z=0 \Leftrightarrow 2x+y-z-5=0$.

Do (P) có phương trình tổng quát là $2x+by+cz+d=0. \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ c=-1 \\ d=-5 \end{cases} \Rightarrow b+c+d=-5$

c) Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Gọi $H(2b+1;-1+b;-b)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d.

Ta có $\overrightarrow{MH}(2b-1;b-2;-b)$.

Do $\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2a-1)+1(a-2)+a=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}\Rightarrow H\left(\frac{7}{3};\frac{-1}{3};\frac{-2}{3}\right)$.

Điểm M' là điểm đối xứng với M qua d. Khi đó H là trung điểm $MM'\Rightarrow M'\left(\frac{8}{3};-\frac{5}{3};-\frac{4}{3}\right)$.

$\Rightarrow x_0+y_0+z_0=-\frac{1}{3}$

d) Gọi $N(1+2t;-1+t;-t)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d

Lúc đó đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MN}(-1+2t;-2+t;-t)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt khác Δ vuông góc với đường thẳng d nên ta có: $2(2t-1)+t-2+t=0\Rightarrow t=\frac{2}{3}$.

Với $t=\frac{2}{3}$ đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MN}\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$ hoặc $\vec{u}(1;-4;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{-2}$

$\Rightarrow a=2, b=-4, c=-2\Rightarrow a-3b+2c=10$.

Câu 119. Trong $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$.

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) cắt nhau.

c) Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Khi đó $2026x_0-2025y_0+2024z_0=2026$

d) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $\frac{x-1}{a}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{b}$. Khi đó $a.b=15$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_p=(1;2;1)$

b) Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;1;3)$

Vì $\vec{n}.\vec{u}=7\neq 0$ nên đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) cắt nhau.

c) $H=d\cap(P)\Rightarrow$ Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x+2y+z-4=0\\ \frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\\ z=1\end{cases}\Rightarrow H=(1;1;1)\Rightarrow 2026x_0-2025y_0+2024z_0=2025$$

d) Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d nên đường thẳng Δ đi qua điểm H và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_p},\overrightarrow{u_d}\right]=(5;-1;-3)$

Vậy phương trình đường thẳng là: $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow a.b=-15$

Câu 120. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z}{5}$.

a) Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-4;0)$.

c) Đường thẳng d cắt (α).

d) Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình dạng: $\frac{x}{a}=\frac{y+b}{3}=\frac{z-1}{c}$. Khi đó $a+b+c=10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**SAI**

a) Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

b) Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$.

c) Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d\,//\,(\alpha)$.

d) Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha)\Rightarrow d'\,//\,d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình dường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t.\\z=-t\end{cases}$

Goi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;5)$ có phương trình là

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

$\Rightarrow a+b+c=12$

Câu 121. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-2t\\y=3-2t\\z=1-3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=6+2t'\\y=3+2t'\\z=7+9t'\end{cases}$.

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Đường thẳng d' đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) Hai đường thẳng d và d' cắt nhau.

d) Cosin góc giữa hai đường thẳng d và d' bằng $\dfrac{35}{\sqrt{1513}}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

b) Khi $t'=0$ thì $\begin{cases}x=6\\y=3\\z=7\end{cases}$ nên đường thẳng d' đi qua điểm $B(6;3;7)$.

c) d đi qua điểm $A(2;3;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(-2;-2;-3)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $B(6;3;7)$ có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(2;2;9)$.

Ta có: $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-12;12;0);\overrightarrow{AB}=(4;0;6)\Rightarrow\left[\vec{a},\vec{b}\right].\overrightarrow{AB}=-48\neq0$ nên d và d' chéo nhau.

d) $\cos(d;d') = \dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \dfrac{35}{\sqrt{1513}}$.

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x = t \\ y = 2-3t \\ z = 1+2t \end{cases}$ và $d: \dfrac{x-1}{-3} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{2}$.

a) Điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng Δ.

b) Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}_d = (1;0;2)$.

c) Hai đường thẳng Δ và d chéo nhau.

d) Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ và d. Khi đó $\cos\alpha = \dfrac{5\sqrt{38}}{38}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Khi $t = 0$ thì $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$ nên điểm $A(0;2;1)$ thuộc đường thẳng Δ

b) Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-3;2;2)$.

c) Δ đi qua điểm $A(0;2;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1;-3;2)$.

Đường thẳng d đi qua điểm $B(1;0;2)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (-3;2;2)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_d}\right] = (-10;-8;-7); \overrightarrow{AB} = (1;-2;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_d}\right]\cdot\overrightarrow{AB} = -1 \neq 0$ nên Δ và d chéo nhau.

d) Ta có các vecto chỉ phương của hai đường thẳng là $\vec{u}_\Delta = (1;-3;2), \vec{u}_d = (-3;2;2)$.

Khi đó: $\cos\alpha = \left|\cos(\vec{u}_\Delta, \vec{u}_d)\right| = \dfrac{|\vec{u}_\Delta\cdot\vec{u}_d|}{|\vec{u}_\Delta|\cdot|\vec{u}_d|} = \dfrac{|1\cdot(-3)+(-3)\cdot 2+2\cdot 2|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2}\cdot\sqrt{(-3)^2+2^2+2^2}} = \dfrac{5}{\sqrt{238}} = \dfrac{5\sqrt{238}}{238}$.

Câu 123. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d và d' có phương trình lần lượt là: $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-7}{5} = \dfrac{z-15}{6}$ và $d': \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

a) Đường thẳng d có một vecto chỉ phương là $\vec{u} = (3;7;15)$.

b) Phương trình tham số của d' là: $\begin{cases} x = 1+t' \\ y = 2+t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 3+t' \end{cases}$.

c) Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng d và d' bằng $\dfrac{13}{\sqrt{195}}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;5;6)$.

b) Phương trình tham số của d' là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+t', t'\in\mathbb{R}. \\ z=3+t' \end{cases}$

c) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;5;6)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=(1;1;1)$. Suy ra d và d' cắt nhau hoặc chéo nhau.

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x=3+2t \\ y=7+5t \;, t\in\mathbb{R} \\ z=15+6t \end{cases}$ và phương trình tham số của d' là: $\begin{cases} x=1+t' \\ y=2+t', t'\in\mathbb{R}. \\ z=3+t' \end{cases}$

Xét $\begin{cases} 3+2t=1+t' \\ 7+5t=2+t' \;; t,t'\in\mathbb{R} \\ 15+6t=3+t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-t'=-2 \\ 5t-t'=-5 \;; t,t'\in\mathbb{R} \\ 6t-t'=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ t=-7 \qquad ; t,t'\in\mathbb{R} \\ 6t-t'=-12 \end{cases}$.

Hệ phương trình trên vô nghiệm. Do đó hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

d) Góc giữa đường thẳng d và d' là:

$$\cos(d,d')=\left|\cos\left(\vec{u},\vec{u}'\right)\right|=\frac{|2\cdot 1+5\cdot 1+6\cdot 1|}{\sqrt{2^2+5^2+6^2}\cdot\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{13}{\sqrt{195}}.$$

Câu 124. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $3x+6y-3z-2025=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;1)$.

c) Góc giữa Δ và (P) bằng $90°$.

d) Lấy tuỳ ý hai điểm phân biệt $A,B\in\Delta$. Gọi A',B' lần lượt là hình chiếu của A,B lên (P). Khi đó $A'B'=1$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$.

b) Một vectơ chỉ phương của (P) là $\vec{n}=(3;6;-3)=3(1;2;-1)$.

c) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-1;-2;1)$, một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;-1)$.

Khi đó $\sin(\Delta,(P))=\dfrac{|(-1)\cdot 1+(-2)\cdot 2+1\cdot(-1)|}{\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}}=1$.

Vậy $(\Delta,(P))=90°$.

d) Vì $\Delta\perp(P)$ nên A' trùng B'. Do đó $A'B'=0$.

Câu 125. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+t\\y=2+3t\\z=3-t\end{cases}$ và đường thẳng

$\Delta_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

a) Điểm $M(1;2;3)$ thuộc Δ_1 và điểm $N(2;-2;1)$ thuộc Δ_2.

b) $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

d) Đường thẳng d đi qua điểm $Q(2;3;-1)$ đồng thời cắt và vuông góc với Δ_2 có phương trình dạng $\dfrac{x-a}{2}=\dfrac{y-3}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Khi đó $a-b+c=98$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**

a) Từ phương trình của $\Delta_1;\Delta_2$ ta có $M(1;2;3)\in\Delta_1$ và $N(2;-2;1)\in\Delta_2$.

b) Ta có $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{|1\cdot(-2)+3\cdot 1+(-1)\cdot 3|}{\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{(-2)^2+1^2+3^2}}=\dfrac{\sqrt{154}}{77}$.

c) Ta có $\overrightarrow{u_1}=(1;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của $\Delta_1;\overrightarrow{u_2}=(-2;1;3)$ là vectơ chỉ phương của Δ_2

$M(1;2;3)\in\Delta_1$ và $N(2;-2;1)\in\Delta_2\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(1;-4;-2)$.

Do đó $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(10;-1;7)\neq\vec{0};\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\cdot\overrightarrow{MN}=10\cdot 1+(-1)\cdot(-4)+7\cdot(-2)=0$. Suy ra Δ_1 và Δ_2 cắt nhau.

d) Gọi $P=d\cap\Delta_2$ và $P\in\Delta_2\Rightarrow P(-2t+2;t-2;3t+1)$ (với $t\in\mathbb{R}$)

$\Rightarrow\overrightarrow{QP}=(-2t;t-5;3t+2)$ mà $Q\in d,P\in d$ và $d\perp\Delta_2$ nên $\overrightarrow{QP}\perp\overrightarrow{u_2}$

$\Rightarrow\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{u_2}=0\Rightarrow(-2t)\cdot(-2)+(t-5)\cdot 1+(3t+2)\cdot 3=0\Rightarrow t=-\dfrac{1}{14}$.

Do đó $\overrightarrow{QP}=\left(\dfrac{1}{7};-\dfrac{71}{14};\dfrac{25}{14}\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_3}=(2;-71;25)$ là vectơ chỉ phương của d.

Vậy d có phương trình là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{-71}=\frac{z+1}{25}$.

$\Rightarrow a=2,b=-71,c=25\Rightarrow a-b+c=98$.

Câu 126. Trong không gian với hê toa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

a) Điểm $N(0;2;0)$ thuộc đường thẳng d.

b) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P).

c) Phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=2+2t\\ y=-4-2t\\ z=1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

d) Phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình dạng $d':\frac{x-2}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z-c}{2}$. Khi đó $a-b+c=11$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**SAI**

a) Thay tọa độ $N(0;2;0)$ vào d thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

b) Ta có $\vec{n}_P=(1;1;-1)$; $\vec{u}_d=(1;-1;1)$ nên $\vec{n}_P.\vec{u}_d=1.1+(-1).1+1.(-1)=-2\neq 0$

Vậy đường thẳng d không song song với mặt phẳng (P)

c) Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=-2+2t\\ y=4-2t\\ z=-1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

d) Gọi $M=(-2+2t;4-2t;-1+t)$ là giao điểm của d và (P)

Suy ra $(-2+2t)+(4-2t)-(-1+t)-1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M=(2;0,1)$.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p=(1;1;-1)$. Điểm $N=(0;2;0)\in d$.

Gọi Δ là đường thẳng qua $N(0,2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P)\

Đường thẳng Δ nhận vectơ $\vec{n}_p=(1;1;-1)$ làm vector chỉ phương.

Suy ra phương trình của Δ là: $(\Delta):\frac{x-0}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-0}{-1}\Leftrightarrow(\Delta):\begin{cases}x=c\\ y=2+c\\ z=-c\end{cases},c\in\mathbb{R}$.

Gọi $M'=(c;2+c;-c)$ là giao điểm của Δ với mặt phẳng (P)

Suy ra $c+(2+c)-(-c)-1=0 \Leftrightarrow c=-\dfrac{1}{3} \Rightarrow M'\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MM'}=\left(-\dfrac{7}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) nên d' chính là đường thẳng MM'.

Suy ra d' đi qua $M(2;0;1)$ và nhân vector $\vec{u}=-3\overline{MM'}=(7;-5;2)$ làm vectơ chỉ phương nên phương trình của d' là: $d':\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{2}$.

$\Rightarrow a-b+c=13$

Câu 127. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=4+2t, t\in\mathbb{R}\\z=-3-t\end{cases}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y+z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Góc giữa Δ và (P) bằng 30°.

d) Toạ độ giao điểm của Δ và (P) là $M(3;4;-3)$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;1)$

c) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$, một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;1)$. Khi đó

$$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\frac{\left|1\cdot 2+2\cdot 1+(-1)\cdot 1\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\frac{1}{2}.$$

Khi đó $(\Delta,(P))=30^\circ$.

d) Ta có $2.3+(-4)+(-3)-1=-2\neq 0$ nên $M(3;4;-3)\notin(P)$.

Câu 128. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-1-3t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x+y-3z-1=0$.

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(1;2;-1)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Góc giữa Δ và (P) bằng $60°$.

d) Hình chiếu của $M(1;2;-1)$ lên (P) có toạ độ là $N(1;2;1)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

b) Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;-3)$.

c) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;1;-3)$, một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(2;1;-3)$. Khi đó

$$\sin(\Delta,(P))=\frac{|2\cdot 2+(-1)\cdot(-1)+3\cdot 3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+3^2}}=1.$$

Do đó $(\Delta,(P))=90°$.

d) Ta có $\Delta\perp(P), M(1;2;-1)\in\Delta$ và $\overrightarrow{MN}=(0;0;2)$ không cùng phương với $\vec{n}=(2;1;-3)$ nên đáp án sai.

Câu 129. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\ y=1+2t\\ z=-5+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x+y-5=0$.

a) Vectơ $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

b) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oyz) bằng $45°$.

c) Đường thẳng đi qua $N(2;3;-4)$ và song song với Δ có phương trình là $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+4}{1}$

d) Đường thẳng d vuông góc Δ và tạo với (P) một góc $45°$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;4)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**SAI**

a) Từ phương trình của $\Delta:\begin{cases}x=3-2t\\ y=1+2t\\ z=-5+t\end{cases}$ ta có $\vec{u}=(-2;2;1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

b) $(P): x+y-5=0; (Oyz): x=0$ nên ta có $\cos((P),(Oyz))=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Suy ra $((P),(Oyz))=45°$.

c) Đường thẳng $\Delta_1 // \Delta$ nên Δ_1 nhận $\vec{u}=(-2;2;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Hơn nữa Δ_1 đi qua $N(2;3;-4)$ nên có phương trình là $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+4}{1}$.

d) Gọi $\overrightarrow{u_1}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2>0$) là một vectơ chỉ phương của d.

Do $d\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{u_1}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{u_1}\cdot\vec{u}=0\Rightarrow-2a+2b+c=0\Rightarrow c=2a-2b(*)$.

Hơn nữa $(d,(P))=45^\circ$ nên $\sin(d,(P))=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{|a+b|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow|a+b|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\Leftrightarrow(a+b)^2=a^2+b^2+c^2\Leftrightarrow c^2=2ab$.

Thay (*) vào ta được $(2a-2b)^2=2ab\Leftrightarrow 2a^2-5ab+2b^2=0(**)$.

Nếu $b=0\Rightarrow a=0;c=0$ (không thỏa mãn).

Nếu $b\neq0$, ta có $(**)\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}\right)^2-5\left(\frac{a}{b}\right)+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{a}{b}=2\\ \frac{a}{b}=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $\frac{a}{b}=2\Rightarrow a=2b$, thay vào $(^*)$ ta được $c=2b$. Do đó $\overrightarrow{u_1}=(2b;b;2b)=b(2;1;2)$ (với $b\neq0$).

Với $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\Rightarrow b=2a$, thay vào $(^*)$ ta được $c=-2a$. Do đó $\overrightarrow{u_1}=(a;2a;-2a)=a(1;2;-2)$ (với $a\neq0$).

Vậy $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;4)$ không là một vectơ chỉ phương. của d.

Câu 130. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+2024}{2}=\frac{y+2025}{1}=\frac{z+2026}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$.

a) $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

b) $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

c) $\cos(\Delta,(P))=\frac{8}{9}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng khoảng 68° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**SAI**

a) Do $\Delta:\frac{x+2024}{2}=\frac{y+2025}{1}=\frac{z+2026}{-2}$ nên $\vec{u}=(2;1;-2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

b) Do $(P):2x+2y-z+1=0$ nên $\vec{n}=(2;2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (P).

c) Ta có $\sin(\Delta,(P))=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{|2.2+1.2-2(-1)|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{8}{9}$

$\cos^2\left(\Delta,\left(P\right)\right)=1-\sin^2\left(\Delta,\left(P\right)\right)=1-\dfrac{64}{81}=\dfrac{17}{81}\Rightarrow\cos\left(\Delta,\left(P\right)\right)=\dfrac{\sqrt{17}}{9}$.

d) Ta có $\cos\left(\Delta,\left(P\right)\right)=\dfrac{\sqrt{17}}{9}\Rightarrow\left(\Delta,\left(P\right)\right)\approx 63^0$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 131. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho trên?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $M(-1;3;1),P(1;2;3)\in(d)$; $N(-2;1;-2),Q(2;-1;2),S(1;2;-3)\notin(d)$

Vậy đường thẳng (d) đi qua hai điểm.

Câu 132. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng (d) cho trước?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $M(-1;3;1),P(1;2;3)\in(d)$; $N(-2;1;-2),Q(2;-1;2),S(1;2;-3)\notin(d)$

Vậy đường thẳng (d) đi qua hai điểm.

Câu 133. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khi $m\in\mathbb{R}\setminus\{a\}$ thì đường thẳng d đi qua hai điểm $A(1;2;0)$; $B(m;-1;3)$ cắt mặt phẳng (P): $x+y+z-6=0$. Giá trị của a bằng bao nhiêu ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;0)$ và có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB}(m-1;-3;3)$

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\vec{n}(1;1;1)$

d cắt (P) $\Leftrightarrow \vec{n}.\vec{u}=m-1-3+3=2\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$

Vậy với $m\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ thì d cắt (P) nên $a=1$.

Câu 134. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(5;2;-2)$. Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là đường đối xứng với AB qua mặt phẳng (Oyz). Tính $a+b$

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Do $A'(1;2;4)$ và $B'(-5;2;-2)$ là hai điểm đối xứng với A,B qua mặt phẳng (Oyz) vậy nên đường thẳng Δ đi qua A' và B' nên Δ nhận $\overrightarrow{A'B'}=(-6;0;-6)$ là vectơ chỉ phương.

Khi đó Δ nhận $\vec{u}=(1;0;1)$ là vecto chỉ phương $\Rightarrow a=1;b=0\Rightarrow a+b=1$.

Câu 135. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-5}{1}$ và $\Delta':\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng (P). Biết (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;3)$. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Đường thẳng Δ qua $A(1;-4;5)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương.

Đường thẳng Δ' qua $B(-3;-2;3)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;1)$ là vecto chỉ phương $\Rightarrow \Delta // \Delta'$.

Gọi A' là điểm trên Δ' sao cho $AA'\perp\Delta$.

Do $A'\in\Delta'\Rightarrow A'(-3+2t;-2+3t;3+t)\Rightarrow\overrightarrow{AA'}=(-4+2t;2+3t;-2+t)$.

Do $AA'\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -8+4t+6+9t-2+t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{7}$

$$\Rightarrow A'\left(\frac{-17}{7};\frac{-8}{7};\frac{23}{7}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AA'}=\left(\frac{-24}{7};\frac{20}{7};\frac{-12}{7}\right)=-\frac{4}{7}.(6;-5;3)$$

Khi đó (P) nhận $\vec{n}=(6;-5;3)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow a=6;b=-5\Rightarrow a+b=1$.

Câu 136. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{3}$ và $d':\begin{cases}x=-1+t\\ y=-t\\ z=-2+3t\end{cases}$. Tọa độ giao điểm của d và d' là $I(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

$$\frac{-1+t-1}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-2+3t-4}{3}$$
$$\Leftrightarrow\frac{-2+t}{-2}=\frac{-t+2}{1}=\frac{-6+3t}{3}$$
$$\Leftrightarrow t=2$$

Từ đó suy ra giao điểm I của d và d' là $I(1;-2;4)$

$\Rightarrow a=1,b=-2;c=4\Rightarrow a+b+c=3$

Câu 137. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và $d_2:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+4}{1}$ cắt nhau tại điểm M có toạ độ bằng $M\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -3

Chuyển hai đường thẳng đã cho về dạng phương trình tham số, sau đó:

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}3t'=1+2t\\ 3-2t'=7+t\\ -4+t'=3+4t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-1\\ t=-2\end{cases}$

Suy ra hai đường thẳng cắt nhau tại điểm $M\left(-3;5;-5\right)$.

$\Rightarrow a=-3,b=5;c=-5\Rightarrow a+b+c=-3$

Câu 138. Trong không gian $Oxyz$, số đo góc α giữa đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-y+2z+1=0$ bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 30

Ta có: đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta=\left(1;2;-1\right)$; mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=\left(1;-1;2\right)$.

Áp dụng công thức $\sin\alpha=\sin(\vec{u}_\Delta,\vec{n}_P)=\dfrac{\left|\vec{u}_\Delta.\vec{n}_P\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|.\left|\vec{n}_P\right|}$

$\Leftrightarrow\sin\alpha=\dfrac{\left|1.1+2.(-1)+(-1).2\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\alpha=30^\circ$

Câu 139. Trong không gian $Oxyz$, với giá trị nào của m thì đường thẳng $\left(D\right):\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{m}=\dfrac{z-1}{m-2}$ vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x+3y+2z=2$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Vectơ chỉ phương của $\left(D\right)$: $\vec{a}=\left(2;m;m-2\right)$.

Vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$: $\vec{n}=\left(1;3;2\right)$.

$(D)\perp(P)\Leftrightarrow$ $\vec{a}$ và $\vec{n}$ cùng phương: $2=\dfrac{m}{3}=\dfrac{m-2}{2}\Leftrightarrow m=6$.

Câu 140. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(1;1;5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A,B có dạng $\begin{cases}x=a\\y=b-2t\\z=-2+ct\end{cases}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 11

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-2;7)$ làm vecto chỉ phương có phương trình là:

$$\begin{cases}x=1\\y=3-2t\\z=-2+7t\end{cases},\ t\in\mathbb{R}.$$

$\Rightarrow a=1,b=3;c=7\Rightarrow a+b+c=11$

Câu 141. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và song song với đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases}x=a+4t\\y=-2+bt\\z=1+ct\end{cases}$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 10

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(4;-3;5)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình tham số là $\begin{cases}x=3+4t\\y=-2-3t\\z=1+5t\end{cases}$.

$\Rightarrow a=3,b=-3;c=5\Rightarrow a+b+2c=10$

Câu 142. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;5)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=b+t\\z=5+ct\end{cases}$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -1

Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2;1;-3)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;3;5)$ và vuông góc với (P) thì vec tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;1;-3)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=5-3t \end{cases}$.

$\Rightarrow a=2,b=3;c=-3 \Rightarrow a+b+2c=-1$

Câu 143. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2 có dạng $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 28

Đường d_1 có VTCP $\vec{a}=(1;-4;6)$; d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{b}=(2;1;-5)$.

Vì d_3 vuông góc với $d_1; d_2$ nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(14;17;9)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d_3 là: $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$

$\Rightarrow a=2,b=17;c=9 \Rightarrow a+b+c=28$

Câu 144. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (Δ) qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z-7=0$ và $(Q):x+3y-2z+3=0$ có dạng $\begin{cases} x=a+bt \\ y=3+6t \\ z=c+dt \end{cases};t\in\mathbb{R}$. Tính $a+b+c+d$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Mặt phẳng $(P):2x-y+2z-7=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2,-1,2)$

Mặt phẳng $(Q):x+3y-2z+3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1,3,-2)$

Vì $(\Delta)//(P)$ và $(\Delta)//(Q)$ nên vectơ chỉ phương của (Δ) là $\vec{a}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(-4;6;7)$

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) $\begin{cases} x=2-4t \\ y=3+6t \\ z=1+7t \end{cases};t\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow a=2, b=-4; c=1, d=7 \Rightarrow a+b+c+d=6$

Câu 145. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;b;c)$, mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A*, *B*, song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ thì $b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -1

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n}=(1;3;-2)$.

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u}=(3;2;1)$.

Vì đường thẳng *d* song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ nên VTCP của *d* là $\overrightarrow{u_d}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(7;-7;-7)$ hay $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng *d* đi qua hai điểm *A*, song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Vì $B\in d$ nên: $\dfrac{2-1}{-1}=\dfrac{b+2}{1}=\dfrac{c-3}{1}\Rightarrow\begin{cases}b=-3\\c=2\end{cases}$.

Vậy $b+c=-1$.

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz+10=0$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=-1+2t'\\y=4+2t\\z=-1-t\end{cases}$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -1

$d:\begin{cases}x=-1+t\\y=2+2t\\z=-t\end{cases}$ có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

$d':\begin{cases}x=-1+2t'\\y=4+2t'\\z=-3+t'\end{cases}$ có VTCP là $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;2;1)$.

Gọi $A=d\cap d'\Rightarrow\begin{cases}-1+t=-1+2t'\\2+2t=4+2t\\-t=-3-t'\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t-2t'=0\\2t-2t'=2\\-t-t'=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=2\\t'=1\end{cases}\Rightarrow A(1;6;-2)$.

Vì mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng *d* và d' nên (α) có VTPT là

$\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_d}'\right] = (4;-3;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α): $4(x-1)-3(y-6)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow 4x-3y-2z+10=0$

$\Rightarrow a+b+c+d = 4+(-3)+(-2) = -1$.

Câu 147. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 2t \\ z = 1-t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-6}{2} = \dfrac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = -1-s \\ y = 6+2s \\ z = -3-2s \end{cases}$.

Để xét vị trí tương đ của Δ và d ta xét hệ: $\begin{cases} 2-t = -1-s \\ 2t = 6+2s \\ 1-t = -3-2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-s = 3 \\ t-s = 3 \\ t-2s = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ s = -1 \end{cases}$.

Hệ có nghiệm duy nhất nên Δ và d cắt nhau.

Thay $t = 2$ vào phương trình Δ (hoặc thay $s = -1$ vào phương trình của d) ta được tọa độ giao điểm của Δ và d là $M(0;4;-1) \Rightarrow a+b+c = 0+4+(-1) = 3$.

Câu 148. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$. đường thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (1;-3;4) = \dfrac{1}{2}(2;-6;8) \Rightarrow b = -6, c = 8$.

Thay tọa độ điểm B vào phương trình Δ ta được: $\begin{cases} 2 = 2t \\ -1 = y_0 - 6t \\ 3 = z_0 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ y_0 = 5 \\ z_0 = -5 \end{cases}$

Từ đó ta có: $y_0 + z_0 + b + c = 5-5-6+8 = 2$.

Câu 149. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z}{4}$ và $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{4}$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax+by+z+c=0$. Tính giá trị của $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -2

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}\Rightarrow d$ qua $M(2;0;0)$ và nhận $\vec{u}=(2;-1;4)$ làm một VTCP

Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{4}\Rightarrow\Delta$ qua $N(1;2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(2;-1;4)$ làm một VTCP

Thế tọa độ điểm $M(2;0;0)$ vào đường thẳng Δ, ta được: $\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{-2}{-1}\neq\dfrac{1}{4}\Rightarrow d//\Delta$.

$\overrightarrow{MN}=(-1;2;-1)$. (P) chứa d và $\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_P}=\left[\vec{u};\overrightarrow{MN}\right]=(7;-7;7)$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x-y+z-2=0$

$\Rightarrow a=1,b=-1;c=-2\Rightarrow a+b+c=-2$.

Câu 150. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases}x=1+at\\y=1\\z=3+bt\end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $S=2024a-2025b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4049

Gọi $B=\Delta\cap(P)\Rightarrow$ tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x+2y+z-6=0\\\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=2\end{cases}\Rightarrow B(2;1;2)$$

Vì $d\subset(P)$ và d cắt $\Delta\Rightarrow B\in d\Rightarrow d$ đi qua $A(1;1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;0;-1)$ làm một VTCP.

Suy ra PTTS của $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=3-t\end{cases}\Rightarrow a=1,b=-1\Rightarrow S=2024a-2025b=4049$.

Câu 151. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\begin{cases}x=1+t\\y=0\\z=-5+t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=0\\y=4-2t'\\z=5+3t'\end{cases}$.

Đường vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' đi qua điểm $K(6;m;n)$. Tính $m+n$

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -7

Giả sử AB là đường vuông góc chung của d và d' với $A \in d$, $B \in d'$.

Ta có $\overrightarrow{u_d} = (1;0;1)$, $\overrightarrow{u_{d'}} = (0;-2;3)$

$$\begin{cases} A(1+t;\,0;\,-5+t) \\ B(0;\,4-2t';\,5+3t') \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (t+1;\,2t'-4;\,t-3t'-10).$$

Ta có $\begin{cases} d \perp AB \\ d' \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{BA} = 0 \\ \overrightarrow{u_{d'}}.\overrightarrow{BA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t+1)+(t-3t'-10) = 0 \\ -2(2t'-4)+3(t-3t'-10) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A(4;0;-2) \\ B(0;6;2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (4;-6;-4) \Rightarrow \vec{u} = (-2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Phương trình đường thẳng $AB: \dfrac{x-4}{-2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{2}$.

Đường thẳng AB đi qua $K(6;\,m;\,n)$ nên $\dfrac{6-4}{-2} = \dfrac{m}{3} = \dfrac{n+2}{2} \Rightarrow m = -3, n = -4$.

Vậy $m + n = -7$.

Câu 152. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) và $B(3;a;2a)$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+5t \\ y = 2-4t \\ z = 3+3t \end{cases}$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x = 2+5t \\ y = -4t \\ z = 5+3t \end{cases}$. Khi đó để điểm B nằm trong mặt phẳng (α) thì giá trị của a bằng:

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = 2-2t \\ z = 3+2t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (5;-4;3)$ và đi qua điểm $A(-1;2;3)$.

Đường thẳng $d': \begin{cases} x = 2+5t \\ y = -4t \\ z = 5+3t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (5;-4;3)$ và đi qua điểm $B(2;0;5)$.

$\overrightarrow{AB} = (3;-2;2)$

Vì mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và d' nên (α) có VTPT là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_d}'\right] = (2;1;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) có VTPT $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (2;1;-2)$ và đi qua điểm $A(-1;2;3)$ là:

$2(x+1)+(y-2)-2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x+y-2z+6 = 0$

$B \in (\alpha) \Rightarrow 2.3 + a - 2.2a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = 4$.

Câu 153. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$. Gọi $\vec{u}(a;b;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng Δ và cắt trục Oy. Tính $a+b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Gọi giao điểm của đường thẳng d và trục Oy là $B(0;t;0)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(-2;t-1;-3)$.

Từ giả thiết ta có $\vec{u}\perp\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow\vec{u}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow -2-2(t-1)-6=0\Leftrightarrow t=-3$.

Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-4;-3)$ nên có thể chọn $\vec{v}=(2;4;3)$ là vectơ chỉ phương của d.

Vậy $a=2, b=4$ nên $a+b=6$.

Câu 154. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC có dạng: $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{b}=\frac{1-z}{c}$. Tính $b+4c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 7

Đường thẳng d đi qua A và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Phương trình của đường thẳng d : $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}\Rightarrow\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{1-z}{1}$.

$\Rightarrow b=3, c=1\Rightarrow b+4c=7$

Câu 155. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$; $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d có dạng $\Delta:\frac{x-a}{1}=\frac{y-1}{b}=\frac{x+1}{c}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Trung điểm của AB là $I(0;1;-1)$

$d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u}(1;-1;2)$ nên đường thẳng Δ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u}(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{x+1}{2}$.

$\Rightarrow a = 0, b = -1, c = 2 \Rightarrow 2024a + b + c = 1$

Câu 156. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song với (P) và (Q) có dạng $\Delta: \begin{cases} x = 1+at \\ y = -2 \\ z = b+ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)} = (1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)} = (1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right] = (2;0;-2) = 2(1;0;-1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với hai mặt phẳng, nên nhận vectơ $(1;0;-1)$ làm vectơ chỉ phương, do đó phương trình là: $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = 3-t \end{cases}$

$\Rightarrow a = 1, b = 3, c = -1 \Rightarrow a+b+c = 3$

Câu 157. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có dạng: $\dfrac{x-2}{a} = \dfrac{1-y}{b} = \dfrac{z+c}{-1}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là: $\overrightarrow{u_\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (3;2;-1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) là: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$

$\Rightarrow \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{1-y}{-2} = \dfrac{z+2}{-1}$

$\Rightarrow a = 3, b = -2, c = 2 \Rightarrow a+b+c = 3$

Câu 158. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$ và $D(0;0;1)$. Phương trình đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có dạng: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1+at \\ z = b+ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $2a+3b+4c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có $\overrightarrow{BC}=(0;-2;-2),\overrightarrow{BD}=(-1;-1;-1)$;

Mặt phẳng (BCD) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=(0;2;-2)$;

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;2;-2)$.

Đường thẳng đi qua B và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là $\begin{cases}x=1\\y=1+2t\\z=2-2t\end{cases}$.

$\Rightarrow a=2,b=2,c=-2\Rightarrow 2a+3b+4c=2$

Câu 159. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC có dạng $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{b}=\frac{z-2}{c}$. Tính $2b-c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: –9

Gọi $M(x;y;z)$ là trung điểm BC. Khi đó $M(1;-1;3)$

Ta có $\overrightarrow{AM}=vtcp\vec{u}=(2;-4;1)$

Phương trình đường trung tuyến $AM:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$

$\Rightarrow b=-4,c=1\Rightarrow 2b-c=-9$

Câu 160. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1-4t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d có dạng $(P):ax+by+10z+d=0$. Tính $a+b+d$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: –18

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;0;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(2;-3;0)$; $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Mặt phẳng (P) chứa điểm A và đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=(-3;-2;-10)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-3(x+1)-2(y-3)-10(z-2)=0\Leftrightarrow -3x-2y-10z+23=0$

$\Leftrightarrow 3x+2y+10z-23=0$

$\Rightarrow a=3, b=2, d=-23 \Rightarrow a+b+d=-18$

Câu 161. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng: $(d):\begin{cases}x=t+2\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và $(\Delta):\begin{cases}x=m+3\\y=3m-2\\z=2m+1\end{cases}$ $(m\in\mathbb{R})$ có dạng $x+ay+bz+c=0$. Tính $P=a+2b+3c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

Ta có $d//\Delta$.

Chọn $A(2;-1;1)\in(d), B(3;-2;1)\in(\Delta)$.

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$

Phương trình mặt phẳng chứa hai đường thẳng (d) và (Δ) qua $A(2;-1;1)$ và có VTPT

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_{(d)}}\right]=(-2;-2;4)=-2(1;1;-2)$ là:

$1(x-2)+1(y+1)-2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$.

$\Rightarrow a=1, b=-2, c=1 \Rightarrow P=a+2b+3c=0$

Câu 162. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h;k;1)$. Tính giá trị $h-k$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

$H\in\Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t;t;1+t)$.

$K\in\Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m;2+2m;m)$.

Ta có $\overrightarrow{HK}=(m-2t-2;2m-t+2;m-t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-2)$.

$\Delta\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK}=0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK}=(-t-4;t-2;-3)$.

Ta có $HK^2=(-t-4)^2+(t-2)^2+(-3)^2=2(t+1)^2+27\ge 27, \forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow minHK=\sqrt{27}$, đạt được khi $t=-1$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK}=(-3;-3;-3)$, suy ra $\vec{u}(1;1;1)\Rightarrow h=k=1\Rightarrow h-k=0$.

Câu 163. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-3;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+3z-14=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho ΔMAB vuông tại M. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy).

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm cần tìm.

$\overrightarrow{AM}=(x-3;y-1;z-2)$, $\overrightarrow{BM}=(x+3;y+1;z)$.

Vì ΔMAB vuông tại M nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)+(y-1)(y+1)+z(z-2)=0$

$\Leftrightarrow x^2-9+y^2-1+z^2-2z=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+(z-1)^2=11$.

$\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=\sqrt{11}$.

Nhận xét thấy $d(I,(P))=\dfrac{|0+0+3.1-14|}{\sqrt{1^2+1^2+3^3}}=\sqrt{11}=R$.

$\Rightarrow (P)$ tiếp xúc với (S) tại M

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên (P)

$$\Rightarrow \begin{cases} M\in(P) \\ \overrightarrow{IM} \text{ cïng ph-¬ng } \overrightarrow{n_{(P)}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+3z=14 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;4).$$

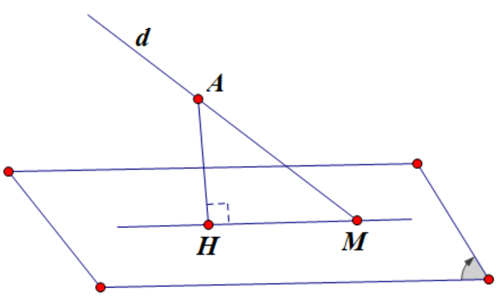
Vậy $d(M,(Oxy))=|4|=4$.

Câu 164. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d và (α), A thuộc d sao cho $AM=\sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α).

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3.



Đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-12}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Ta có: $\sin(d;(\alpha))=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_\alpha}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|}=\dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (α).

Khi đó tam giác ΔMAH vuông tại H nên $\sin(d;(\alpha))=\sin\widehat{AMH}=\dfrac{AH}{AM}$.

$\Rightarrow AH=AM.\sin(d;(\alpha))=3$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (α) bằng 3.

Câu 165. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d_1 có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-2)$ và đi qua điểm $M(1;-3;2)$, $d_2:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 có dạng $ax+by+cz+11=0$. Giá trị $a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 20.

Đường thẳng d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $N(-3;1;-4)$

Ta có: $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)\neq\vec{0}$; $\overrightarrow{MN}=(-4;4;-6)$; $[\vec{v},\vec{u}].\overrightarrow{MN}=-16+20-12=-8\neq 0$

$\Rightarrow$ d_1 và d_2 chéo nhau.

Mặt phẳng (P) cách đều hai đường thẳng d_1 và d_2 nên (P) nhận $[\vec{v},\vec{u}]=(4;5;2)$ làm một vectơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(-1;-1;-1)$ của đoạn MN

Suy ra phương trình của (P): $4(x+1)+5(y+1)+2(z+1)=0\Leftrightarrow 4x+5y+2z+11=0$

$\Rightarrow a=4;b=5;c=2\Rightarrow a+2b+3c=20$

Câu 166. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình: $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;1;1)$

Mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(10;2;m)$

Để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ phải cùng phương với $\vec{n}$

$\Rightarrow \dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{m} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 167. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x+y-11=0$ bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 45

(P) qua O và nhận $\overrightarrow{OH}=(2;1;2)$ làm VTPT

$(Q): x+y-11=0$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;0)$

Ta có $\cos((P),(Q))=\dfrac{\left|\overrightarrow{OH}.\vec{n}\right|}{OH.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P),(Q))=45^0$

Câu 168. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y+2z-5=0$. Xét mặt phẳng $(Q): x+(2m-1)z+7=0$, với m là tham số thực. Tính tổng tất cả giá trị của m để (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 5

Mặt phẳng (P), (Q) có vectơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_p}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{n_Q}=(1;0;2m-1)$

Vì (P) tạo với (Q) góc $\dfrac{\pi}{4}$ nên

$$\cos\frac{\pi}{4}=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_p};\overrightarrow{n_Q}\right)\right| \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|1+2(2m-1)|}{3.\sqrt{1+(2m-1)^2}}$$
$$\Leftrightarrow 2(4m-1)^2=9(4m^2-4m+2)$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-20m+16=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right. \Rightarrow 1+4=5$$

Câu 169. Trong không gian với hệ truvcj tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Điểm $A(a;b;c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tính tổng $a+b-c$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Điểm A có hoành độ dương thuộc đường thẳng d, tọa độ A là $(2t;-t;-1+t)$ với $t>0$.

Khoảng cách từ A đến (α) bằng 3 nên ta có: $\dfrac{|2t-2(-t)-2(-1+t)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2t+7|}{3}=3 \Leftrightarrow |2t+7|=\pm 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-8\,(L) \\ t=1(TM) \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ A là $(2;-1;0) \Rightarrow a+b-c=2-1-0=1$.

Câu 170. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\begin{cases} x=2t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1,d_2. Giá trị $\cos\varphi$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{c}}{b}$. Tính giá trị biểu thức $P=b-3a+c$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 8

Ta có $\vec{u}_{d_1}=(-1;2;2), \vec{u}_{d_2}=(2;0;-1)$

Khi đó $\cos\varphi=\dfrac{|\vec{u}_{d_1}.\vec{u}_{d_2}|}{|\vec{u}_{d_1}||\vec{u}_{d_2}|}=\dfrac{|-1.2+2.0+2.(-1)|}{\sqrt{(-1)^2+2^2+2^2}.\sqrt{2^2+0^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{3\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$.

Vậy $a=4, b=15, c=5 \Rightarrow b-3a+c=15-3.4+5=8$

Câu 171. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là $I(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có: Ta có phương trình đường thẳng AC là $\begin{cases} x=1-5t \\ y=2+5t \\ z=-1+6t \end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Gọi I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác $ABC \Rightarrow I(1-5t;2+5t;-1+6t)$.

Lại có $\overrightarrow{BA}=(-1;3;-4)$, $\overrightarrow{BC}=(-6;8;2)$, $\overrightarrow{BI}=(-5t-1;5t+3;6t-4)$.

Vì I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác nên ABC:

$\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BI}\right)=\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BI}\right) \Leftrightarrow \dfrac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}=\dfrac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BI}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|.\left|\overrightarrow{BI}\right|}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5t+1+15t+9+16-24t}{\sqrt{(-1)^2+3^2+(-4)^2}}=\dfrac{30t+6+40t+24+12t-8}{\sqrt{(-6)^2+8^2+2^2}} \Leftrightarrow \dfrac{-4t+26}{\sqrt{26}}=\dfrac{82t+22}{\sqrt{104}}$

$\Leftrightarrow -8t+52=82t+22 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3};1\right)$.

Vậy $a=-\dfrac{2}{3}, b=\dfrac{11}{3}, c=1 \Rightarrow a+b+c=-\dfrac{2}{3}+\dfrac{11}{3}+1=4$

Câu 172. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-t\end{cases}$ và $(P):-x+2y+2z+5=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ cắt đường thẳng Δ_1 và tạo với đường thẳng Δ_2 một góc nhỏ nhất. Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(a;b;c)$. Tính tổng $a+2b-3c$?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 9

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1 tại B, ta có: $B(1+2t;2+t;-2-t)\in\Delta_1$.

Đường thẳng d có VTCP là: $\overrightarrow{AB}=(2t+2;t+2;-t-1)$, mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(-1;2;2)$.

Gọi φ là góc giữa d và Δ_2, ta có: $\sin\varphi=\dfrac{\left|-2t-2+2t+4-2t-2\right|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}}=\dfrac{|2t|}{3\sqrt{6t^2+14t+9}}\ge 0$, $\Rightarrow d$ tạo với đường thẳng Δ_2 một góc φ nhỏ nhất khi $\varphi=0°$ hay $\sin\varphi=0\Rightarrow t=0$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;0;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$.

Vậy $a=2, b=2, c=-1 \Rightarrow a+2b-3c=2+2.2-3.(-1)=9$

Câu 173. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):ax+by+cz-1=0$ với $c<0$ đi qua 2 điểm $A(0;1;0);B(1;0;0)$ và tạo với (Oyz) một góc $60°$. Tính $2a+3b+c^2$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm A, B nên ta có: $\begin{cases}b-1=0\\a-1=0\end{cases}\Rightarrow a=b=1$

Và (P) tạo với (Oyz) một góc $60°$ nên $\cos((P);(Oyz))=\dfrac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{1}}=\dfrac{1}{2}$ $(*)$

Thay $a=b=1$ vào phương trình $(*)$ được: $\sqrt{2+c^2}=2\Rightarrow c=-\sqrt{2}$

Khi đó: $2a+3b+c^2=5-2=3$

Câu 174. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=4+t \\ y=-4-t \\ z=6+2t \end{cases};d_2:\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-11}{4}=\dfrac{z-5}{2}$.

Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ cắt d_1,d_2 lần lượt ở B,C. Tính tỉ số $\dfrac{AB}{AC}$

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: $0,5$

$B\in d_1\Rightarrow B(4+t;-4-t;6+2t)$. Phương trình tham số $d_2:\begin{cases} x=5+2s \\ y=11+4s \\ z=5+2s \end{cases}$

$C\in d_2\Rightarrow C(5+2s;11+4s;5+2s)$. Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(-1+t;-1-t;2t+1);\overrightarrow{AC}=(2s;4s+14;2s)$

Do A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Do đó $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\Rightarrow \dfrac{AB}{AC}=\dfrac{1}{2}=0,5$

Câu 175. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -4

Ta có vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (P) qua $d_1\Rightarrow \vec{n}.\vec{u}_1=0\Leftrightarrow 2-2b-c=0.$ (1)

$$\sin(d_2,(P))=\frac{|\vec{u}_2.\vec{n}|}{|\vec{u}_2|.|\vec{n}|}=\sin 45^\circ\Leftrightarrow \frac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1}.\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow |1-c|=\sqrt{b^2+c^2+1}\Leftrightarrow b^2+2c=0.(2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-2 \end{cases}\Rightarrow b.c=-4.$

Câu 176. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất có dạng $ax+by-z+d=0$. Tính $3a+2b+d$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 5

Gọi H là hình chiếu của A đến d. Khi đó $H(2-t;-1+2t;1+t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1-t;2t;1+t)$.

Do $AH\perp d\Rightarrow -(-1-t)+2.2t+1+t=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi $AH\perp(\alpha)$.

Do đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Vậy (α): $1(x-2)+1(y+1)-1(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

$\Rightarrow a=1,b=1,d=0\Rightarrow 3a+2b+d=5$

Câu 177. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;1)$; $B(2;-2;4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-7=0$ một góc $60°$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-1;3)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;-2;1)$

Gọi $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) cần lập.

$$\cos((\alpha),(\beta))=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{n_\beta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|.\left|\overrightarrow{n_\beta}\right|}=\frac{|1.a-2.b+1.c|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow 2(a-2b+c)^2=3(a^2+b^2+c^2)$ (1)

Mặt khác vì mặt phẳng (β) chứa A, B nên: $\overrightarrow{n_\beta}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow a-b+3c=0\Leftrightarrow a=b-3c$

Thế vào (1) ta được: $2b^2-13bc+11c^2=0$ (2)

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra có 2 vectơ $\overrightarrow{n_\beta}=(a;b;c)$ thỏa mãn và có 2 mặt phẳng.

Câu 178. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+9=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(1;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A cắt d và song song với mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{b}=\dfrac{z+1}{c}$. Tính $S=b^2.c^3$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có: (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(1;1;-1)$.

d có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}=(1;3;2)$ và $B(3;3;0)\in d$.

Δ có vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;c)$ và $A(1;2;-1)\in\Delta$ (trong đó $a^2+b^2+c^2>0$).

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;1;1); d \,||\, (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow a+b-c=0 \Leftrightarrow c=a+b \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(a;b;a+b)$.

Do d cắt Δ $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\vec{u}\right].\overrightarrow{u_\Delta}=0 \Leftrightarrow 2a+b=0 \Leftrightarrow b=-2a.$

Chọn $a=-1 \Rightarrow b=2 \Rightarrow c=1 \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;1) \Rightarrow \Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Kết luận: $\Delta: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

$\Rightarrow S=b^2.c^3=4$

Câu 179. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có dạng $\begin{cases} x=a+t \\ y=-t \\ z=b+ct \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

Tính $2a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có: $\vec{n}_{(Oxy)}=(1;1;0)$, $\vec{n}_{(Oxy)}=(0;0;1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy). Khi đó:

$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Oxy)}\right]=(1;-1;0)$.

Vậy $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$.

$\Rightarrow a=2, b=-1, c=0 \Rightarrow 2a+b+c=3$

Câu 180. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(3;-1;5)$ và cùng song song với hai mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$, $(Q): 2x+y+z+4=0$ có dạng $\frac{x-3}{a}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{b}$. Tính $a.b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -6

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$; mặt phẳng (Q) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;1)$.

Nhận thấy $A\notin(P)$ và $A\notin(Q)$.

Gọi đường thẳng cần lập là d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của nó.

Ta chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(2;-1;-3)$.

Mặt khác, d qua $A(3;-1;5)$ nên có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-5}{-3}$.

$\Rightarrow a=2,b=-3\Rightarrow a.b=-6$

Câu 181. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}; d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+3}{1}$. Xét các điểm A, B lần lượt di động trên d_1 và d_2 sao cho AB song song với mặt phẳng (P). Tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-9;b;c)$. Tính $b.c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -40

$A\in d_1\Rightarrow A(3a;1-a;-1+a)$; $B\in d_2\Rightarrow B(2+b;1-2b;-3+b)$.

$\overrightarrow{AB}=(2+b-3a;-2b+a;b-2-a)$; $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Do $AB//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}b$.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

$I\left(\frac{3a+2+b}{2};\frac{2-2b-a}{2};\frac{-4+a+b}{2}\right)$ hay $I\left(1+\frac{3}{2}b;1-\frac{8}{6}b;-2+\frac{5}{6}b\right)$

Suy ra tập hợp điểm I là một đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + \frac{3}{2}b \\ y = 1 - \frac{8}{6}b \\ z = -2 + \frac{5}{6}b \end{cases}$

Suy ra tập hợp trung điểm của đoạn thẳng AB là một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-9;8;-5)$.

$\Rightarrow b.c = -40$

Câu 182. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$ và $x + y - 2z + 8 = 0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN có dạng $\frac{x-5}{a} = \frac{y-3}{b} = \frac{z-5}{2}$. Tính $3a - 2b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Đường thẳng d có phương trình tham số: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+2t;t;2+t)$.

Điểm A là trung điểm của MN nên:

$A(2;-1;3)$

$\begin{cases} x_N = 2x_A - x_M = 5 - 2t \\ y_N = 2y_A - y_M = -2 - t \Rightarrow N(5-2t;-2-t;4-t) \\ z_N = 2z_A - z_M = 4 - t \end{cases}$

Mặt khác điểm $N \in (P)$ nên: $5 - 2t - 2 - t - 8 + 2t + 8 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Suy ra: $M(5;3;5)$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AM}(3;4;2)$ và đi qua điểm $M(5;3;5)$ nên có phương trình: $\frac{x-5}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{2}$

$\Rightarrow a = 3; b = 4 \Rightarrow 3a - 2b = 1$

Câu 183. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y-3z-7=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, song song (P) và cắt đường thẳng d có dạng $\begin{cases} x=3+at \\ y=b-54t \\ z=-4+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 60

Gọi $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-2;-3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;-4;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(3;-2;2)$.

Giả sử $\Delta\cap d=M$ nên $M(2+3t;-4-2t;1+2t)$ khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AM}=(3t-1;-2t-6;2t+5)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$ nên $3(3t-1)-2(-2t-6)-3(2t+5)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{11}{7};-\dfrac{54}{7};\dfrac{47}{7}\right)$

Chọn vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ có tọa độ là $(11;-54;47)$ do đó phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x=3+11t \\ y=2-54t \\ z=-4+47t \end{cases}$.

$\Rightarrow a=11, b=2, c=47\Rightarrow a+b+c=60$

Câu 184. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-z-4=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với (P), biết Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$, đồng thời Δ đồng phẳng và không song song với Oz. Tính $\dfrac{a}{c}$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Δ không song song với $Oz\Leftrightarrow a:b:c\neq 0:0:1$.

Δ đồng phẳng với $Oz \Leftrightarrow$ Ba vectơ $\vec{u}$; $\vec{k}$; $\overrightarrow{OA}$ đồng phẳng

$\Leftrightarrow \left[\vec{k},\overrightarrow{OA}\right]\vec{u}=0 \Leftrightarrow a+2b=0 \Leftrightarrow a=-2b$.

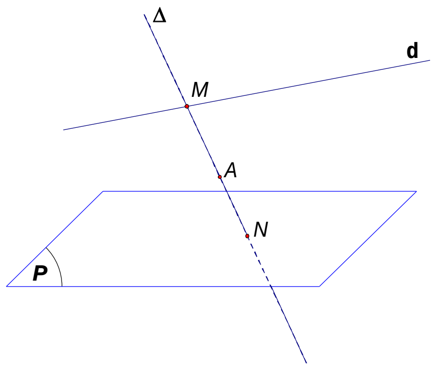
Do $\Delta//(P) \Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{n}=\vec{0} \Leftrightarrow a+b-c=0 \Rightarrow c=-b$. Suy ra $\dfrac{a}{c}=2$.

Câu 185. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biết vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(a;b;2)$, tính $a.b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6



Ta có $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1} \Rightarrow \begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2+t \end{cases}$. Do đó $M\in d \Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì $A(1;-1;2)$ là trung điểm $MN \Rightarrow N(3-2t;-2-t;2-t)$.

Mặt khác $N\in(P) \Rightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(3;2;4) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;3;2)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

$\Rightarrow a=2, b=3 \Rightarrow a.b=6$

Câu 186. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án:

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz.

Gọi $N(0;0;t)=\Delta\cap Oz \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;0;t-1)$.

$\Delta\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_1}=(-3;0;1)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một vectơ chỉ phương $(-3;0;1)$ nên có phương trình là

$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$$

Câu 187. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình dạng $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{a}=\dfrac{z}{b}$. Tính $2a+3b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 13

Phương trình $d_1:\begin{cases} x=3-t_1 \\ y=3-2t_1 \\ z=-2+t_1 \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=5-3t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+t_2 \end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1 \end{cases}$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

$\Rightarrow a=2, b=3 \Rightarrow 2a+3b=13$

Câu 188. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+3}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), cắt và vuông góc với d. Phương trình tham số của Δ dạng $\begin{cases} x=a+4t \\ y=5+bt \\ z=4+ct \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -15

Do Δ nằm trong nằm trong (P) và vuông góc với d nên Δ có vectơ chỉ phương là

$$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(4;-5;-7)$$

Gọi $A=\Delta\cap d$ thì $A=(P)\cap d \Rightarrow A(1;0;-3)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=0-5t \\ z=-3-7t \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=5-5t \\ z=4-7t \end{cases}$

$\Rightarrow a=-3, b=-5, c=-7 \Rightarrow a+b+c=-15$

Câu 189. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1: \frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 có dạng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{a}=\frac{z-3}{b}$. Tính $a-b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

Ta có: $\vec{u}_{d_1}=(1;4;-2)$

$d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$ nên phương trình tham số của $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=1+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $M(2+t;-1-t;1+t)$

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$

Đường thẳng d đi qua $A; M$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1+t;-t;t-2)$

Theo đề bài d vuông góc $d_1 \Rightarrow \vec{u}_d\perp\vec{u}_{d_1} \Leftrightarrow \vec{u}_d.\vec{u}_{d_1}=0 \Leftrightarrow 1.(1+t)+4(-t)-2(t-2)=0 \Leftrightarrow t=1$

$\Rightarrow \vec{u}_d=(2;-1;-1)$

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ và có $\vec{u}_d=(2;-1;-1)$ có dạng:

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

$\Rightarrow a=-1, b=-1 \Rightarrow a-b=0$

Câu 190. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng $\frac{x-1}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z-2}{-1}$. Tính $a-b$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 0

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P):1(x-1)+y+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là vectơ chỉ phương có dạng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

$\Rightarrow a=1, b=1 \Rightarrow a-b=0$

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có dạng $\frac{x-1}{a}=\frac{y-1}{b}=\frac{z-c}{-3}$. Tính $a-b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Gọi $M=d\cap\Delta \Rightarrow M\in d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3} \Rightarrow M(2t-1;t;3t-2)$.

$M\in\Delta\subset(P) \Rightarrow M\in(P):x+2y+z-4=0 \Rightarrow 2t-1+2t+3t-2-4=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;1)$.

Vì $\Delta\perp d$ và $\Delta\subset(P) \Rightarrow \Delta$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{n};\vec{u}_d\right]=(5;-1;-3)$.

Vậy phương trình Δ là $\Delta:\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$.

$\Rightarrow a=5, b=-1, c=1 \Rightarrow a-b+c=6$

Câu 192. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình dạng $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z-c}{1}$. Tính $a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 3

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A=\Delta\cap d_1; B=\Delta\cap d_2 \Rightarrow A(2+2t;3+3t;-4-5t), B(-1+3t';4-2t';4-t')$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3t'-2t-3;-2t'-3t+1;-t'+5t+8)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{d_1}}=(2;3;-5),\overrightarrow{u_{d_2}}=(3;-2;-1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2 ta có:

$\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_{d_2}}\end{cases}$. Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_{d_1}},\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(-13;-13;-13)=-13(1;1;1)=-13\vec{u}$.

Vì $\overrightarrow{AB},\vec{u}$ đều là véc tơ chỉ phương của Δ nên ta có:

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{u}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-3=k\\-2t'-3t+1=k\\-t'+5t+8=k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3t'-2t-k=3\\-2t'-3t-k=-1\\-t'+5t-k=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=1\\t=-1\\k=2\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$$

$\Rightarrow \Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

$\Rightarrow a=1, b=1, c=1 \Rightarrow a+b+c=3$

Câu 193. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-7}{-3}=\dfrac{z}{-1}$. Đường thẳng (Δ) là đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2). Phương trình nào sau đâu là phương trình của (Δ) có dạng $\dfrac{x-a}{1}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z+2}{c}$. Tính $a+2b-c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Lấy điểm $M\in(d_1)$: $M(2+t_1;1+t_1;1+t_1)$

$N\in(d_2)$: $N(t_2;7-3t_2;-t_2)$

$\overrightarrow{MN}=(t_2-t_1-2;-3t_2-t_1+6;-t_2-t_1-1)$

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_1} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 + t_1 = 1 \\ 11t_2 + 3t_1 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2 = 2 \\ t_1 = -1 \end{cases}$

Suy ra $M(1;0;0), N(2;1;-2)$ và $\overrightarrow{MN}(1;1;-2)$

Phương trình đường thẳng (Δ) đi qua M, N là: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$

$\Rightarrow a = 2, b = 1, c = -2 \Rightarrow a + 2b - c = 6$

Câu 194. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có dạng $\Delta: \dfrac{x-2}{a} = \dfrac{y-b}{1} = \dfrac{z-1}{c}$. Tính $a + 2b - c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 4

Gọi giao điểm của Δ và d là $B(t+1; t; 2t-1)$. Khi đó $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{AB} = (t, t, 2t-3)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d có $\overrightarrow{u_d} = (1,1,2)$ thì:

$t + t + 2(2t-3) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = (1,1,-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$

$\Rightarrow a = 1, b = 1, c = -1 \Rightarrow a + 2b - c = 4$

Câu 195. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$,

$d_2: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2 có dạng $ax + by + cz - 13 = 0$. Tính $a - b + c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 5

Tọa độ giao điểm của d_1 và (P) là $A(4;-1;2)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua A và nhận $\vec{u}_2(2;-1;2)$ làm VTCP có phương trình $2x - y + 2z - 13 = 0$.

$\Rightarrow a = 2, b = -1, c = 2 \Rightarrow a - b + c = 5$

Câu 196. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình dạng $\begin{cases}x=1+at\\ y=0\\ z=b+ct\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a-2b+3c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -2

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $N=\Delta\cap Oz$.

Ta có $N(0;0;c)$. Vì Δ qua M,N và $M\notin Oz$ nên $\overrightarrow{MN}(-1;0;c-1)$ là VTCP của Δ.

d có 1 VTCP $\vec{u}(1;2;3)$ và $\Delta\perp d$ nên

$\overrightarrow{MN}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow -1+3(c-1)=0\Leftrightarrow c=\dfrac{4}{3}\Rightarrow \overrightarrow{MN}(-1;0;\dfrac{1}{3})$.

Chọn $\vec{v}(-3;0;1)$ là 1 VTCP của Δ, phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1-3t\\ y=0\\ z=1+t\end{cases}$.

$\Rightarrow a=-3,b=1,c=1\Rightarrow a-2b+3c=-2$

Câu 197. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(0;-1;4)$, vuông góc với d và nằm trong (P) có dạng $\begin{cases}x=at\\ y=-1\\ z=b+ct\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tính $a+b+2c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 7

$\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\end{cases}$

$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(5;0;5)$. Do đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta=(1;0;1)$ $\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\ y=-1\\ z=4+t\end{cases}$

$\Rightarrow a=1,b=4,c=1\Rightarrow a+b+2c=7$

Câu 198. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z}{-2}$ và $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng trên. Tính OM^2.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 5

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=4+t\\z=-2t\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng $d':\begin{cases}x=3+2m\\y=-1-m\\z=-2-m\end{cases}$ nhận véctơ $\vec{v}=(2;-1;-1)$ làm véctơ chỉ phương.

Gọi AB là đoạn vuông góc chung với $A\in d$ và $B\in d'$.

Khi đó $A(2+t;4+t;-2t)$ và $B(3+2m;-1-m;-2-m)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\\\overrightarrow{AB}\perp\vec{v}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{AB}.\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-6t=0\\6m-3t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\t=-1\end{cases}$. Suy ra $A(1;3;2)$ và $B(-1;1;0)$.

Suy ra trung điểm của AB là $M(0;2;1)$. Vậy $OM^2=5$.

Câu 199. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm $B(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vuông góc và cắt đường thẳng d. Tính $2025a+b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 1

Ta gọi AB cắt d tại điểm $M(1+2m;-1+m;2-m)\in d$

$\overrightarrow{AM}(2m;m-3;3-m)$, theo yêu cầu bài toán AB vuông góc d, ta có

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow 2.2m+m-3+m-3=0\Rightarrow m=1\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(2;-2;2)$

Đường thẳng AB đi qua A nhận $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}=(1;-1;1)$ là VTCP, ta có phương trình AB là

$AB:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$. Gọi $B(1+t;2-t;-1+t)\in AB$

Lại có điểm $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t+2(-1+t)+1=0\Rightarrow t=-1$. Vậy $B(0;3;-2)$.

$\Rightarrow a=0, b=3, c=-2 \Rightarrow 2025a+b+c=1$

Câu 200. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x-2y+z=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Đường thẳng d cắt (P) tại điểm A. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d và có hoành độ dương sao cho $AM=\sqrt{6}$. Khi đó tổng $S=2016a+b-c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2018

Tìm A từ hệ $\begin{cases} x-2y+z=0 \\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+z=0 \\ x-2y \quad =1 \\ \quad y+z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow A(-1;-1;-1)$.

Gọi $M(1+2t;t;-2-t)$, $t>\dfrac{-1}{2}$ ta có $AM=\sqrt{6t^2+12t+6}=\sqrt{6} \Leftrightarrow t=0; t=-2$

Với $t=0 \Rightarrow M(1;0;-2) \Rightarrow a=1; b=0; c=-2 \Rightarrow S=2018$.

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(5;-3;5)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Tính BC^2.

Lời giải

Ta có: $d\cap d_1=B\Rightarrow B(1+t_1;-1-t_1;2t_1)$.

$d\cap d_2=C\Rightarrow C(t_2;1+2t_2;t_2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(t_1-4;-t_1+2;2t_1-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(t_2-5;2t_2+4;t_2-5)$.

Vì $A\notin d_2\Rightarrow\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$.

Ba điểm A, B, C cùng thuộc đường thẳng $d\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow\exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-4=k(t_2-5)\\-t_1+2=k(2t_2+4)\\2t_1-5=k(t_2-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\t_2=-1\\k=\dfrac{1}{2}\end{cases}.$$

Do đó $B(2;-2;2)$, $C(-1;-1;-1)\Rightarrow\overrightarrow{BC}=(-3;1;-3)$.

Vậy $BC^2=19$.

Câu 202. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có:

phương trình tham số của $d_1:\begin{cases}x=1+t_1\\y=2+3t_1\\z=t_1\end{cases};t_1\in\mathbb{R}$, $A\in d_1\Rightarrow A(1+t_1;2+3t_1;t_1)$;

phương trình tham số của $d_2:\begin{cases}x=-1-t_2\\y=1+2t_2\\z=2+4t_2\end{cases};t_2\in\mathbb{R}$, $B\in d_2\Rightarrow B(-1-t_2;1+2t_2;2+4t_2)$;

$\overrightarrow{MA}=(t_1-2;3t_1-1;t_1+2);\overrightarrow{MB}=(-4-4t_2;-2+2t_2;4+4t_2)$.

Vì A,B,M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB},k\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1-2=-4k-kt_2\\3t_1-1=-2k+2kt_2\\t_1+2=4k+4kt_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1+4k+kt_2=2\\3t_1+2k-2kt_2=1\\t_1-4k-4kt_2=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\kt_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=0\\k=\dfrac{1}{2}\\t_2=0\end{cases}.$$

Vậy, $A(1;2;0)$ và $B(-1;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2;-1;2)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB = \left|\overrightarrow{AB}\right| = 3$.

Câu 203. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;0;2)$, $C(2;3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$. Biết điểm $M(a;b;c)$ với $a > 0$ thuộc mặt phẳng (ABC) sao cho $AM \perp \Delta$ và $AM = \sqrt{14}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a+b+c$.

Lời giải

Ta có Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-1;1)$.

$\overrightarrow{AB} = (-1;-1;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;2;-3)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;-2;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) nhận vectơ $\overrightarrow{n_{(ABC)}} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;-2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng Δ

$\Rightarrow$ mặt phẳng (Q) nhận vectơ $\overrightarrow{n_Q} = \overrightarrow{u_\Delta} = (1;-1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Khi đó $AM \perp \Delta \Leftrightarrow AM \subset (Q) \Rightarrow M \in (Q)$.

Mặt khác theo giả thiết $M \in (ABC)$ $\Rightarrow M \in$ giao tuyến d của hai mặt phẳng (ABC) và (Q).

Đường thẳng d nhận vectơ $\left[\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_{(ABC)}}\right] = (3;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương, đồng thời đi qua A

$\Rightarrow$ PT $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+2t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Ta có $M \in d \Rightarrow M = (1+3t;1+2t;1-t)$.

Theo giả thiết $AM^2 = 14 \Leftrightarrow (3t)^2 + (2t)^2 + (-t)^2 = 14 \Leftrightarrow 14t^2 = 14 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 1 \end{array}\right.$.

Với $t = -1 \Rightarrow M = (-2;-1;2)$ (loại).

Với $t = 1 \Rightarrow M = (4;3;0)$ (nhận)

Khi đó $a = 4; b = 3; c = 0$.

Vậy $a+b+c = 7$.

Câu 204. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;0;-1)$. Gọi d_2 là đường thẳng đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (a;1;2)$. Để đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 thì giá trị của a bằng bao nhiêu?

Lời giải

Phương trình tham số của đường thẳng d_1 là: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Phương trình tham số đường thẳng d_2 qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (a;1;2)$ là:

$d_2 : \begin{cases} x = 1 + at' \\ y = 0 + t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$

d_1 nhận $\vec{u} = (1;-2;1)$ làm vectơ chỉ phương và d_2 nhận $\vec{v} = (a;1;2)$ làm vectơ chỉ phương

Đường thẳng d_1 cắt đường thẳng d_2 khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases} 1 + t = 1 + at' \\ 2 - 2t = 0 + t' \\ 3 + t = -1 + 2t' \end{cases}$ có đúng một nghiệm.

Ta có: $\begin{cases} 1 + t = 1 + at' \\ 2 - 2t = 0 + t' \\ 3 + t = -1 + 2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - at' = 0 \\ -2t - t' = -2 \\ t - 2t' = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t' = 2 \\ 0 - a.2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t' = 2 \\ a = 0 \end{cases}$.

Vậy $a = 0$.

Câu 205. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-4;0;0)$ và đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 3t \\ z = -2t \end{cases}$.

Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M lên Δ. Tính $a + b + c$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên Δ nên tọa độ của H có dạng $H(1-t;-2+3t;-2t)$ và $\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta}$

$\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 14t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{14} \Rightarrow H\left(\frac{3}{14};\frac{5}{14};\frac{-22}{14}\right) \Rightarrow a + b + c = -1$

Câu 206. Trong không gian $Oxyz$, gọi $H(a;b;c)$ là tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$. Khi đó: AH nhận $\vec{n}(1;1;1)$ là vectơ chỉ phương suy ra phương trình $AH : \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

Do $H \in AH \Rightarrow H(3+t;\ 2+t;-1+t)$.

Do $H \in (\alpha) \Rightarrow 3 + t + 2 + t - 1 + t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right) \Rightarrow a + b + c = 0$.

Câu 207. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính $(OA')^2$.

Lời giải

+ A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P)

+Suy ra phương trình đường thẳng $AA': \begin{cases} x=-1+6t \\ y=3-2t \\ z=6+t \end{cases}$

+Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P) \Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$

+ Do H thuộc $(P) \Rightarrow 6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0 \Leftrightarrow 41t-41=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(5;1;7)$

+ A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

$\Rightarrow A'(11;-1;8) \Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186} \Rightarrow (OA')^2=186$

Câu 208. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+5}{-1}=\frac{z-3}{4}$. Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$ có dạng $\begin{cases} x=-3 \\ y=a-t \\ z=b+ct \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.

Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$

$\Rightarrow (Q): 4y+z+17=0$.

Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$

$\Rightarrow a=-6, b=7, c=4 \Rightarrow a+b+c=5$

Câu 209. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+6=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{3}=\frac{z}{5}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (α) có phương trình dạng $\frac{x}{2}=\frac{y+5}{b}=\frac{z-1}{c}$. Tính $b.c$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-1)$.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z}{5}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$.

Vì $\vec{n}.\vec{u}=1.2+1.3+(-1).5=0$ nên $d//(\alpha)$.

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(\alpha)\Rightarrow d'//d$.

Lấy $A(1;-4;0)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α).

Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-4+t\\z=-t\end{cases}$.

Gọi A' là hình chiếu của A lên (α) thì $A'=\Delta\cap(\alpha)\ \Rightarrow A'(0;-5;1)$.

Đường thẳng d' là đường thẳng đi qua $A'(0;-5;1)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;5)$ có phương trình là

$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+5}{3}=\dfrac{z-1}{5}$.

$\Rightarrow b.c=15$

Câu 210. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2\\y=t\\z=2+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$,

$\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d', Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Do d' là hình chiếu của d lên mặt phẳng (P) khi đó d' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P).

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(-3;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(-2;0;2)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(-3;2;-1)$ là $3x-2y+z+4=0$.

Do Δ' là hình chiếu của Δ lên mặt phẳng (P) khi đó Δ' là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (β) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng (P).

$\Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (β) là $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;-2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (β) đi qua $B(3;1;4)$ và có một vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(0;-2;-2)$ là $y+z-5=0$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y-z+2=0 \\ 3x-2y+z+4=0 \\ y+z-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$.

Vậy $M(-1;2;3) \Rightarrow a+b.c=-1+2.3=5$.

Câu 211. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Gọi $A'(a;b;c)$ là tọa độ hình chiếu của A trên (d). Tính $a+b+c$.

Lời giải

Ta có $A'\in(d)$ nên gọi $A'(6-4t;-2-t;-1+2t)$; $\overrightarrow{AA'}=(5-4t;-3-t;-2+2t)$;

đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-4;-1;2)$.

$AA'\perp(d) \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow (5-4t).(-4)+(-3-t).(-1)+(-2+2t).2=0 \Leftrightarrow t=1$.

$\Rightarrow A'(2;-3;1)$.

Vậy $A'(2;-3;1) \Rightarrow a+b+c=0$.

Câu 212. Trong không gian $Oxyz$, gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với điểm $M(1;2;4)$ qua mặt phẳng $(\alpha): 2x+y+2z-3=0$. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;2)$.

MM' vuông góc với mặt phẳng (α) nên đường thẳng MM' nhận $\vec{n}=(2;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng MM' là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=4+2t \end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng MM' và mặt phẳng (α).

$H\in MM' \Leftrightarrow H(1+2t;2+t;4+2t)$.

$H\in(\alpha) \Leftrightarrow 2(1+2t)+2+t+2(4+2t)-3=0 \Leftrightarrow 9t+9=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow H(-1;1;2)$.

M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (α) nên H là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-3;0;0)$.

$\Rightarrow a+b+c=-3$

Câu 213. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, Gọi $M(a;\, b;\, c)$ thuộc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. Biết điểm M có tung độ âm và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2. Xác định giá trị $T=a+b+c$.

Lời giải

$M\in\Delta\Rightarrow M\left(t;\ 1+2t;\ -2+3t\right)$.

Ta có $d\left(M;\left(Oyz\right)\right)=\left|t\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=2\Rightarrow 1+2t=5\\ t=-2\Rightarrow 1+2t=-2\end{array}\right.$.

Suy ra $t=-2$. Do đó $M\left(-2;\ -3;\ -8\right)$.

Vậy $a=-2;\ b=-3;\ c=-8\Rightarrow T=a+b+c=-13$.

trình $\begin{cases} x=-1+2t\\ y=t\\ z=1+2t\\ 2x+y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=1\\ x=1\\ y=1\\ z=3\end{cases}$. Do đó $M\left(1;1;3\right)$, $a+b+c=5$.

Câu 214. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;\ -1;\ 2\right)$, $B\left(-1;\ 2;\ 3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi điểm $M\left(a;\ b;\ c\right)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$. Tính $6a+6b+3c$.

Lời giải

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}:M\left(1+t;\ 2+t;\ 1+2t\right)$.Đk :$1+2t<0\Rightarrow t<\dfrac{-1}{2}\ (*)$

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow\left(-t\right)^2+\left(-3-t\right)^2+\left(1-2t\right)^2+\left(-2-t\right)^2+\left(-t\right)^2+\left(2-2t\right)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=1\left(L\right)\\ t=-\dfrac{5}{6}\left(N\right)\end{array}\right.$

Với $t=-\dfrac{5}{6}$, ta có $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)\Rightarrow 6a+6b+3c=6$.

Câu 215. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):4x=7y+z+25=0$ và đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng $\left(P\right)$. Đường thẳng d_2 nằm trên $\left(P\right)$ tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}\left(a;b;c\right)$. Tính $\dfrac{a+2b}{c}$.

Lời giải

Gọi $\left(Q\right)=\left(d_1,d_1'\right)$ khi đó $\left(Q\right)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}_Q=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=\left(5;5;15\right)$.

Đường thẳng d_1' có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u_1}'=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{u_1}\right]=\left(22;11;-11\right)$ hay một vecto chỉ phương khác $\vec{u}=\left(2;1;-1\right)$.

Vì $\overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{u_2}=0\Rightarrow 4a-7b+c=0\Rightarrow c=7b-4a\Rightarrow\overrightarrow{u_2}=\left(a;b;7b-4a\right)$.

Ta lại có $\left(d_1;d_2\right)=\left(d_1';d_2\right)\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1}',\overrightarrow{u_2}\right)\right|$

$\Leftrightarrow |a+2b+4a-7b|=|2a+b+4a-7b| \Leftrightarrow |5a-5b|=|6a-6b| \Leftrightarrow |a-b|=0 \Leftrightarrow a=b$

Chọn $a=1 \Rightarrow b=1, c=3 \Rightarrow \dfrac{a+2b}{c}=1$.

Câu 216. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45^0 và nhận vectơ $\vec{n}=(1;b;c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc.

Lời giải

Ta có vectơ chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1=(2;-2;-1)$ và $\vec{u}_2=(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (P) qua $d_1 \Rightarrow \vec{n}.\vec{u}_1=0 \Leftrightarrow 2-2b-c=0$. (1)

$\sin(d_2,(P))=\dfrac{|\vec{u}_2.\vec{n}|}{|\vec{u}_2|.|\vec{n}|}=\sin 45° \Leftrightarrow \dfrac{|1-c|}{\sqrt{b^2+c^2+1}.\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |1-c|=\sqrt{b^2+c^2+1} \Leftrightarrow b^2+2c=0.(2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow b.c=-4$.

Câu 217. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^0$, $BC=3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A.

Lời giải

Vì $C \in BC$ nên $C(4+t;5+t;-7-4t)$.

BC có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-4)$. Mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa BC và (α). Ta có $\sin\varphi=\left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right|=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \varphi=30^0$. Tức là A là hình chiếu của C lên (α).

Vậy $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=CA=d(C;(\alpha))=\dfrac{|4+t-7-4t-3|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C(3;4;-3) \\ C(1;2;5) \end{array}\right.$

Mà C có cao độ âm, suy ra $C(1;2;5)$.

Lúc này AC qua $C(1;2;5)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{n}=(1;0;1)$. Nên $A(3+t;4;-3+t)$.

Mặt khác A nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0 \Rightarrow t=\dfrac{3}{2} \Rightarrow x_A=\dfrac{9}{2}=4,5$.

Câu 218. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7), B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = \sqrt{35}$. Biết M có hoành độ nguyên, tính OM^2.

Lời giải

* Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2;4;-6) = 2(1;2;-3)$

Gọi $I(4;3;4)$ là trung điểm của AB

Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là : $(x-4)+2(y-3)-3(z-4)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z+2=0$

Gọi $d=(P)\cap(Q)$. Đường thẳng d có 1 vpcp là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(1;1;1)$ và đi qua điểm $N(-2;0;0)$, có phương trình là $d:\begin{cases}x=-2+t\\y=t\\z=t\end{cases}$

* Gọi $M\in(P): MA=MB$. Khi đó $M\in$ d và $M(-2+t;t;t)$

Theo giả thiết, ta có : $MA=\sqrt{35} \Leftrightarrow \sqrt{(t-5)^2+(t-1)^2+(t-7)^2}=\sqrt{35}$

$\Leftrightarrow 3t^2-26t+40=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=\dfrac{20}{3}\\t=2\Rightarrow M(0;2;2)\end{array}\right.$

Vậy $OM^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2=8$

Câu 219. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α). Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{b}$, với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Lời giải

Gọi A' là hình chiếu của $A(2;0;1)$ lên (α).

Ta có $B\in(\alpha)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α)

Khi đó $d\equiv A'B\Rightarrow d(A,d)=d(A,(\alpha))=\left|\dfrac{2}{\sqrt{6}}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow a=1, b=3\Rightarrow a+b=4$

Câu 220. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\,//\,(P)$ và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến phần trăm)

Lời giải

Mặt phẳng $(Q)\,//\,(P) \Rightarrow (Q)$ có dạng: $x+y+4z+d=0\ (d\neq -3)$.

$(Q)\cap Ox = B(-d;0;0)$, $(Q)\cap Oy = C(0;-d;0)$. Do B, C lần lượt thuộc các tia Ox, Oy

Suy ra $d<0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-d-1;-1;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-d-1;-3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-3d;-3d;d^2+2d\right)$.

$$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{22} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=2\sqrt{22} \Leftrightarrow 9d^2+9d^2+\left(d^2+2d\right)^2=352$$

$$\Leftrightarrow d^4+4d^3+22d^2-352=0\ (*)$$

Giải $(*)$ chỉ có $d=-4$ thỏa mãn. Khi đó ta có phương trình mặt phẳng $(Q): x+y+4z+4=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng: $\dfrac{|2+2+4.1+4|}{\sqrt{1^2+1^2+4^2}}=2\sqrt{2}\approx 2,83$

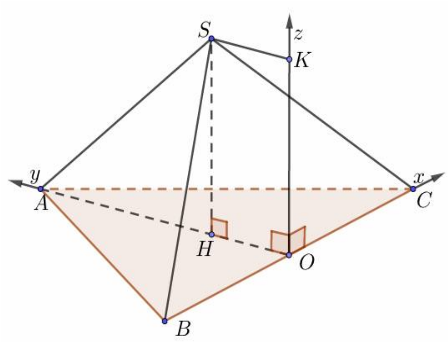
CHỦ ĐỀ 4
ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

1. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH CHÓP ĐẶC BIỆT

Hình chóp đều

Hình chóp tam giác đều



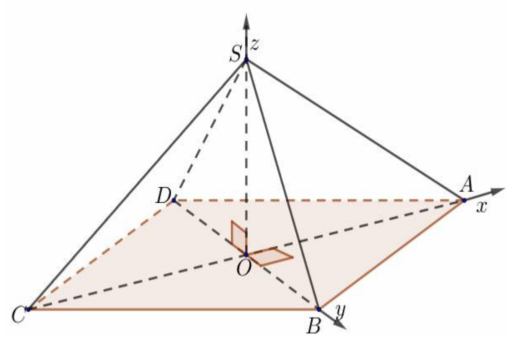
• Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, đặt $AB=1$.

• Dựng hệ trục như hình vẽ .

• Tọa độ điểm: $O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\underbrace{\frac{\sqrt{3}}{6}}_{=OH};\underbrace{OK}_{=SH}\right)$.

Hình chóp tứ giác đều



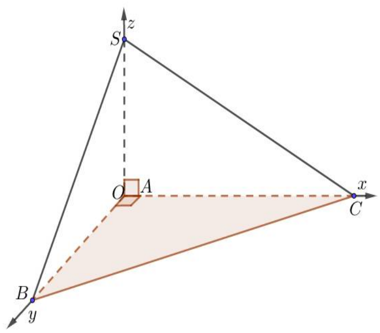
• Chọn hệ trục như hình, đặt $AB=1$.

• Tọa độ điểm: $O(0;0;0)$, $A\left(\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{=OA};0;0\right)$, $B\left(0;\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$,

$C\left(\underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2}}_{=-OA};0;0\right)$, $D\left(0;\underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$, $S(0;0;SO)$.

Hình chóp có cạnh bên (SA) vuông góc với mặt đáy

Đáy là tam giác vuông tại A

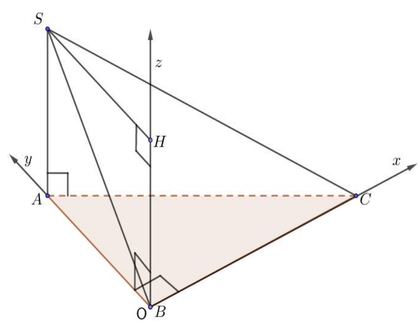


• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $A\equiv O(0;0;0)$,

$B(0;OB;0)$, $C(AC;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

Đáy là tam giác vuông tại B

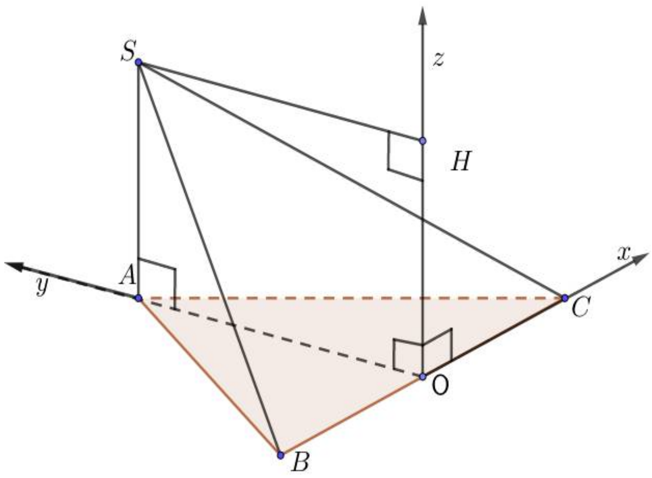


• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $B\equiv O(0;0;0)$, $A(0;AB;0)$,

$C(BC,0;0)$, $S\left(0;AB;\underbrace{BH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác đều



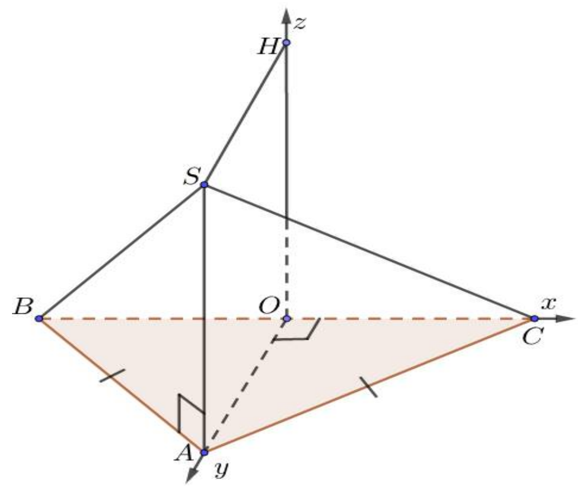
• Gọi O là trung điểm BC.

• Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB=1$.

• Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$B\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác cân tại A



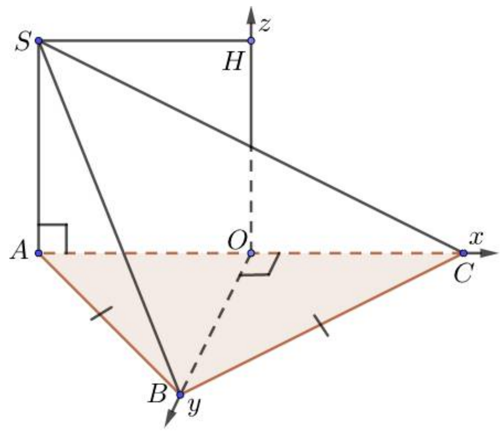
• Gọi O là trung điểm BC.

• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$,

$B(-OB;0;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(0;OA;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác cân tại *B*



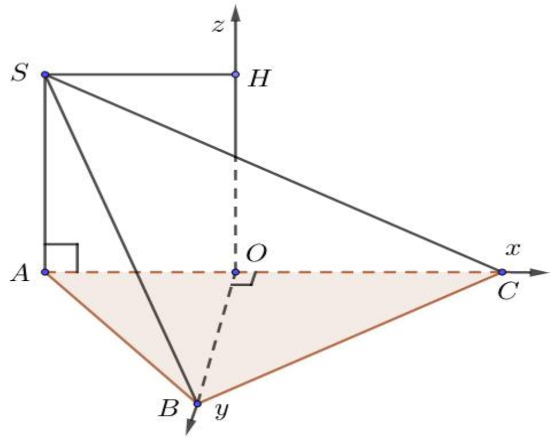
• Gọi O là trung điểm AC.

• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$,

$B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác thường



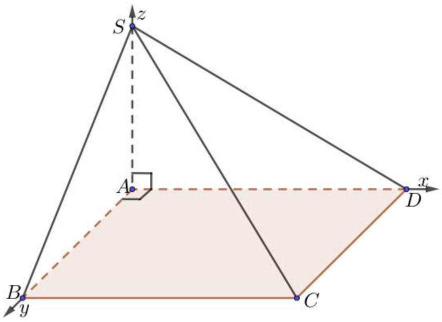
• Dựng đường cao BO của ΔABC.

• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$,

$B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

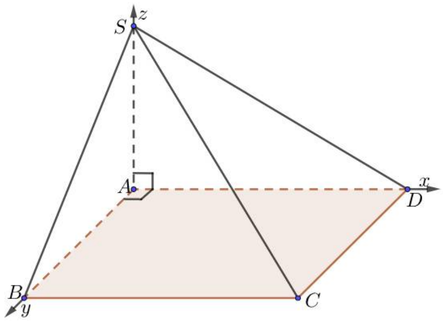
Đáy là hình vuông



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB = 1$.
- Tọa độ $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;1;0)$,

$C(1;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

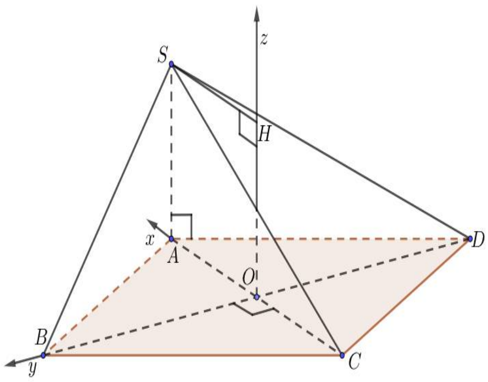
Đáy là hình chữ nhật



- Chọn hệ trục như hình vẽ
- Tọa độ $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$,

$C(AD;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

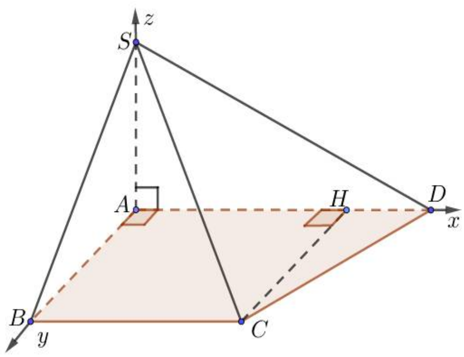
Đáy là hình thoi



- Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.
- Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$,

$C(-OC;0;0)$, $D(0;-OD;0)$, $S\left(OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là hình thang vuông

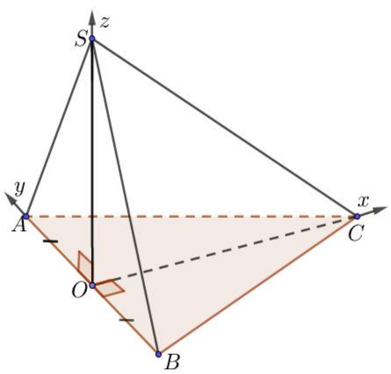


- Chọn hệ trục như hình vẽ.
- Tọa độ: $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$,

$C(AH;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy

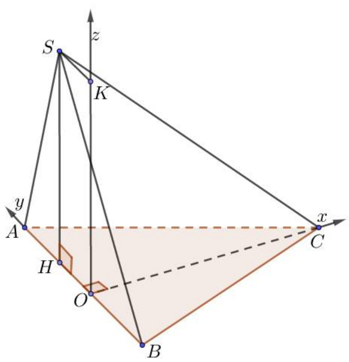
Đáy là tam giác cân tại C (hoặc đều), mặt bên là tam giác cân tại S (hoặc đều)



- Gọi O là trung điểm BC, chọn hệ trục như hình.
- Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$,

$B(0;-OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S(0;0;SO)$

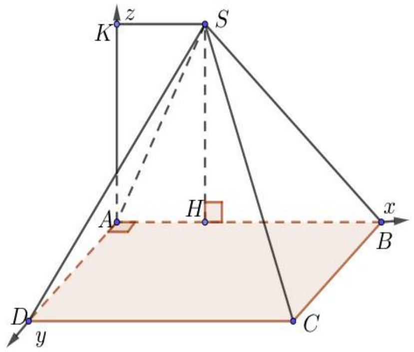
Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường



- Vẽ đường cao CO trong ΔABC, chọn hệ trục như hình.
- Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$, $B(0;-OB;0)$,

$C(OC;0;0)$, $S(0;OH;OK)$

Đáy là hình vuông

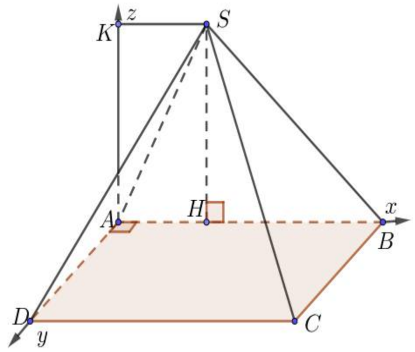


• Chọn hệ trục như hình

• Tọa độ $A\equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0),$

$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

Đáy là hình chữ nhật



• Chọn hệ trục như hình

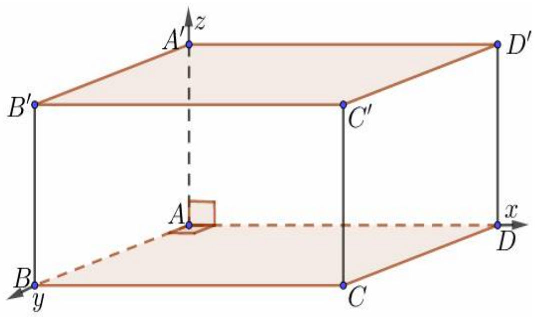
• Tọa độ $A\equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0),$

$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

2. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

Lăng trụ đứng

Hình lập phương, hình hộp chữ nhật



• Dựng hệ trục như hình vẽ.

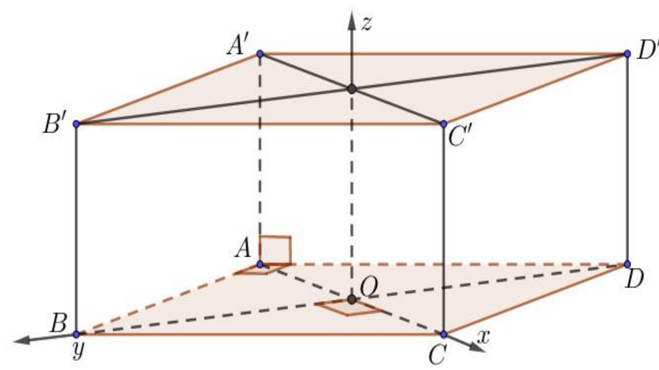
• Tọa độ điểm:

$A\equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$,

$D(AD;0;0), A'(0;0;AA'), B'(0;AB;AA'),$

$C'(AD;AB;AA'),\ D'(AD;0;AA').$

Lăng trụ đứng đáy là hình thoi



• Gọi O là tâm hình thoi đáy, ta dựng hệ trục như hình.

• Tọa độ điểm:

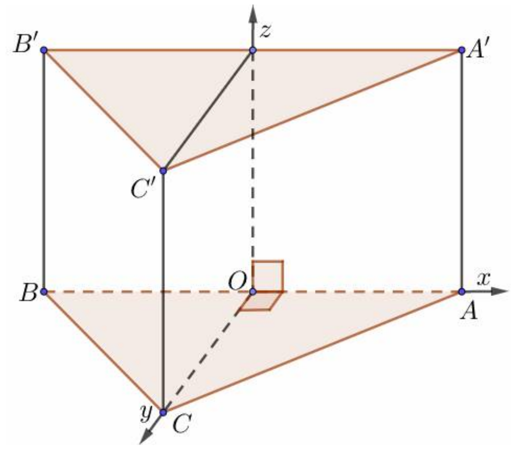
$O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(OC;0;0)$,

$D(0;-OD;0),\ A'(-OA;0;AA'),\ B'(0;OB;AA'),$

$C'(OC;0;CC'),\ D'(0;-OD;DD')$

<table>
<tr>
<td>

Lăng trụ có đáy tam giác đều hoặc cân



• Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ .

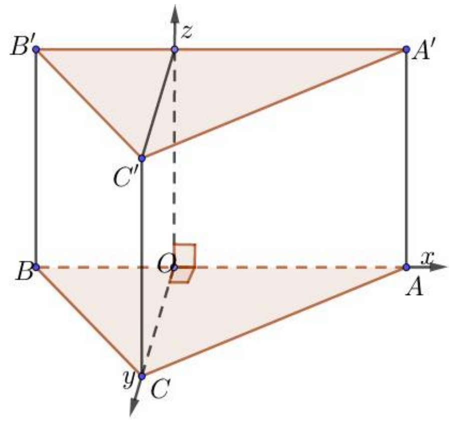
• Tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A\left(\frac{AB}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{AB}{2};0;0\right)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'\left(-\frac{AB}{2};0;BB'\right)$, $C'(0;OC;CC')$.

</td>
<td>

Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường



• Vẽ đường cao CO trong tam giác ABC và chọn hệ trục như hình vẽ .

• Tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(0;OC;0)$,

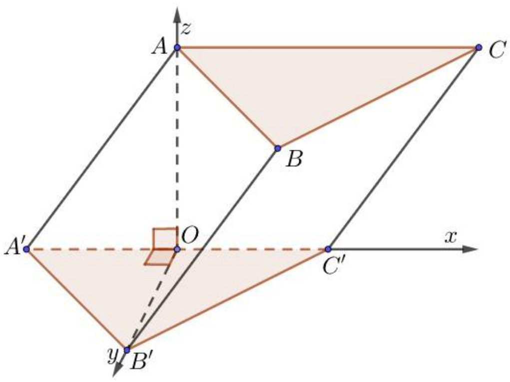
$A'(OA;0;AA')$, $B'(-OB;0;BB')$, $C'(0;OC;CC')$.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Lăng trụ xiên

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm một cạnh tam giác đáy

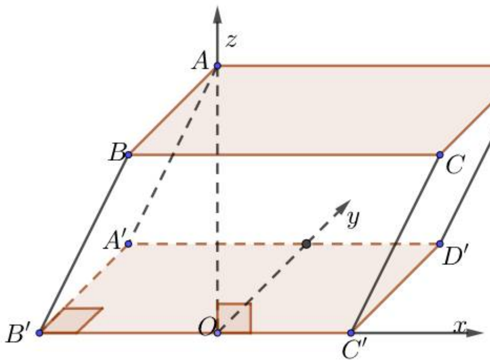


• Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', A.

• Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$.

</td>
<td>

Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó



• Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', D', A.

• Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DD'}$.

</td>
</tr>
</table>

Bài 1. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = 2a$, $OC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

Bài 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tính cosin của góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Tính góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết rằng $AB = a, BC = a\sqrt{3}, SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Hãy tính sin α, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Gọi E là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

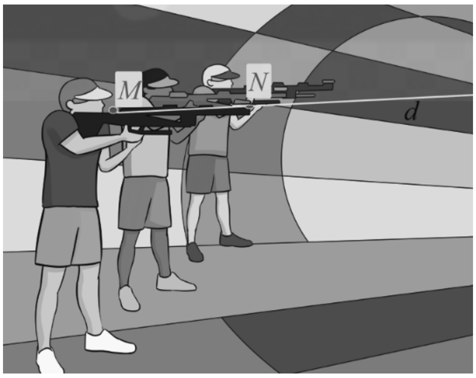
Bài 6. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(C'AB)$ và $(BCC'B')$. Tính $\tan\alpha$.

Bài 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Trên BB' lấy điểm N sao cho $BN = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Tính khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(AC'N)$.

Bài 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

Bài 9. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, $AA' = a$ và góc $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$.

Bài 10. Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3;3;1,5)$, $N(3;4;1,5)$. Viết phương trình tham số của đường nắm bắn của xạ thủ (xem như đường thẳng MN).

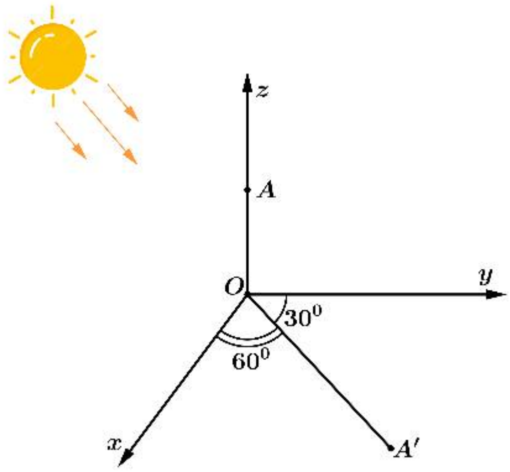


Bài 11. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;3;4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7;\frac{7}{2};21\right)$

b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3;1;-8)$.

Bài 12. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6m vuông góc với mặt đất có chân cột đặt tại ví trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời thì bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam góc $60°$ tạo với hướng đông góc $30°$). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.



Bài 13. Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v}=(150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Bài 14. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai

đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng $n°$ (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Bài 15. Trên một cánh đồng điện năng lượng mặt trời, người ta đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Hai tấm pin năng lượng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(P): 2x+2z+1=0$ và $(P'): x+z+7=0$

a) Tính góc giữa (P) và (P').

b) Tính góc hợp bởi (P) và (P') với mặt đất (Q) có phương trình $z=0$.

PHẦN B

TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 6. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $75°$.

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a,\ AD=2a$. Biết $SA\perp(ABCD),\ SA=a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

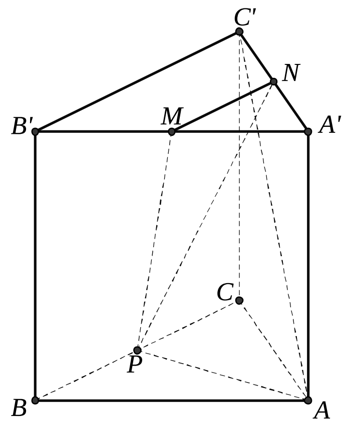
Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30^0. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M,N là trung điểm AB,BC. Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM,DN).

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\frac{18\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\frac{6\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120°$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Cosin của góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{7}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120^o$ và cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{30}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và cabin dừng ở điểm B.

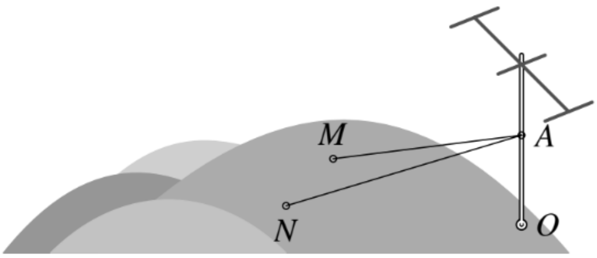
a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} \ (t\in\mathbb{R})$

b) Giả sử sau thời gian t(s) kể từ lúc xuất phát $(t\ge 0)$ thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $60°$.

Câu 22. Người ta muốn dựng một cột ăngten trên một sườn đồi. Ăngten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng mét. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăngten và M,N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0), A(0;0;6), M(3;-4;3),\ N(-5;-2;2)$.



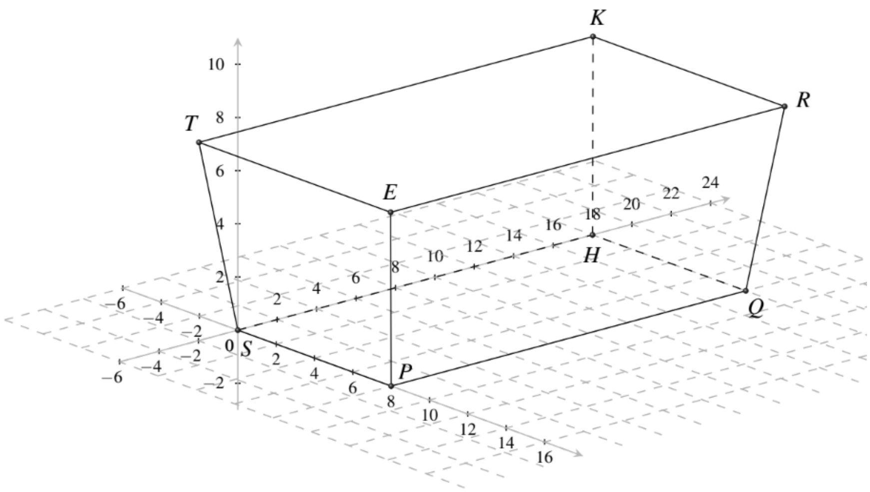
a) Độ dài các đoạn dây cáp MA, NA lần lượt là $6,7\,(m)$ và $5,8\,(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

b) Phương trình tham số của đường cáp MA là: $\begin{cases} x=-3t \\ y=4t \\ z=6+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng sườn đồi có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=40$.

d) Góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi lần lượt là 43° và 54° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 23. Một khuôn nướng bánh mì được mô phỏng trong không gian $Oxyz$ như hình minh họa dưới đây với $S(0;0;0), P(8;0;0), Q(8;18;0), T(-1;-1;7), R(9;19;7)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).



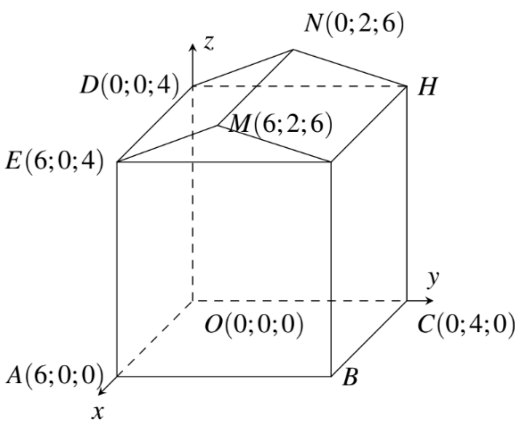
a) $SH=324(cm)$

b) Góc giữa hai cạnh kề SP và ST bằng 82° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa cạnh bên ST và mặt đáy $(SPQH)$ bằng 78° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng 82° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 24. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình dưới đây nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



a) $DE=6(m)$

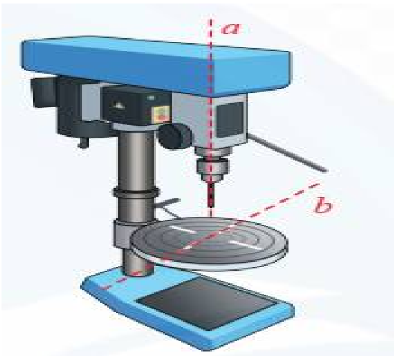
b) Phương trình đường thẳng đi qua điểm $D(0;0;4)$ là: $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=4+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

c) Phương trình mặt phẳng mái nhà $(DEMN)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a-2c+d=3$.

d) Khoảng cách từ điểm B đến mái nhà $(DEMN)$ bằng 4.

Câu 25. Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$, cho biết phương trình trục a của mũi khoan và một đường rãnh b trên vật cần khoan như hình vẽ dưới đây lần lượt là:

$$a:\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3t \end{cases} \text{ và } b:\begin{cases} x=1+4t' \\ y=2+2t' \\ z=6 \end{cases}$$



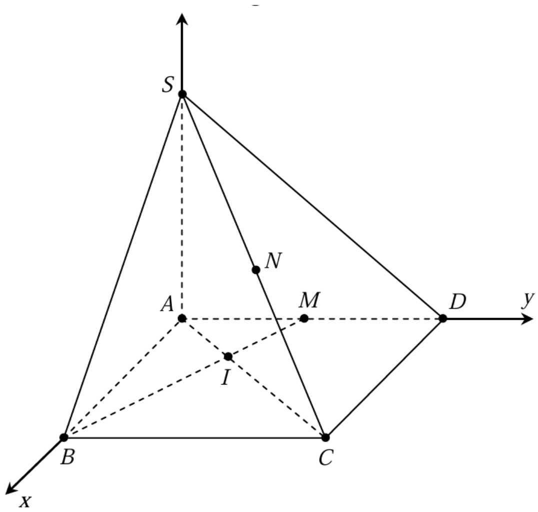
a) Đường thẳng a có một vecơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;1)$.

b) Phương trình chính tắc đường thẳng b là : $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-6}{0}$

c) Hai đường thẳng a và b vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của a và b là $M(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=10$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA=a$ và SA vuông góc $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, SC. Gọi I là giao điểm BM và AC. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây.



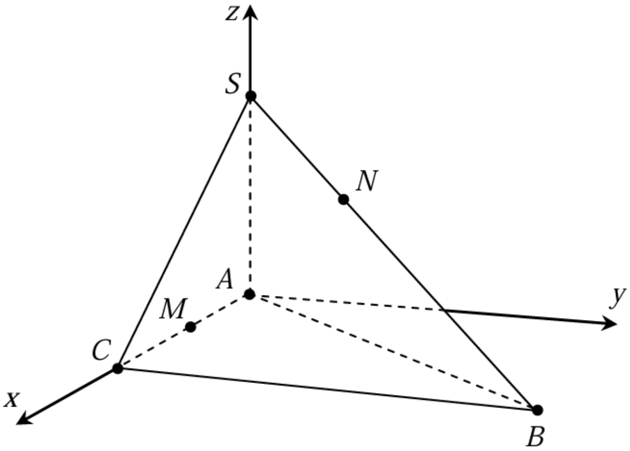
a) $S(0;0;a), A(0;0;0), B(a;0;0), C\left(a;a\sqrt{2};0\right), D\left(0;a\sqrt{2};0\right)$

b) $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right), I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) Mặt phẳng (SMB) có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB).

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=h$ và có đáy là tam giác ABC vuông tại C. Biết rằng $AC=b, BC=a$. Gọi M là trung điểm của AC và N là điểm sao cho $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$. Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, tia Ox trùng với tia AC, tia Oz trùng với tia AS sao cho điểm B nằm trong góc xOy như hình vẽ dưới đây.



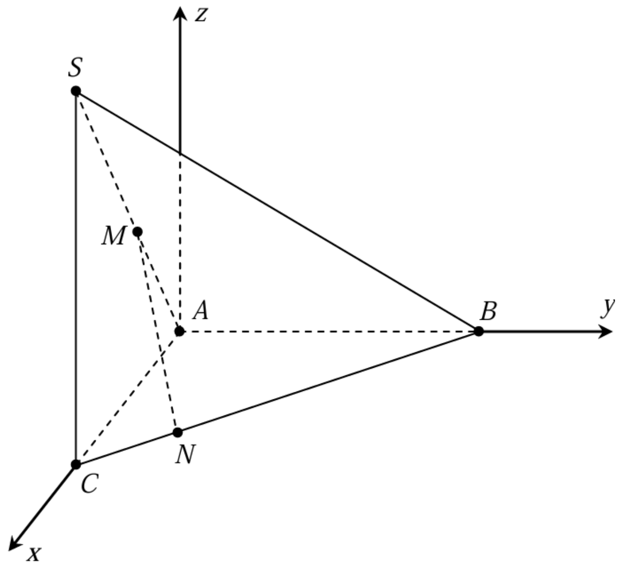
a) $A(0;0;0), C(b;0;0), B(b;a;0), S(0;0;h), M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

b) $\overrightarrow{SB}=(a;b;-h)$

c) $MN=\frac{5}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

b) Hai đường thẳng MN và SB vuông góc với nhau khi $4h^2=2a^2-b^2$.

Câu 28. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SC=CA=AB=a\sqrt{2}$ và $SC\perp(ABC)$. Biết rằng tam giác ABC là tam giác vuông tại A. Các điểm $M\in SA, N\in BC$ sao cho $AM=CN=t$ $(0<t<2a)$. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O\equiv A$. Trục Ox chứa AC, trục Oy chứa AB và trục $Oz\perp(ABC)$ như hình vẽ dưới đây.



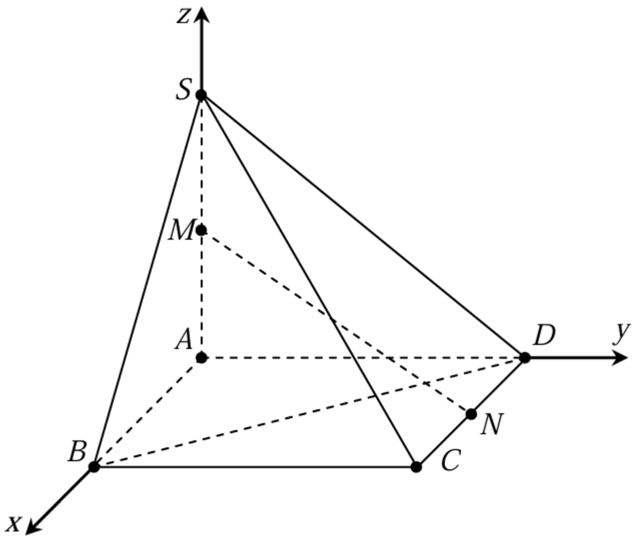
a) $A(0;0;0), B\left(0;a\sqrt{2};0\right), C\left(a\sqrt{2};0;0\right), S\left(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2}\right)$

b) Tọa độ điểm $M\left(\dfrac{t\sqrt{2}}{2};0;\dfrac{t\sqrt{2}}{2}\right)$

c) Đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$

d) Khi MN ngắn nhất thì MN là đường vuông góc chung của BC và SA

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC = 10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục Ox chứa AB, trục Oy chứa AD và trục Oz chứa AS như hình vẽ dưới đây.



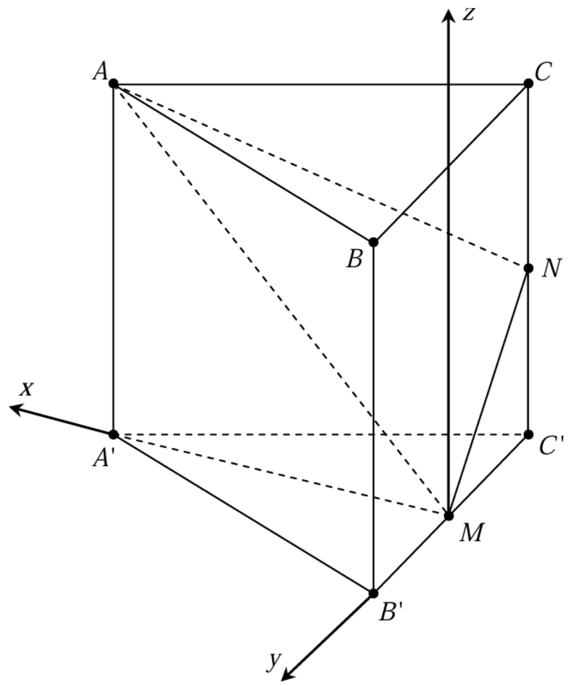
a) $A(0;0;0), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;0;0)$

b) $\overrightarrow{MN} = \left(5;10;5\sqrt{3}\right)$

c) Phương trình đường thẳng MN là : $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 10 + 2t \\ z = \sqrt{3}t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

d) Khoảng cách giữa BD và MN bằng $\sqrt{5}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, BAC = 120^\circ, AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ trong không gian như hình vẽ, gốc toạ độ O trùng M.



a) $N\left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$.

b) Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

c) Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (AMN) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2\sqrt{3}; -1; -\sqrt{3}\right)$.

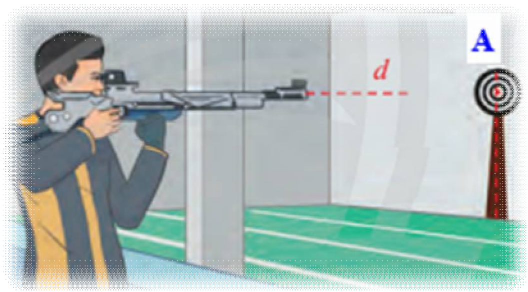
d) Cosin góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Câu 32. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8;-19;6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu để vận động viên bắn trúng hồng tâm?

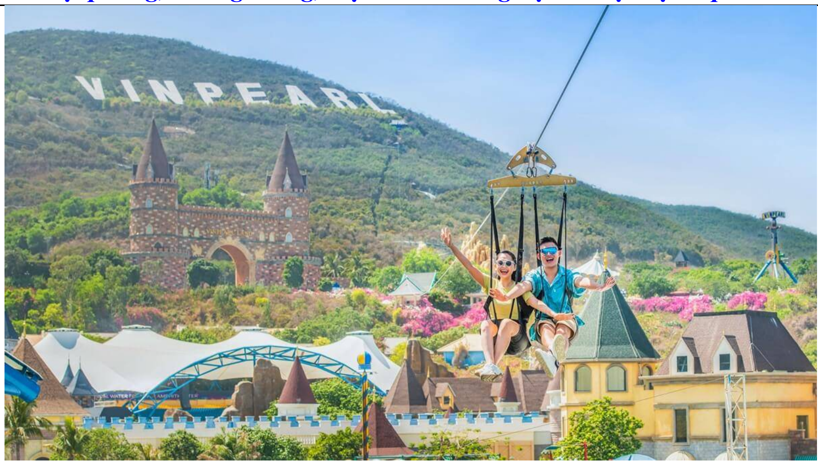


Trả lời: ………………..

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Vinpearl Nha Trang xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.

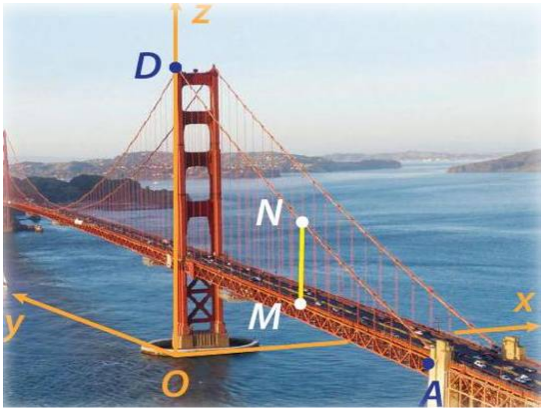
Trả lời: ………………..

Câu 34. Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.



Trả lời: ………………..

Câu 35. Cầu Cổng Vàng *(The Golden Gate Bridge)* ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m, điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz 343 m. Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m và MN song song với cột trụ.



Tính độ dài MN, biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230 m (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

Trả lời: ………………..

Câu 36. Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$; $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-3}$.

Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ………………..

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh có cạnh bằng a và SA vuông góc với đáy. Khi $a=2$, hãy tính độ dài cạnh SA để góc tạo bởi (SBC) và (SCD) bằng $60°$.

Trả lời: ………………..

Câu 38. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên hai tia Bx, Dy vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $BM = \frac{a}{4}; DN = 2a$. Hỏi góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

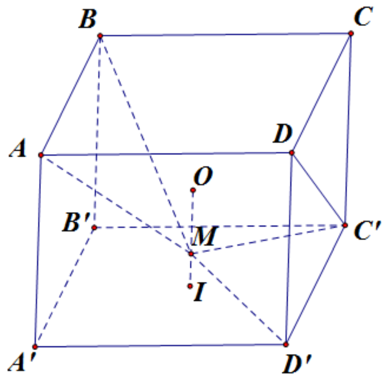
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, thỏa mãn điều kiện, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: ………………..

PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm các cạnh BC, SA và α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD). Tính $\tan^2\alpha$

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB)(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 44. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Hỏi góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$ bằng bao nhiêu độ?

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC} = 30^o$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 48. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC = 3$, $CD = 4$, $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^0$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60^0. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 50. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng x. Tìm x để góc tạo bởi đường thẳng B_1D và $\left(B_1D_1C\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 51. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 4. Gọi d là đường thẳng đi qua trọng tâm của tứ diện $EABD$, cắt đường thẳng AE tại M và song song với mặt phẳng (EBD). Tính AM.

Câu 52. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN $\left(M \in A'C;\ N \in BC'\right)$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC'. Tính tỷ số $\dfrac{NB}{NC'}$.

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC. Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$ là $\dfrac{a\sqrt{39}m}{n}$, với $m,n \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Câu 54. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a, AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khoảng cách từ điểm B đến $(AB'D')$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}.m}{n}$, với $m,n \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2025m+n$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm AC. Tính cot góc của hai mặt phẳng (SBM) và (SAB) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 56. Cho hình tứ diện $EFGH$ có EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH, EH vuông góc với EF. Biết $EF=6a$, $EG=8a$, $EH=12a$ (với $a>0, a \in \mathbb{R}$). Gọi I, J tương ứng là trung điểm của hai cạnh FG, FH. Khoảng cách từ điểm F đến mặt phẳng (EIJ) bằng $\dfrac{m\sqrt{29}a}{n}$, với $m,n \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Câu 57. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Góc giữa CC' và mặt phẳng $(AB'C')$ bằng bao nhiêu độ?

Câu 58. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q, lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và DD'. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên $SA=a$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh SD sao cho $SM=2MD$. Tính **cosin** của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và độ dài cạnh $SA = a$ và vuông góc với (ABC). Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SBC) là α. Tính $\tan^2 \alpha$.

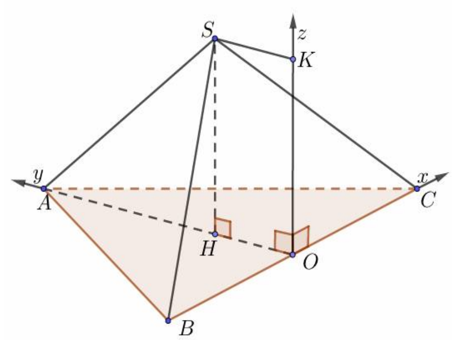
CHỦ ĐỀ 4
ỨNG DỤNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

PHẦN A
TỰ LUẬN PHÂN DẠNG TOÁN

1. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH CHÓP ĐẶC BIỆT

<table>
<tr><th colspan="2">Hình chóp đều</th></tr>
<tr><td>

Hình chóp tam giác đều



• Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, đặt $AB=1$.

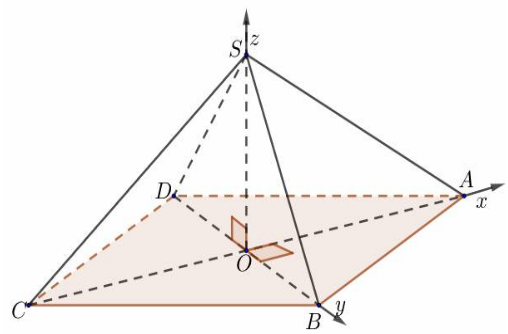
• Dựng hệ trục như hình vẽ .

• Tọa độ điểm: $O(0;0;0)$, $A\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$B\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\underbrace{\dfrac{\sqrt{3}}{6}}_{=OH};\underbrace{OK}_{=SH}\right)$.

</td><td>

Hình chóp tứ giác đều



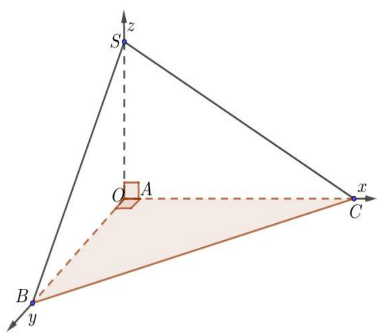
• Chọn hệ trục như hình, đặt $AB=1$.

• Tọa độ điểm: $O(0;0;0)$, $A\left(\underbrace{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}_{=OA};0;0\right)$, $B\left(0;\underbrace{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$,

$C\left(\underbrace{-\dfrac{\sqrt{2}}{2}}_{=-OA};0;0\right)$, $D\left(0;-\underbrace{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}_{=OB};0\right)$, $S(0;0;SO)$.

</td></tr>
<tr><th colspan="2">Hình chóp có cạnh bên (SA) vuông góc với mặt đáy</th></tr>
<tr><td>

Đáy là tam giác vuông tại *A*



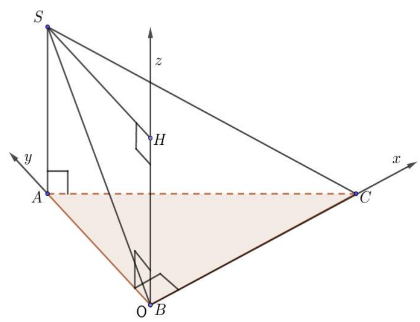
• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $A\equiv O(0;0;0)$,

$B(0;OB;0)$, $C(AC;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

</td><td>

Đáy là tam giác vuông tại *B*



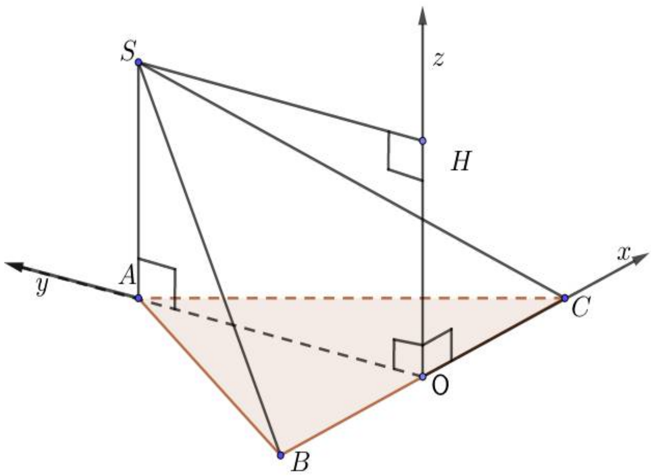
• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ các điểm: $B\equiv O(0;0;0)$, $A(0;AB;0)$,

$C(BC,0;0)$, $S\left(0;AB;\underbrace{BH}_{=SA}\right)$.

</td></tr>
</table>

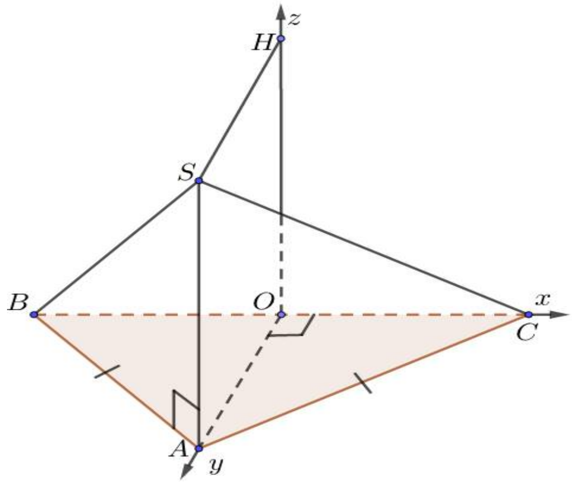
Đáy là tam giác đều



- Gọi O là trung điểm BC.
- Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB=1$.
- Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$B\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $S\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

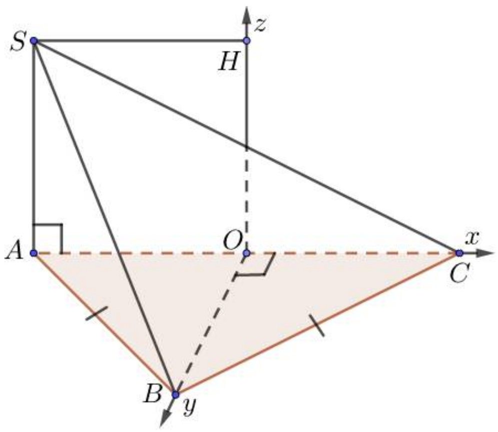
Đáy là tam giác cân tại A



- Gọi O là trung điểm BC.
- Chọn hệ trục như hình vẽ.
- Tọa độ các điểm là: $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$,

$B(-OB;0;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(0;OA;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

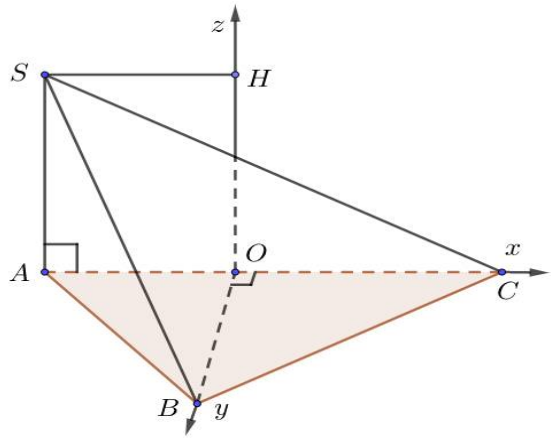
Đáy là tam giác cân tại B



- Gọi O là trung điểm AC.
- Chọn hệ trục như hình vẽ.
- Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$,

$B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

Đáy là tam giác thường

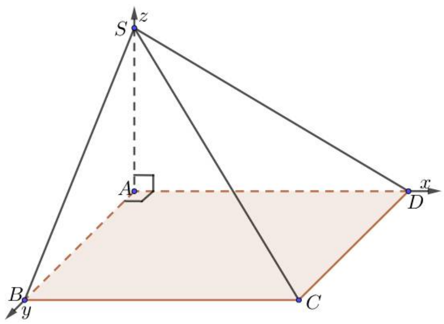


- Dựng đường cao BO của ΔABC.
- Chọn hệ trục như hình vẽ.
- Tọa độ các điểm: $O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$,

$B(0,OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S\left(-OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

<table>
<tr>
<td>

Đáy là hình vuông



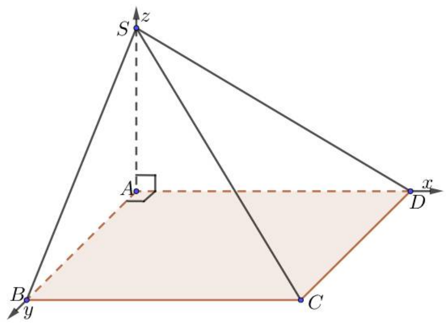
• Chọn hệ trục như hình vẽ, $AB = 1$.

• Tọa độ $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;1;0)$,

$C(1;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

</td>
<td>

Đáy là hình chữ nhật



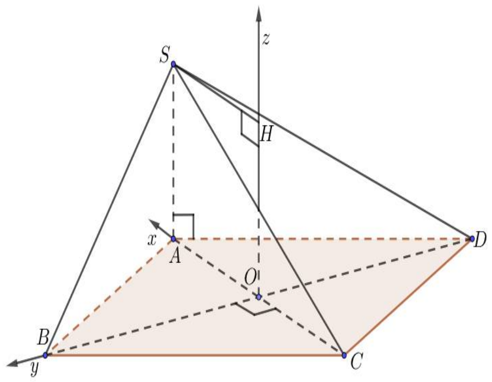
• Chọn hệ trục như hình vẽ

• Tọa độ $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$,

$C(AD;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Đáy là hình thoi



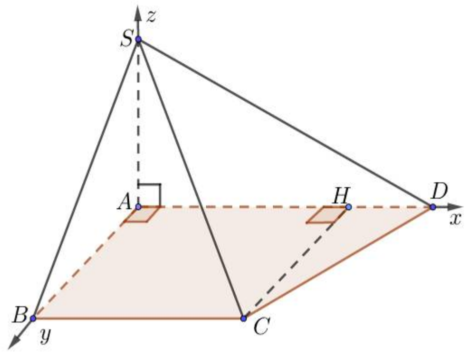
• Chọn hệ trục như hình vẽ, $a = 1$.

• Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$,

$C(-OC;0;0)$, $D(0;-OD;0)$, $S\left(OA;0;\underbrace{OH}_{=SA}\right)$.

</td>
<td>

Đáy là hình thang vuông



• Chọn hệ trục như hình vẽ.

• Tọa độ: $A \equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$,

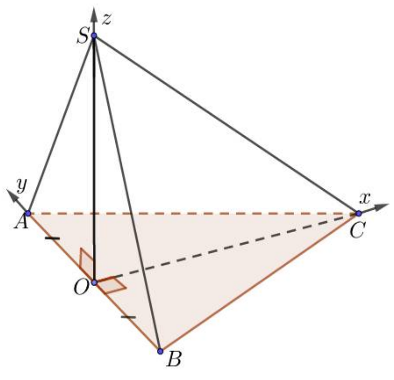
$C(AH;AB;0)$, $D(AD;0;0)$, $S(0;0;SA)$.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Đáy là tam giác cân tại C (hoặc đều), mặt bên là tam giác cân tại S (hoặc đều)



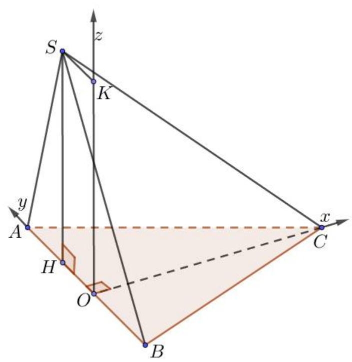
• Gọi O là trung điểm BC, chọn hệ trục như hình.

• Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$,

$B(0;-OB;0)$, $C(OC;0;0)$, $S(0;0;SO)$

</td>
<td>

Đáy là tam giác, mặt bên là tam giác thường



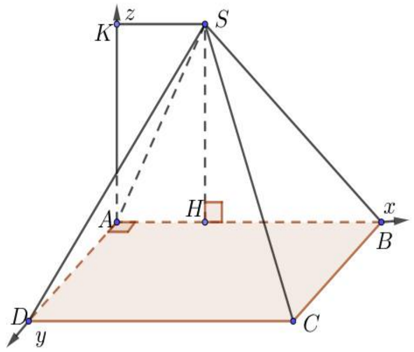
• Vẽ đường cao CO trong ΔABC, chọn hệ trục như hình.

• Tọa độ $O(0;0;0)$, $A(0;OA;0)$, $B(0;-OB;0)$,

$C(OC;0;0)$, $S(0;OH;OK)$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>Đáy là hình vuông</th><th>Đáy là hình chữ nhật</th></tr>
<tr><td>

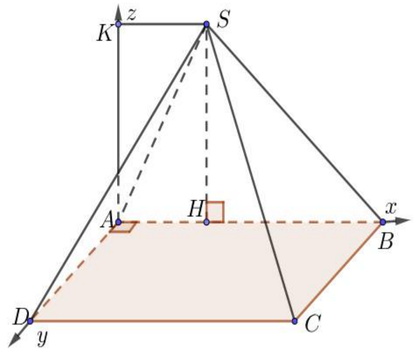


• Chọn hệ trục như hình

• Tọa độ $A\equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0)$,

$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

</td><td>



• Chọn hệ trục như hình

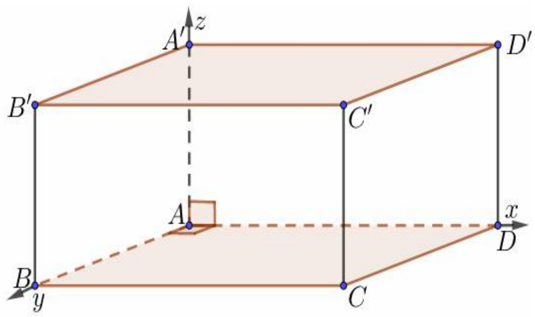
• Tọa độ $A\equiv O(0;0;0), B(AB;0;0), C(AB;AD;0)$,

$D(0;AD;0), S\left(AH;0;\underbrace{AK}_{=SH}\right)$

</td></tr>
</table>

2. GẮN TRỤC TỌA ĐỘ ĐỐI VỚI MỘT SỐ HÌNH LĂNG TRỤ ĐẶC BIỆT

<table>
<tr><th colspan="2">Lăng trụ đứng</th></tr>
<tr><th>Hình lập phương, hình hộp chữ nhật</th><th>Lăng trụ đứng đáy là hình thoi</th></tr>
<tr><td>



• Dựng hệ trục như hình vẽ.

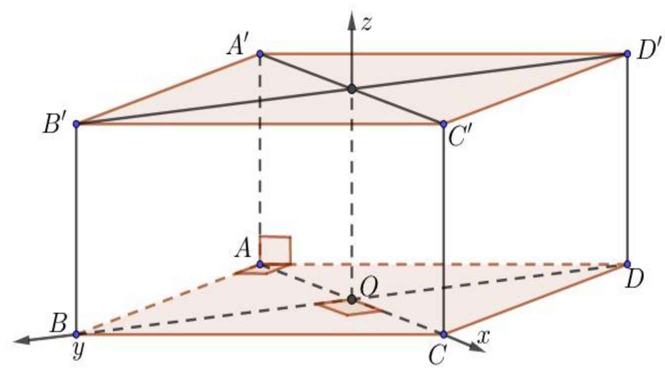
• Tọa độ điểm:

$A\equiv O(0;0;0)$, $B(0;AB;0)$, $C(AD;AB;0)$,

$D(AD;0;0), A'(0;0;AA')$, $B'(0;AB;AA')$,

$C'(AD;AB;AA')$, $D'(AD;0;AA')$.

</td><td>



• Gọi O là tâm hình thoi đáy, ta dựng hệ trục như hình.

• Tọa độ điểm:

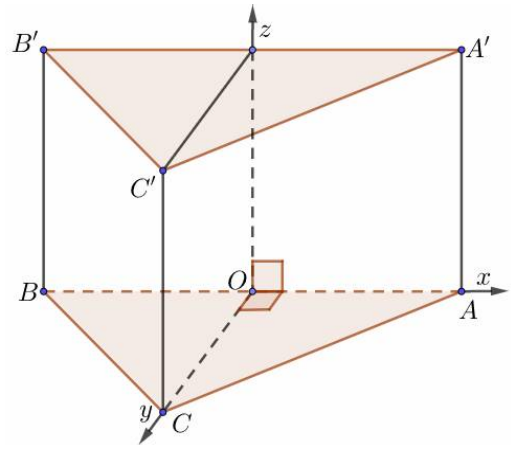
$O(0;0;0)$, $A(-OA;0;0)$, $B(0;OB;0)$, $C(OC;0;0)$,

$D(0;-OD;0)$, $A'(-OA;0;AA')$, $B'(0;OB;AA')$,

$C'(OC;0;CC')$, $D'(0;-OD;DD')$

</td></tr>
</table>

Lăng trụ có đáy tam giác đều hoặc cân



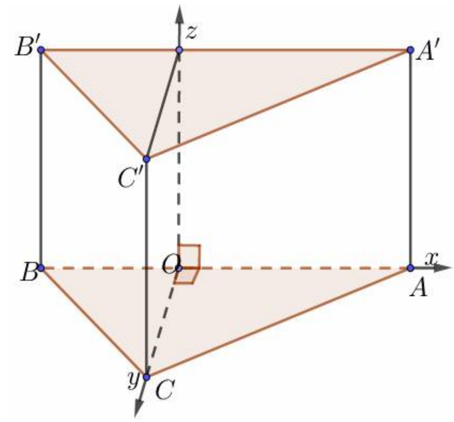
• Gọi O là trung điểm một cạnh đáy, chọn hệ trục như hình vẽ .

• Tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A\left(\dfrac{AB}{2};0;0\right)$, $B\left(-\dfrac{AB}{2};0;0\right)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'\left(-\dfrac{AB}{2};0;BB'\right)$, $C'(0;OC;CC')$.

Lăng trụ đứng có đáy tam giác thường



• Vẽ đường cao CO trong tam giác ABC và chọn hệ trục như hình vẽ .

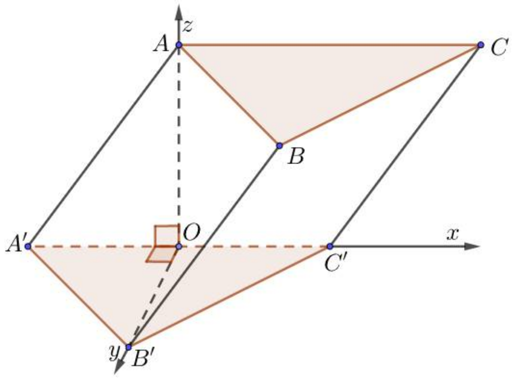
• Tọa độ điểm:

$O(0;0;0)$, $A(OA;0;0)$, $B(-OB;0;0)$, $C(0;OC;0)$,

$A'(OA;0;AA')$, $B'(-OB;0;BB')$, $C'(0;OC;CC')$.

Lăng trụ xiên

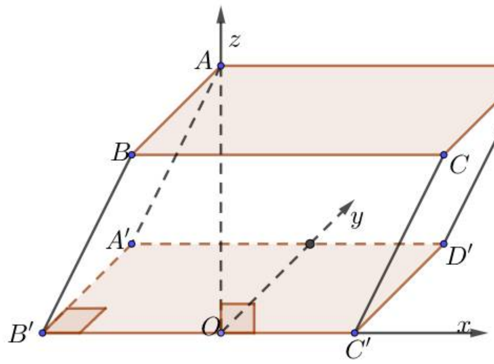
Lăng trụ xiên có đáy là tam giác đều, hình chiếu của đỉnh trên mặt phẳng đối diện là trung điểm một cạnh tam giác đáy



• Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', A.

• Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}$.

Lăng trụ xiên có đáy là hình vuông hoặc hình chữ nhật, hình chiếu của một đỉnh là một điểm thuộc cạnh đáy không chứa đỉnh đó

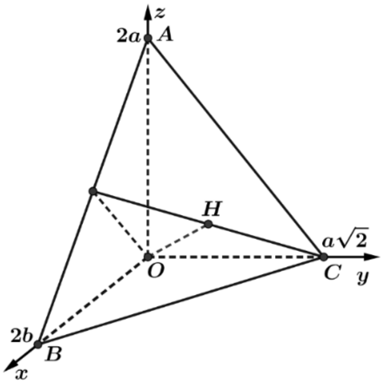


• Dựng hệ trục như hình vẽ, ta dễ dàng xác định được các điểm O, A', B', C', D', A.

• Tìm tọa độ các điểm còn lại thông qua hệ thức vectơ bằng nhau: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DD'}$.

Bài 1. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = 2a$, $OC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

Lời giải



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau điểm O là gốc tọa độ $OA \equiv Oz$; $OB \equiv Ox$ và $OC \equiv Oy$.

Khi đó ta có $O(0;0;0)$; $A(0;0;2a)$; $B(2a;0;0)$ và $C\left(0;a\sqrt{2};0\right)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\dfrac{x}{2a}+\dfrac{y}{a\sqrt{2}}+\dfrac{z}{2a}=1 \Leftrightarrow x+\sqrt{2}y+z-2a=0$.

Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) là $d\left(O,(ABC)\right)=\dfrac{\left|0+\sqrt{2}.0+0-2a\right|}{\sqrt{1+2+1}}=a$.

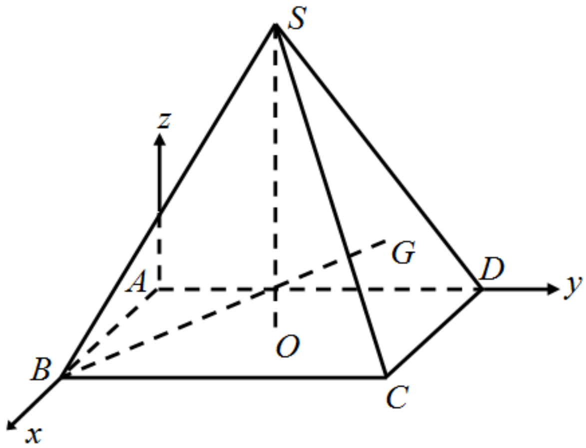
Bài 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tính cosin của góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA.

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD$.

Tam giác SAO vuông : $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Gắn tọa độ như hình vẽ



$A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;a;0)$, $O\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$, $S\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)$.

Vì G là trọng tâm tam giác SCD nên $G\left(\frac{a}{2};\frac{5a}{6};\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)$.

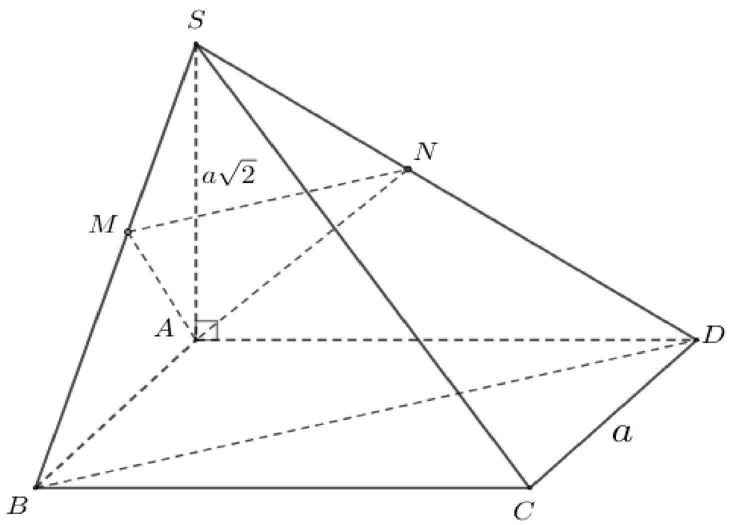
Ta có : $\overrightarrow{AS}=\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)=\frac{a}{2}\left(1;1;\sqrt{6}\right)$, $\overrightarrow{BG}=\left(\frac{-a}{2};\frac{5a}{6};\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)=\frac{a}{6}\left(-3;5;\sqrt{6}\right)$.

Góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA bằng:

$$\cos\left(BG;SA\right)=\frac{\left|\overrightarrow{BG}.\overrightarrow{AS}\right|}{BG.AS}=\frac{\left|-3+5+6\right|}{\sqrt{40}.\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD. Tính góc giữa mặt phẳng $\left(AMN\right)$ và đường thẳng SB.

Lời giải



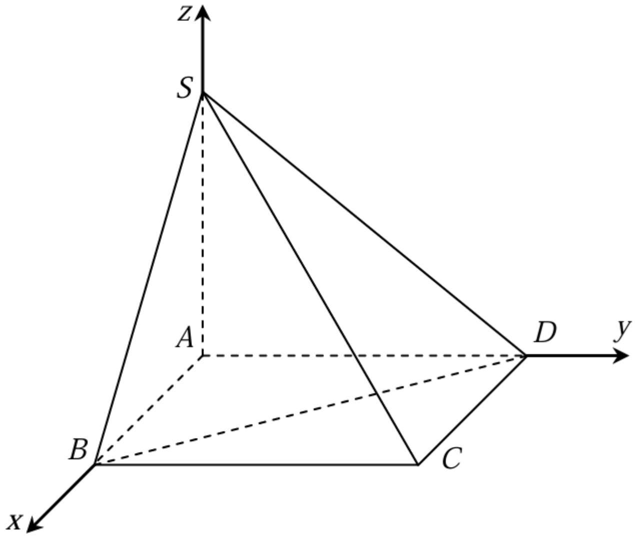
Ta có $BC\perp\left(SAB\right)\Rightarrow BC\perp AM\Rightarrow AM\perp\left(SBC\right)\Rightarrow AM\perp SC$. Tương tự ta cũng có $AN\perp SC\Rightarrow\left(AMN\right)\perp SC$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và $\left(AMN\right)$.

Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\left(0;0;0\right)$, $B\left(0;1;0\right)$, $D\left(1;0;0\right)$, $S\left(0;0;\sqrt{2}\right)$, $C\left(1;1;0\right)$, $\overrightarrow{SC}=\left(1;1;-\sqrt{2}\right)$, $\overrightarrow{SB}=\left(0;1;-\sqrt{2}\right)$. Do $\left(AMN\right)\perp SC$ nên $\left(AMN\right)$ có vtpt $\overrightarrow{SC}$

$$\sin\varphi=\frac{\left|3\right|}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\varphi=60^{\circ}.$$

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết rằng $AB=a, BC=a\sqrt{3}, SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Hãy tính sin α, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

Lời giải



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có: $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a\sqrt{3};0), S(0;0;a)$

$\overrightarrow{BD}=(-a;a\sqrt{3};0)=a(-1;\sqrt{3};0)$ nên đường thẳng BD có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;\sqrt{3};0)$.

Ta có: $\overrightarrow{SB}=(a;0;-a), \overrightarrow{BC}=(0;a\sqrt{3};0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right]=(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3})=a^2\sqrt{3}(1;0;1)$.

Như vậy, mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;1)$.

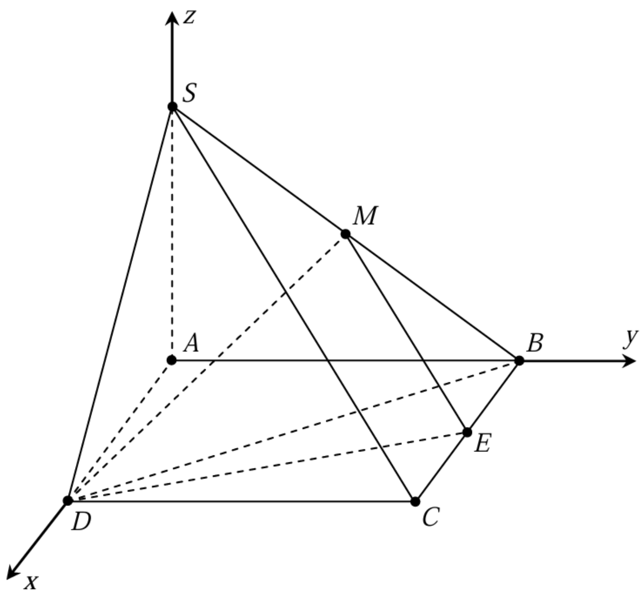
Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) thì

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{u}.n|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{\left|(-1).1+\sqrt{3}.0+0.1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Gọi E là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

Lời giải

Do SAC là tam giác vuông có góc $SCA=45^\circ$ nên $SA=AC=a\sqrt{2}, SC=2a, SB=SD=a\sqrt{3}$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS.

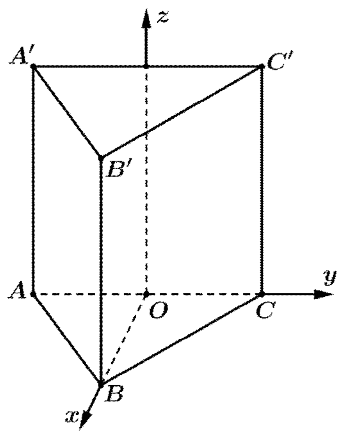
Khi đó tọa độ điểm các điểm là $D(0;a;0), E\left(a;\frac{a}{2};0\right), C(a;a;0), S\left(0;0;a\sqrt{2}\right)$

Do đó: $\overrightarrow{DE}=\left(a;-\frac{a}{2};0\right), \overrightarrow{SC}=\left(-a;-a;a\sqrt{2}\right), \overrightarrow{DC}=(a;0;0)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]=\left(-\frac{a^2\sqrt{2}}{2};-a^2\sqrt{2};-\frac{3a^2}{2}\right) \Rightarrow d(DE;SC)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]\cdot\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{SC}\right]\right|}=\frac{a\sqrt{38}}{19}$

Bài 6. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(C'AB)$ và $(BCC'B')$. Tính $\tan\alpha$.

Lời giải



Giả sử lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1.

Chọn hệ trục $Oxyz$, với O là trung điểm AC, $B\in Ox$, $C\in Oy$.

Ta có $A\left(0;-\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $C'\left(0;\frac{1}{2};1\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{BC'}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{CC'}=(0;0;1)$

Mặt phẳng $(C'B)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC'}\right]=\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

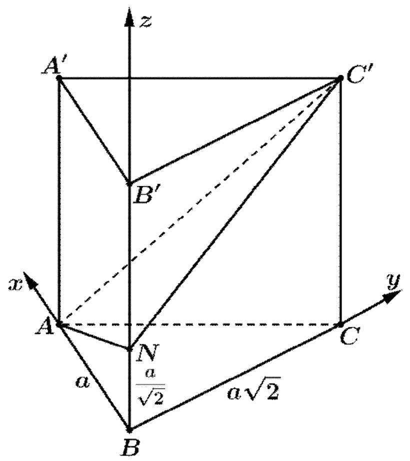
Mặt phẳng $(BCC'B')$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{BC'},\overrightarrow{CC'}\right]=\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Ta có $\cos\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.0\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}}.\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+0}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Ta lại có $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{7}}{7}\right)^2}-1}=\sqrt{6}$.

Bài 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $AA' = a\sqrt{3}$. Trên BB' lấy điểm N sao cho $BN = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Tính khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(AC'N)$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có: $A(a;0;0)$, $N\left(0;0;\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)$, $C'\left(0;a\sqrt{2};a\sqrt{3}\right)$,

$B'\left(0;0;a\sqrt{3}\right)$. $\overrightarrow{AN} = \left(-a;0;\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)$, $\overrightarrow{AC'} = \left(-a;a\sqrt{2};a\sqrt{3}\right)$.

Mặt phẳng $(AC'N)$ đi qua $A(a;0;0)$ có vtpt $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AC'}\right] = \left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}a;\dfrac{4a}{\sqrt{3}};-a\sqrt{2}\right)$ có phương trình là:

$(AC'N)$: $\dfrac{-\sqrt{6}}{3}(x-a) + \dfrac{4}{\sqrt{3}}y - \sqrt{2}z = 0$.

Khoảng cách: $d\left(B',(AC'N)\right) = \dfrac{\left|\dfrac{\sqrt{6}a}{3} - \sqrt{6}a\right|}{\sqrt{\dfrac{6}{9} + \dfrac{16}{3} + 2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

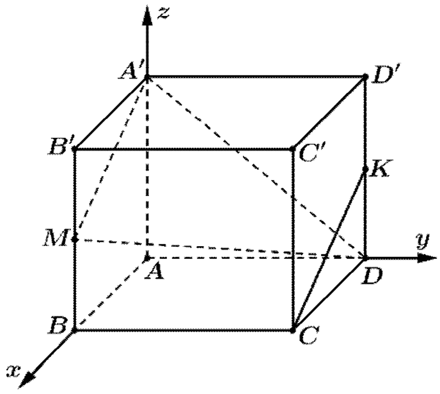
Bài 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm BB' thì ta có $CK \parallel A'M \Rightarrow CK \parallel (A'MD)$

Suy ra $d(CK, A'D) = d\left(CK,(A'MD)\right) = d\left(C,(A'MD)\right)$

Chọn trục toạ độ như hình vẽ:



Ta có $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), A'(0;0;a), C(a;a;0), B'(a;0;a), M\left(a;0;\frac{a}{2}\right)$

Khi đó $\overrightarrow{A'M}=\left(a;0;-\frac{a}{2}\right), \overrightarrow{A'D}=(0;a;-a) \Rightarrow \left[\overrightarrow{A'M},\overrightarrow{A'D}\right]=\left(\frac{a^2}{2};a^2;a^2\right)$.

Suy ra mặt phẳng $(A'MD)$ có một vectơ pháp tuyến là $(1;2;2)$

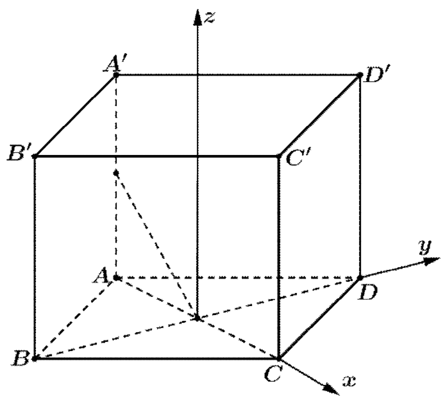
Phương trình mặt phẳng $(A'MD)$ có dạng: $x+2y+2z-2a=0$.

Vậy $d\left(C,(A'MD)\right)=\frac{|a+2a-2a|}{3}=\frac{a}{3}$.

Bài 9. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, $AA'=a$ và góc $\widehat{ABC}=60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MO và $C'D$.

Lời giải

Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chọn $a=1$.

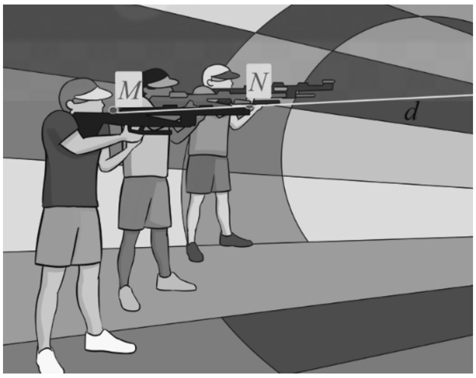
Dễ dàng tính được $O(0;0;0)$, $M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $C'\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{OM}=\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{C'D}=\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-1\right)$ và $\overrightarrow{OC'}=\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{C'D}\right]=\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{-3}{4};\frac{-\sqrt{3}}{4}\right)$.

Khi đó khoảng cách : $d(OM;C'D)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{C'D}\right].\overrightarrow{OC'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{C'D}\right]\right|}=\dfrac{\left|\dfrac{-\sqrt{3}}{8}+\dfrac{-\sqrt{3}}{4}\right|}{\sqrt{\dfrac{3}{16}+\dfrac{9}{16}+\dfrac{3}{16}}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}=\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Bài 10. Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3;3;1,5)$, $N(3;4;1,5)$. Viết phương trình tham số của đường nắm bắn của xạ thủ (xem như đường thẳng MN).



Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;1;0)$ là một vectơ chỉ phương của đường ngắm bắn (đường thẳng MN).

Vậy phương trình tham số của đường ngắm bắn là: $\begin{cases}x=3\\y=3+t\\z=1,5\end{cases}$

Bài 11. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;3;4)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;6)$. Hỏi viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu trong mỗi tình huống sau hay không?

a) Mục tiêu đặt tại điểm $M\left(7;\dfrac{7}{2};21\right)$

b) Mục tiêu đặt tại điểm $N(-3;1;-8)$.

Lời giải

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+t\\z=4+6t\end{cases}$

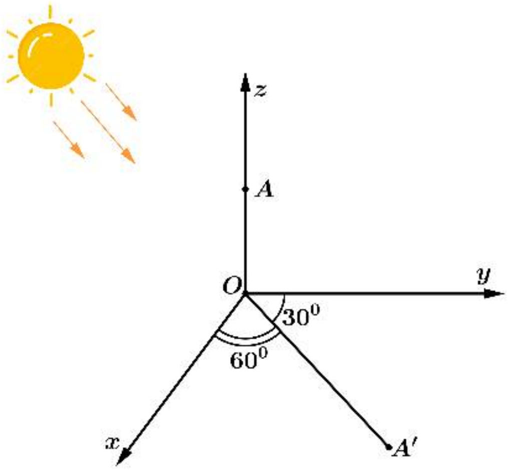
a) Thay tọa độ điểm M vào phương trình chuyển động ta có: $\begin{cases}7=1+2t\\\dfrac{7}{2}=3+t\\21=4+6t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=3\\t=\dfrac{1}{2}\\t=\dfrac{17}{6}\end{cases}$

Ta thấy các giá trị t này đều khác nhau do đó điểm M không nằm trên quỹ đạo chuyển động của viên đạn nên viên đạn không bắn trúng mục tiêu đặt tại điểm M.

b) Thay tọa độ điểm N vào phương trình chuyển động của viên đạn ta có: $\begin{cases} -3=1+2t \\ 1=3+t \\ -8=4+6t \end{cases} \Leftrightarrow t=-2$

Suy ra điểm N nằm trên quỹ đạo chuyển động của viên đạn. Do đó viên đạn trên có bắn trúng mục tiêu đặt tại điểm N.

Bài 12. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cây cột thẳng cao 6m vuông góc với mặt đất có chân cột đặt tại ví trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời thì bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam góc $60°$ tạo với hướng đông góc $30°$). Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cây cột, đơn vị đo là mét. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét.



Lời giải

Để viết được phương trình đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét ta cần xác định tọa độ của A (đỉnh cột) và A' (bóng của đỉnh cột). Khi đó $A(0;0;6)$

Hoành độ của điểm A' là $x=3\cos 60°=\frac{1}{2}$

Tung độ của điểm A' là $y=3\cos 30°=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ do đó $A'\left(\frac{1}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua $A(0;0;6)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AA'}\left(\frac{1}{2};\frac{3\sqrt{3}}{2};-6\right)$ có

phương trình là: $\begin{cases} x=\frac{1}{2}t \\ y=\frac{3\sqrt{3}}{2}t \\ z=6-6t \end{cases}$.

Bài 13. Trong không gian $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v}=(150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng biểu thị cho hướng chuyển động bay lên của máy bay.

Ta có Δ nhận vectơ $\vec{v}=(150;150;40)=10(15;15;4)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;0;1)$.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (Oxy).

Suy ra $\sin\varphi=\left|\cos(\vec{v},\vec{n})\right|=\dfrac{|\vec{v}.\vec{n}|}{|\vec{v}|.|\vec{n}|}=\dfrac{|15.0+15.0+4.1|}{\sqrt{15^2+15^2+4^2}.\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{466}}$.

Vậy góc nâng của máy bay là $\varphi\approx 11°$.

Bài 14. Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng $n°$ (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-2)$, $\overrightarrow{PQ}=(2;3;6)$.

Khi đó: $\cos(a,b)=\dfrac{\left|\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{PQ}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\overrightarrow{PQ}\right|}=\dfrac{8}{21}$, suy ra $(a,b)\approx 68^0$.

Bài 15. Trên một cánh đồng điện năng lượng mặt trời, người ta đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Hai tấm pin năng lượng lần lượt nằm trong hai mặt phẳng $(P): 2x+2z+1=0$ và $(P'): x+z+7=0$

a) Tính góc giữa (P) và (P').

b) Tính góc hợp bởi (P) và (P') với mặt đất (Q) có phương trình $z=0$.

Lời giải

a) Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;2)$ và mặt phẳng (P') có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}' = (1;0;1)$ nên $\cos((P),(P')) = \dfrac{|2.1+0.0+2.1|}{\sqrt{2^2+0^2+2^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \dfrac{4}{4} = 1$

Suy ra $((P),(P')) = 0^\circ$.

b) Mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q} = (0;0;1)$

$$\cos((P),(Q)) = \frac{|2.0+0.0+2.1|}{\sqrt{2^2+0^2+2^2}.\sqrt{1^2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P),(Q)) = 45^\circ.$$

$$\cos((P'),(Q)) = \frac{|1.0+0.0+1.1|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}.\sqrt{1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P'),(Q)) = 45^\circ.$$

PHẦN B
TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

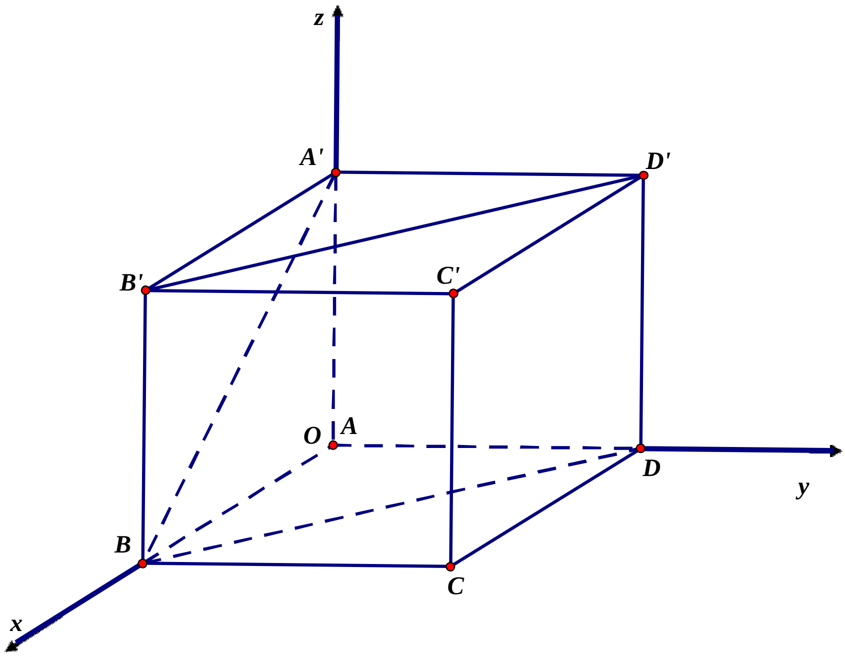
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, gọi α là góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BB'D'D)$. Tính $\sin\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



+ Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;a;0), A'(0;0;a)$, $B'(a;0;a)$, $C'(a;a;a), D'(0;a;a)$.

+Ta thấy $OC \perp (BB'D'D)$ và $\overrightarrow{OC} = (a;a;0)$ nên suy ra mặt phẳng $(BB'D'D)$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;0.)$.

+Đường thẳng $A'B$ có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{A'B} = (a;0;-a)$ ta chọn $\vec{u} = (1;0;-1)$.

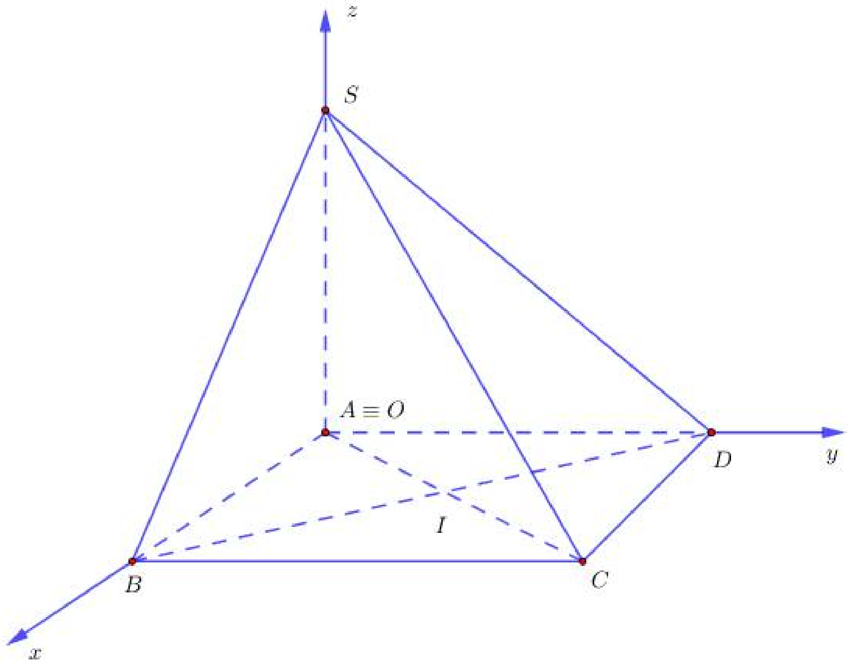
+Ta có $\sin\alpha = \frac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|} = \frac{|1.1+1.0+0.(-1)|}{\sqrt{1^2+1^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+(-1)^2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I = AC \cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SI \perp BD \\ AI \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SI;AI) = \widehat{SIA}$.

Ta có $\tan\alpha = \tan\widehat{SIA} = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA} = (0;0;-a)$; $\overrightarrow{SC} = (a;a;-a)$; $\overrightarrow{SB} = (a;0;-a)$.

Mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;0;1)$.

Suy ra $\cos((SAC);(SBC)) = \dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow ((SAC);(SBC)) = 60°$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tính tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng phương pháp tọa độ trong không gian

Gắn hình chóp vào hệ trục tọa độ Oxyz. $O \equiv A(0;0;0)$; $B(1;0;0)$; $D(0;1;0)$; $C(1;1;0)$; $S(0;0;2)$

Do M là trung điểm của SD nên $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$

$\overrightarrow{BC}=(0;1;0);\overrightarrow{SB}=(1;0;-2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{SB}\right]=(2;0;1)$

$\overrightarrow{MA}=\left(0;\frac{1}{2};1\right);\overrightarrow{AC}=(1;1;0)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{AC}\right]=\left(-1;1;-\frac{1}{2}\right)$. VTPT của (AMC) là: $\vec{n}=(2;-2;1)$

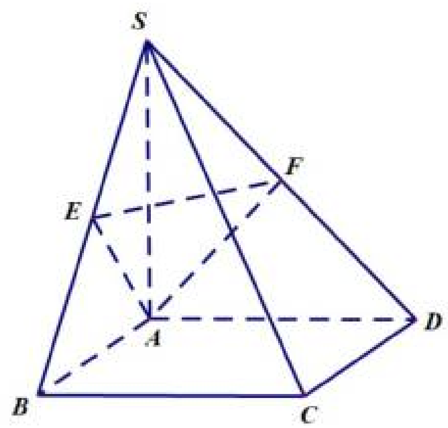
$\cos((SBC);(AMC))=\frac{\sqrt{5}}{3}\Rightarrow\tan((SBC);(AMC))=\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2}-1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Côsin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A\equiv O$, $B\in Ox$, $D\in Oy$, $S\in Oz$.

$\Rightarrow B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $S(0;0;a)$. Khi đó $E\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $F\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{AE}=\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{AF}=\left(0;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right)$.

Vectơ pháp tuyến của mp(AEF) là $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AF}\right]=\left(\frac{-a}{4};\frac{-a}{4};\frac{a}{4}\right)\Rightarrow\overrightarrow{n_1}=(1;1;-1)$..

Vectơ pháp tuyến của mp$(ABCD)$ là $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AS}=(0;0;a)\Rightarrow\overrightarrow{n_2}=(0;0;1)$..

Vậy côsin góc giữa 2 mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là.

$$\cos((AEF),(ABCD)) = \frac{|\vec{n_1}.\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|.|\vec{n_2}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

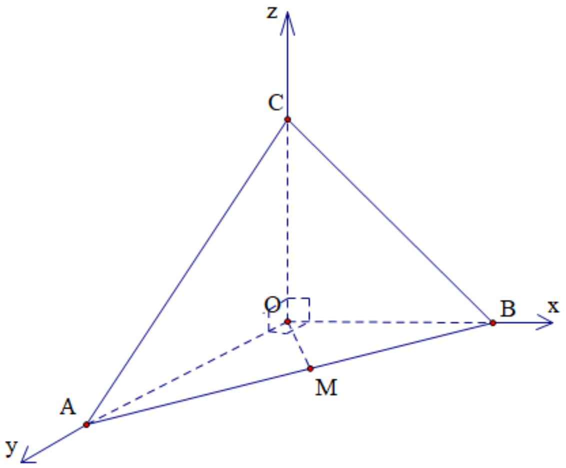
Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng

A. $135°$. **B.** $150°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:



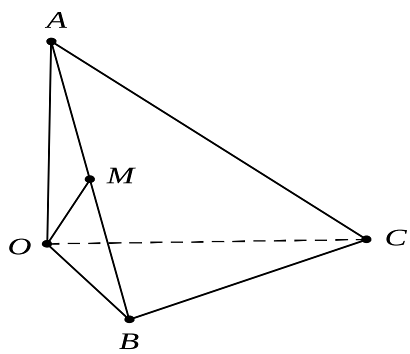
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;a;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;0;a)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{BC} = (-a;0;a), \overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}\right) = \frac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{OM}}{BC.OM} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a.\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{OM}\right) = 120°.$$

Cách 2:



Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right) \\ \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}OB^2 = -\frac{a^2}{2}$.

$BC = \sqrt{OB^2+OC^2} = a\sqrt{2}$ và $OM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

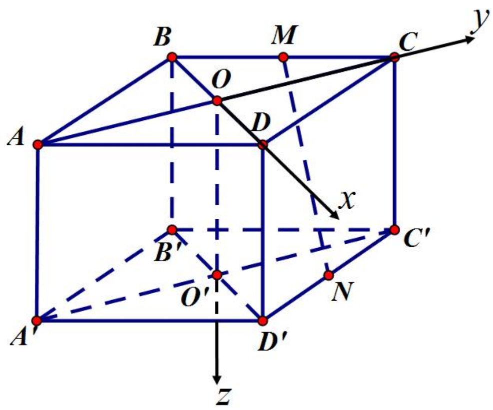
Do đó: $\cos\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{BC}\right) = \frac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}}{OM.BC} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{BC}\right) = 120°$.

Câu 6. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, tam giác ABD đều. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$, biết rằng $MN \perp B'D$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$, khi đó $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



* Chọn $AB = 2 \Rightarrow BD = 2; AC = 2\sqrt{3}$, đặt

$AA' = h$, chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có: $D(1;0;0)$, $B(-1;0;0)$, $C\left(0;\sqrt{3};0\right)$, $D'(1;0;h)$, $C'\left(0;\sqrt{3};h\right)$, $B'(-1;0;h)$.

$\Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right), N\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};h\right)$, $\overrightarrow{MN} = (1;0;h)$, $\overrightarrow{B'D} = (2;0;-h)$.

* Do $MN \perp B'D \Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{B'D} = 0 \Leftrightarrow 2-h^2 = 0 \Rightarrow h = \sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(1;0;\sqrt{2}\right)$. Ta có:

$MN // \vec{u} = \overrightarrow{MN} = \left(1;0;\sqrt{2}\right)$, $(ABCD) \perp \vec{n} = \vec{j} = (0;0;1)$.

* Do α là góc tạo bởi đường thẳng MN và mặt đáy $(ABCD)$ nên ta có:

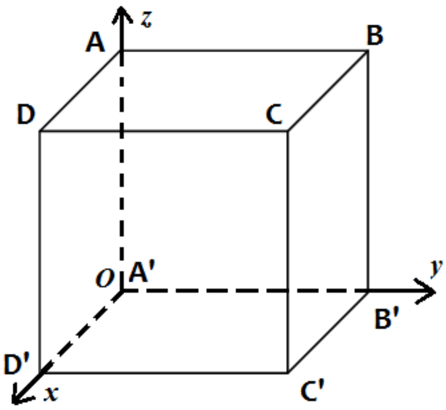
$\sin\alpha = \left|\cos\left(\vec{u};\vec{n}\right)\right| = \frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ Oxyz sao cho gốc tọa độ $O \equiv A', Ox \equiv A'D', Oy \equiv A'B', Oz \equiv A'A$.

Khi đó: $A'(0;0;0)$, $D'(a;0;0)$, $B'(0;a;0)$, $C'(a;a;0)$,

$A(0;0;a)$, $D(a;0;a)$, $B(0;a;a)$, $C(a;a;a)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (0;a;0), \overrightarrow{A'D} = (a;0;a), \overrightarrow{A'A} = (0;0;a), \overrightarrow{A'C'} = (a;a;0).$

$\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'D}\right] = (a^2;0;-a^2).$

Chọn $\overrightarrow{n_1} = (1;0;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'B'CD)$.

$\left[\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{A'C}\right] = (-a^2;a^2;0).$

Chọn $\overrightarrow{n_2} = (-1;1;0)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ACC'A')$ là:

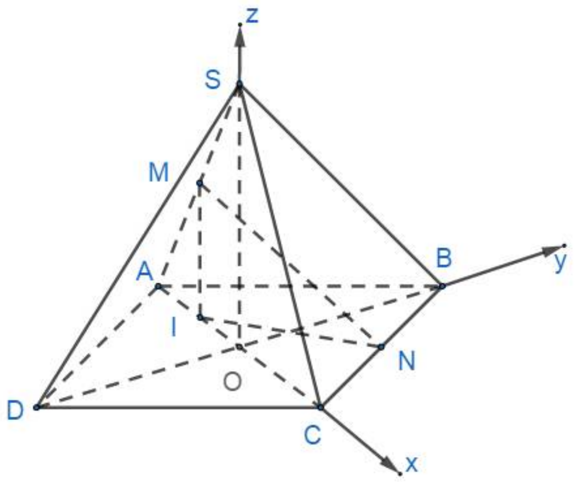
$$\cos\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_1}, \overrightarrow{n_2}\right)\right| = \frac{|-1|}{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60°.$$

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC, biết $MN = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó giá trị sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I hình chiếu của M lên $(ABCD)$, suy ra I là trung điểm của AO.

Khi đó $CI=\frac{3}{4}AC=\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Xét ΔCNI có: $CN=\frac{a}{2}$, $\widehat{NCI}=45^o$.

Áp dụng định lý cosin ta có:

$$NI=\sqrt{CN^2+CI^2-2CN.CI.\cos 45^o}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{9a^2}{8}-2.\frac{a}{2}.\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Xét ΔMIN vuông tại I nên $MI=\sqrt{MN^2-NI^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{2}-\frac{5a^2}{8}}=\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

Mà $MI//SO, MI=\frac{1}{2}SO\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

Ta có: $O(0;0;0)$, $B\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $D\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $N\left(\frac{\sqrt{2}}{4};\frac{\sqrt{2}}{4};0\right)$,

$A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $S\left(0;0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $M\left(-\frac{\sqrt{2}}{4};0;\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{4};-\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$, $\overrightarrow{SB}=\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$, $\overrightarrow{SD}=\left(0;-\frac{\sqrt{2}}{2};-\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$.

Vectơ pháp tuyến mặt phẳng (SBD): $\vec{n}=\overrightarrow{SB}\wedge\overrightarrow{SD}=\left(-\sqrt{7};0;0\right)$.

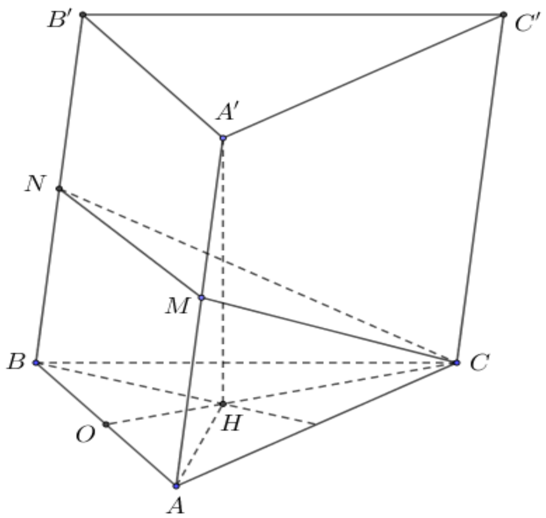
Suy ra $\sin(MN,(SBD))=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|-\sqrt{7}.\frac{\sqrt{2}}{2}\right|}{\sqrt{7}.\frac{\sqrt{6}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN).

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{13}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB. Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $O(0;0;0)$,

$A\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, $H\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};0\right)$, $A'H=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow A'\left(0;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}\Rightarrow B'\left(-1;\frac{\sqrt{3}}{6};\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$. Dễ thấy (ABC) có vtpt $\overrightarrow{n_1}=(0;0;1)$.

M là trung điểm $AA'\Rightarrow M\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$, N là trung điểm $BB'\Rightarrow N\left(\frac{-3}{4};\frac{\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

$\overrightarrow{MN}=(-1;0;0)$, $\overrightarrow{CM}=\left(\frac{1}{4};\frac{-5\sqrt{3}}{12};\frac{\sqrt{6}}{6}\right)$

$\Rightarrow$ (CMN) có vtpt $\overrightarrow{n_2}=\left(0;\frac{\sqrt{6}}{6};\frac{5\sqrt{3}}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}\left(0;2\sqrt{2};5\right)$

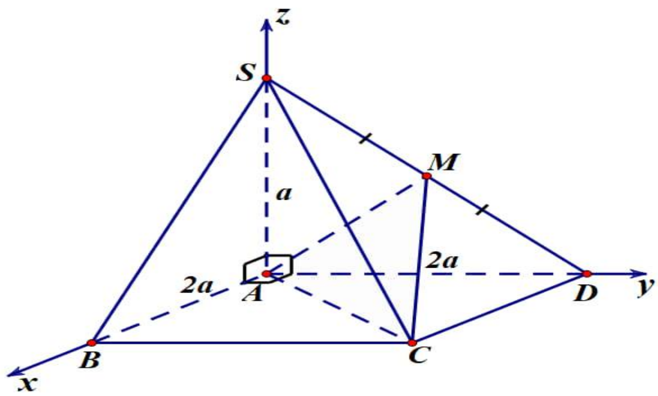
$$\cos\varphi=\frac{5}{\sqrt{33}}\Rightarrow\tan\varphi=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\varphi}-1}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tan của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A\equiv O$, như hình vẽ:

Khi đó ta có:

$A(0;0;0)$, $B(2a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $C(2a;2a;0)$, $S(0;0;a)$, $M\left(0;a;\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{SB}=(2a;0;-a),\overrightarrow{SC}=(2a;2a;-a),\overrightarrow{MA}=\left(0;-a;-\frac{a}{2}\right),\overrightarrow{MC}=\left(2a;a;-\frac{a}{2}\right)$.

$\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=\left(2a^2;0;4a^2\right)$ và $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}\right]=\left(a^2;-a^2;2a^2\right)$.

Gọi α ($0°\le\alpha\le 90°$) là góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC).

ta có $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{\left|2a^2.a^2+4a^2.2a^2\right|}{\sqrt{\left(2a^2\right)^2+\left(4a^2\right)^2}.\sqrt{\left(a^2\right)^2+\left(-a^2\right)^2+\left(2a^2\right)^2}}$

$=\dfrac{10a^4}{\sqrt{20.6.\left(a^4\right)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{30}}$.

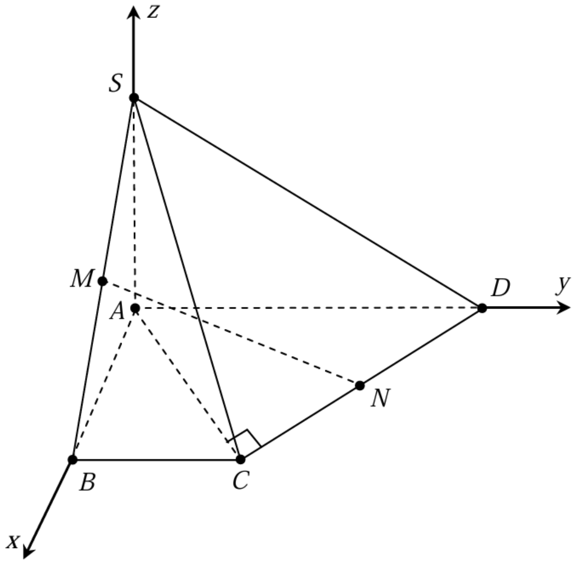
Mà $\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}-1=\left(\dfrac{\sqrt{30}}{5}\right)^2-1=\dfrac{5}{25}$. Suy ra $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

A. $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt không gian $Oxyz$ với $A \equiv O(0;0;0)$, $AB \equiv Ox$, $AD \equiv Oy$, $AS \equiv Oz$.

Ta có: $S(0;0;a)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $C(a;a;0)$.

$M(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2})$, $N(\frac{a}{2};\frac{3a}{2};0)$

$\overrightarrow{MN} = (0;\frac{3a}{2};\frac{-a}{2})$

$\overrightarrow{AS} = (0;0;a)$, $\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AC}\right] = (-a^2;a^2;0)$ là vtpt của mặt phẳng (SAC).

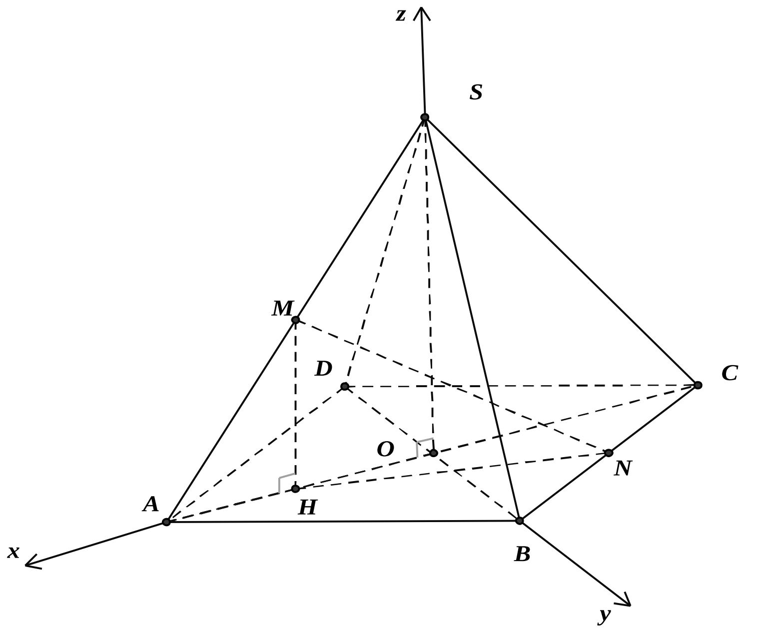
$$\sin(MN;(SAC)) = \frac{\overrightarrow{MN}.\vec{n}_{(SAC)}}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{n}_{(SAC)}\right|} = \frac{\frac{3a^3}{2}}{\sqrt{\frac{9a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}.\sqrt{a^4+a^4}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}.$$

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Đặt $SO = m$, $(m > 0)$.

$$A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right);S(0;0;m);N\left(-\frac{a\sqrt{2}}{4};\frac{a\sqrt{2}}{4};0\right)\Rightarrow M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4};0;\frac{m}{2}\right).\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{m}{2}\right).$$

Mặt phẳng $(ABCD)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$.

$$\Rightarrow \sin(MN,(ABCD))=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{k}\right|}=\frac{\frac{m}{2}}{\sqrt{\frac{5a^2}{8}+\frac{m^2}{4}}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow m^2=\frac{15a^2}{8}+\frac{3m^2}{4}.$$

$$\Rightarrow 2m^2=15a^2\Rightarrow m=\frac{a\sqrt{30}}{2}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{4};-\frac{a\sqrt{30}}{4}\right)$, mặt phẳng (SBD) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

$$\Rightarrow \sin(MN,(SBD))=\frac{\left|\overrightarrow{MN}.\vec{i}\right|}{\left|\overrightarrow{MN}\right|\left|\vec{i}\right|}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{8}+\frac{30a^2}{16}}}=\frac{\sqrt{5}}{5}\Rightarrow \cos(MN,(SBD))=\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông. Cho tam giác SAB vuông tại S và góc SBA bằng 30^0. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy. Gọi M,N là trung điểm AB,BC. Tìm cosin góc tạo bởi hai đường thẳng (SM,DN).

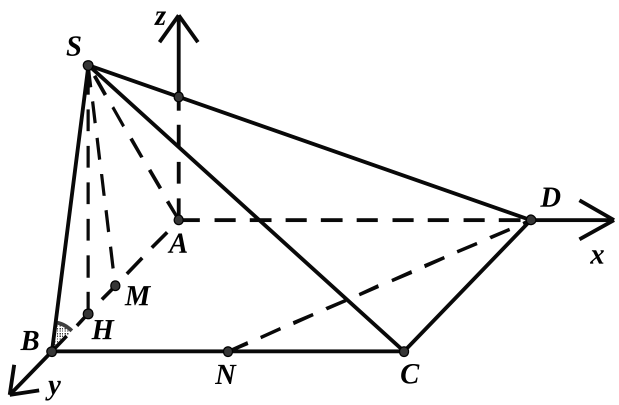
A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Trong (SAB), kẻ $SH \perp AB$ tại H. Ta có: $\begin{cases}(SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB\end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ tia $Az // SH$ và chọn hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ sau đây.



Trong tam giác SAB vuông tại S, $SB = AB.\cos\widehat{SBA} = a.\cos 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác SBH vuông tại H, $BH = SB.\cos\widehat{SBH} = \frac{3a}{4}$ và $SH = BH.\sin\widehat{SBA} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$AH = AB - BH = a - \frac{3a}{4} = \frac{a}{4} \Rightarrow H\left(0;\frac{a}{4};0\right) \Rightarrow S\left(0;\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$.

$M\left(0;\frac{a}{2};0\right)$, $D(a;0;0)$, $N\left(\frac{a}{2};a;0\right)$.

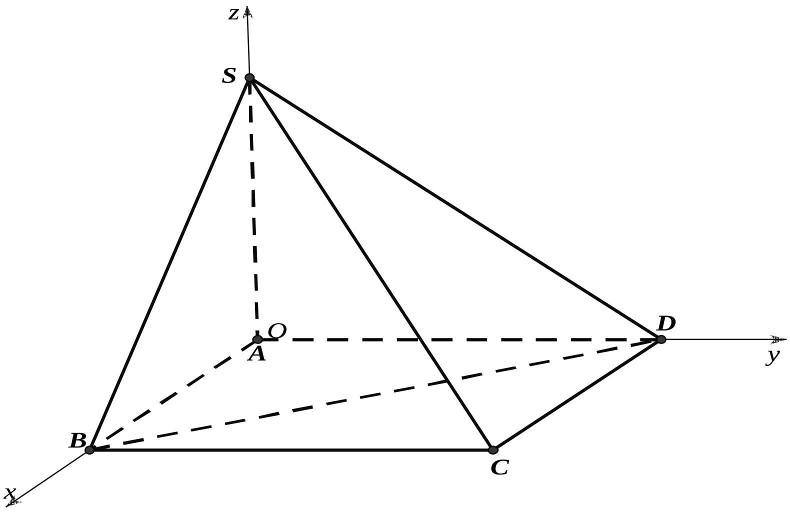
Ta có: $\overrightarrow{SM} = \left(0;\frac{a}{4};-\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$, $\overrightarrow{DN} = \left(-\frac{a}{2};a;0\right) \Rightarrow \cos(SM,DN) = \frac{\left|\overrightarrow{SM}.\overrightarrow{DN}\right|}{SN.DN} = \frac{\frac{a^2}{4}}{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D\left(0;a\sqrt{3};0\right)$, $S(0;0;a)$.

Ta có $\overrightarrow{BD}=\left(-a;a\sqrt{3};0\right)=a\left(-1;\sqrt{3};0\right)$, nên đường thẳng BD có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-1;\sqrt{3};0\right)$.

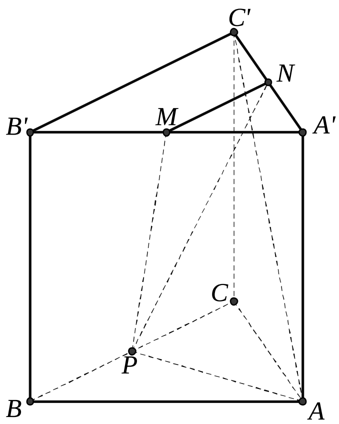
Ta có $\overrightarrow{SB}=(a;0;-a)$, $\overrightarrow{BC}=\left(0;a\sqrt{3};0\right)$ $\Rightarrow\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(a^2\sqrt{3};0;a^2\sqrt{3}\right)=a^2\sqrt{3}(1;0;1)$.

Như vậy, mặt phẳng (SBC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) thì

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\left|(-1).1+\sqrt{3}.0+0.1\right|}{\sqrt{(-1)^2+\sqrt{3}^2+0^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

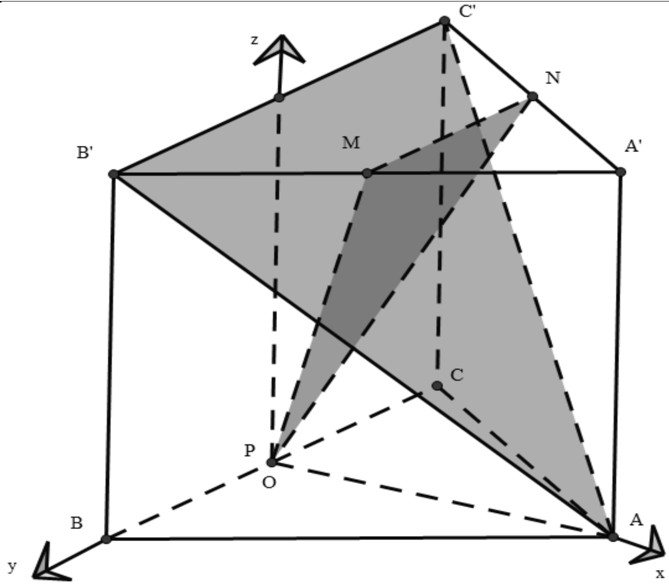
Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2\sqrt{3}$ và $AA'=2$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B',A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng



A. $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$ **B.** $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$ **C.** $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ

$\Rightarrow P(0;0;0), A(3;0;0), B(0;\sqrt{3};0), C(0;-\sqrt{3};0), A'(3;0;2), B'(0;\sqrt{3};2), C'(0;-\sqrt{3};2)$

nên $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};2\right), N\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};2\right)$

Ta có vtpt của mp$(AB'C')$ là $\overrightarrow{n_1}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}\right]=(2;0;3)$ và vtpt của mp(MNP) là $\overrightarrow{n_2}=(4;0;-3)$

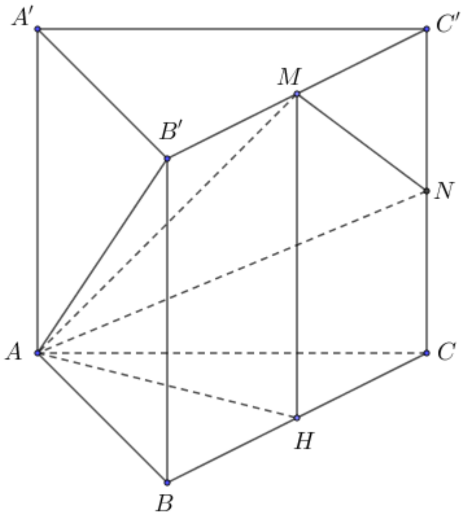
Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và mp(MNP) $\Rightarrow \cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{|8-9|}{\sqrt{13}\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{13}}{65}$

Câu 16. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, $AA'=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Cosin của góc giữa mặt phẳng(AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC, $BC = a\sqrt{3}$, $AH = \frac{a}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $H(0;0;0)$, $A\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$M(0;0;a)$, $N\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC).

(AMN) có một vtpt $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}\right] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{-1}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

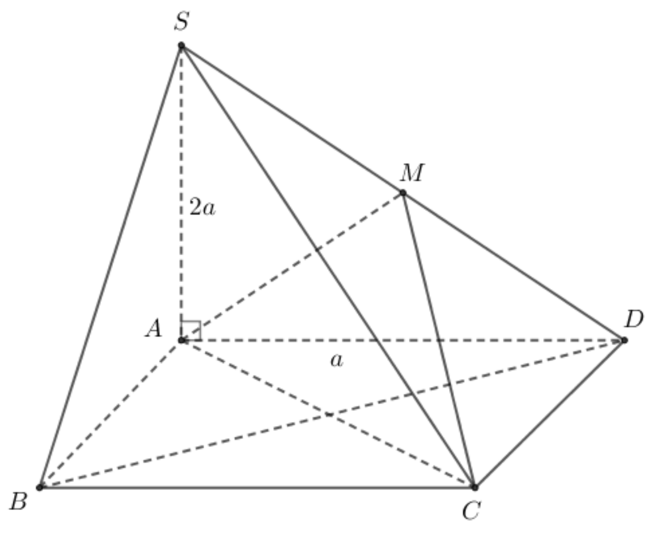
(ABC) có một vtpt $\overrightarrow{HM} = (0;0;1)$, từ đó $\cos\varphi = \frac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{HM}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\overrightarrow{HM}\right|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1.1} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ và chuẩn hóa cho $a = 1$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;2)$

Ta có M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $C(1;1;0)$.

$\overrightarrow{AM} = \left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $\overrightarrow{AC} = (1;1;0)$, $\left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(-1;1;\frac{1}{2}\right) \Rightarrow (AMC)$ có một vtpt $\vec{n} = (-2;2;1)$

$\overrightarrow{SB} = (0;1;-2)$, $\overrightarrow{SC} = (1;1;-2)$, $\left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}\right] = (0;2;1) \Rightarrow (SBC)$ có một vtpt $\vec{k} = (0;2;1)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) thì $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{n}|} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

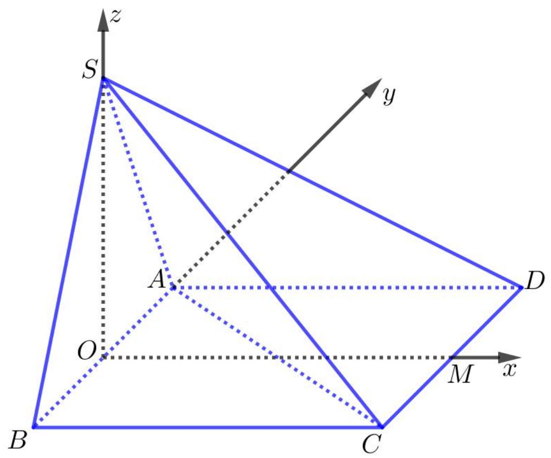
Do $\tan\alpha > 0$ nên $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$. Tính $\cos\varphi$ với φ là góc tạp bởi (SAC) và (SCD).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\dfrac{5}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Chú ý: Ta có thể giải bài toán với cạnh hình vuông $a = 1$.

Gọi O, M lần lượt là trung điểm của AB, CD. Vì SAB là tam giác đều và (SAB) vuông góc với $(ABCD)$ nên $SO \perp (ABCD)$.

Xét hệ trục $Oxyz$ có $O(0;0;0), M(1;0;0), A\left(0;\dfrac{1}{2};0\right), S\left(0;0;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Khi đó $C\left(1;\dfrac{-1}{2};0\right), D\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{SA} = \left(0;\dfrac{1}{2};\dfrac{-\sqrt{3}}{2}\right), \overrightarrow{AC}(1;-1;0), \overrightarrow{SC} = \left(1;\dfrac{-1}{2};\dfrac{-\sqrt{3}}{2}\right), \overrightarrow{CD} = (0;1;0)$.

Mặt phẳng (SAC) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(\dfrac{-\sqrt{3}}{2};\dfrac{-\sqrt{3}}{2};\dfrac{-1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (SAD) có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CD}\right] = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$.

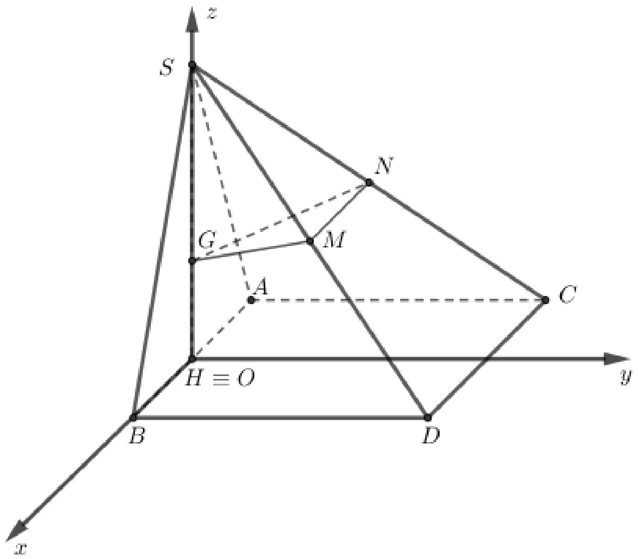
Vậy $\cos\varphi = \dfrac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{5}{7}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M,N lần lượt là trung điểm của SC,SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó

$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(\frac{-a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(\frac{a}{2};a;0\right)$; $D\left(\frac{-a}{2};a;0\right)$

suy ra $G\left(0;0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$; $M\left(\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(-\frac{a}{4};\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

Ta có mặt phẳng $(ABCD)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$, mặt phẳng (GMN) có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n}=\left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{GN}\right]=\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{24};\frac{a}{4}\right)$$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$, ta có

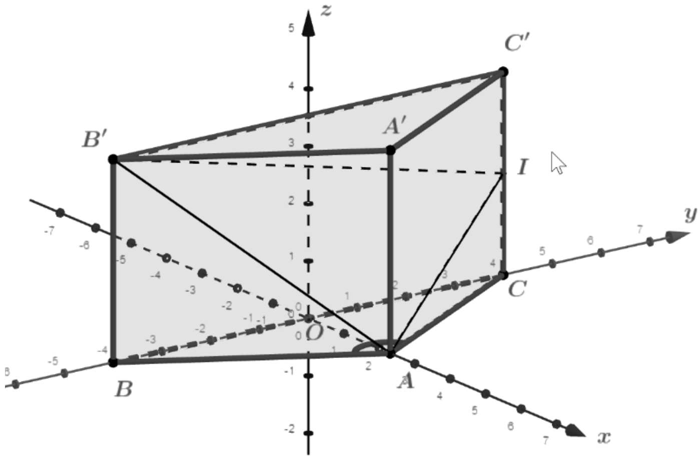
$$\cos\alpha=\frac{\left|\vec{n}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{k}\right|}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{39}}{24}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}.$$

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120^o$ và cạnh bên $BB'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{10}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{30}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{10}}{30}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là trung điểm của BC. Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $OB = AB\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; OA = AB\cos 60^\circ = \dfrac{a}{2}$

Giả sử $a = 1$ suy ra $A\left(\dfrac{1}{2};0;0\right), B\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right), C\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right), I\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right), B'\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2};1\right)$

Ta có: $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = \left(0;0;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{AI}\right] = \left(-\dfrac{3\sqrt{3}}{4};-\dfrac{1}{4};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Gọi α là góc giữa (ABC) và $(AB'I)$. Suy ra: $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \sqrt{\dfrac{3}{10}} = \dfrac{\sqrt{30}}{10}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ $4{,}5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) và cabin dừng ở điểm B.

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

b) Giả sử sau thời gian t(s) kể từ lúc xuất phát $(t\ge 0)$ thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $60°$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x=10+2t \\ y=3-2t \\ z=t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

b) Ta có $AM=v.t=4{,}5t$ và ta gọi $M\,(10+2m;\,3-2m;\,m)$ thuộc đường thẳng d

Khi đó: $\overrightarrow{AM}=(2m;-2m;m)$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với vectơ $\vec{u}$ nên m dương

Suy ra $AM=\sqrt{4m^2+4m^2+m^2}=3|m|\xrightarrow{m>0} m=1{,}5t$ nên $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$

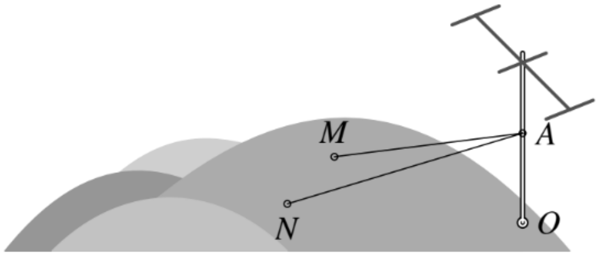
c) Từ câu trên suy ra $M\equiv B\Leftrightarrow 10+3t=550\Leftrightarrow t=180$

Khi đó: $AB=vt=4{,}5.t=4{,}5.180=810(m)$

d) Ta có $\overrightarrow{u_{AB}}=(2;-2;1)$ và mặt phẳng (Oxy) là $z=0$ nên ta có $\vec{n}=(0;0;1)$

Từ đó: $\sin\alpha=\left|\dfrac{\vec{u}.\vec{n}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}\right|=\dfrac{1}{3}$ nên $\alpha\approx 19,5°$

Câu 22. Người ta muốn dựng một cột ăngten trên một sườn đồi. Ăngten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng mét. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăngten và M,N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ). Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0), A(0;0;6), M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.



a) Độ dài các đoạn dây cáp MA, NA lần lượt là $6,7\,(m)$ và $5,8\,(m)$ (kết quả làm tròn đến phần chục của mét).

b) Phương trình tham số của đường cáp MA là: $\begin{cases}x=-3t\\ y=4t\\ z=6+3t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng sườn đồi có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó $b+c+d=40$.

d) Góc tạo bởi các sợi dây cáp MA, NA với mặt phẳng sườn đồi lần lượt là $43°$ và $54°$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**SAI**

a) $\overrightarrow{MA}=(-3;4;3)\Rightarrow MA=\sqrt{(-3)^2+4^2+3^2}=\sqrt{34}\approx 5,8\,(m)$

$\overrightarrow{NA}=(5;2;4)\Rightarrow NA=\sqrt{5^2+2^2+4^2}=\sqrt{45}\approx 6,7\,(m)$.

b) Ta có $\overrightarrow{MA}=(-3;4;3)$

Phương trình tham số của đường cáp MA đi qua M là: $\begin{cases}x=-3t\\ y=4t\\ z=6+3t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng sườn đồi chính là mặt phẳng (OMN) có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OM}=(3;-4;3),\overrightarrow{ON}=(-5;-2;2)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(-2;-21;-26)$.

Mặt phẳng (OMN) đi qua O và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-2;-21;-26)$ là:

$-2x-21y-26z=0\Leftrightarrow 2x+21y+26z=0$

$\Rightarrow b=21,c=26,d=0\Rightarrow b+c+d=47$

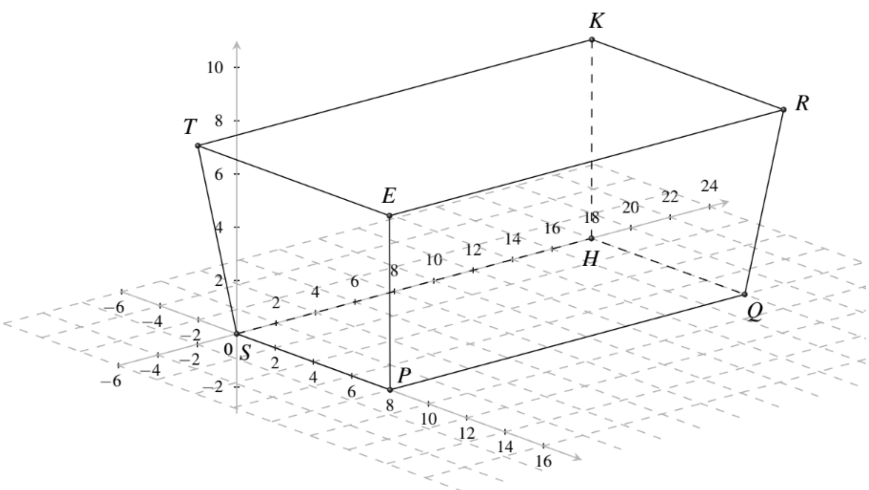
d) Mặt phẳng sườn đồi chính là mặt phẳng (OMN) nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(-2;-21;-26)$.

Gọi α,β lần lượt là góc tạo bởi MA,NA với mặt phẳng (AMN).

Ta có: $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{MA}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{MA}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|-3.(-2)+4.(-21)+3.(-26)\right|}{\sqrt{(-3)^2+4^2+3^2}.\sqrt{(-2)^2+(-21)^2+(-26)^2}}=\dfrac{156}{\sqrt{38114}}\Rightarrow\alpha\approx 53^\circ$

Khi đó: $\sin\beta=\dfrac{\left|\overrightarrow{NA}.\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{NA}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|5.(-2)+2.(-21)+4.(-26)\right|}{\sqrt{5^2+2^2+4^2}.\sqrt{(-2)^2+(-21)^2+(-26)^2}}==\dfrac{156}{\sqrt{50445}}\Rightarrow\beta\approx 44^\circ$

Câu 23. Một khuôn nướng bánh mì được mô phỏng trong không gian $Oxyz$ như hình minh họa dưới đây với $S(0;0;0),P(8;0;0),Q(8;18;0),T(-1;-1;7),R(9;19;7)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét).



a) $SH=324(cm)$

b) Góc giữa hai cạnh kề SP và ST bằng 82° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa cạnh bên ST và mặt đáy $(SPQH)$ bằng 78° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

c) Góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt đáy $(SPQH)$ bằng 82° (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**

a) Ta có: $\overrightarrow{SH}=(0;18;0)\Rightarrow SH=18(cm)$

b) Ta có: $\overrightarrow{SP}=(8;0;0);\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$

$$\cos(SP,ST)=\frac{\left|\overrightarrow{SP}.\overrightarrow{ST}\right|}{\left|\overrightarrow{SP}\right|.\left|\overrightarrow{ST}\right|}=\frac{1}{\sqrt{51}}\Rightarrow(SP,ST)\approx 82^\circ$$

c) Gọi α là góc giữa cạnh bên ST và mặt phẳng đáy $(SPQH)$.

Ta có: $\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$, $\vec{n}_{(SPQH)}=(0;0;1)$

Khi đó: $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{ST}.\vec{n}_{(SPQH)}\right|}{\left|\overrightarrow{ST}\right|.\left|\vec{n}_{(SPQH)}\right|}=\dfrac{7}{\sqrt{51}}\Rightarrow\alpha\approx 78^\circ$

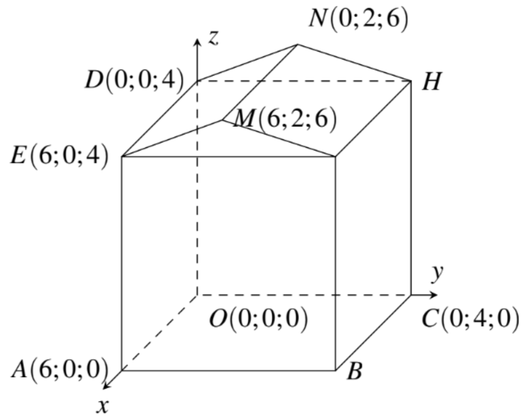
d) Gọi β là góc giữa mặt bên $(STEP)$ và mặt phẳng đáy $(SPQH)$.

$\overrightarrow{SP}=(8;0;0);\overrightarrow{ST}=(-1;-1;7)$

Ta có: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{ST},\overrightarrow{SP}\right]=(0;56;8)$, $\vec{n}_{(SPQH)}=(0;0;1)$

Khi đó: $\cos\beta=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{n}_{(SPQH)}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{n}_{(SPQH)}\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}\Rightarrow\beta\approx 82^\circ$

Câu 24. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình dưới đây nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



a) $DE=6(m)$

b) Phương trình đường thẳng đi qua điểm $D(0;0;4)$ là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=4+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

c) Phương trình mặt phẳng mái nhà $(DEMN)$ có dạng $ax+y+cz+d=0$. Khi đó $a-2c+d=3$.

d) Khoảng cách từ điểm B đến mái nhà $(DEMN)$ bằng 4.

Lời giải

a)	b)	c)	d)

ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) $\overrightarrow{DE}=(6;0;0)\Rightarrow DE=6(m)$

b) Ta có $\overrightarrow{DN}=(0;2;2)=2(0;1;1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $D(0;0;4)$ và có VTCP là: $\begin{cases}x=0\\y=t\\z=4+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$

c) Mặt phẳng $(DEMN)$ có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{DE}=(6;0;0),\overrightarrow{DN}=(0;2;2)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DN}\right]=$ $(0;-12;12)$ nên suy ra $(DEMN)$ có vectơ pháp tuyến là:

$\vec{n}=-\frac{1}{12}\left[\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DN}\right]=(0;1;-1)$

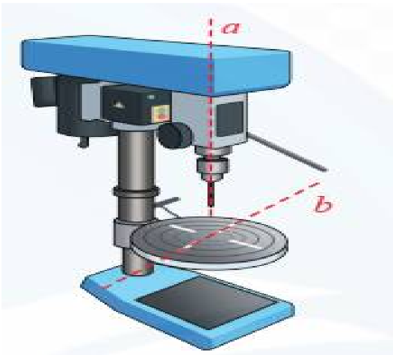
Phương trình của mặt phẳng $(DEMN)$ là: $y-z+4=0$.

$\Rightarrow a=0,c=-1,d=0\Rightarrow a-2c+d=6$

d) Điểm $B(6;4;0)$ nên suy ra d $(B,(DEMN))=\frac{|4+4|}{\sqrt{0^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$.

Câu 25. Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$, cho biết phương trình trục a của mũi khoan và một đường rãnh b trên vật cần khoan như hình vẽ dưới đây lần lượt là:

$$a:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3t\end{cases}\text{ và }b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$$



a) Đường thẳng a có một veco chỉ phương $\vec{u}=(0;0;1)$.

b) Phương trình chính tắc đường thẳng b là : $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-6}{0}$

c) Hai đường thẳng a và b vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của a và b là $M(x_0;y_0;z_0)$. Khi đó $x_0+y_0+z_0=10$

Lời giải

a)	b)	c)	d)

ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Đường thẳng a có một vecơ chỉ phương $\vec{u}=(0;0;3)=3(0;0;1)$.

b) Đường thẳng $b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$ có vecơ chỉ phương $\vec{u}=(4;2;0)$

Ta có: $4.2.0=0$ nên đường thẳng b không tồn tại phương trình chính tắc .

c) Đường thẳng $b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6\end{cases}$ có vecơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(4;2;0)$.

Ta thấy: $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0.4+0.2+3.0=0$ do đó đường thẳng a,b vuông góc.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}1=1+4t'\\2=2+2t'\\3t=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=0\\t'=0\\t=2\end{cases}$.

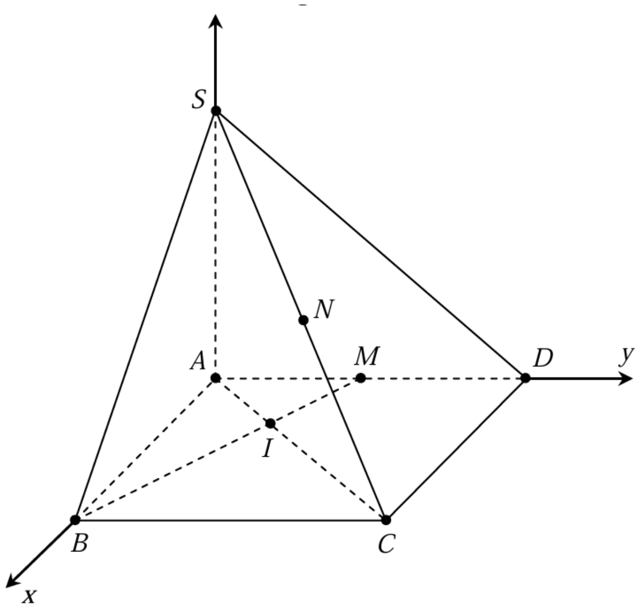
Vậy đường thẳng a,b vuông góc và cắt nhau.

d) Gọi giao điểm của a và b là $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$.

Với $t=2$, thay vào phương trình đường thẳng a ta được $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=6\end{cases}$

Vậy giao điểm của a và b là $M(1;2;6)\Rightarrow x_0+y_0+z_0=9$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA=a$ và SA vuông góc $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD,SC. Gọi I là giao điểm BM và AC. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây.



a) $S(0;0;a), A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a\sqrt{2};0), D(0;a\sqrt{2};0)$

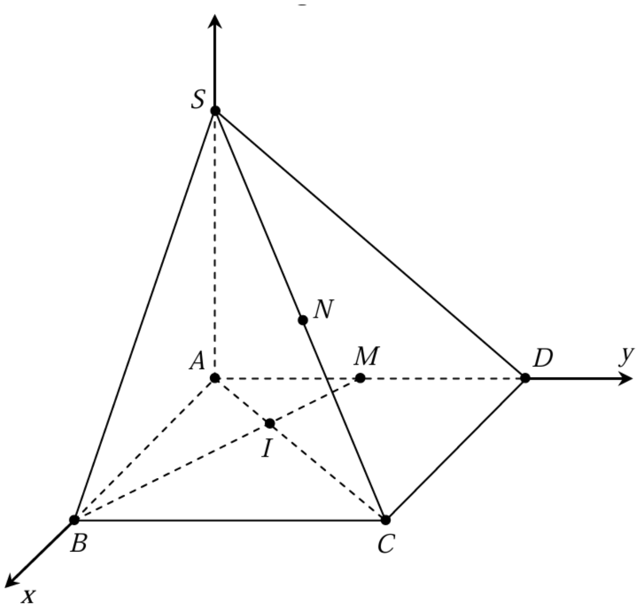
b) $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right), I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) Mặt phẳng (SMB) có một vecto pháp tuyến $\vec{n}=\left(\frac{1}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**



a) Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ nên ta có: $S(0;0;a), A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a\sqrt{2};0), D(0;a\sqrt{2};0)$

b) M, N lần lượt là trung điểm của AD, SC nên $M\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a}{2}\right)$

$\frac{IA}{IC}=\frac{IM}{IB}=\frac{AM}{BC}=\frac{1}{2}\Rightarrow IA=\frac{1}{3}AC\Rightarrow I\left(\frac{a}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right)$

c) $\overrightarrow{BM}\left(-a;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), \overrightarrow{BA}(-a;0;0)$

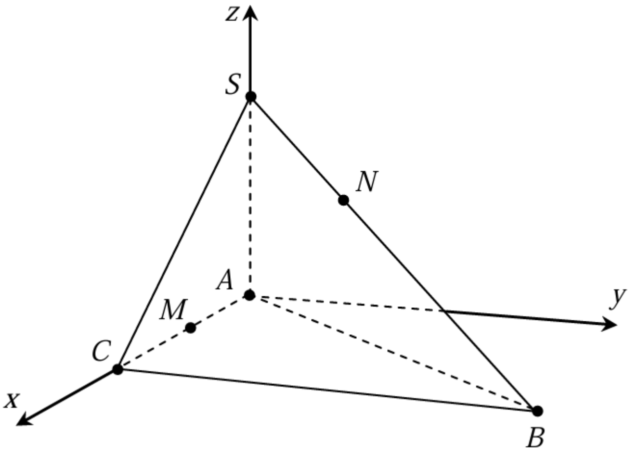
Mặt phẳng (SMB) có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right]=\left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2};a^2;\frac{a^2\sqrt{2}}{2}\right)=a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2};1;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) Mặt phẳng (SMB) có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1=\left[\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BA}\right]=\left(\frac{a^2\sqrt{2}}{2};a^2;\frac{a^2\sqrt{2}}{2}\right)$

Mặt phẳng (SCA) có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-a^2\sqrt{2};a^2;0\right)$

Vì $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0$ nên 2 mặt phẳng $(SAC),(SMB)$ vuông góc

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=h$ và có đáy là tam giác ABC vuông tại C. Biết rằng $AC=b,BC=a$. Gọi M là trung điểm của AC và N là điểm sao cho $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$. Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, tia Ox trùng với tia AC, tia Oz trùng với tia AS sao cho điểm B nằm trong góc xOy như hình vẽ dưới đây.



a) $A(0;0;0),C(b;0;0),B(b;a;0),S(0;0;h),M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

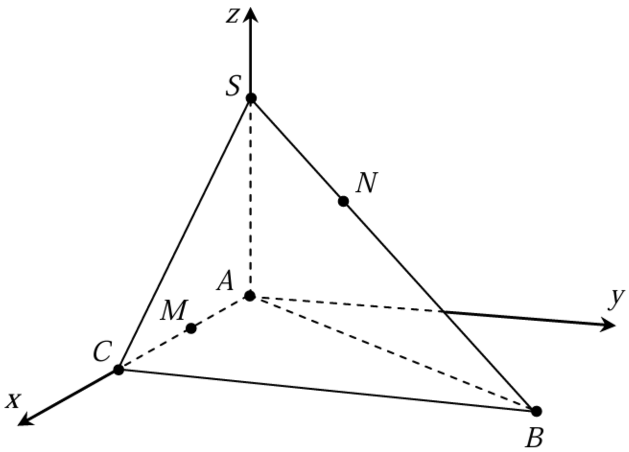
b) $\overrightarrow{SB}=(a;b;-h)$

c) $MN=\frac{5}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

b) Hai đường thẳng MN và SB vuông góc với nhau khi $4h^2=2a^2-b^2$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**



a) Ta có $A(0;0;0),C(b;0;0),B(b;a;0),S(0;0;h)$

b) $\overrightarrow{SB}=(b;a;-h)$

c) M là trung điểm của AC $\Rightarrow M\left(\frac{b}{2};0;0\right)$

Gọi $N(x;y;z)$ thì $\overrightarrow{SN}=(x;y;z-h)$

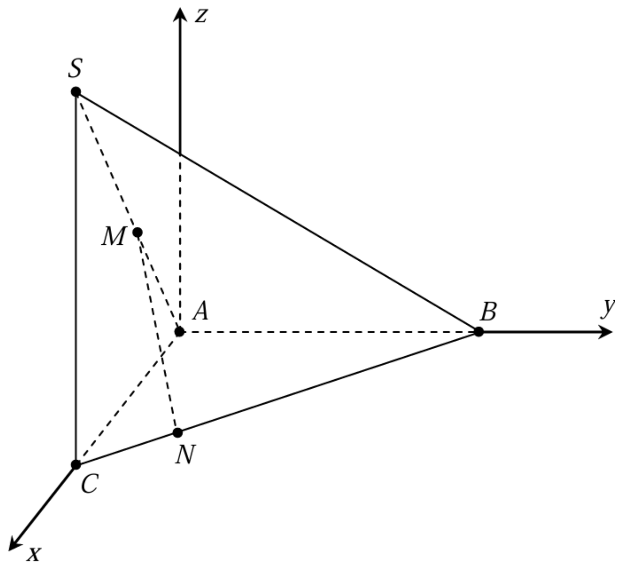
Từ điều kiện $\overrightarrow{SN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{SB}$ nên $x=\frac{b}{3};y=\frac{a}{3},z-h=\frac{-h}{3}\Rightarrow z=\frac{2h}{3}\Rightarrow N\left(\frac{b}{3};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)$

Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(\frac{b}{3}-\frac{b}{2};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)=\left(-\frac{b}{6};\frac{a}{3};\frac{2h}{3}\right)$ nên $MN=\sqrt{\frac{b^2}{36}+\frac{a^2}{9}+\frac{4h^2}{9}}=\frac{1}{6}\sqrt{b^2+4a^2+16h^2}$

d) Hai đường thẳng MN và SB vuông góc với nhau khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SB}=0\Leftrightarrow\frac{-b^2}{6}+\frac{a^2}{3}+\frac{-2h^2}{3}=0\Leftrightarrow 4h^2=2a^2-b^2$$

Câu 28. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SC=CA=AB=a\sqrt{2}$ và $SC\perp(ABC)$. Biết rằng tam giác ABC là tam giác vuông tại A. Các điểm $M\in SA, N\in BC$ sao cho $AM=CN=t\ (0<t<2a)$. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O\equiv A$. Trục Ox chứa AC, trục Oy chứa AB và trục $Oz\perp(ABC)$ như hình vẽ dưới đây.



a) $A(0;0;0),B\left(0;a\sqrt{2};0\right),C\left(a\sqrt{2};0;0\right),S\left(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2}\right)$

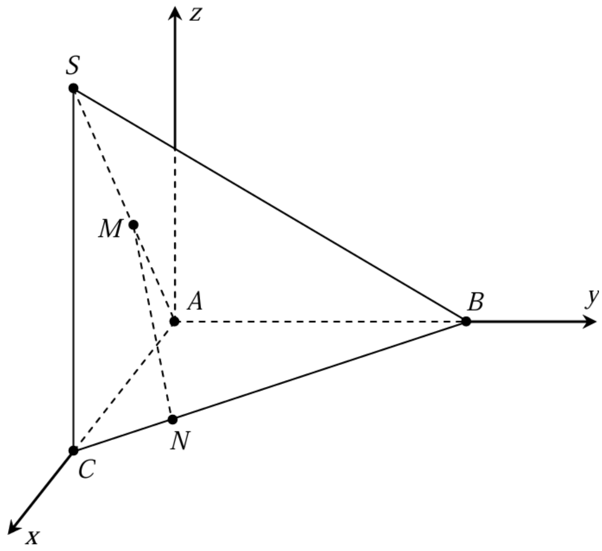
b) Tọa độ điểm $M\left(\frac{t\sqrt{2}}{2};0;\frac{t\sqrt{2}}{2}\right)$

c) Đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

d) Khi MN ngắn nhất thì MN là đường vuông góc chung của BC và SA

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**SAI**	**ĐÚNG**



a) Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục Ox chứa AC, trục Oy chứa AB và trục $Oz \perp (ABC)$. Khi đó cạnh SC song song với trục Oz và ta có:

$A(0;0;0), B(0;a\sqrt{2};0), C(a\sqrt{2};0;0), S(a\sqrt{2};0;a\sqrt{2})$

b) Ta có $M\left(\frac{t\sqrt{2}}{2};0;\frac{t\sqrt{2}}{2}\right); N\left(a\sqrt{2}-\frac{t\sqrt{2}}{2};\frac{t\sqrt{2}}{2};0\right)$

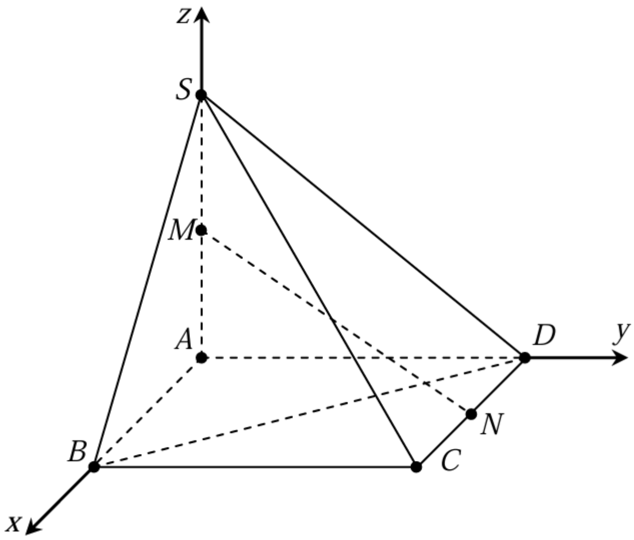
c) $MN = \sqrt{2\left(a^2-2at+t^2\right)+\frac{t^2}{2}+\frac{t^2}{2}} = \sqrt{3t^2-4at+2a^2} = \sqrt{3\left(t-\frac{2a}{3}\right)^2+\frac{2a^2}{3}} \geq \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy MN ngắn nhất bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ khi $t=\frac{2a}{3}$

d) Khi MN ngắn nhất thì: $M\left(\frac{a\sqrt{2}}{3};0;\frac{a\sqrt{2}}{3}\right), N\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};0\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(\frac{a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{2}}{3};-\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{SA}=0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC}=0 \end{cases}$ nên MN là đường vuông góc chung.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=10\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Ta chọn hê trục $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv A$. Trục Ox chứa AB, trục Oy chứa AD và trục Oz chứa AS như hình vẽ dưới đây.



a) $A(0;0;0), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;0;0)$

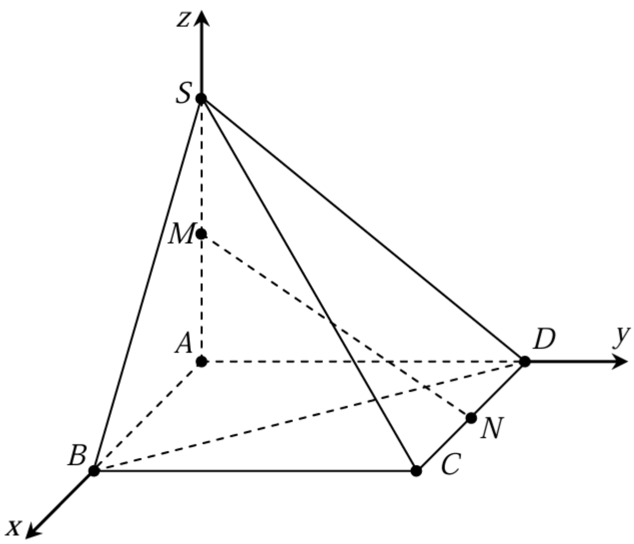
b) $\overrightarrow{MN} = \left(5;10;5\sqrt{3}\right)$

c) Phương trình đường thẳng MN là : $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 10 + 2t \\ z = \sqrt{3}t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$

d) Khoảng cách giữa BD và MN bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**SAI**	**SAI**	**ĐÚNG**



a) Xét tam giác vuông SAC có: $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{500 - 200} = 10\sqrt{3}$.

Ta có $A(0;0;0), M\left(0;0;5\sqrt{3}\right), B(10;0;0), D(0;10;0), C(10;0;0), N(5;10;0)$

b) M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD $\Rightarrow M\left(0;0;5\sqrt{3}\right), N(5;10;0)$

$\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)$

c) $\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)=5\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$

Phương trình đường thẳng MN đi qua $N\left(5;10;0\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$ là: $\begin{cases} x=5+t \\ y=10+2t \\ z=-\sqrt{3}t \end{cases}\ \left(t\in\mathbb{R}\right)$

d) Ta có:

$\overrightarrow{ND}=\left(-5;0;0\right)$

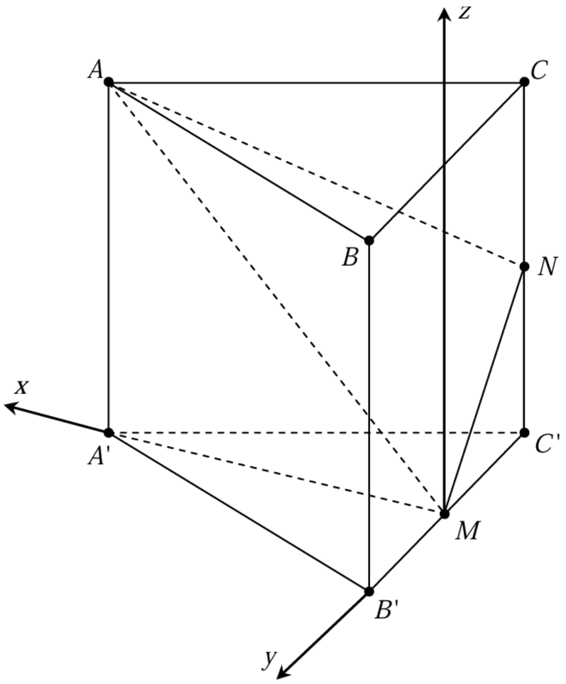
$\overrightarrow{MN}=\left(5;10;-5\sqrt{3}\right)\Rightarrow\vec{u_1}=\left(1;2;-\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{BD}=\left(-10;10;0\right)\Rightarrow\vec{u_2}=\left(-1;1;0\right)$

$\Rightarrow\left[\vec{u_1};\vec{u_2}\right]=\left(\sqrt{3};\sqrt{3};3\right)$

Khoảng cách giữa BD và MN bằng: $d\left(MN,BD\right)=\dfrac{\left|\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]\overrightarrow{ND}\right|}{\left|\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]\right|}=\sqrt{5}$

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a, BAC=120^\circ, AA'=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ trong không gian như hình vẽ, gốc toạ độ O trùng M.



a) $N\left(0;-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

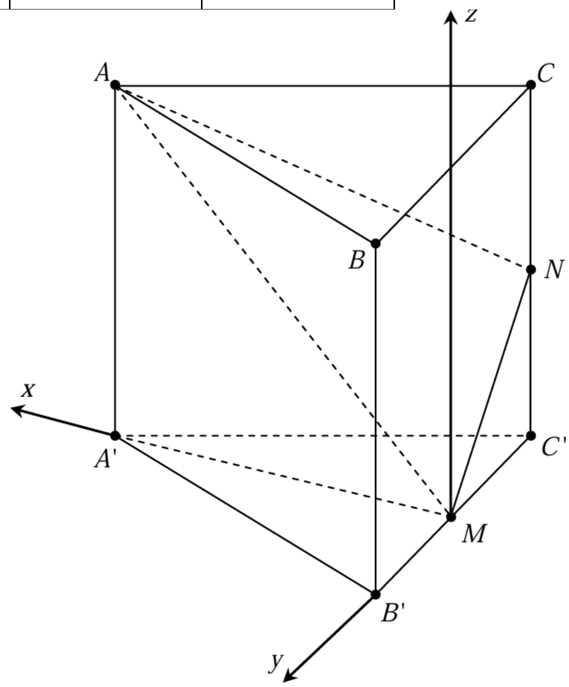
b) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$.

c) Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $\left(AMN\right)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3}\right)$.

d) Cosin góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**	**ĐÚNG**



a) Dễ dàng tính được $MB' = MC' = \frac{a\sqrt{3}}{2}; MA' = \frac{a}{2}$ và $M(0;0;0), N \in (Oyz) \Rightarrow N\left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$

a) $(ABC) \mathbin{/\!/} (A'B'C'); (A'B'C') \equiv (Oxy)$

Suy ra mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$

c) Ta có: $A \in (Oxz) \Rightarrow A\left(\frac{a}{2}; 0; a\right)$

$\overrightarrow{MA}\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$ cùng phương $\overrightarrow{u_1} = (1;0;2)$

$\overrightarrow{MN}\left(0; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right)$ cùng phương $\overrightarrow{u_2} = \left(0; -\sqrt{3}; 1\right)$

Mặt phẳng (AMN) có một vecto pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \left(2\sqrt{3}; -1; -\sqrt{3}\right)$

Do đó, đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (AMN) có vecto chỉ phương là $\vec{u} = \left(2\sqrt{3}; -1; -\sqrt{3}\right)$

d) Mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$

Mặt phẳng (AMN) có một vecto pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = \left(2\sqrt{3}; -1; -\sqrt{3}\right)$

Khi đó: $\cos\left((AMN), (ABC)\right) = \left|\cos\left(\vec{k}, \vec{n}\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{4}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì giá trị của biểu thức $a+b$ bằng bao nhiêu?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -13

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là : $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3+5t \end{cases}$ (1).

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì tọa độ của điểm B thỏa (1), tức là

$$\begin{cases} -5=1+2t \\ a=2+t \\ b=3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ a=2+t \\ b=3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ a=-1 \\ b=-12 \end{cases} \Rightarrow a+b=-13.$$

Câu 32. Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8;-19;6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu để vận động viên bắn trúng hồng tâm?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: -6

Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục d phải đi qua hồng tâm.

Ta thay điểm $A(8;-19;6m+4)$ vào phương trình trục d:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1}=\frac{-19-2}{-3}=\frac{6m+4-3}{-5}=7 \Leftrightarrow 6m=-36 \Leftrightarrow m=-6.$$

Vậy $m=-6$ thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Vinpearl Nha Trang xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M\left(a;b;c\right)$. Tính $a+3b+c$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 6

Phương trình tham số của đường cáp là: $d:\begin{cases}x=-2\\y=1-2k\\z=5+6k\end{cases}\quad\left(k\in\mathbb{R}\right)$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM=4t\ \ \left(m\right)$.

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM=4.5=20\ \ \left(m\right)$.

Vì $M\in d\Rightarrow M\left(-2;1-2k;5+6k\right)$ nên suy ra $\overrightarrow{AM}\left(0;-2k;6k\right)$.

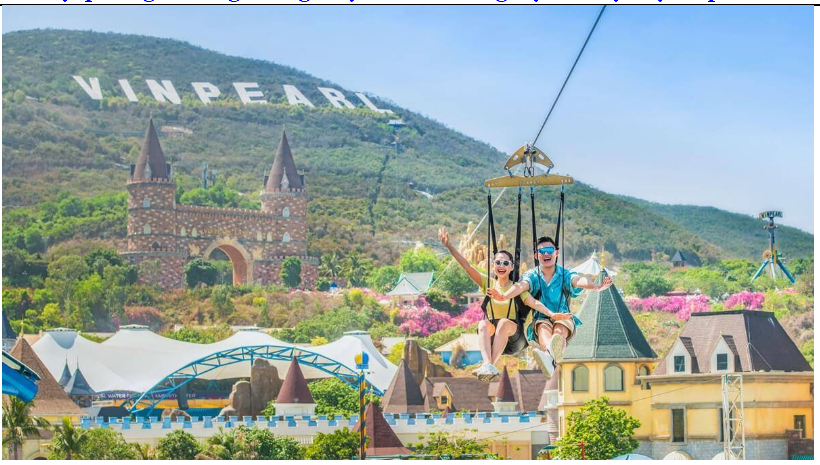
Do 2 vec tơ $\overrightarrow{AM};\vec{u}$ cùng hướng $k>0$ $AM=20\Leftrightarrow\sqrt{0^2+4k^2+36k^2}=20\Leftrightarrow 40k^2=400\Leftrightarrow k=\pm\sqrt{10}$

Vì $k>0\Rightarrow k=\sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M\left(-2;1-2\sqrt{10};5+6\sqrt{10}\right)$.

Khi đó $a+3b+c=-2+3\left(1-2\sqrt{10}\right)+5+6\sqrt{10}=6$.

Câu 34. Trong khu du lịch Vinpearl Nha Trang, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của A và B lần lượt là $\left(3;2,5;15\right)$ và $\left(21;27,5;10\right)$. Khi du khách khi ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c$.



Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 37,3

Ta có: $A(3;2,5;15)$, $B(21;27,5;10) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (18;15;-5)$

Phương trình tham số đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vậy phương trình đường thẳng chứa đường trượt zipline là $\begin{cases} x = 3 + 18t \\ y = 2,5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

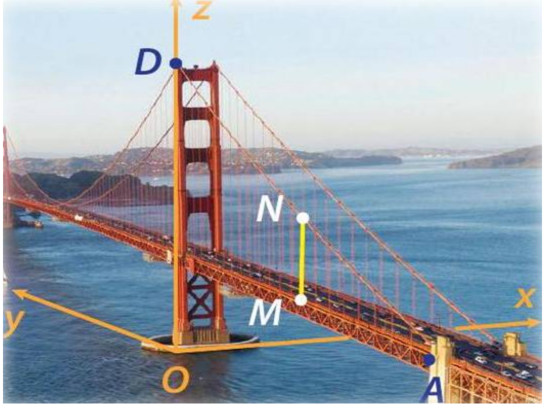
Xác định toạ độ của du khách khi ở độ cao 12 mét.

Khi du khách khi ở độ cao 12 mét $\Rightarrow z = 12 \Rightarrow 15 - 5t = 12 \Rightarrow t = \frac{3}{5}$

Thay $t = \frac{3}{5}$ vào phương trình đường thẳng AB ta được $\begin{cases} x = 13,8 \\ y = 11,5 \\ z = 12 \end{cases} \Rightarrow C(13,8;11,5;12)$

Vậy $T = a + b + c = 13,8 + 11.5 + 12 = 37,3$

Câu 35. Cầu Cổng Vàng *(The Golden Gate Bridge)* ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ *Oxyz* với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m, điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz 343 m. Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m và MN song song với cột trụ.



Tính độ dài MN, biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230 m (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất của mét)

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 50,1

Ta có $A \in Oyz$ và A cách mặt nước $75(m)$ và cách trục Oz $343(m) \Rightarrow A(0;343;75)$

Điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227(m) \Rightarrow D(0;0;227) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0;-343;152)$

Phương trình đường thẳng AD là $\begin{cases} x = 0 \\ y = -343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Vì $N \in AD \Rightarrow N(0;-343t;227+152t)$

Điểm M trên thành cầu, M cách mặt nước $75(m)$ và cách trục Oz một khoảng bằng $230(m)$ nên tọa độ điểm M là $M(0;230;75)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0;-343t-230;152+152t)$

MN song song với cột trụ $\Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{j} = 0 \Rightarrow -343t - 230 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{230}{343}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0;0;\dfrac{17176}{343}\right) \Rightarrow MN = \dfrac{17176}{343} \approx 50,1(m)$

Câu 36. Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$ hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$; $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-3}$.

Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: $2,45$

Ta có AB ngắn nhất khi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2.

Gọi $A(2+a;2+a;-a)\in d_1$; $B(2+b;-1+2b;-3b)\in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(b-a;2b-a-3;-3b+a)$.

d_1, d_2 lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1}=(1;1;-1)$ và $\vec{u}_{d_2}=(1;2;-3)$

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}_{d_1}=0\\ \overrightarrow{AB}.\vec{u}_{d_2}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1(b-a)+1(2b-a-3)-1(-3b+a)=0\\ 1(b-a)+2(2b-a-3)-3(-3b+a)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}6b-3a-3=0\\ 14b-6a-6=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A(1;1;1)\\ B(2;-1;0)\end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(1;-2;-1)$

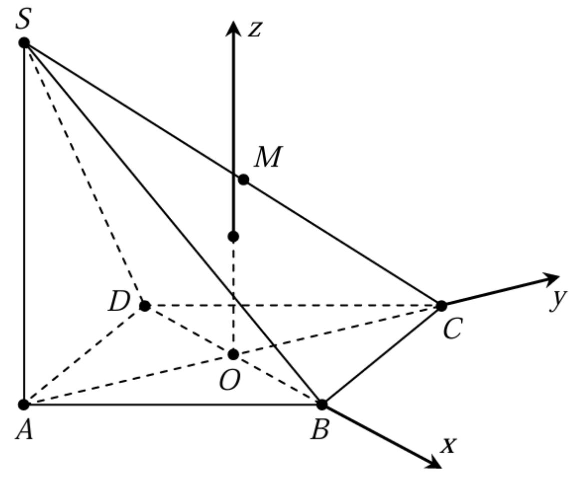
Do đó $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6}\approx 2,45$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh có cạnh bằng a và SA vuông góc với đáy. Khi $a=2$, hãy tính độ dài cạnh SA để góc tạo bởi (SBC) và (SCD) bằng $60°$.

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 2



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ, M là trung điểm của SC và đặt $SA=2m$ $(m>0)$

Khi đó $B\left(\frac{a}{\sqrt{2}};0;0\right), D\left(-\frac{a}{\sqrt{2}};0;0\right), C\left(0;\frac{a}{\sqrt{2}};0\right), M(0;0;m)$

Ta có $(SBC): \frac{x}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{y}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{z}{m}=1 \Rightarrow \vec{n}_{SBC}=\left(1;1;\frac{a}{m\sqrt{2}}\right)$

Phương trình mặt phẳng $(SDC):\frac{x}{-\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{y}{\frac{a}{\sqrt{2}}}+\frac{z}{m}=1\Rightarrow \vec{n}_{SDC}=\left(-1;1;\frac{a}{m\sqrt{2}}\right)$

Yêu cầu bài toán tương đương với $((SBC),(SDC))=60°\Leftrightarrow \left|\cos(\vec{n}_{SBC},\vec{n}_{SDC})\right|=\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|\left(\frac{a}{m\sqrt{2}}\right)^2\right|}{1+1+\left(\frac{a}{m\sqrt{2}}\right)^2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{a}{m\sqrt{2}}\right)^2=2\Leftrightarrow 2m=2\Rightarrow SA=2.$$

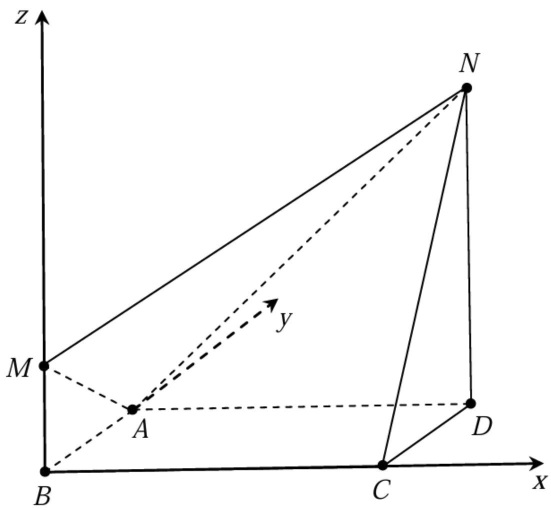
Câu 38. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên hai tia Bx, Dy vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm M,N sao cho $BM=\frac{a}{4};DN=2a$. Hỏi góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 90

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có: $B(0;0;0),A(0;a;0),C(a;0;0),M\left(0;0;\frac{a}{4}\right),N(a;a;2a)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(0;-a;\frac{a}{4}\right),\overrightarrow{AN}=(0;0;2a)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(-2a^2;\frac{a^2}{4};a^2\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMN) nên $\overrightarrow{CM}=\left(-a;0;\frac{a}{4}\right),\overrightarrow{CN}=(0;a;2a)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{CN}\right]=\left(\frac{-a^2}{4};2a^2;-a^2\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (CMN)

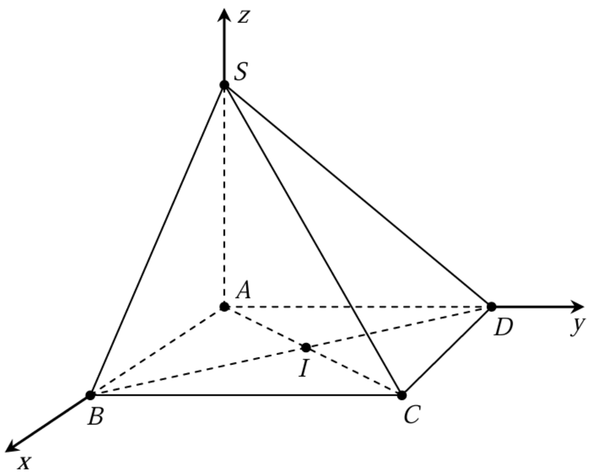
Do đó: $\cos\varphi = \dfrac{\left|\dfrac{a^4}{2}+\dfrac{a^4}{2}-a^4\right|}{\sqrt{4a^4+\dfrac{a^4}{16}+a^4}\cdot\sqrt{4a^4+\dfrac{a^4}{16}+a^4}} = 0 \Rightarrow \varphi = 90°$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng bao nhiêu độ?

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: 60



Gọi $I = AC \cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a.

Ta có $\begin{cases}(SBD)\cap(ABCD)=BD\\ SI\perp BD\\ AI\perp BD\end{cases} \Rightarrow ((SBD);(ABCD)) = (SI;AI) = SIA$.

Ta có $\tan\alpha = \tan SIA = \dfrac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a$.

Chọn hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Ta có $A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), S(0;0;a)$.

Khi đó $\overrightarrow{SA} = (0;0;-a); \overrightarrow{SC} = (a;a;-a); \overrightarrow{SB} = (a;0;-a)$.

Mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;0;1)$.

Suy ra $\cos((SAC);(SBC)) = \dfrac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow ((SAC);(SBC)) = 60°$.

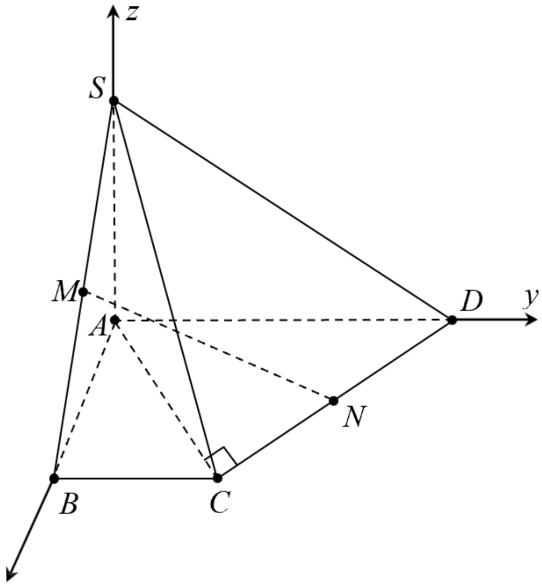
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, thỏa mãn điều kiện, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: ………………..

Lời giải

Đáp án: $0,74$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Chọn đơn vị là a

Có $A(0;0;0), B(1;0;0), C(1;1;0), D(0;2;0), S(0;0;1), M\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right), N\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};0\right)$.

Vecto chỉ phương của $\overrightarrow{MN}$ là $\overrightarrow{MN} = \left(0;\frac{3}{2};\frac{-1}{2}\right) \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = (0;3;-1)$

Vecto pháp tuyến của (SAC) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AS}\right] = (1;-1;0)$

Vậy $\sin(MN,(SAC)) = \frac{|3|}{\sqrt{9+1}.\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$ nên $\cos(MN,(SAC)) = \sqrt{1-\left(\frac{3\sqrt{5}}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{55}}{10} \approx 0,74$

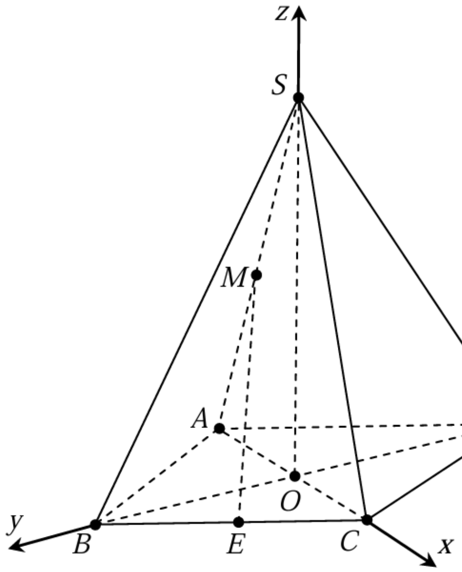
PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm các cạnh BC, SA và α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD). Tính $\tan^2\alpha$

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $Ox \equiv OC, Oy \equiv OB, Oz \equiv OS$. Chọn $OA = 1$

Ta có $C(1;0;0), A(-1;0;0) \Rightarrow (SBD)$ nhận $\overrightarrow{AC} = (2;0;0)$ là một vectơ pháp tuyến.



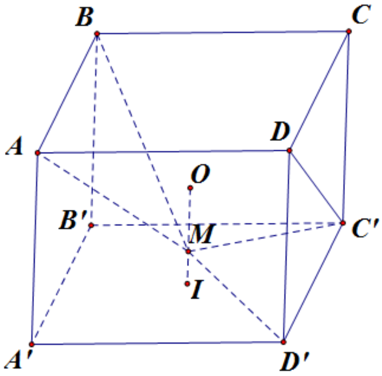
Từ $SA = AB = OA\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} S(0;0;1) \\ A(-1;0;0) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Ta có $\begin{cases} C(1;0;0) \\ B(0;1;0) \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right) \Rightarrow EM$ nhận $\overrightarrow{ME} = \left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là một vectơ chỉ phương.

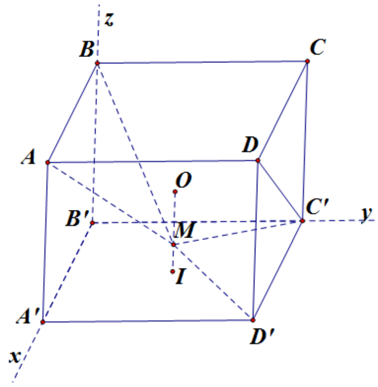
Suy ra: $\sin(EM;(SBD)) = \sin\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}\right|}{ME.AC} = \dfrac{2}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}.2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2} \Rightarrow \tan^2\alpha = 2$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Tính sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 1, ta được tọa độ các điểm như sau :

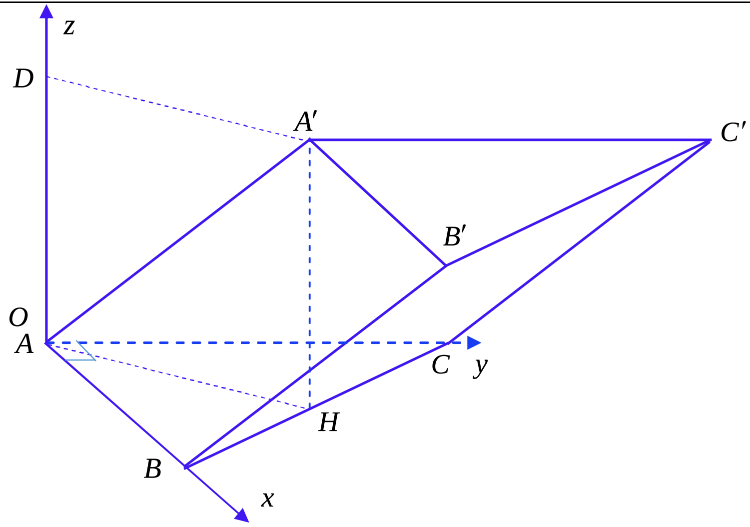
$M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{6}\right)$, $C'(0;1;0)$, $D'(1;1;0)$ và $A(1;0;1)$, $B(0;0;1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(MC'D')}=(0;1;3)$; $\vec{n}_{(MAB)}=(0;5;3)$ nên $\cos\left((MAB),(MC'D')\right)=\frac{|5.1+3.3|}{\sqrt{5^2+3^2}.\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{7\sqrt{85}}{85}$.

Suy ra $\sin\left((MAB),(MC'D')\right)=\sqrt{1-\left(\frac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2}=\frac{6\sqrt{85}}{85}\approx 0,65$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, $A'H=a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



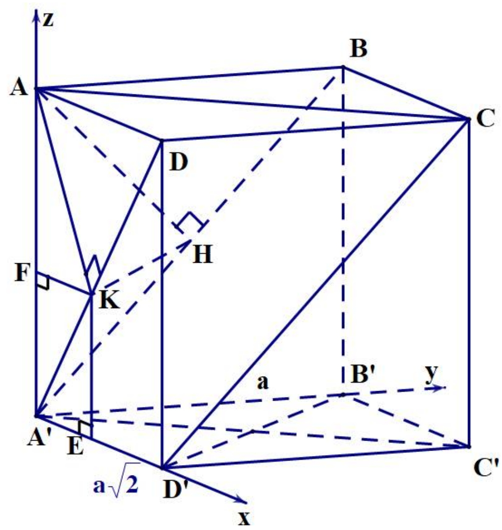
Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O \equiv A$ như hình vẽ, chọn $a = 1$ đơn vị, khi đó ta có tọa độ điểm

$B(1;0;0)$, $C\left(0;\sqrt{3};0\right)$ suy ra trung điểm của BC là $H\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$, vì H là hình chiếu của A' nên suy ra tọa độ của $A'\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{5}\right)$. Ta tìm tọa độ B', gọi tọa độ $B'(x;y;z)$ khi đó ta có $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB}$ nên tọa độ $B'\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};\sqrt{5}\right)$. Ta cũng có $\overrightarrow{B'C} = \left(-\frac{3}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-\sqrt{5}\right)$ và $\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2};-\sqrt{5}\right)$. Từ đó ta có

$$\cos\varphi = \frac{\left|\overrightarrow{A'B}.\overrightarrow{B'C}\right|}{\left|\overrightarrow{A'B}\right|.\left|\overrightarrow{B'C}\right|} = \frac{7}{2.\sqrt{6}.\sqrt{8}} = \frac{7\sqrt{3}}{24} \approx 0,51.$$

Câu 44. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a, AD = a\sqrt{2},$ góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'B$ và K là hình chiếu vuông góc của A trên $A'D$. Hỏi góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $A'C'$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên $(ABCD) \Rightarrow (A'C,(ABCD)) = (A'C, A'C') = \widehat{CA'C'} = 30^0$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}; \tan\widehat{CA'C'} = \dfrac{CC'}{A'C'} \Rightarrow CC' = a.$

Kết hợp với giả thiết ta được $ABB'A'$ là hình vuông và có H là tâm.

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K trên $A'D'$ & $A'A$.

Ta có $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{A'A^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$; $A'K = \sqrt{A'A^2 - AK^2} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$;

$\dfrac{1}{KF^2} = \dfrac{1}{KA^2} + \dfrac{1}{A'K^2} \Rightarrow KF = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}; KE = \sqrt{A'K^2 - KF^2} \Rightarrow KE = \dfrac{a}{3}.$

Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn $O \equiv A'$ còn D', B', A theo thứ tự thuộc các tia Ox, Oy, Oz. Khi đó ta có tọa độ các điểm lần lượt là:

$A(0;0;a), B'(0;a;0), H(0;\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2}), K(\dfrac{a\sqrt{2}}{3};0;\dfrac{a}{3}), E(\dfrac{a\sqrt{2}}{3};0;0), F(0;0;\dfrac{a\sqrt{2}}{3}).$

Mặt phẳng $(ABB'A')$ là mặt phẳng (yOz) nên có VTPT là $\vec{n}_1 = (1;0;0)$;

Ta có $\left[\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AH}\right] = \dfrac{a^2}{6}\vec{n}_2$, $\vec{n}_2(2;\sqrt{2};\sqrt{2})$.

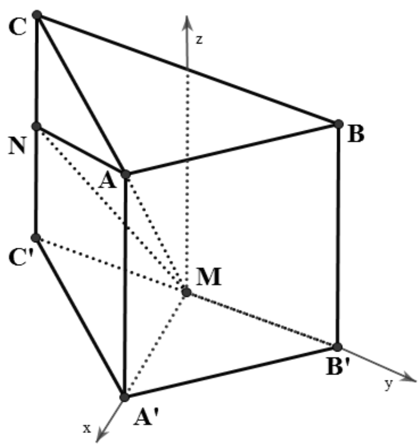
Mặt phẳng (AKH) có VTPT là $\vec{n}_2 = (2;\sqrt{2};\sqrt{2})$;

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AHK) và $(ABB'A')$.

Ta có $cos\alpha = \left|cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \alpha = 45^0.$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $BAC = 120°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC'. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. Gọi α là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC), tính $\cos\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



Lấy H là trung điểm của BC.

Ta có: $V_{ABC.A'BC'} = CC'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4} \Rightarrow CC = a$ vì $S_{\Delta ABC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có $M \equiv O$.

$M(0;0;0)$, $A'\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $B'\left(0;\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$, $C'\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};0\right)$; $A\left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$; $N\left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

Ta có: $(ABC) \perp Oz$ nên (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{MA} = \left(\dfrac{a}{2};0;a\right)$, $\overrightarrow{MN} = \left(0;-\dfrac{\sqrt{3}a}{2};\dfrac{a}{2}\right)$.

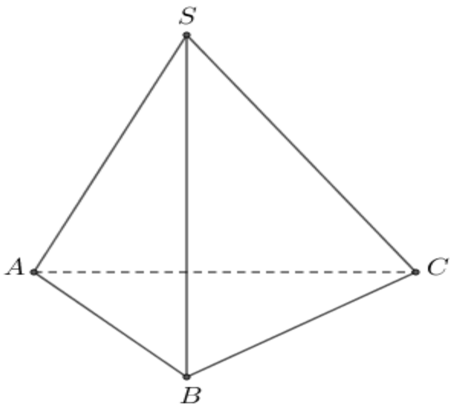
Gọi $\vec{v_1} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{MA} \Rightarrow \vec{v_1} = (1;0;2)$, $\vec{v_2} = \dfrac{a}{2}\overrightarrow{MN} \Rightarrow \vec{v_2} = (0;-\sqrt{3};1)$.

Khi đó mặt phẳng (AMN) song song hoặc chứa giá của hai vectơ không cùng phương là $\vec{v_1}$ và $\vec{v_2}$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{v_1},\vec{v_2}] = (2\sqrt{3};-1;-\sqrt{3})$.

Vậy $\cos\alpha = \left|\cos(\vec{k},\vec{n})\right| = \dfrac{|\vec{k}.\vec{n}|}{|\vec{k}|.|\vec{n}|} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \approx 0,43$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $B(0;0;0)$, $A(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{2};0)$, $S(x;y;z)$.

Ta có $(ABC): z = 0$, $\overrightarrow{AS} = (x - a\sqrt{2};y;z)$, $\overrightarrow{CS} = (x;y - a\sqrt{2};z)$

Do $\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow (x - a\sqrt{2})a\sqrt{2} = 0 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$, $d(S,(ABC)) = 2a \Rightarrow z = 2a$ $(z > 0)$

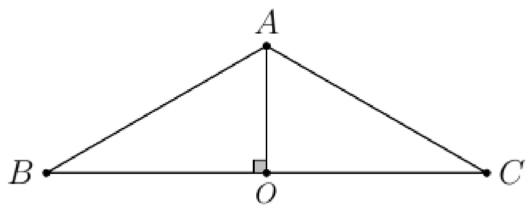
$\overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow (y - a\sqrt{2})a\sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = a\sqrt{2} \Rightarrow S(a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a)$.

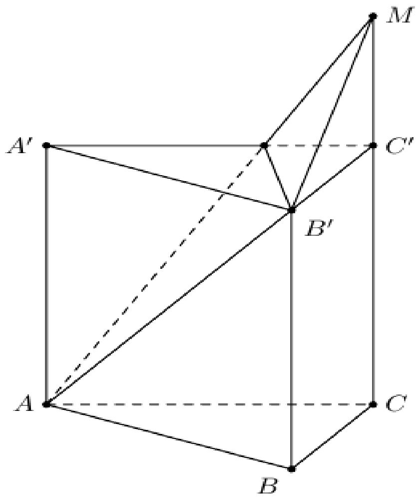
Ta có $\overrightarrow{AS} = (0;a\sqrt{2};2a)$, $\overrightarrow{CS} = (a\sqrt{2};0;2a)$, $\overrightarrow{BS} = (a\sqrt{2};a\sqrt{2};2a)$.

(SBC) có 1 vtpt $\vec{n}=\left(-\sqrt{2};0;1\right)$, (SAB) có 1 vtpt $\vec{m}=\left(0;\sqrt{2};-1\right)\Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{3}.\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}\approx 0,33$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân đỉnh A. Biết $BC=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ABC}=30^o$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi M là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$, khi đó tính $\sin\alpha$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



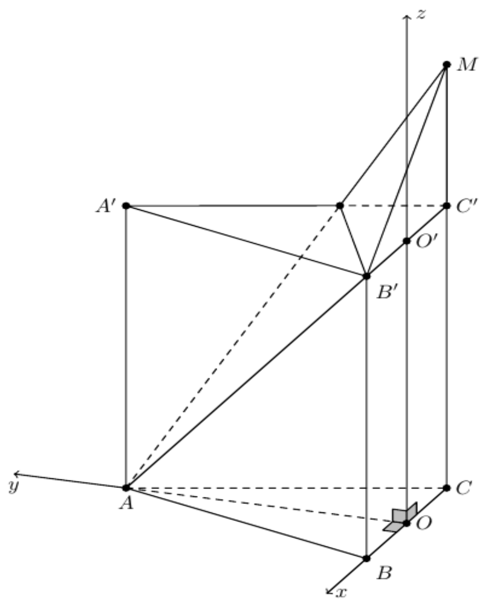


Gọi O là trung điểm BC.

Ta có: $BO=AB.\cos30^o\Leftrightarrow AB=\dfrac{BO}{\cos30^o}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=a=AC$ và $AO=AB.\sin30^o=\dfrac{a}{2}$.

Theo đề bài:

$2\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{CM}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{C'M}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{CC'}\Leftrightarrow\overrightarrow{C'M}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CC'}\Rightarrow C'M=\dfrac{a}{2}$.



Coi $a=1$.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với $O(0;0;0)$, $A\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$,

$B'\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;1\right)$, $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0;\frac{3}{2}\right)$.

Khi đó $(ABC)\equiv(Oxy): z=0 \Rightarrow (ABC)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

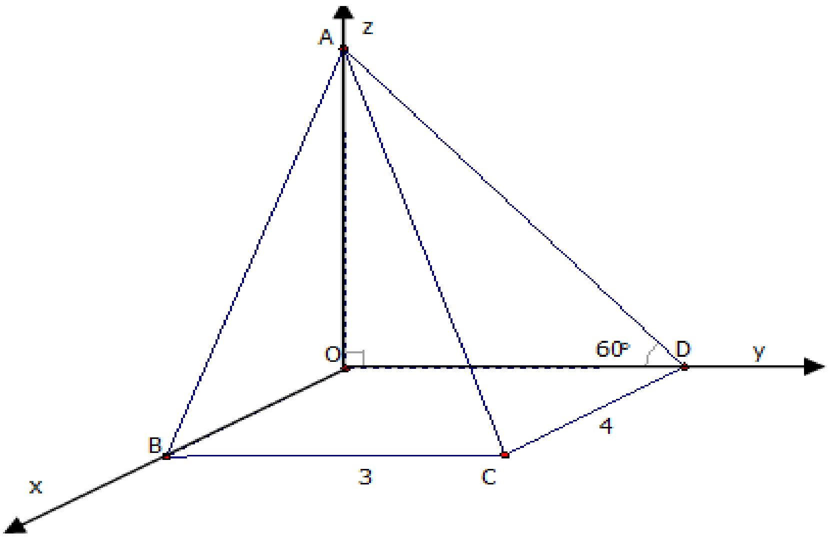
Ta có: $\overrightarrow{AB'}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};1\right)$, $\overrightarrow{AM}=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(AB'M)}}=4\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AM}\right]=\left(1;5\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'M)$.

Vậy $\cos\alpha=\frac{\left|\vec{k}.\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(AB'M)}}\right|}=\frac{\left|2\sqrt{3}\right|}{1.2\sqrt{22}}=\sqrt{\frac{3}{22}} \Rightarrow \sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{\frac{19}{22}}=\frac{\sqrt{418}}{22}\approx 0,93$.

Câu 48. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $BC=3$, $CD=4$, $\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=\widehat{BCD}=90^0$. Góc giữa đường thẳng AD và BC bằng 60^0. Tính côsin góc giữa hai phẳng (ABC) và (ACD) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



Dựng $AO\perp(BCD)$ khi đó O là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật $BCDO$.

Góc giữa đường thẳng AD và BC là góc giữa đường thẳng AD và OD và bằng $\widehat{ADO}=60^0$

Xét tam giác ADO vuông tại O: $\tan 60^0=\frac{OA}{OD}\Rightarrow OA=3\sqrt{3}$.

Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào hình chóp như hình vẽ.

Ta có:

$O(0;0;0)$; $B(4;0;0)$; $D(0;3;0)$; $C(4;3;0)$; $A\left(0;0;3\sqrt{3}\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(4;0;-3\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{BC}=(0;3;0)$; $\overrightarrow{AD}=\left(0;3;-3\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{CD}=(-4;0;0)$.

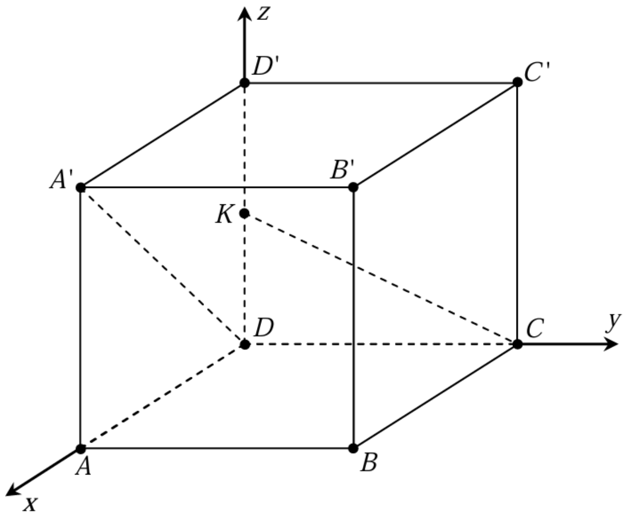
Mặt phẳng (ABC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}\right]=\left(9\sqrt{3};0;12\right)$ làm véctơ pháp tuyến.

Mặt phẳng (ADC) nhận véctơ $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CD}\right]=\left(0;12\sqrt{3};12\right)$ làm véctơ pháp tuyến.

Nên $\cos\left((ABC);(ADC)\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{4}{\sqrt{43.2}}=\dfrac{2\sqrt{43}}{43}\approx 0,30$

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải



Chọn $a=1$ ta có hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $D(0;0;0), A'(1;0;1), K\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$ và $C(0;1;0)$

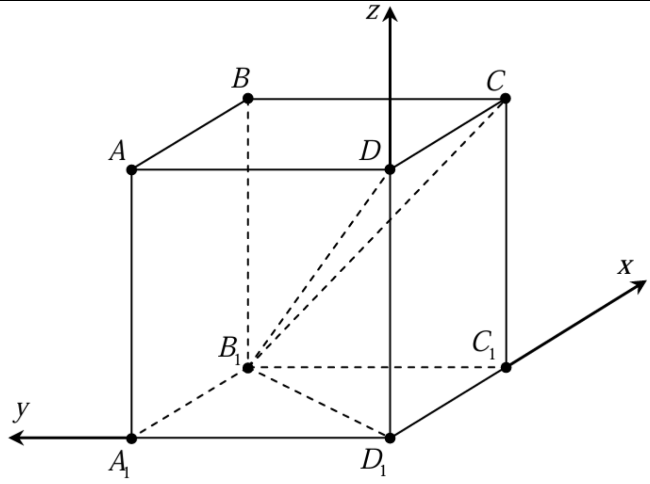
Ta có $\overrightarrow{DA'}=(1;0;1);\overrightarrow{CK}\left(0;-1;\frac{1}{2}\right)$ và $\overrightarrow{DK}\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$

Khi đó $\left[\overrightarrow{DA'};\overrightarrow{CK}\right]=\left(1;-\frac{1}{2};-1\right),\left[\overrightarrow{DA'};\overrightarrow{CK}\right].\overrightarrow{DK}=-\frac{1}{2}$

Do đó: $d\left(A'D;CK\right)=\dfrac{\left|-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2}}=\dfrac{\left|-\frac{1}{2}\right|}{\sqrt{1+\frac{1}{4}+1}}=\dfrac{1}{3}\approx 0,33$.

Câu 50. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng x. Tìm x để góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv D_1, C_1$ thuộc tia Ox, A_1 thuộc tia Oy, D thuộc tia Oz (như hình vẽ).

Khi đó $D_1(0;0;0), B_1(1;1;0), D(0;0;x), C(1;0;x)$.

Mặt phẳng (B_1D_1C) nhận véctơ $\vec{n} = \left[\overrightarrow{D_1B_1}, \overrightarrow{D_1C}\right] = (x;-x;-1)$ là véctơ pháp tuyến

Đường thẳng B_1D nhận véctơ $\vec{u} = (1;1;-x)$ là véctơ chỉ phương.

Gọi φ là góc giữa B_1D và (B_1D_1C), suy ra:

$$\sin\varphi = \frac{|x - x + x|}{\sqrt{x^2 + (-x)^2 + 1}.\sqrt{1^2 + 1^2 + x^2}} = \frac{x}{\sqrt{(2x^2+1)(x^2+2)}} \quad (x > 0)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\left(2x + \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{2}{x}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5}} \le \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{x^2}} + 5}} = \frac{1}{3}.$$

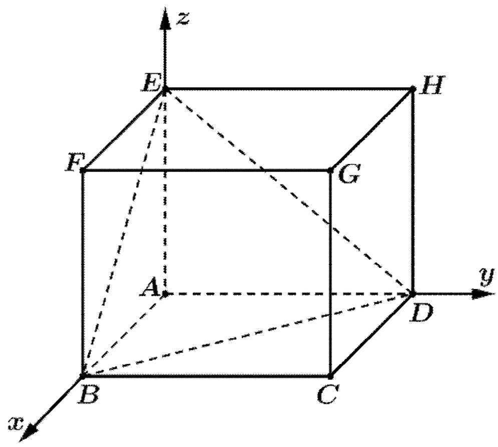
Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 1$ và góc φ lớn nhất $\Leftrightarrow \sin\varphi$ lớn nhất $\Leftrightarrow x = 1$.

Vậy góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) đạt giá trị lớn nhất khi $x = 1$.

Câu 51. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh bằng 4. Gọi d là đường thẳng đi qua trọng tâm của tứ diện $EABD$, cắt đường thẳng AE tại M và song song với mặt phẳng (EBD). Tính AM.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Ta có: $A(0;0;0); B(4;0;0); D(0;4;0); E(0;0;4)$.

Gọi T là trọng tâm của tứ diện $EABD$ suy ra $T(1;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (EBD): $\frac{x}{4}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow x+y+z-4=0$.

Đường thẳng d cắt đường thẳng AE tại M suy ra $M(0;0;m)$.

Khi đó, $\overrightarrow{MT}=(1;1;1-m)$ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (EBD) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

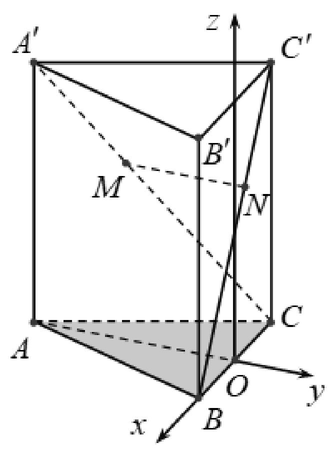
Do $d /\!/ (EBD)$ nên $\overrightarrow{MT}.\vec{n}=0 \Leftrightarrow 1+1+1-m=0 \Leftrightarrow m=3$.

Suy ra $M(0;0;3)$ nên $AM=3$.

Câu 52. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN $(M \in A'C;\ N \in BC')$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC'. Tính tỷ số $\frac{NB}{NC'}$.

Lời giải

Kết quả bài toán sẽ không thay đổi nếu ta xét lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng 2.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (O là trung điểm của BC) thì ta có: $A'(0;-\sqrt{3};2)$, $B(1;0;0)$, $C(-1;0;0)$, $C'(-1;0;2)$, $\overrightarrow{CA'}=(1;-\sqrt{3};2)$, $\overrightarrow{BC'}=(-2;0;2)$.

Do $\begin{cases} \overrightarrow{CM} = m\overrightarrow{CA'} \\ \overrightarrow{BN} = n\overrightarrow{BC'} \end{cases}$ nên ta có $M\left(-1+m;-\sqrt{3}m;2m\right)$, $N\left(1-2n;0;2n\right)$

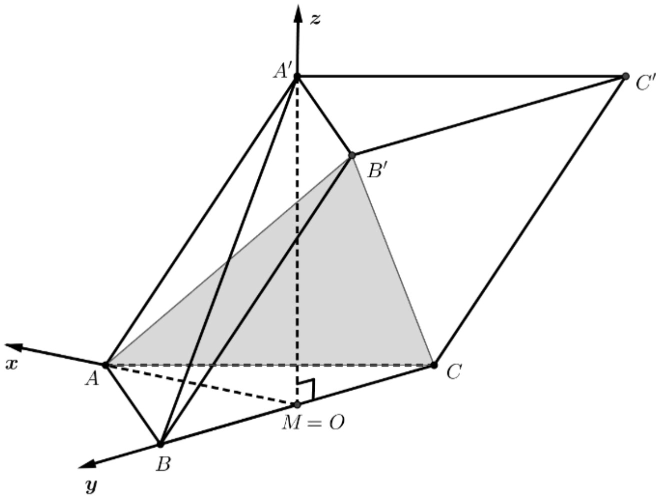
$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-m-2n+2;\sqrt{3}m;2n-2m\right)$.

Đường thẳng MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{CA'} = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m+2n=-1 \\ -m+4n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{2}{5} \\ n = \dfrac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{BN}{BC'} = n = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của BC. Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$ là $\dfrac{a\sqrt{39}m}{n}$, với $m,n \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Lời giải



Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{A'BM} = 60°$.

Ta có $A'M = BM.\tan 60° = a\sqrt{3}$; $AM = AB.\sin 60° = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Đặt hệ trục toạ $Oxyz$ như hình vẽ. Coi $a=1$ khi đó $A\left(\sqrt{3};0;0\right)$, $B(0;1;0)$, $C(0;-1;0)$, $A'\left(0;0;\sqrt{3}\right)$. Gọi $B'(x_0;y_0;z_0)$, $\overrightarrow{A'B'} = \left(x_0;y_0;z_0-\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{3};1;0\right)$.

Vì $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ nên $\begin{cases} x_0 = -\sqrt{3} \\ y_0 = 1 \\ z_0 = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow B'\left(-\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right)$.

Ta có $\left.\begin{matrix} \overrightarrow{AC} = \left(-\sqrt{3};-1;0\right) \\ \overrightarrow{AB'} = \left(-2\sqrt{3};1;\sqrt{3}\right) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB'}\right] = \left(-\sqrt{3};3;-3\sqrt{3}\right) \Rightarrow \vec{n} = \left(1;-\sqrt{3};3\right)$ là vectơ pháp tuyến của mp(ACB'). Phương trình mặt phẳng (ACB') là: $x-\sqrt{3}y+3z-\sqrt{3}=0$.

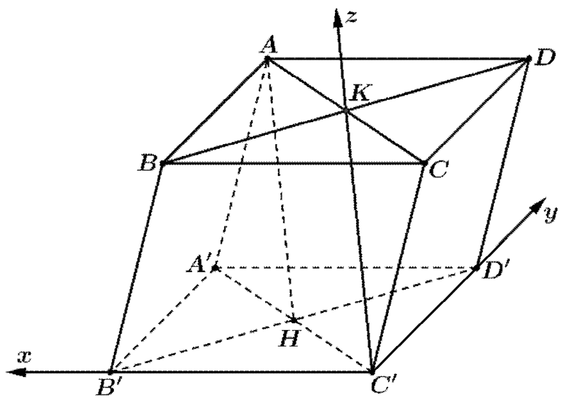
$\Rightarrow d\left(B,(ACB')\right)=\dfrac{\left|-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1+3+9}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Vậy khoảng cách từ B đến $(AB'C)$ là $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

$\Rightarrow m+n=15$

Câu 54. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a, AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khoảng cách từ điểm B đến $(AB'D')$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}.m}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $2025m+n$.

Lời giải



Gọi $H=A'C'\cap B'D'$ và $K=AC\cap BD$.

Chọn hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ với $C'\equiv O, B'\in Ox, D'\in Oy, K\in Oz$.

Đặt $AH=m>0$.

Khi đó $B'\left(a\sqrt{3};0;0\right), D'(0;a;0), A'\left(a\sqrt{3};a;0\right)$, $H\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2};0\right), A\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2};m\right)$.

Ta có $\overrightarrow{B'B}=\overrightarrow{A'A}\Rightarrow B\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2};-\dfrac{a}{2};m\right)$.

Mặt khác $\overrightarrow{B'D'}=\left(-a\sqrt{3};a;0\right), \overrightarrow{B'A}=\left(-\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2};m\right)$ nên $(AB'D')$ có véctơ pháp tuyến là

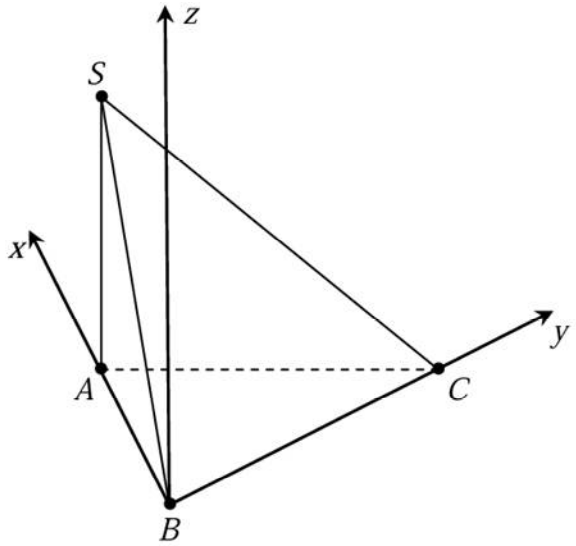
$\left[\overrightarrow{B'D'},\overrightarrow{B'A}\right]=\left(am;\sqrt{3}am;0\right)$ nên $(AB'D')$ có phương trình $x+\sqrt{3}y-a\sqrt{3}=0$.

Vậy $d\left(B;(AB'D')\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow 2025m+n=2027$

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm AC. Tính cot góc của hai mặt phẳng (SBM) và (SAB) (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Khi đó ta có tọa độ các điểm như sau: $B(0;0;0); A(a;0;0); C(0;a;0); S(a;0,a\sqrt{3}); M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$

Ta có: $\vec{n}_{(SAB)} = (0;1;0); \vec{n}_{(SBM)} = \left[\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{MB}\right] = \left(a\left(1;0,\sqrt{3}\right)\right) \wedge \left(\frac{a}{2}(1;1;0)\right) = \frac{a^2}{2}\left(-\sqrt{3};\sqrt{3};1\right)$

Đặt góc (SBM) và (SAB) là α, khi đó ta có: $|\cos\alpha| = \frac{\left|\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(SMB)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|.\left|\vec{n}_{(SMB)}\right|} = \frac{\sqrt{21}}{7}$

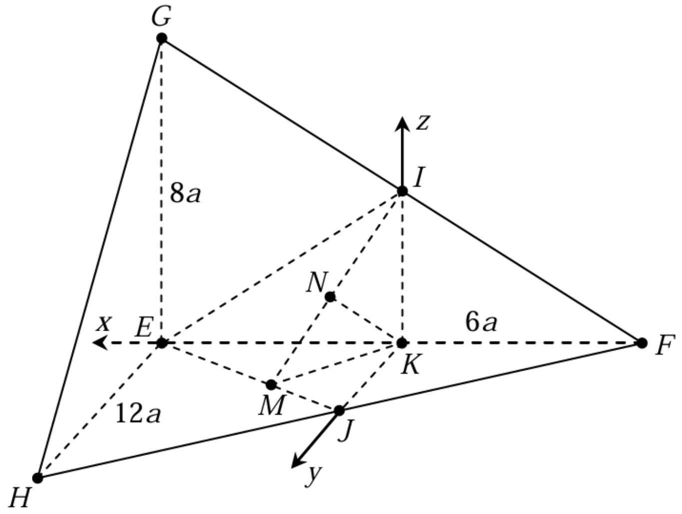
Khi đó $\sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{21}}{7}\right)^2} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$.

Câu 56. Cho hình tứ diện $EFGH$ có EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH, EH vuông góc với EF. Biết $EF = 6a$, $EG = 8a$, $EH = 12a$ (với $a > 0, a \in \mathbb{R}$). Gọi I, J tương ứng là trung điểm của hai cạnh FG, FH. Khoảng cách từ điểm F đến mặt phẳng (EIJ) bằng $\frac{m\sqrt{29}a}{n}$, với $m,n \in \mathbb{Z}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Lời giải

Vì EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH nên $EG \perp (EFH)$. Gọi K là trung điểm của EF suy ra $IK \perp (EFH)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Khi đó ta có: $K(0;0;0), I(0;0;4a), E(3a;0;0), J(0;6a;0)$.



Phương trình mặt phẳng $(EIJ): \dfrac{x}{3a}+\dfrac{y}{6a}+\dfrac{z}{4a}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+3z-12a=0$.

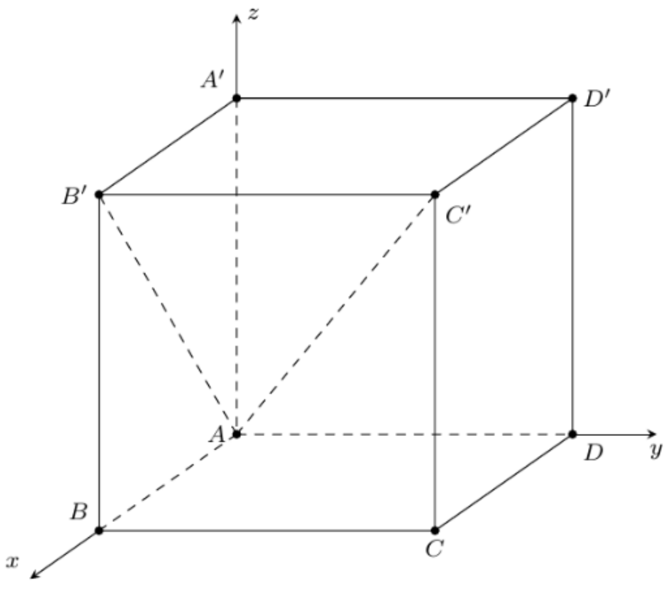
Vậy $d=(F,(EIJ))=2d(K,(EIJ))=2\dfrac{12a}{\sqrt{4+9+16}}=\dfrac{24a}{\sqrt{29}}=\dfrac{24\sqrt{29}a}{29}$.

$\Rightarrow m+n=53$

Câu 57. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Góc giữa CC' và mặt phẳng $(AB'C')$ bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ



Gắn tọa độ $A(0;0;0)$, $C(2;2;0)$, $B'(2;0;2)$, $C'(2;2;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}=(2;0;2)$, $\overrightarrow{AC'}=(2;2;2)$ suy ra $\overrightarrow{n_{(AB'C')}}=\left[\overrightarrow{AB'};\overrightarrow{AC'}\right]=(-4;0;4)$, $\overrightarrow{CC'}=(0;0;2)$.

$$\sin(CC';(AB'C'))=\left|\cos\left(\overrightarrow{CC'};\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{CC'}.\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right|}{\left|\overrightarrow{CC'}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(AB'C')}}\right|}=\frac{|-4.0+0.0+4.2|}{\sqrt{0^2+0^2+2^2}.\sqrt{(-4)^2+0^2+4^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

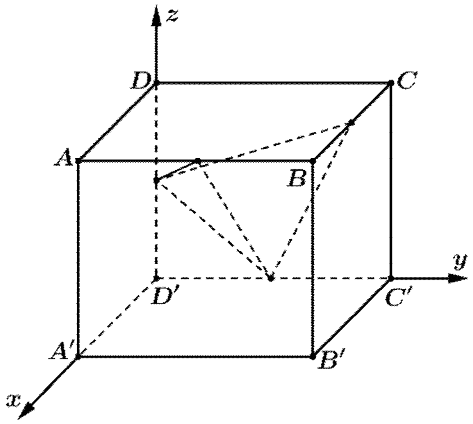
Vậy $(CC';(AB'C'))=45°$

Câu 58. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q, lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, $C'D'$ và DD'. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $D' \equiv O; Ox \equiv D'A'; Oy \equiv D'C'; Oz \equiv D'D$.

Khi đó: $A(1;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(0;1;1)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;0;0)$, $B'(1;1;0)$, $C'(0;1;0)$



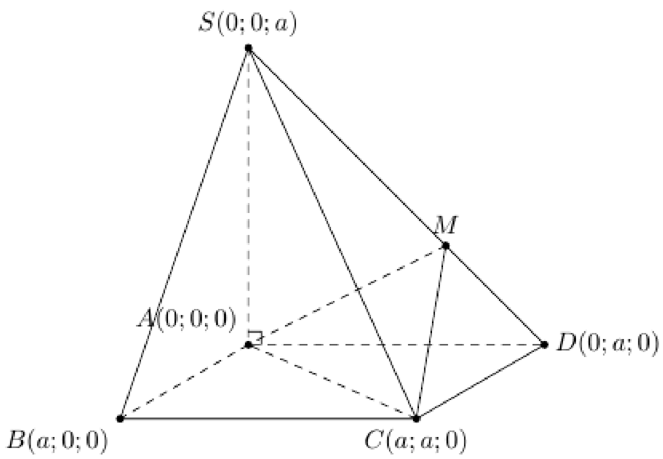
Ta có: $M\left(1;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};1;1\right)$, $P\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{MP}(-1;0;-1)$, $\overrightarrow{MQ}\left(-1;\frac{-1}{2};\frac{-1}{2}\right)$

$$\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right| = \left|\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{MNPQ} = \frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right| = \frac{1}{12} \approx 0,08.$$

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên $SA = a$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi M là điểm nằm trên cạnh SD sao cho $SM = 2MD$. Tính **cosin** của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC)(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm $A \equiv O$, các điểm B, D, S lần lượt thuộc chiều dương các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Suy ra tọa độ các điểm như trên hình vẽ.

Do M là điểm nằm trên cạnh SD sao cho $SM = 2MD$ suy ra

$$\overrightarrow{SM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{SD} \Rightarrow M\left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \\ \overrightarrow{AC} = (a;a;0) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right] = \left(-\frac{a^2}{3};\frac{a^2}{3};-\frac{2a^2}{3}\right) = -\frac{a^2}{3}(1;-1;2).$$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{SB} = (a;0;-a) \\ \overrightarrow{SC} = (a;a;-a) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right] = \left(a^2;0;a^2\right) = a^2(1;0;1).$

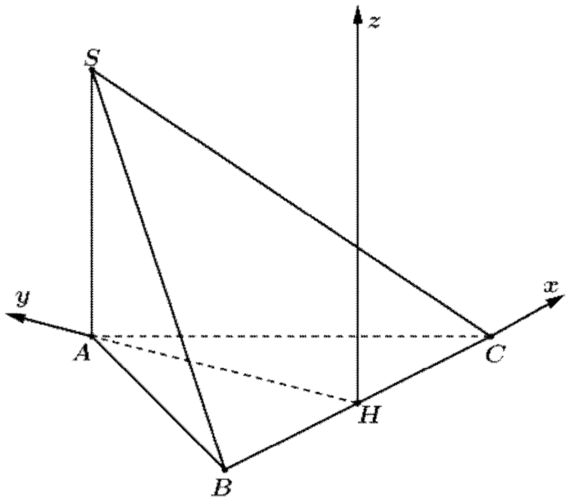
Chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (AMC) là $\overrightarrow{n_1} = (1;-1;2)$.

Chọn vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SBC) là $\overrightarrow{n_2} = (1;0;1)$.

Khi đó: $\cos\left((AMC),(SBC)\right) = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{3}{\sqrt{6}\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và độ dài cạnh $SA = a$ và vuông góc với (ABC). Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SBC) là α. Tính $\tan^2\alpha$.

Lời giải



Gắn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ:

Ta có: $H(0;0;0)$, $C\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $A\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$

Suy ra $\vec{n}_{(SAB)} = \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AS}\right] = \left(-\frac{a^2\sqrt{3}}{2};\frac{a^2}{2};0\right)$, $\vec{n}_{(SBC)} = \left[\overrightarrow{BS},\overrightarrow{BC}\right] = \left(0;a^2;-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$

$$\cos\alpha = \left|\frac{\vec{n}_{(SAB)}.\vec{n}_{(SBC)}}{\left|\vec{n}_{(SAB)}\right|.\left|\vec{n}_{(SBC)}\right|}\right| = \frac{\frac{a^4}{2}}{\sqrt{\frac{3a^4}{4}+\frac{a^4}{4}}.\sqrt{a^4+\frac{3a^4}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{7}}.$$

Vậy $\tan\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{\cos^2\alpha} - 1} = \sqrt{6} \Rightarrow \tan^2\alpha = 6$