

CHUYÊN ĐỀ 8: MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. TẦN SỐ, TẦN SỐ GHEP VÀ BIỂU ĐỒ

1. Bảng tần số và biểu đồ tần số

1.1. Bảng tần số

- ✓ *Mẫu dữ liệu* là tập hợp các dữ liệu thu thập được theo tiêu chí cho trước.
- ✓ *Tần số* của một giá trị là số lần xuất hiện giá trị đó trong mẫu dữ liệu.
- ✓ *Bảng tần số* là bảng thống kê cho biết tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu.
Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi giá trị đó.

☞ Chú ý:

- Khi dữ liệu là các số thì mẫu dữ liệu còn được gọi là *mẫu số liệu*.
- Số các dữ liệu trong mẫu được gọi là *cỡ mẫu*, thường được kí hiệu là N . Cỡ mẫu N cũng bằng tổng các tần số của từng giá trị khác nhau.

☞ Nhận xét:

- Trong bảng tần số ta chỉ liệt kê các giá trị **khác nhau** của mẫu dữ liệu. Các giá trị này có thể không là số
- Bảng tần số giúp chúng ta nhanh chóng quan sát các đặc điểm của mẫu dữ liệu như số lần xuất hiện của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện nhiều lần nhất, giá trị xuất hiện ít lần nhất...

1.2. Biểu đồ tần số

- ✓ Biểu đồ biểu diễn bảng tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là *biểu đồ tần số*.
- ✓ Biểu đồ tần số thường có dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng.

☞ Chú ý:

- Trong biểu đồ tần số dạng cột, mỗi cột tương ứng với một giá trị, chiều cao của cột tương ứng với tần số của giá trị đó.
- Trong biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng, đường gấp khúc đi từ trái qua phải nối các điểm có hoành độ là giá trị số liệu và tung độ là tần số của giá trị đó.

2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối

2.1. Bảng tần số tương đối

- ✓ *Tần số tương đối* của một giá trị x trong mẫu dữ liệu được tính theo công thức:

$$f = \frac{m}{N} \cdot 100\%$$

trong đó: m là tần số của x và N là cỡ mẫu

- ✓ *Bảng tần số tương đối* là bảng thống kê cho biết tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu. Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối ứng với mỗi giá trị đó.

☞ Chú ý:

- Tần số tương đối còn gọi là **tần suất**.
- Tổng tần số tương đối của tất cả các giá trị luôn bằng 100%
- Có thể ghép bảng tần số và bảng tần số tương đối thành bảng **tần số - tần số tương đối**.

☞ Nhận xét:

- Tần số tương đối của một giá trị là ước lượng cho xác suất xuất hiện giá trị đó.
- Bảng tần số tương đối giúp chúng ta nhanh chóng quan sát được đặc điểm của mẫu dữ liệu cũng như tần số tương đối của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện thường xuyên nhất...

2.2. Biểu đồ tần số tương đối

- ✓ Biểu đồ biểu diễn bảng tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu được gọi là **biểu đồ tần số tương đối**.
- ✓ Dạng thường gặp của biểu đồ tần số tương đối là biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

☞ Chú ý:

- Trong biểu đồ hình quạt tròn, hình quạt tròn biểu thị tần số tương đối $a\%$ có số đo cung tương ứng là $a\% \cdot 360^\circ = 3,6a^\circ$
- Trong biểu đồ cột, độ cao của mỗi cột tương ứng với tần số tương đối của từng giá trị.

3. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm và biểu đồ

3.1. Bảng tần số ghép nhóm

Trong nhiều trường hợp, ta khó biết giá trị chính xác của số liệu mà chỉ biết nó thuộc một nhóm số liệu nào đó. Nhóm số liệu thường gặp là $[a; b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

- ✓ Số lượng các giá trị của mẫu số liệu thuộc vào một nhóm được gọi là **tần số** của nhóm đó.
- ✓ **Bảng tần số ghép nhóm** là bảng tần số của các nhóm số liệu.
Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi nhóm đó.

☞ Chú ý:

- Hiệu $b - a$ được gọi là **độ rộng** của nhóm $[a; b)$.
- Giá trị $\frac{a+b}{2}$ được gọi là **giá trị đại diện** của nhóm $[a; b)$.
- Nếu $[a; b)$ là nhóm chứa các giá trị x của mẫu số liệu thì $a \leq x < b$.
- Các nhóm số liệu thường được chọn sao cho có độ rộng bằng nhau, thuận tiện cho việc tính toán và phù hợp với mục đích của việc thống kê.
- Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của các nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu.

3.2. Bảng tần số tương đối ghép nhóm

- ✓ **Tần số tương đối của một nhóm** được tính theo công thức:

$$f = \frac{m}{N} \cdot 100\%$$

trong đó: m là tần số của nhóm và N là cỡ mẫu.

- ✓ **Bảng tần số tương đối ghép nhóm** là bảng tần số tương đối của các nhóm số liệu.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối tương ứng với mỗi nhóm đó.

3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm

Để trình bày mẫu số liệu ghép nhóm một cách trực quan sinh động, dễ nhớ và gây ấn tượng, người ta sử dụng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm.

Dạng thường gặp của biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm là biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng.

☞ Chú ý:

- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột gồm các cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm $[a;b)$ có đầu mút trái là a , đầu mút phải là b và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.
- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và có tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

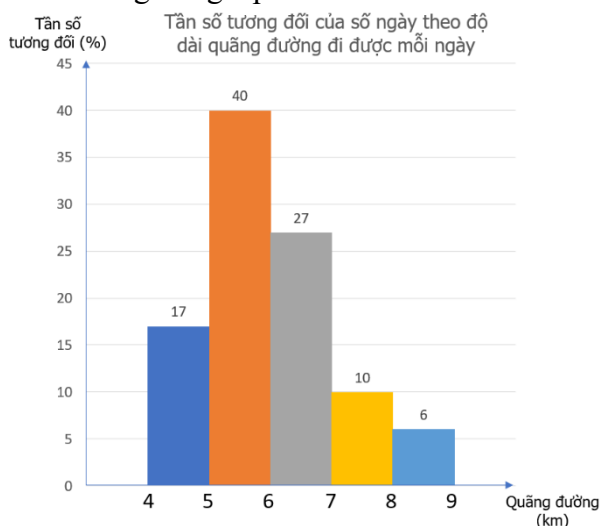
B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$.

Câu 2: Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



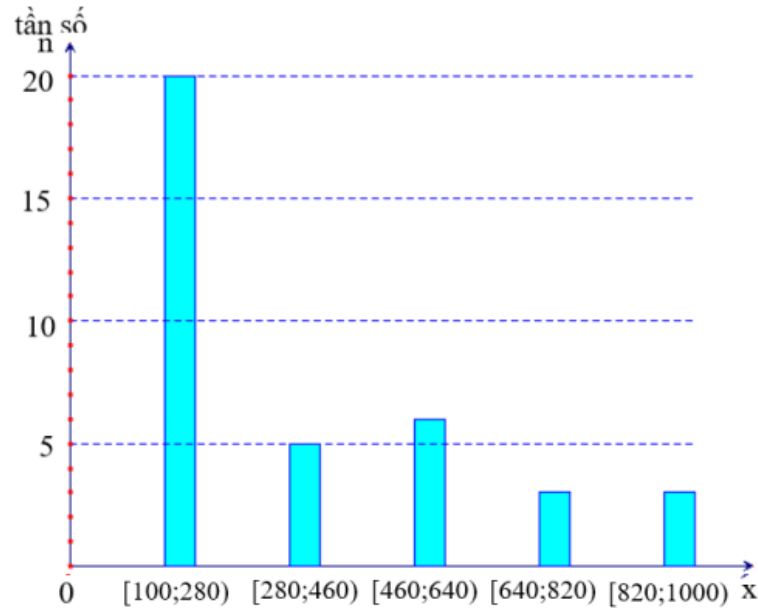
Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

Câu 3: Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10;20)$?

Câu 4: Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km²) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [460;640)
- Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [100;280)

Câu 5: Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9
8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8	

Câu 6: Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156 157 164 166 166 165 157 154 155 158 160 163 163
 161 162 159 159 160 160 160 159 158 160 160 158 163
 162 162 162 161 162 161 163 161 163 161 164 166 165
 165

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).
 Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

Câu 7: Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

Câu 8: Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0 ; 20)	[20 ; 40)	[40 ; 60)	[60 ; 80)
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm [40 ; 60) ? (Làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 10: Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điều tra sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

Câu 12: Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: [50 ; 55), [55 ; 60), [60 ; 65), [65 ; 70), [70 ; 75). Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Câu 13: Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

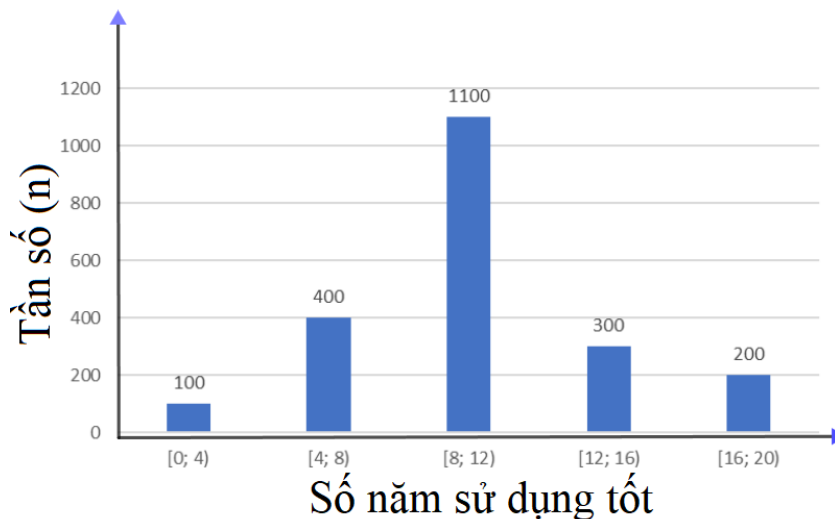
90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau

[70;80), [80;90), [90;100), [100;110), [110;120). Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

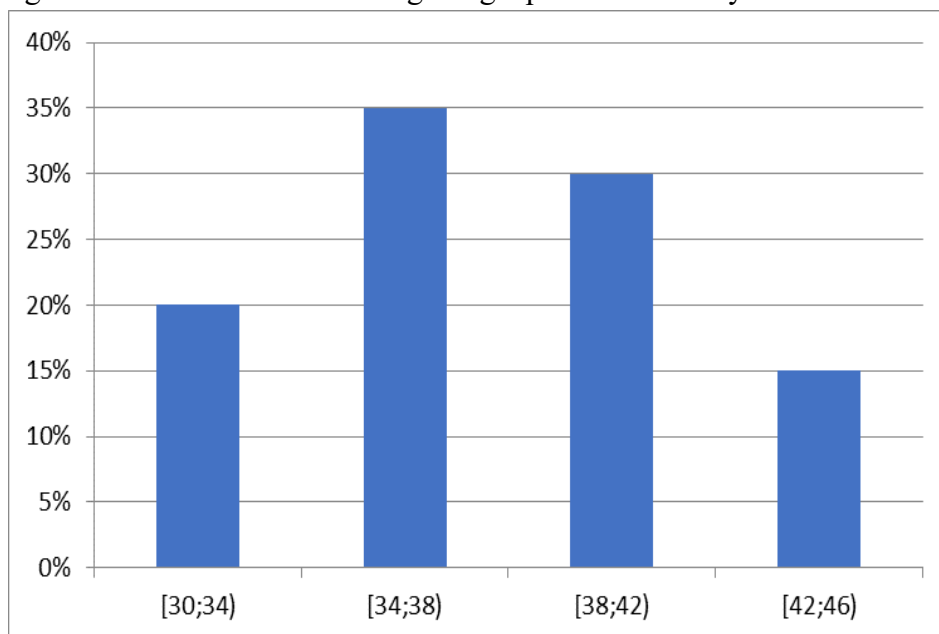
b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu 14: Hệ thống đăng kiểm quốc gia ghi nhận 2000 xe ô tô của cùng 1 loại xe tới đăng kiểm. Người ta thu được biểu đồ tần số ghép nhóm về số năm sử dụng tốt mà chưa phải sửa chữa lớn của xe như dưới đây



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8; 12)

Câu 15: Sau khi điều tra cân nặng (đơn vị: kg) của 200 học sinh khối lớp 4 của một trường tiểu học, người ta có biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây:



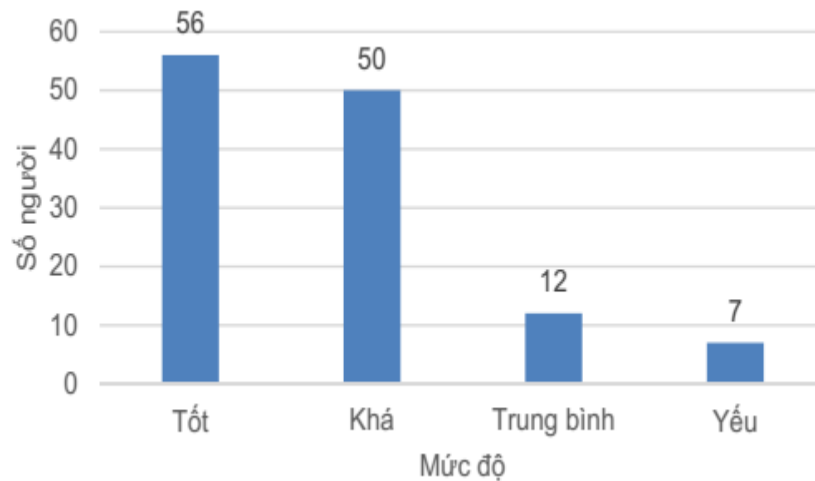
Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ. Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [38;42)

Câu 17: Công ty điện lực thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong một khu vực trong tháng. Dữ liệu được ghi lại như sau:

150	120	180	200	130	100	160	190	219	210
170	140	110	130	160	180	150	200	210	190

Lập bảng tần số ghép nhóm theo các khoảng lượng điện tiêu thụ sau: $[100;130)$; $[130;160)$; $[160;190)$; $[190;220)$.

Câu 18: Khảo sát đánh giá của khách hàng về chất lượng một loại dịch vụ mới, số liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau:



a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu.

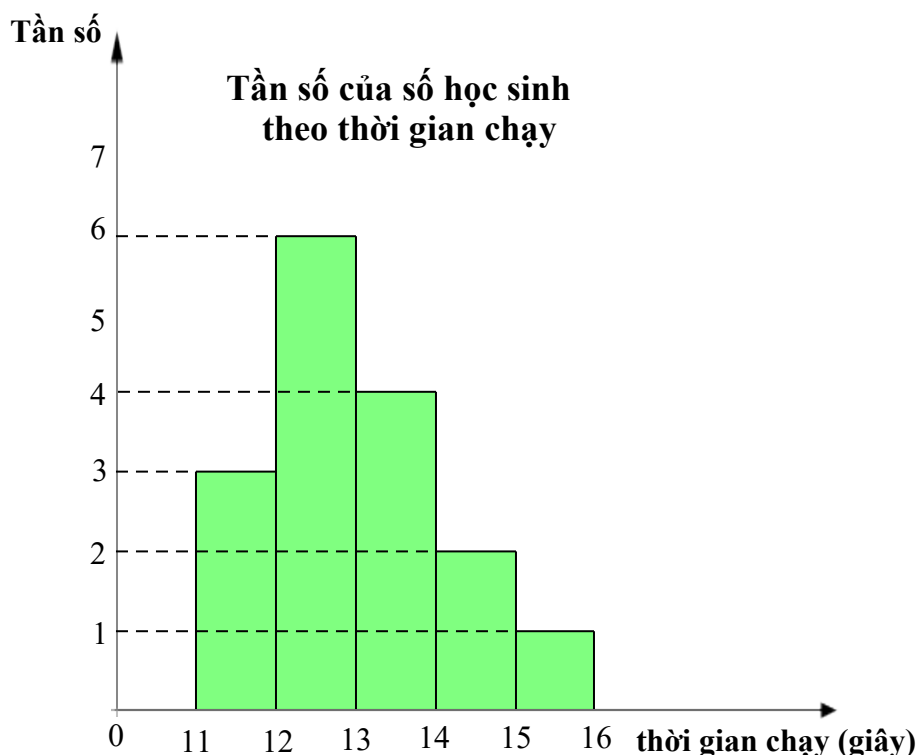
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn dữ liệu.

Câu 20: Cho bảng tần số ghép nhóm sau về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số	14	24	22

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40; 50).

Câu 21: Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy 100m của một số học sinh



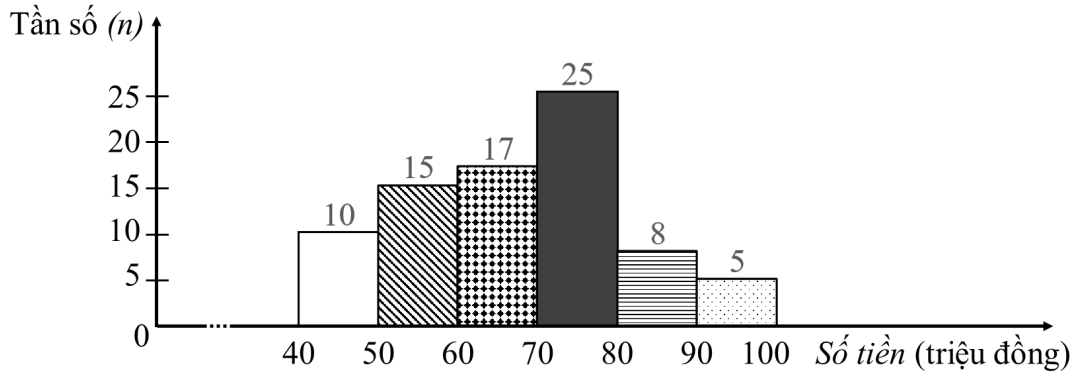
Có bao nhiêu học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [13;14).

Câu 22: Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50; 55)$, $[55; 60)$, $[60; 65)$, $[65; 70)$, $[70; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

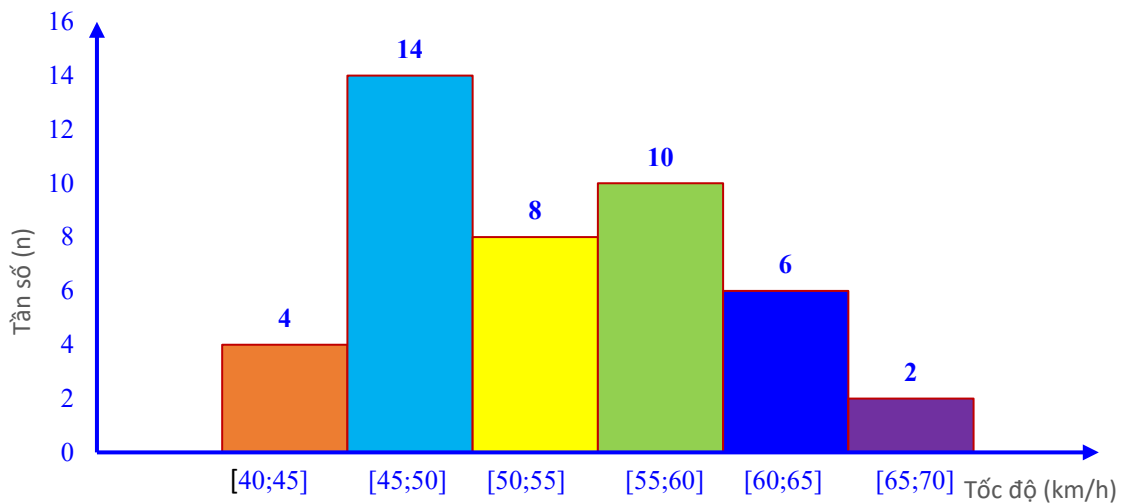
Câu 23: Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở Hình 1.



Hình 1

Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

Câu 24: Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Câu 25: Ban phụ huynh đặt tặng áo phông cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimet) của cả lớp để quyết định chọn cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[160; 165)$.

Câu 26: Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới

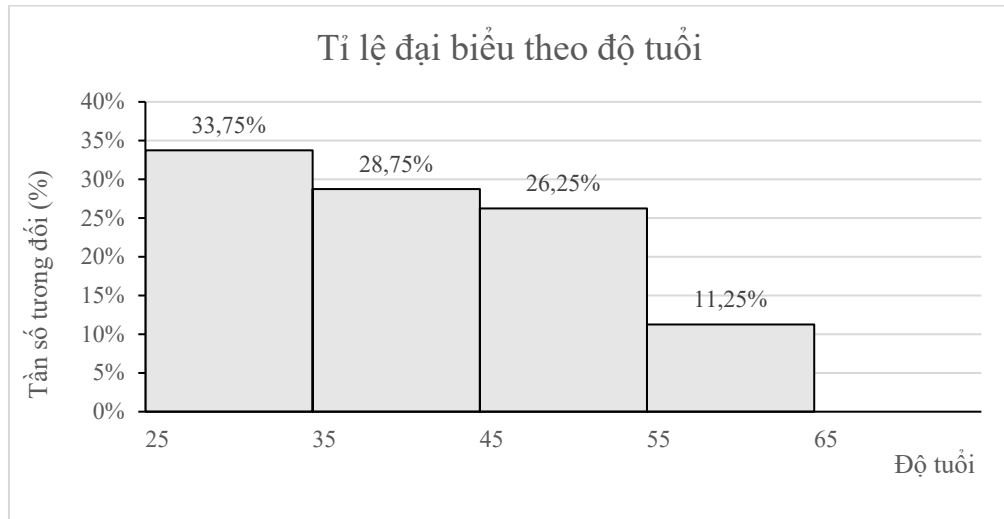
0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau.

0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

Chỉ số HDI	[0; 0,55)	[0,55; 0,7)	[0,7; 0,8)	[0,8; 1)	Cộng
Tần số	?	?	?	?	N =

Câu 27: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.

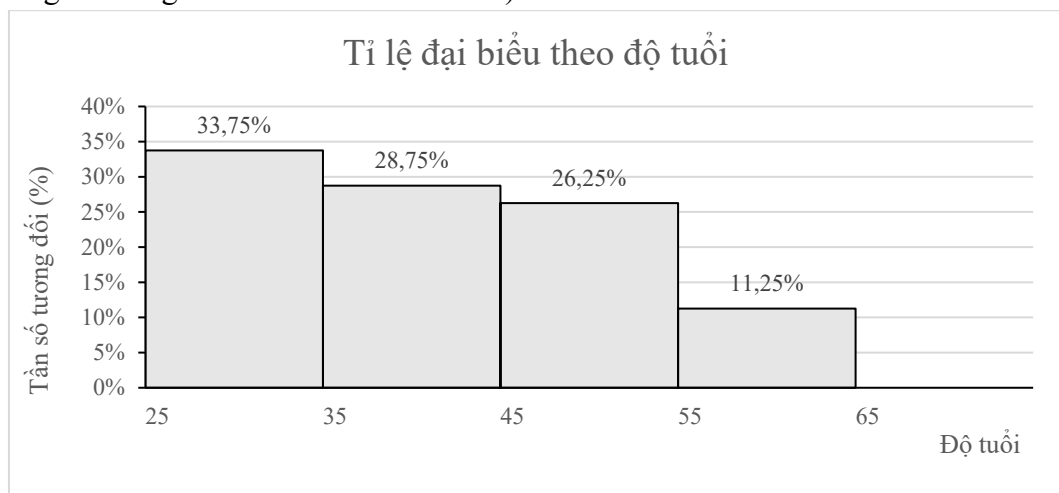


a) Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?

b) Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

Câu 28: Để chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:

(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



a) Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?

b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

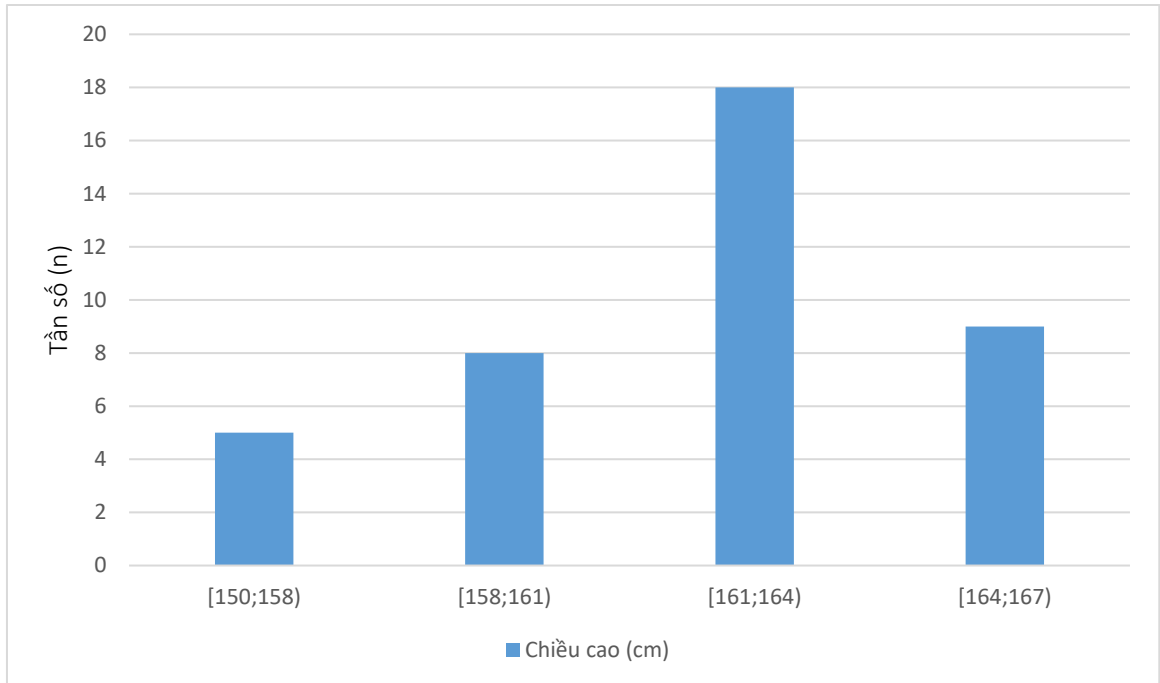
Câu 29: Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

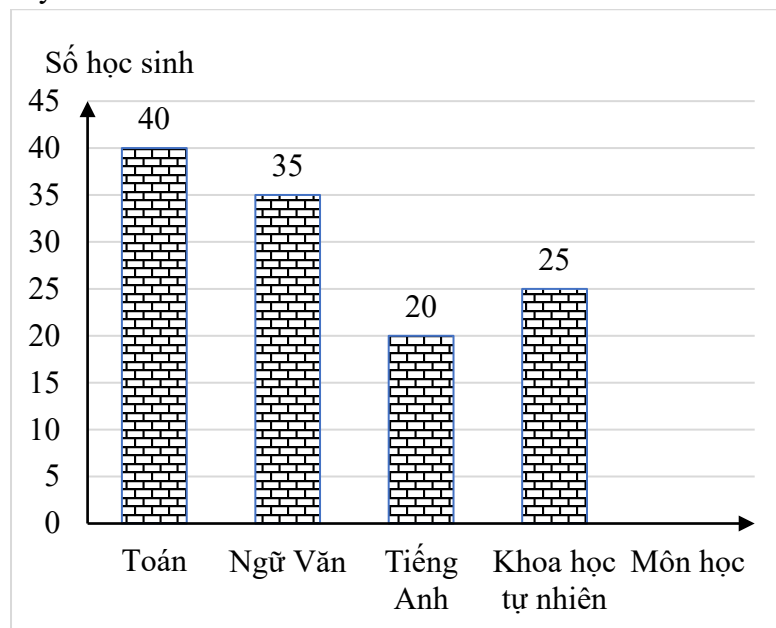
- a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.
b) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?

Câu 30: Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164).

Câu 31: Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

Câu 32: Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một Câu kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

Câu 33: Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 60 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

- Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Câu 34: Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

- Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Câu 35: Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

(Theo Vietnam.opendevlopmentmekong.net)

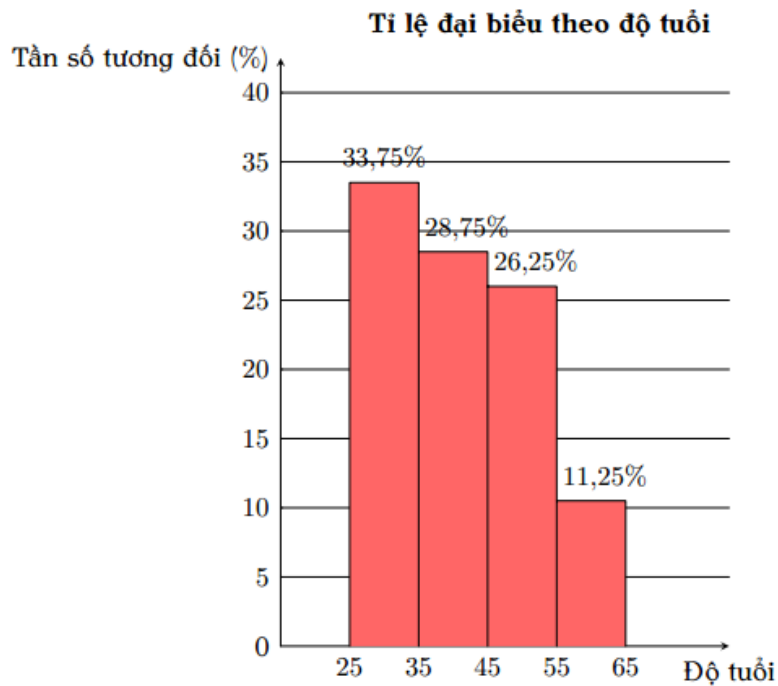
Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho.

Câu 36: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

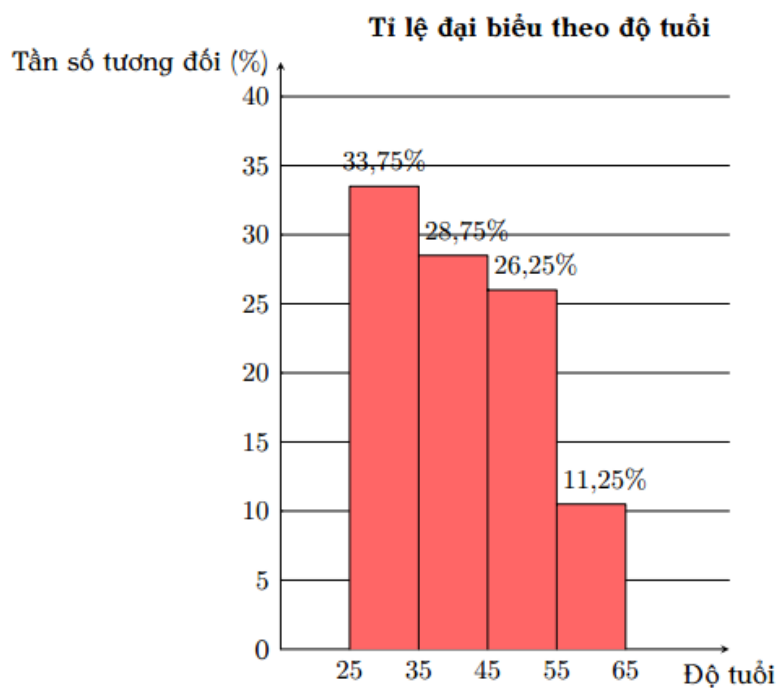
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

Câu 37: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

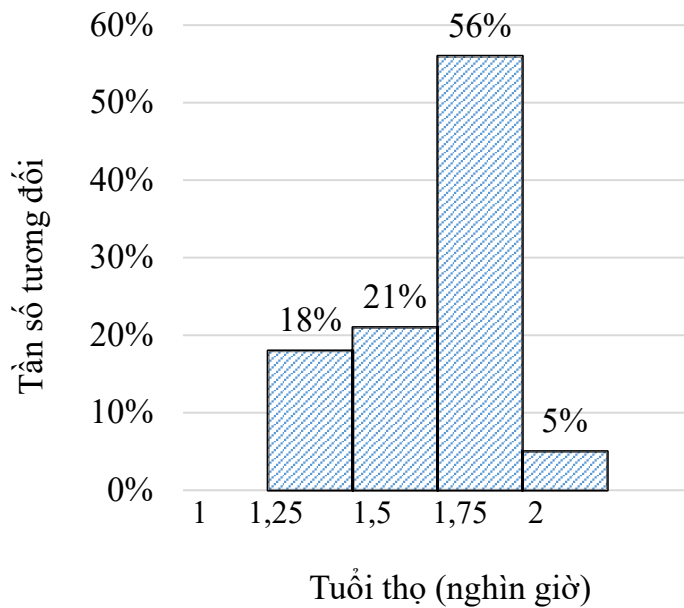
Câu 38: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

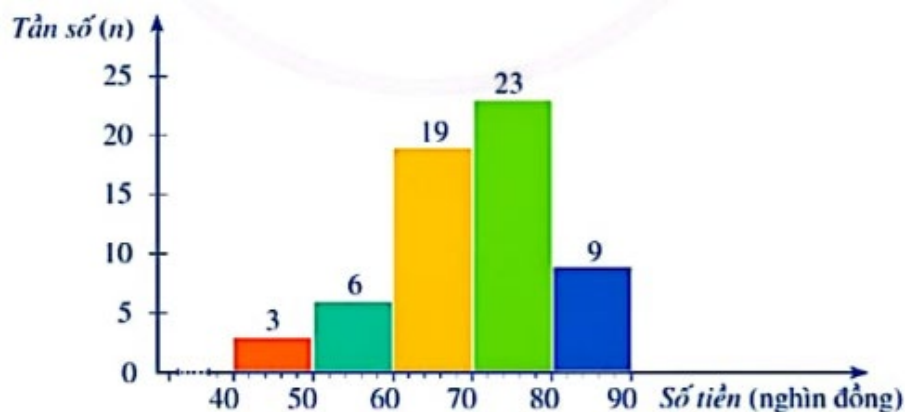
Câu 39: Cho biểu đồ tần số tương đối biểu thị tuổi thọ của bóng đèn tính theo đơn vị nghìn giờ.

Tuổi thọ bóng đèn



Em hãy cho biết: Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm ghép dữ liệu nào?

Câu 40: Một cửa hàng sách thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây.



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$

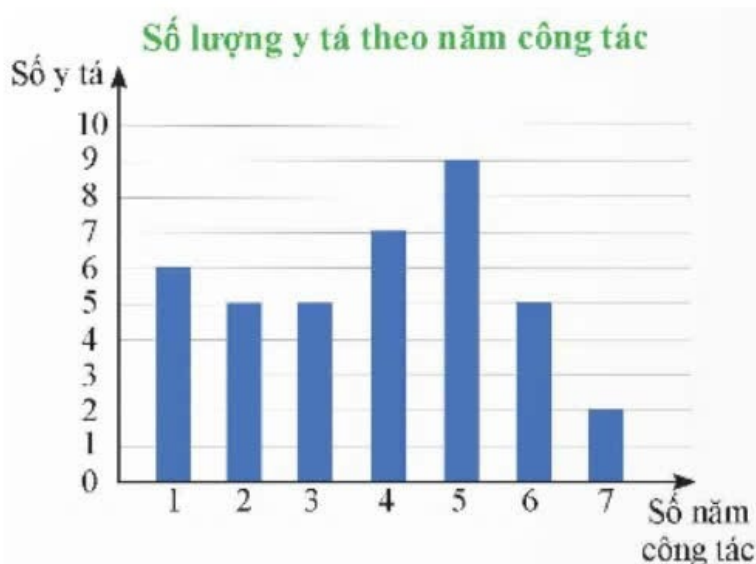
Câu 41: Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

Câu 43: Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

Câu 45: Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

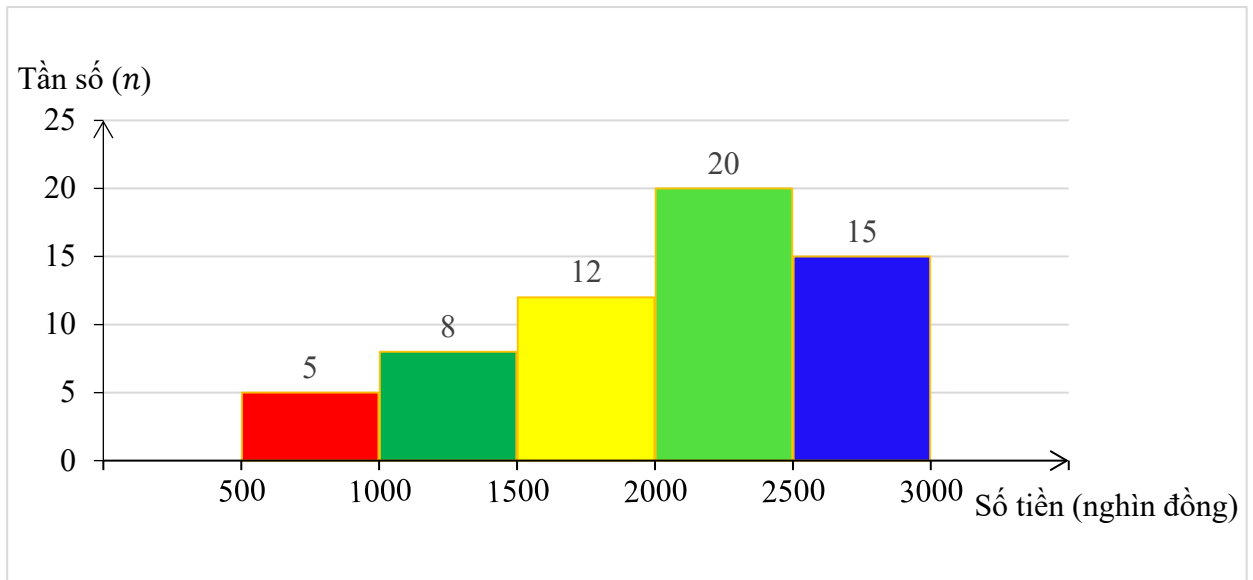
Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

Câu 46: Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
Cộng	$N = 100$

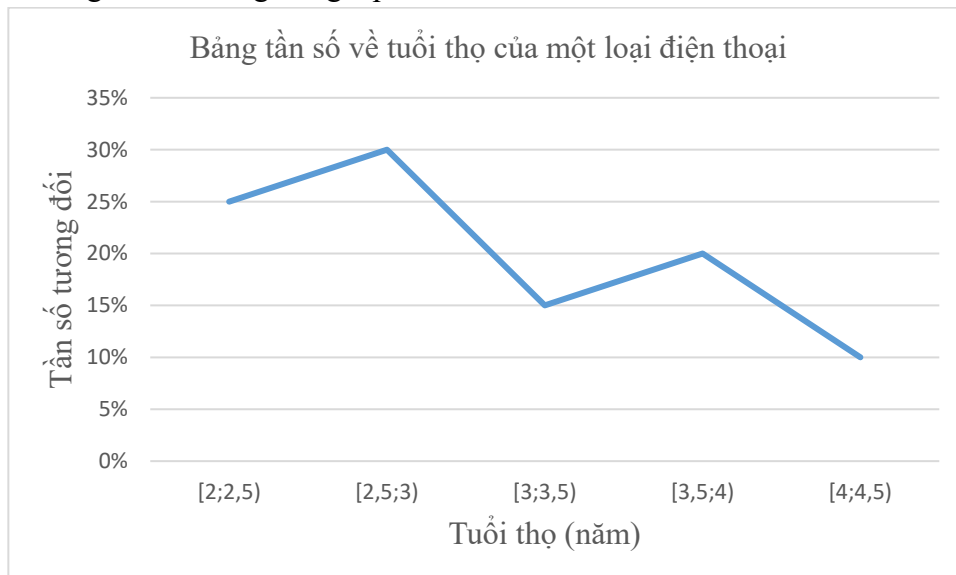
- a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Câu 47: Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



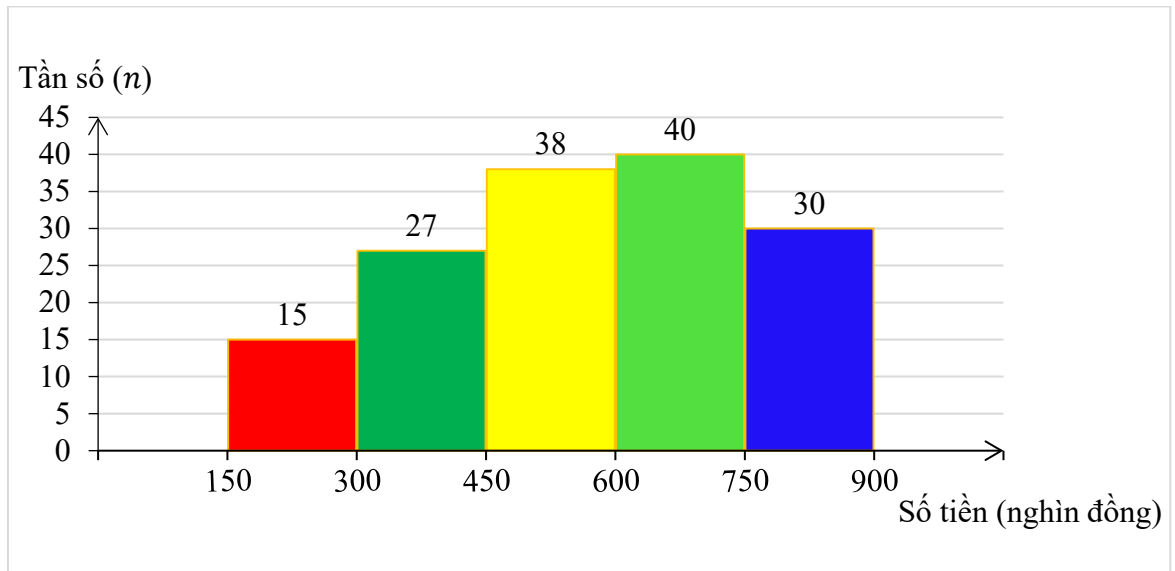
- 1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?
- 2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Câu 48: Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một loại điện thoại.



Tìm giá trị đại diện cho nhóm $[3;3,5)$ và cho biết tần số tương đối của chúng của nhóm $[3;3,5)$.

Câu 50: Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

Câu 51: Lượng xuất khẩu gạo và cà phê (đơn vị: nghìn tấn) của Việt Nam ở các tháng 7,8,9,10 năm 2022 lần lượt khoảng là: 580 và 125; 700 và 112,5; 578 và 100; 680 và 79,8.

a) Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

b) Vẽ biểu đồ cột kép biểu diễn các số liệu đó.

Câu 52: Bảng thống kê diện tích bốn cảng biển lớn của Thành phố Hồ Chí Minh như sau :

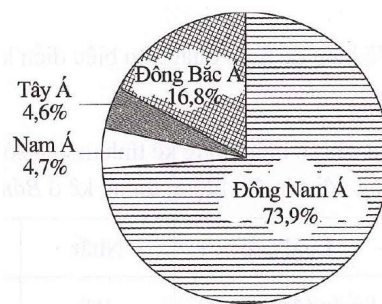
Tên cảng	Cát Lái	SPCT (Sài Gòn Premier Container Terminal)	Bến Nghé	Tân Cảng - Phú Hữu
Diện tích (đơn vị: ha)	160	40	32	24

a) Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.

b) Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.

c) Phát biểu "'Diện tích cảng Cát Lái gấp 1,8 lần tổng diện tích của ba cảng SPCT, Bến Nghé và Tân Cảng - Phú Hữu" là đúng hay sai? Vì sao?

Câu 53: Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 6 biểu diễn tỉ lệ phần trăm xuất khẩu của Việt Nam sang các khu vực thị trường châu Á năm 2020.



Hình 6

Hãy hoàn thiện Bảng 7 để nhận được bảng thống kê biểu diễn các số liệu của biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 6:

Khu vực	Đông Nam Á	Nam Á	Tây Á	Đông Bắc Á
---------	------------	-------	-------	------------

Tỉ lệ xuất khẩu của Việt Nam (đơn vị: %)	?	?	?	?
--	---	---	---	---

Bảng 7

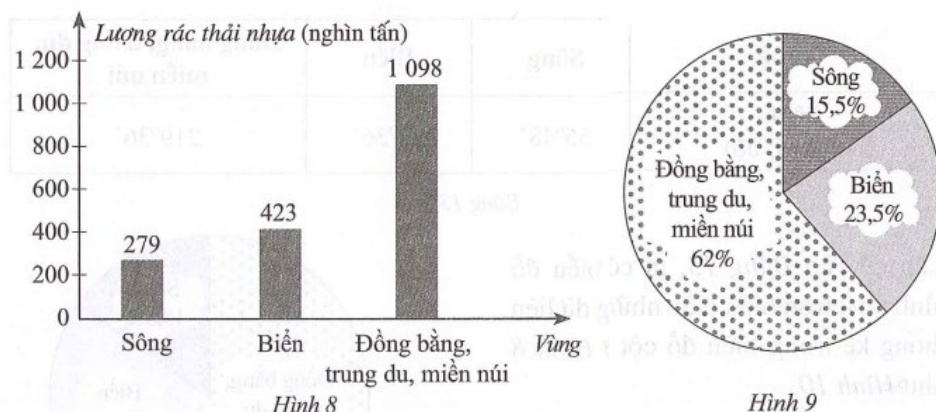
Câu 54: Bảng 9 cho biết tỉ lệ đạt các loại Lời giải Nhất, Nhì, Ba và Không đạt Lời giải trong một cuộc thi viết về biển, đảo Việt Nam của học sinh khối 9 ở một trường trung học cơ sở:

Loại Lời giải	Nhất	Nhì	Ba	Không đạt Lời giải
Tỉ lệ đạt Lời giải (đơn vị: %)	5%	15%	25%	55%

Bảng 9

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kết quả thống kê trên.

Câu 55: Theo số liệu thống kê từ Bộ Tài nguyên và Môi trường, mỗi năm Việt Nam có khoảng 1,8 triệu tấn rác thải nhựa thải ra môi trường. Biểu đồ cột ở Hình 8 biểu diễn số liệu về lượng rác thải nhựa mỗi năm của cả nước thải ra sông; biển; đồng bằng, trung du, miền núi.



a) Bạn An đã vẽ biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9 để biểu diễn các dữ liệu thống kê trong biểu đồ cột ở Hình 8. Những số liệu mà bạn An nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9 đó đã chính xác chưa? Vì sao?

b) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn những dữ liệu thống kê trong biểu đồ cột ở Hình 8.

Câu 56: Thống kê khối lượng rau thu hoạch một vụ (đơn vị: tạ) của mỗi hộ gia đình trong 38 hộ gia đình tham gia chương trình trồng rau theo tiêu chuẩn VIETGAP như sau:

5 5 6 6 6 7 4 4 5 5 7 8 8

9 4 5 7 4 10 7 7 7 6 6 5 7

8 9 8 8 9 9 9 8 7 5 10 8

a) Trong 38 số liệu thống kê ở trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?

b) Tìm tần số của mỗi giá trị đó.

c) Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

Câu 57: Tuổi nghề (đơn vị: năm) của 32 giáo viên ở một trường trung học cơ sở được ghi lại như sau:

7 7 10 3 4 4 9 3 3 7 7 10 9 7 10 4

12 4 3 12 9 12 9 10 7 7 12 9 7 10 10 4

- a) Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.
b) Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

Câu 58: Một công ty nông sản xuất khẩu 4 mặt hàng chủ lực là Chè (C), Hạt điều (Đ), Hạt tiêu (T), Sắn (S). 40 container hàng xuất khẩu của công ty được thông quan qua cửa khẩu quốc tế Móng Cái vào tháng 5 năm 2023 như sau:

C C C Đ Đ Đ Đ C C C T T S S S C C C Đ T
T T S Đ Đ C S S S C T T Đ D T T T C C T

- a) Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

Câu 59: Một trường trung học cơ sở thống kê số giờ (trung bình) chơi thể thao trong một tuần của 420 học sinh. Kết quả mẫu số liệu thống kê đó được cho ở bảng tần số sau (Bảng 23):

Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	147	126	84	63	$N = 420$

Bảng 23

- a) Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó.
b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.
c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó.

Câu 60: Một đội công nhân tham gia hội thi tay nghề giỏi. Mỗi công nhân phải hoàn thành bài thi (lí thuyết và thực hành) trong thời gian 120 phút. Thời gian hoàn thành bài thi của các công nhân trong đội đó được cho ở Bảng 29.

TThời gian (phút)	[90;95)	[95;100)	[100;105)	[105;110)	[110;115)	[115;120)
Số công nllhâm	3	5	6	7	9	10

Bảng 29

- a) Tính số công nhân đã hoàn thành bài thi trước khi hết giờ trên 20 phút.
b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm nêu ở Bảng 29.

Câu 61: Bảng 30 cho biết tần số và tần số tương đối ghép nhóm của một mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	Tần số ghép nhóm (n)	Tần số tương đối ghép nhóm (%)
[10;15)	4	f_1
[15;20)	11	27,5
[20;25)	7	17,5
[25;30)	8	20
[30;35)	a	f_5

Cộng	$N = 40$	100
------	----------	-----

Bảng 30

- a) Tìm các giá trị của a, f_1, f_5 .
- b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm nêu ở Bảng 30.

CHUYÊN ĐỀ 8: MỘT SỐ YẾU TỐ THỐNG KÊ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

I. TẦN SỐ, TẦN SỐ GHEP VÀ BIỂU ĐỒ

1. Bảng tần số và biểu đồ tần số

1.1. Bảng tần số

- ✓ *Mẫu dữ liệu* là tập hợp các dữ liệu thu thập được theo tiêu chí cho trước.
- ✓ *Tần số* của một giá trị là số lần xuất hiện giá trị đó trong mẫu dữ liệu.
- ✓ *Bảng tần số* là bảng thống kê cho biết tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu.
Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi giá trị đó.

☞ Chú ý:

- Khi dữ liệu là các số thì mẫu dữ liệu còn được gọi là *mẫu số liệu*.
- Số các dữ liệu trong mẫu được gọi là *cỡ mẫu*, thường được kí hiệu là N . Cỡ mẫu N cũng bằng tổng các tần số của từng giá trị khác nhau.

☞ Nhận xét:

- Trong bảng tần số ta chỉ liệt kê các giá trị **khác nhau** của mẫu dữ liệu. Các giá trị này có thể không là số
- Bảng tần số giúp chúng ta nhanh chóng quan sát các đặc điểm của mẫu dữ liệu như số lần xuất hiện của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện nhiều lần nhất, giá trị xuất hiện ít lần nhất...

1.2. Biểu đồ tần số

- ✓ Biểu đồ biểu diễn bảng tần số của các giá trị trong mẫu dữ liệu gọi là *biểu đồ tần số*.
- ✓ Biểu đồ tần số thường có dạng biểu đồ cột hoặc biểu đồ đoạn thẳng.

☞ Chú ý:

- Trong biểu đồ tần số dạng cột, mỗi cột tương ứng với một giá trị, chiều cao của cột tương ứng với tần số của giá trị đó.
- Trong biểu đồ tần số dạng đoạn thẳng, đường gấp khúc đi từ trái qua phải nối các điểm có hoành độ là giá trị số liệu và tung độ là tần số của giá trị đó.

2. Bảng tần số tương đối và biểu đồ tần số tương đối

2.1. Bảng tần số tương đối

- ✓ *Tần số tương đối* của một giá trị x trong mẫu dữ liệu được tính theo công thức:

$$f = \frac{m}{N} \cdot 100\%$$

trong đó: m là tần số của x và N là cỡ mẫu

- ✓ *Bảng tần số tương đối* là bảng thống kê cho biết tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu. Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các giá trị khác nhau của mẫu dữ liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối ứng với mỗi giá trị đó.

☞ Chú ý:

- Tần số tương đối còn gọi là **tần suất**.
- Tổng tần số tương đối của tất cả các giá trị luôn bằng 100%
- Có thể ghép bảng tần số và bảng tần số tương đối thành bảng **tần số - tần số tương đối**.

☞ Nhận xét:

- Tần số tương đối của một giá trị là ước lượng cho xác suất xuất hiện giá trị đó.
- Bảng tần số tương đối giúp chúng ta nhanh chóng quan sát được đặc điểm của mẫu dữ liệu cũng như tần số tương đối của mỗi giá trị, giá trị xuất hiện thường xuyên nhất...

2.2. Biểu đồ tần số tương đối

- ✓ Biểu đồ biểu diễn bảng tần số tương đối của các giá trị trong mẫu dữ liệu được gọi là **biểu đồ tần số tương đối**.
- ✓ Dạng thường gặp của biểu đồ tần số tương đối là biểu đồ cột và biểu đồ hình quạt tròn.

☞ Chú ý:

- Trong biểu đồ hình quạt tròn, hình quạt tròn biểu thị tần số tương đối $a\%$ có số đo cung tương ứng là $a\% \cdot 360^\circ = 3,6a^\circ$
- Trong biểu đồ cột, độ cao của mỗi cột tương ứng với tần số tương đối của từng giá trị.

3. Bảng tần số, tần số tương đối ghép nhóm và biểu đồ

3.1. Bảng tần số ghép nhóm

Trong nhiều trường hợp, ta khó biết giá trị chính xác của số liệu mà chỉ biết nó thuộc một nhóm số liệu nào đó. Nhóm số liệu thường gặp là $[a; b)$, trong đó a là đầu mút trái, b là đầu mút phải.

- ✓ Số lượng các giá trị của mẫu số liệu thuộc vào một nhóm được gọi là **tần số** của nhóm đó.
- ✓ **Bảng tần số ghép nhóm** là bảng tần số của các nhóm số liệu.
Bảng gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương ứng với mỗi nhóm đó.

☞ Chú ý:

- Hiệu $b - a$ được gọi là **độ rộng** của nhóm $[a; b)$.
- Giá trị $\frac{a+b}{2}$ được gọi là **giá trị đại diện** của nhóm $[a; b)$.
- Nếu $[a; b)$ là nhóm chứa các giá trị x của mẫu số liệu thì $a \leq x < b$.
- Các nhóm số liệu thường được chọn sao cho có độ rộng bằng nhau, thuận tiện cho việc tính toán và phù hợp với mục đích của việc thống kê.
- Khi ghép nhóm số liệu, đầu mút của các nhóm có thể không phải là giá trị của mẫu số liệu.

3.2. Bảng tần số tương đối ghép nhóm

- ✓ **Tần số tương đối của một nhóm** được tính theo công thức:

$$f = \frac{m}{N} \cdot 100\%$$

trong đó: m là tần số của nhóm và N là cỡ mẫu.

- ✓ **Bảng tần số tương đối ghép nhóm** là bảng tần số tương đối của các nhóm số liệu.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm gồm hai dòng (hoặc hai cột), dòng (hoặc cột) thứ nhất ghi các nhóm số liệu, dòng (hoặc cột) thứ hai ghi các tần số tương đối tương ứng với mỗi nhóm đó.

3. Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm

Để trình bày mẫu số liệu ghép nhóm một cách trực quan sinh động, dễ nhớ và gây ấn tượng, người ta sử dụng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm.

Dạng thường gặp của biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm là biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng.

☞ Chú ý:

- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột gồm các cột kề nhau, mỗi cột tương ứng với một nhóm. Cột biểu diễn nhóm $[a;b)$ có đầu mút trái là a , đầu mút phải là b và có chiều cao tương ứng với tần số tương đối của nhóm.
- Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng là đường gấp khúc đi từ trái qua phải, nối các điểm trên mặt phẳng, mỗi điểm có hoành độ là giá trị đại diện của nhóm số liệu và có tung độ tương ứng với tần số tương đối của nhóm số liệu đó.

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	Cộng
Tần số (n)	7	16	27	10	60

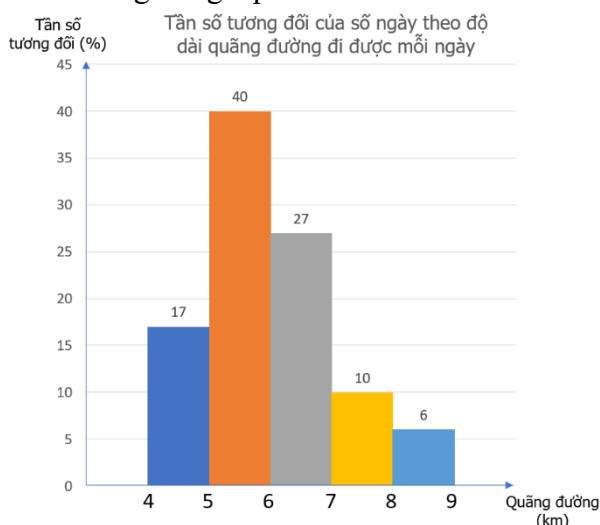
Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$.

Lời giải

Tần số ghép nhóm $[30;40)$ là 27

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[30;40)$ là: $\frac{27 \cdot 100}{60} \% = 45\%$

Câu 2: Nam thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) mình đi bộ mỗi ngày trong tháng 9 và biểu diễn dưới dạng biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm sau:



Tìm nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất. Xác định tần số và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó.

Lời giải

Nhóm có tần số tương đối ghép nhóm lớn nhất là $[5;6)$ có tần số tương đối $f = 40\%$

và tần số $n = 12$.

Câu 3: Sau khi điều tra về thời gian đi từ nhà đến trường của học sinh lớp 9A có 40 học sinh ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm sau:

Thời gian từ nhà đến trường (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số tương đối	30%	45%	25%

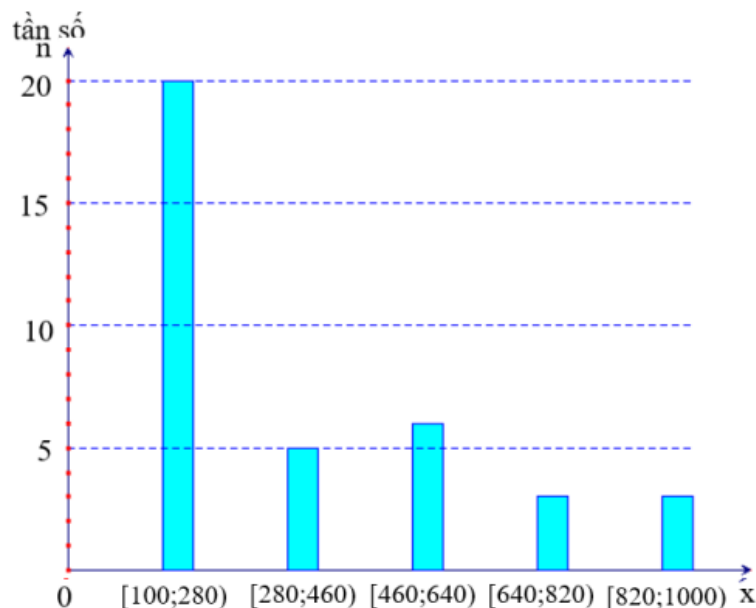
Tìm tần số tương đối ghép nhóm và tần số ghép nhóm của nhóm $[10;20)$?

Lời giải

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[10;20)$ là 45%

Tần số ghép nhóm của nhóm $[10;20)$ là $45\% \cdot 40 = 18$.

Câu 4: Sau khi điều tra mật độ dân số (đơn vị: người/km²) của 37 tỉnh, thành phố thuộc các vùng Bắc Trung Bộ và Duyên hải miền Trung, Tây Nguyên, Đông Nam Bộ, Đồng bằng sông Cửu Long (không kể Thành phố Hồ Chí Minh) ở năm 2021, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



- Tìm tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$
- Tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$

Lời giải

a) Tần số ghép nhóm của nhóm $[460;640)$ là 6.

b) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[100;280)$ là $f = \frac{20}{37} \cdot 100\% \approx 54\%$.

Câu 5: Chiều cao (đơn vị: mét) của 35 cây bạch đàn được cho như sau: Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

6,6	7,5	8,2	8,2	7,8	7,9	9,0	8,9	8,2
7,2	7,5	8,3	7,4	8,7	7,7	7,0	9,4	8,7
8,0	7,7	7,8	8,3	8,6	8,1	8,1	9,5	6,9

8,0	7,6	7,9	7,3	8,5	8,4	8,0	8,8
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Lời giải

Các số liệu trên được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: [6,6; 7,2), [7,2; 7,8), [7,8; 8,4), [8,4; 9), [9; 9,6).

Câu 6: Đo chiều cao (đơn vị là cm) của học sinh lớp 9A cho kết quả như sau;

156 157 164 166 166 165 157 154 155 158 160 163 163

161 162 159 159 160 160 160 159 158 160 160 158 163

162 162 162 161 162 161 163 161 163 161 164 166 165

165

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm [155; 158), [158; 161), [161; 164), [164;167).

Tính tần số tương đối của nhóm [161; 164)

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm

Chiều cao (cm)	[155; 158)	[158; 161)	[161; 164)	[164;167)
Số HS	5	12	15	8

Tần số tương đối của nhóm [161; 164) là: $\frac{15}{40} \cdot 100\% = 37,5\%$

Câu 7: Kết quả đo tốc độ của 25 xe ô tô (đơn vị: km/h) khi đi qua một trạm quan sát đã được thống kê dưới bảng sau

46	55	57	50	45
41	44	46	40	58
50	56	52	59	44
52	40	42	47	54
45	48	58	49	40

a) Hãy ghép các số liệu thành bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở câu a.

Lời giải

a) Trong mẫu số liệu trên, số liệu có giá trị nhỏ nhất là 41, số liệu có giá trị lớn nhất là 59. Vì thế, ta có thể chọn nửa khoảng [40; 60) sao cho giá trị của mỗi số liệu trong mẫu số liệu đều thuộc nửa khoảng [40; 60). Vì độ dài của nửa khoảng [40; 60) bằng $60 - 40 = 20$ nên ta có thể phân chia nửa khoảng đó thành bốn nửa khoảng có độ dài bằng nhau là: [40; 45), [45; 50), [50; 55) [55; 60).

Vậy ta có thể ghép mẫu số liệu đã cho theo bốn nhóm ứng với bốn nửa khoảng đó.

b) Tốc độ của xe đi từ 40 km/h đến dưới 45 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 45 km/h đến dưới 50 km/h là 7 xe;

Tốc độ của xe đi từ 50 km/h đến dưới 55 km/h là 5 xe;

Tốc độ của xe đi từ 55 km/h đến dưới 60 km/h là 6 xe.

Do đó ta có bảng tần số ghép nhóm

Tốc độ (km/h)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Tần số	7	7	5	6

Câu 8: Giáo viên ghi lại thời gian bơi cự ly 50 mét của học sinh lớp 9A cho kết quả trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)
Số học sinh	3	7	10	20

Nêu các nhóm số liệu và tần số tương đối?

Lời giải

Nhóm số liệu	Tần số
Nhóm [40; 45)	$\frac{3}{40}.100\% = 7,5\%$
Nhóm [40; 45)	$\frac{7}{40}.100\% = 17,5\%$
Nhóm [40; 45)	$\frac{10}{40}.100\% = 25\%$
Nhóm [55; 60)	$\frac{20}{40}.100\% = 50\%$

Câu 9: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh lớp 9 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0 ; 20)	[20 ; 40)	[40 ; 60)	[60 ; 80)
Số học sinh	8	9	11	8

Tính tần số tương đối của nhóm [40 ; 60) ? (Làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Nhóm [40 ; 60) có tần số tương đối là $\frac{11}{36} \approx 30,6\%$

Câu 10: Trong bảng số liệu sau có một số liệu bị điều tra sai. Hãy tìm số liệu đó và sửa cho đúng.

Tần số	24	16	6	4
Tần số tương đối	48%	32%	15%	8%

Lời giải

Số liệu không chính xác ở đây là 15% .

Sửa lại thành 12% vì $\frac{6}{24 + 16 + 6 + 4}.100\% = 12\%$

Câu 12: Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: [50 ; 55), [55 ; 60), [60 ; 65), [65 ; 70), [70 ; 75) . Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[50 ; 55)$	4
$[55 ; 60)$	7
$[60 ; 65)$	11
$[65 ; 70)$	13
$[70 ; 75)$	5
Cộng	$N = 40$

Câu 13: Khối lượng (đơn vị: gam) của 30 củ khoai tây thu hoạch được ở gia đình bác Ngọc là:

90	73	88	93	101	104	111	95	78	95
81	97	96	92	95	83	90	101	103	117
109	110	112	87	75	90	82	97	86	96

a) Hãy ghép các số liệu trên thành năm nhóm sau

$[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$, $[100;110)$, $[110;120)$. Tìm tần số của mỗi nhóm đó.

b) Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

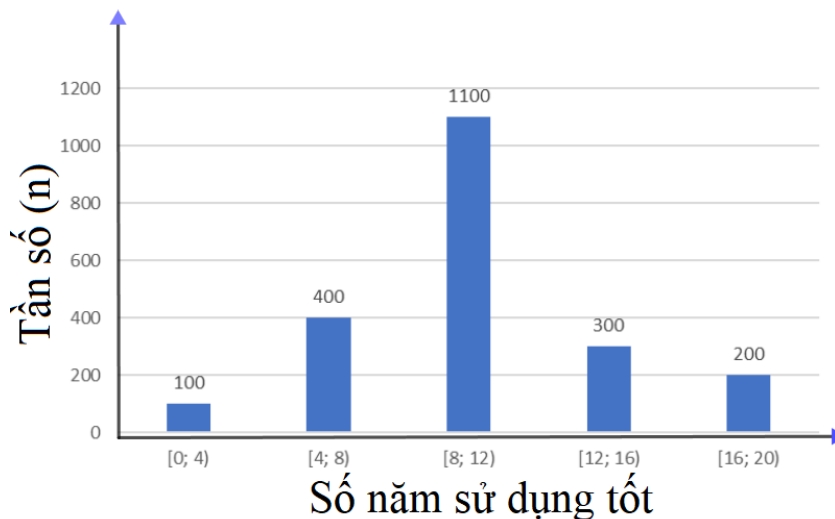
Lời giải

a) Các nhóm $[70;80)$, $[80;90)$, $[90;100)$, $[100;110)$, $[110;120)$.) có tần số lần lượt là: $n_1=3$,,
 $n_2=6$, $n_3=12$, $n_4=5$, $n_5=4$.

b)

Nhóm	Tần số (n)
$[70;80)$	3
$[80;90)$	6
$[90;100)$	12
$[100;110)$	5
$[110;120)$	4

Câu 14: Hệ thống đăng kiểm quốc gia ghi nhận 2000 xe ô tô của cùng 1 loại xe tới đăng kiểm. Người ta thu được biểu đồ tần số ghép nhóm về số năm sử dụng tốt mà chưa phải sửa chữa lớn của xe như dưới đây



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [8; 12)

Lời giải

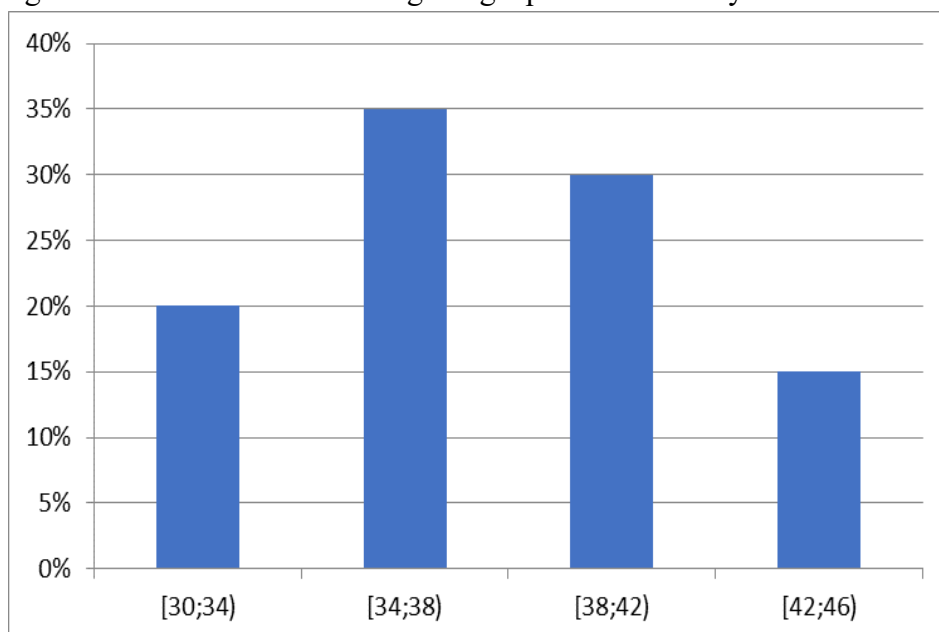
Từ biểu đồ ta có nhóm [8; 12) có tần số ghép nhóm là 1100

(nghĩa là có 1100 xe loại đó được sử dụng tốt từ 8 tới dưới 12 năm mới phải thực hiện đại tu lần đầu trong 4 năm sử dụng tiếp theo)

Tần số tương đối ghép nhóm là $\frac{1100}{2000} \cdot 100\% = 55\%$

(nghĩa là có 55% số xe loại đó sử dụng tốt từ 8 tới 12 năm, sau đó các xe này đều phải đại tu, sửa chữa hoặc thay thế trong 4 năm sử dụng tiếp theo).

Câu 15: Sau khi điều tra cân nặng (đơn vị: kg) của 200 học sinh khối lớp 4 của một trường tiểu học, người ta có biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dưới đây:



Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ. Tìm tần số ghép nhóm của nhóm [38;42)

Lời giải

1) Bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ là:

Cân nặng (kg)	[30;34)	[34;38)	[38;42)	[42;46)
Tần số tương đối	20%	35%	30%	15%

Tần số ghép nhóm của nhóm [38;42) là: $200 \cdot 30\% = 60$

Câu 17: Công ty điện lực thống kê lượng điện tiêu thụ (đơn vị: kWh) của một số hộ gia đình trong một khu vực trong tháng. Dữ liệu được ghi lại như sau:

150	120	180	200	130	100	160	190	219	210
170	140	110	130	160	180	150	200	210	190

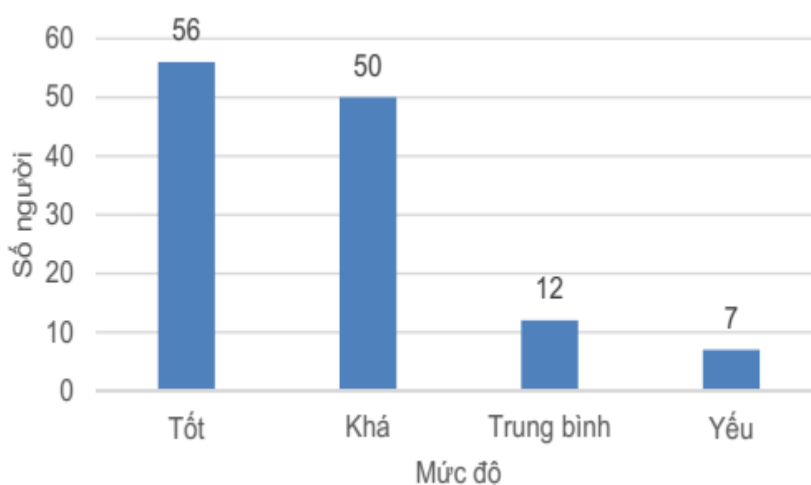
Lập bảng tần số ghép nhóm theo các khoảng lượng điện tiêu thụ sau: $[100;130)$; $[130;160)$; $[160;190)$; $[190;220)$.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm cho lượng điện tiêu thụ của hộ gia đình (đơn vị: kWh)

Khoảng lượng điện	$[100;130)$	$[130;160)$	$[160;190)$	$[190;220)$
Tần số	3	5	5	7

Câu 18: Khảo sát đánh giá của khách hàng về chất lượng một loại dịch vụ mới, số liệu được biểu diễn trong biểu đồ sau:



a) Lập bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối dạng biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn dữ liệu.

Lời giải

Bảng tần số tương đối

Mức đánh giá		Khá	Trung bình	Yếu
Tần số tương đối		40%	9,6%	5,6%

--	--	--	--	--

Câu 20: Cho bảng tần số ghép nhóm sau về tuổi thọ của một số ong mật cái như sau:

Tuổi thọ (ngày)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Tần số	14	24	22

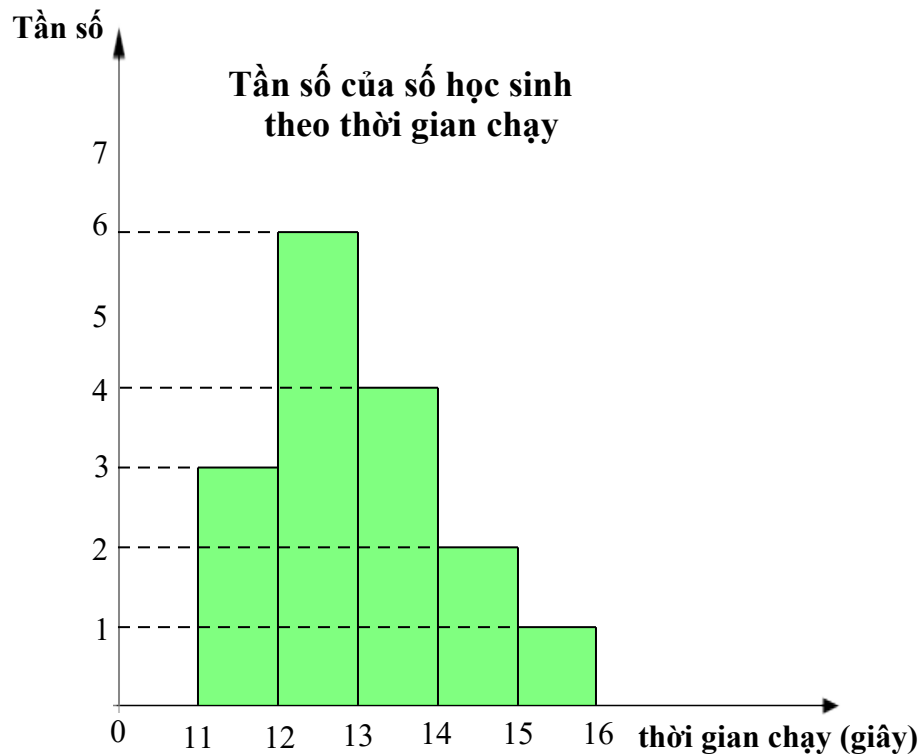
Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40; 50).

Lời giải

Tần số ghép nhóm của nhóm [40; 50) là 24

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [40;50) là $\frac{24}{14 + 24 + 22} \cdot 100\% = 40\%$

Câu 21: Biểu đồ dưới đây biểu diễn kết quả khảo sát thành tích chạy 100m của một số học sinh



Có bao nhiêu học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [13;14).

Lời giải

Có 9 học sinh chạy 100m hết ít hơn 13 giây.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [13;14) là: $\frac{4}{3 + 6 + 4 + 2 + 1} \cdot 100\% = 25\%$

Câu 22: Cân nặng của các bạn học sinh lớp 9A (đơn vị: ki-lo-gam) có kết quả như sau:

62	59	68	53	50	57	72	65	62	58
69	53	64	67	72	74	63	56	66	66
62	52	65	69	60	52	65	63	74	68
59	68	64	69	56	72	67	58	62	60

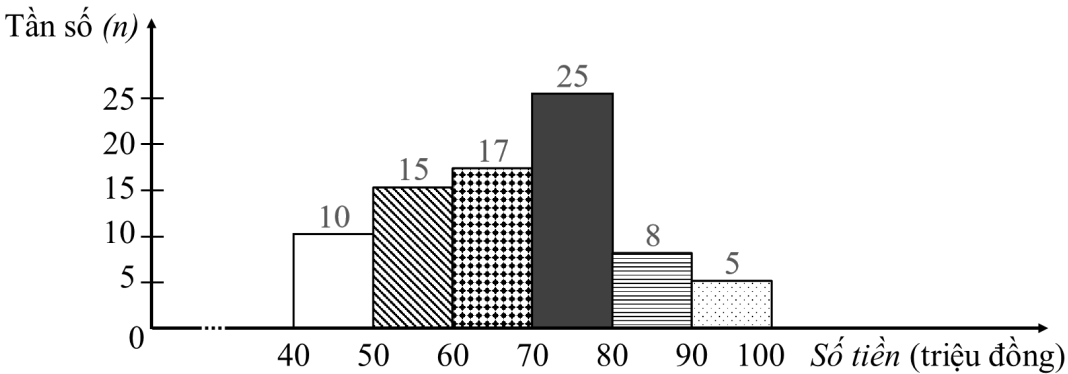
Mẫu số liệu thống kê ở trên đã được ghép thành năm nhóm ứng với năm nửa khoảng: $[50 ; 55)$, $[55 ; 60)$, $[60 ; 65)$, $[65 ; 70)$, $[70 ; 75)$. Lập bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[50 ; 55)$	4
$[55 ; 60)$	7
$[60 ; 65)$	11
$[65 ; 70)$	13
$[70 ; 75)$	5
Cộng	$N = 40$

Câu 23: Một ngân hàng thống kê số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà 80 hộ gia đình vay để phát triển sản xuất. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm ở Hình 1.



Hình 1

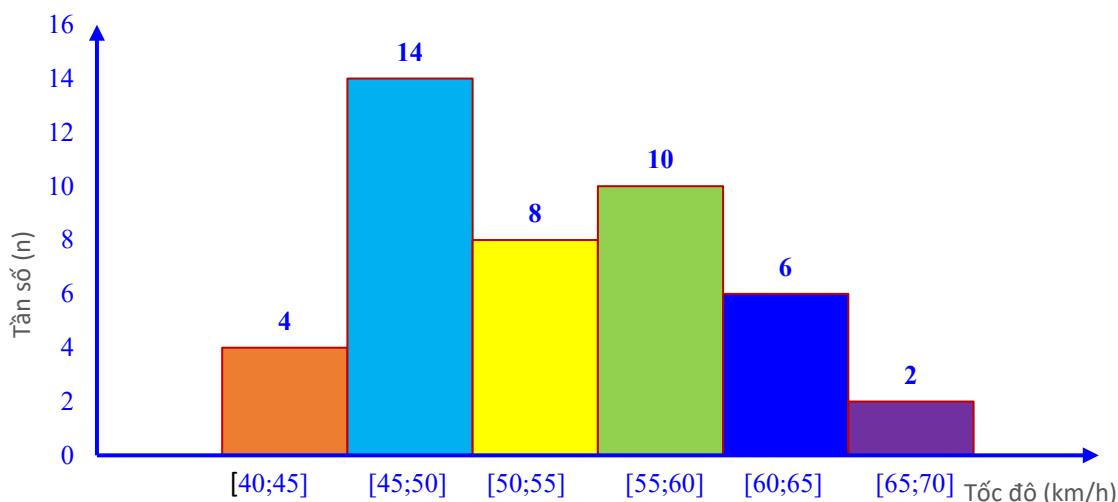
Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm đó.

Lời giải

Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu được ghép nhóm trên là:

Nhóm	Tần số tương đối (%)
$[40;50)$	12,5
$[50;60)$	18,75
$[60;70)$	21,25
$[70;80)$	31,25
$[80;90)$	10
$[90;100)$	6,25
Cộng	100

Câu 24: Biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) của 44 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ.



Hãy cho biết số lượng ô tô ở nhóm nào nhiều nhất, tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Số lượng ô tô ở nhóm [45;50] là nhiều nhất: 14 chiếc

Tần số tương đối của nhóm là $\frac{14 \cdot 100}{44} \% \approx 31,8 \%$

Câu 25: Ban phụ huynh đặt tặng áo phong cho 40 học sinh của lớp 8A. Ban phụ huynh đo chiều cao (đơn vị: centimét) của cả lớp để quyết định chọn các cỡ áo, kết quả cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[150;155)	[155;160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	Cộng
Tần số (n)	5	11	12	8	4	N=40

Xác định tần số ghép nhóm và tìm tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160; 165) .

Lời giải

Dựa vào bảng tần số ghép nhóm đã cho, tần số ghép nhóm của nhóm [160; 165) là 12 và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [160; 165) là $\frac{12 \cdot 100}{40} \% = 30\%$

Câu 26: Chỉ số phát triển con người (HDI) là chỉ tiêu tổng hợp phản ánh các mặt thu nhập, sức khỏe, giáo dục của người dân trong một quốc gia. Các nước và vùng lãnh thổ trên thế giới được chia thành 4 nhóm theo HDI: Nhóm 1(rất cao) có HDI từ 0,8 trở lên; Nhóm 2(cao) có HDI từ 0,7 đến dưới 0,8; Nhóm 3(trung bình) có HDI từ 0,55 đến dưới 0,7; Nhóm 4(thấp) có HDI dưới 0,55. Năm 2021, chỉ số HDI của 11 quốc gia Đông Nam Á như sau.

0,939 0,829 0,803 0,8 0,705 0,703 0,699 0,607 0,607 0,593 0,585

Dựa vào dữ liệu trên, hãy hoàn thành bảng tần số ghép nhóm sau:

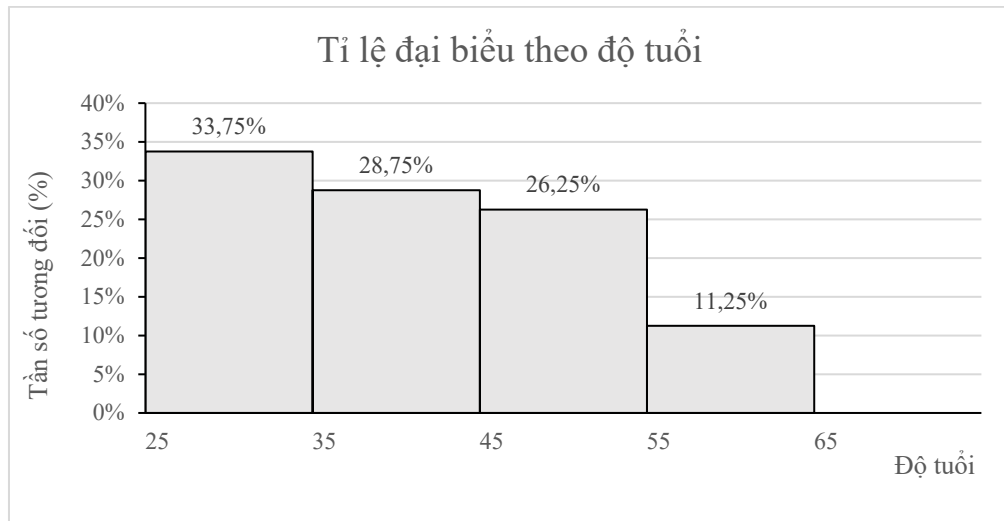
Chỉ số HDI	[0; 0,55)	[0,55; 0,7)	[0,7; 0,8)	[0,8; 1)	Cộng
Tần số	?	?	?	?	N =

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm

Chỉ số HDI	$[0; 0,55)$	$[0,55; 0,7)$	$[0,7; 0,8)$	$[0,8; 1)$	Cộng
Tần số	0	5	2	4	$N = 11$

Câu 27: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 tuổi đến 35 tuổi.



- Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị?
- Một người cho rằng có trên 50% số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

Lời giải

- Nhóm $[25; 35)$ chiếm 33,75% so với tổng số đại biểu và có 54 người.

Nên: $54 : 33,75\% = 160$ (người)

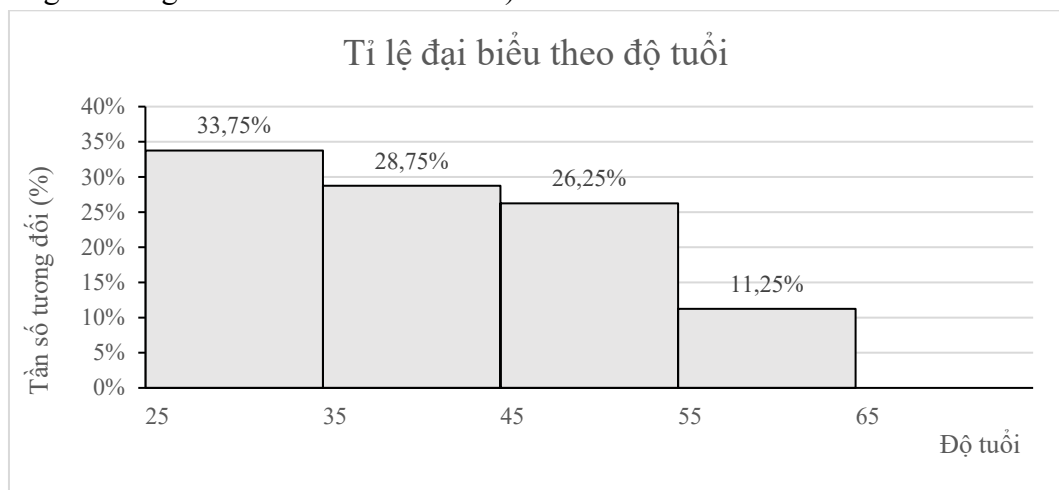
Tổng số đại biểu tham dự hội nghị là 160 người.

- Tổng số % số đại biểu tham dự hội nghị dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Nhận định trên là đúng.

Câu 28: Để chuẩn bị cho tiết mục kỉ niệm 70 năm Chiến thắng Điện Biên Phủ, phường Mỹ Đình có cử một số lượng người tham gia, được biểu diễn dưới biểu đồ tỉ lệ sau:
(Biết rằng có 54 người từ 25 tuổi đến 35 tuổi)



- Có bao nhiêu người tham gia biểu diễn?

b) Một người cho rằng có trên 50% số người biểu diễn dưới 45 tuổi. Nhận định đó đúng hay sai? Tại sao?

Lời giải

a) Nhóm [25; 35) chiếm 33,75% so với tổng số người và có 54 người.

Nên: $54: 33,75\% = 160$ (người)

Tổng số người tham gia biểu diễn là 160 người.

b) Tổng số % số người tham gia biểu diễn dưới 45 tuổi là:

$$33,75\% + 28,75\% = 62,5\% > 50\%.$$

Nhận định trên là đúng.

Câu 29: Thống kê tuổi thọ của 30 bóng đèn điện được lắp thử (đơn vị: giờ) được cho trong bảng dưới đây:

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150
1190	1180	1170	1170	1170	1190	1170	1170	1170	1180
1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

a) Lập bảng tần số và tần số tương đối của mẫu số liệu trên.

b) Có người nói: “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180”. Theo em nhận định đó đúng hay sai?

Lời giải

a) Liệt kê các giá trị khác nhau ta được: 1150; 1160; 1170; 1180; 1190

Với mỗi giá trị khác nhau, ta đếm xem giá trị đó xuất hiện bao nhiêu lần trong bảng.

Bảng phân bố tần số:

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số (n)	3	6	12	6	3	$N = 30$

Tần số tương đối của các giá trị lần lượt là:

$$f_1 = \frac{3.100}{30} = 10\%; f_2 = \frac{6.100}{30} = 20\%; f_3 = \frac{12.100}{30} = 40\%;$$

$$f_4 = \frac{6.100}{30} = 20\%; f_5 = \frac{3.100}{30} = 10\%$$

Vì vậy, bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho được nêu trong Bảng sau.

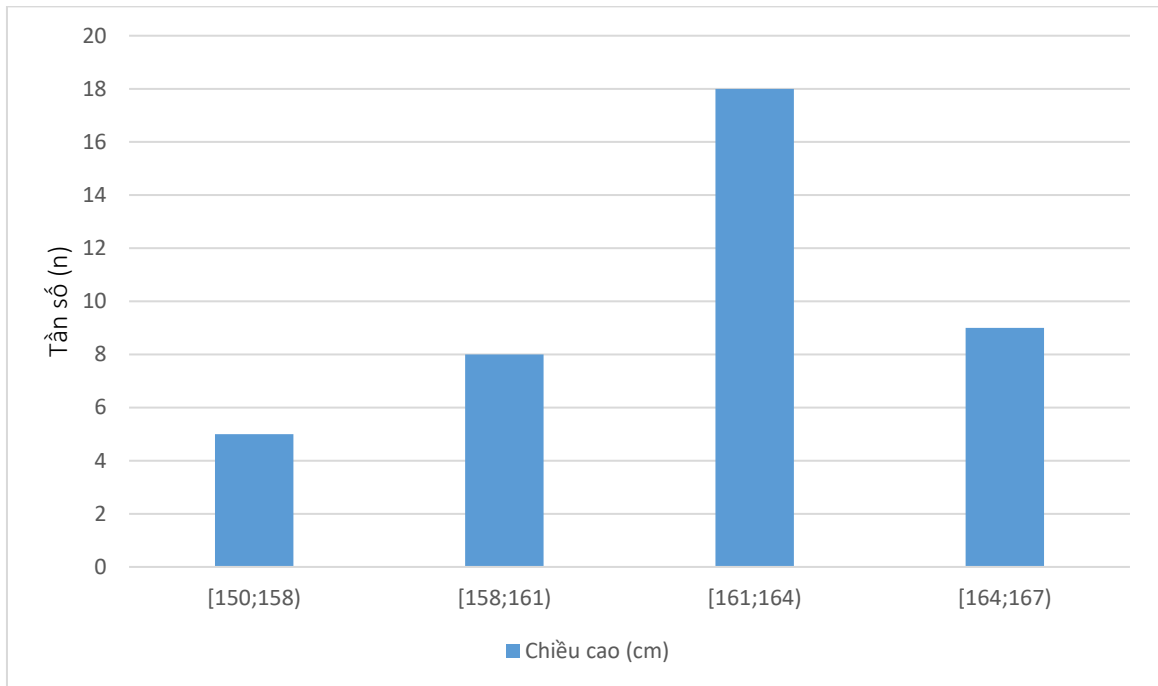
Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số tương đối (%)	10	20	40	20	10	100

b) Số bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180 chiếm số phần trăm là:

$$20\% + 40\% + 20\% = 80\%$$

Vậy nhận định “Có trên 75% bóng đèn có tuổi thọ từ 1160 đến 1180” là đúng.

Câu 30: Sau khi thống kê chiều cao của 40 học sinh lớp 9A, cô giáo lập biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



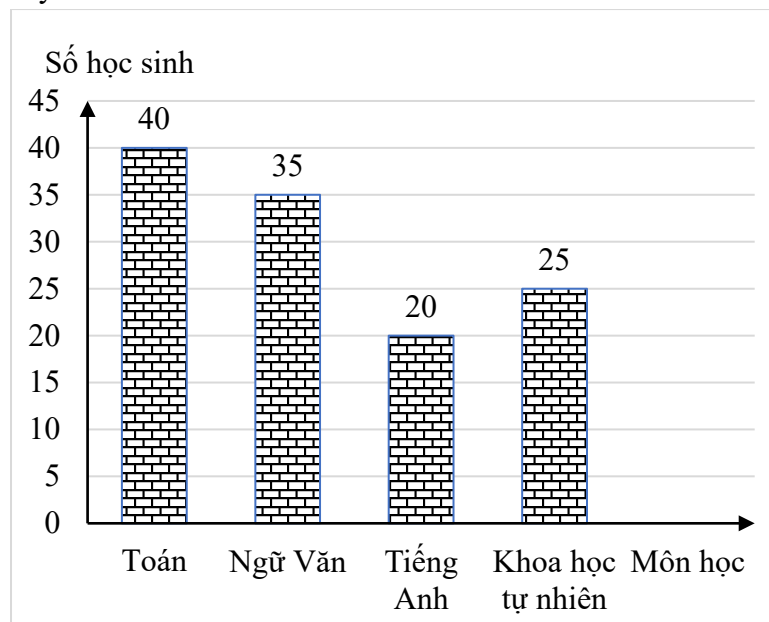
Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164).

Lời giải

Tần số ghép nhóm của nhóm [161;164) là $n = 18$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [161;164) là: $f = \frac{18 \cdot 100}{40} \% = 45\%$

Câu 31: Biểu đồ hình cột sau thống kê về sự yêu thích các môn học của học sinh khối 9. Biết mỗi học sinh chọn một môn yêu thích.



Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối của dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

Lời giải

Quan sát biểu đồ, ta có:

Tổng số học sinh khối 9 là: $40 + 35 + 20 + 25 = 120$ học sinh. Vậy $N = 120$.

Bảng tần số:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số (n)	40	35	20	25	$N = 120$

Tần số tương đối của số học sinh yêu thích các môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh, Khoa học tự nhiên lần lượt là:

$$f_1 = \frac{40}{120} \cdot 100\% \approx 33,33\%; f_2 = \frac{35}{120} \cdot 100\% \approx 29,17\%;$$

$$f_3 = \frac{20}{120} \cdot 100\% \approx 16,67\%; f_4 = \frac{25}{120} \cdot 100\% \approx 20,83\%.$$

Bảng tần số tương đối:

Môn học (x)	Toán	Ngữ Văn	Tiếng Anh	Khoa học tự nhiên	Cộng
Tần số tương đối (%)	33,33	29,17	16,67	20,83	100

Câu 32: Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một Câu kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

Lời giải

Có tất cả: $1 + 5 + 9 + 5 = 20$ học sinh tham gia

Bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả trên là:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số tương đối	5%	25%	45%	25%

Câu 33: Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 60 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[27;28)$	$[28;29)$	$[29;30)$	$[30;31)$	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

- Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.
- Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột biểu diễn mẫu số liệu trên.

Lời giải

- Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là:

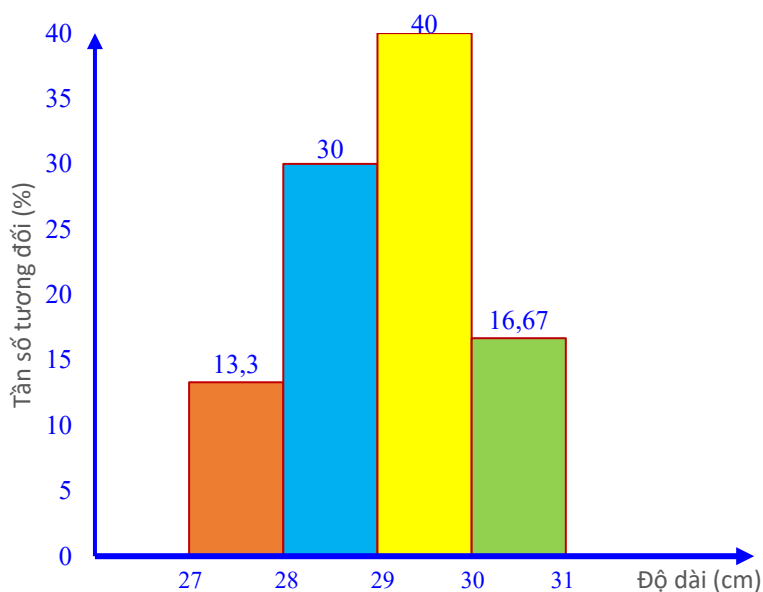
$$f_1 = \frac{8.100}{60} \% = 13,33\%; f_2 = \frac{18.100}{60} \% = 30\%$$

$$f_3 = \frac{24.100}{60} \% = 40\%; f_4 = \frac{10.100}{60} \% = 16,67\%$$

2) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)	Cộng
Tần số tương đối (%)	13,33	30	40	16,67	100

3)



Câu 34: Sau khi thống kê độ dài (đơn vị: centimét) của 60 lá dương xỉ trưởng thành, người ta có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Lời giải

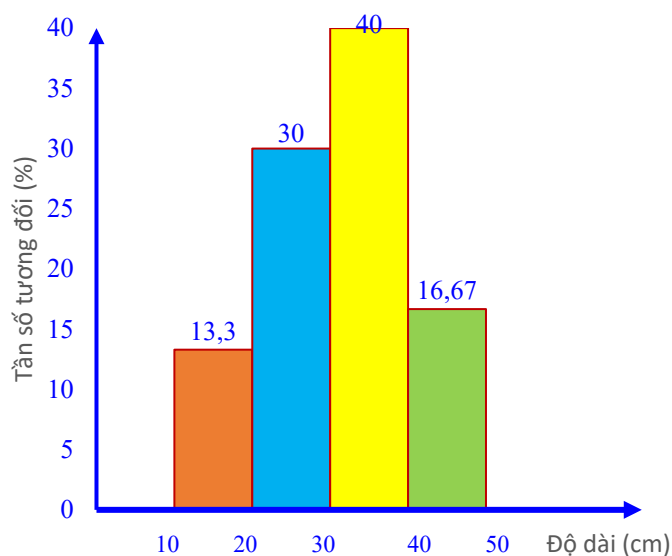
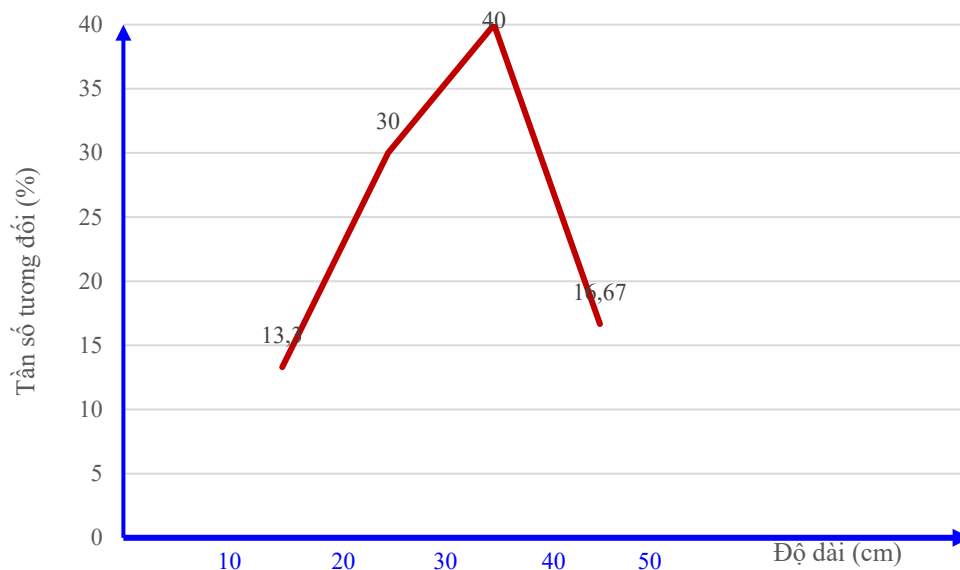
a) Tần số tương đối của các nhóm lần lượt là: $f_1 = \frac{8.100}{60} \% = 13,33\%; f_2 = \frac{18.100}{60} \% = 30\%$

$$f_3 = \frac{24.100}{60} \% = 40\%; f_4 = \frac{10.100}{60} \% = 16,67\%$$

b) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50]	Cộng
Tần số tương đối (%)	13,33	30	40	16,67	100

c)



Câu 35: Bảng thống kê sau cho biết số lượng các thiên tai xảy ra tại Việt Nam giai đoạn 1990-2021.

Loại thiên tai	Hạn hán	Bệnh dịch	Lũ lụt	Sạt lở đất	Bão
Số lượng	6	9	71	6	94

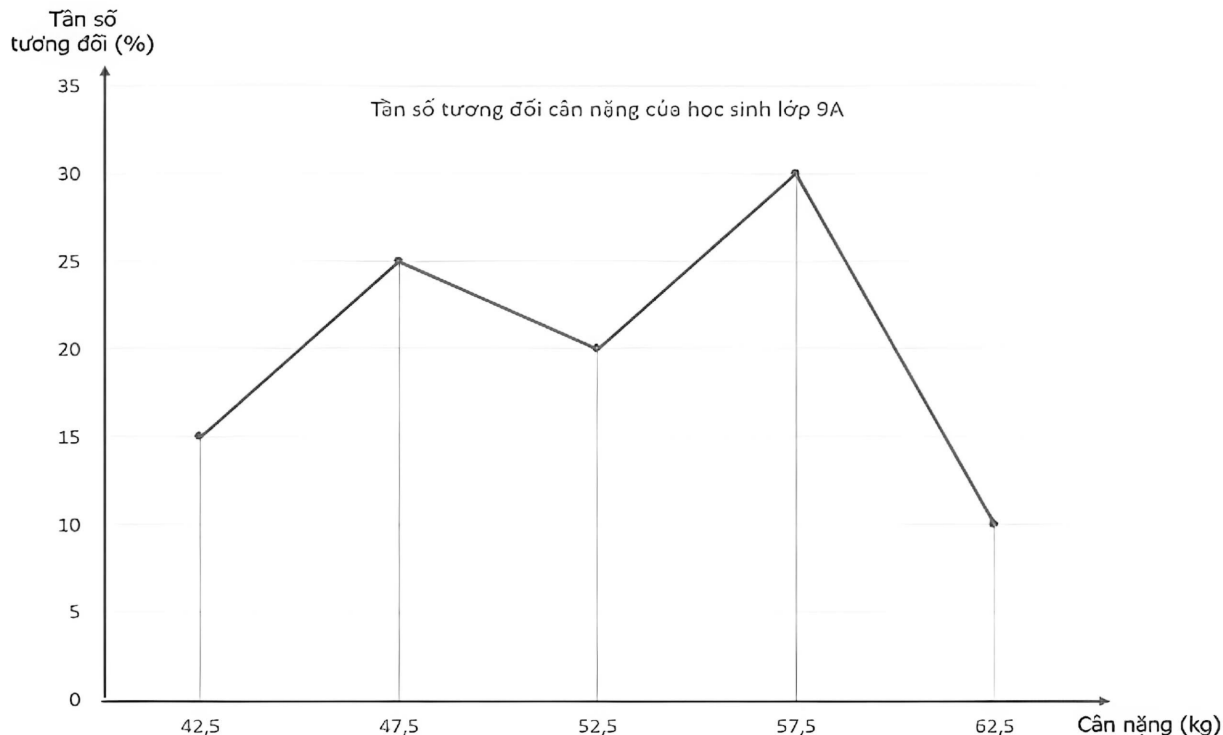
(Theo Vietnam.opendevlopmentmekong.net)

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho.

Lời giải

Giá trị đại diện của các nhóm dữ liệu lần lượt là 42,5 47,5; 52,5; 57,5; 62,5 .

Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn số liệu đã cho:



Câu 36: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

Lời giải

a) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,4;8,6)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{5 \cdot 100}{100}\% = 5\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,6;8,8)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{12 \cdot 100}{100}\% = 12\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,8;9,0)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{25 \cdot 100}{100}\% = 25\%;$

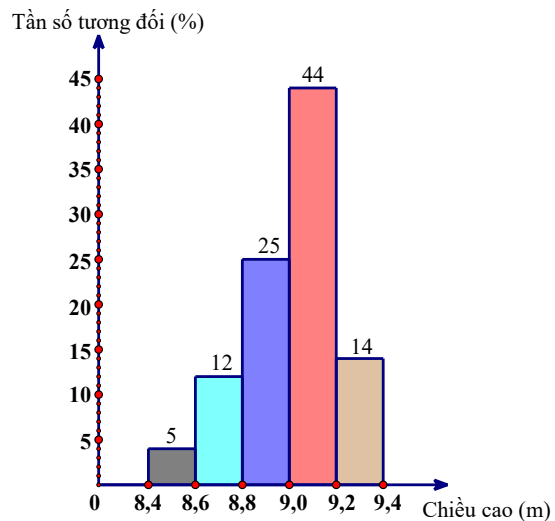
Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[9,0;9,2)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{44 \cdot 100}{100}\% = 44\%;$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[9,2;9,4)$ là: $f = \frac{n}{N} \cdot 100\% = \frac{14 \cdot 100}{100}\% = 14\%;$

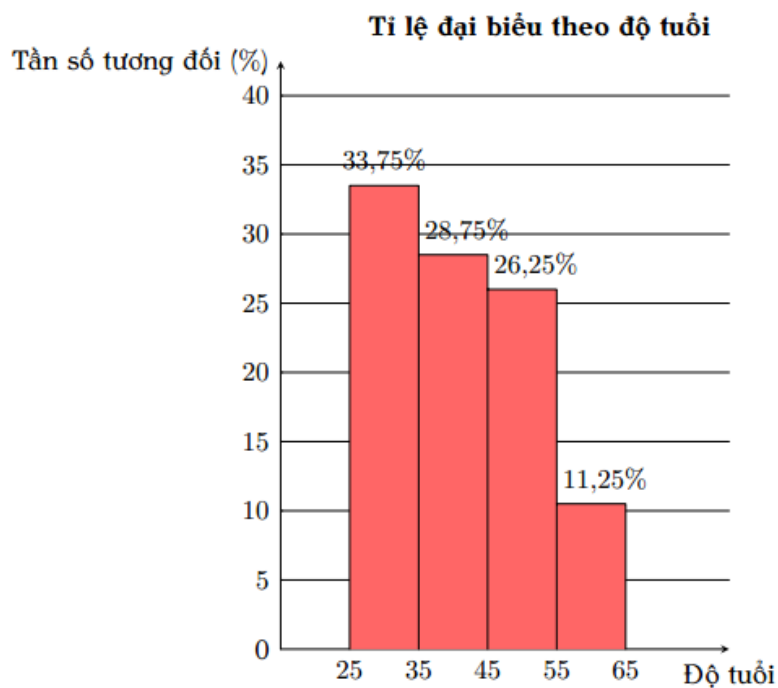
Vì vậy, bảng tần ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)	Tổng
Tần số tương đối (%)	5	12	25	44	14	100

a) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a



Câu 37: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

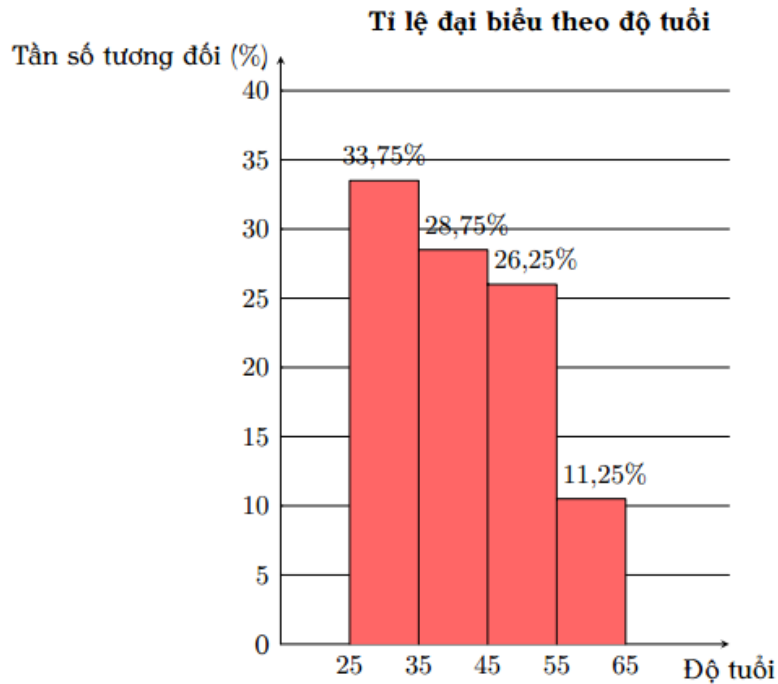
Lời giải

- Số đại biểu tham dự hội nghị là: $54 : 33,75\% = 160$ (đại biểu)

- Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng:

Độ tuổi	[25;35]	[35;45]	[45;55]	[55;65]
Tần số tương ứng	33,75%	28,75%	26,25%	11,25%

Câu 38: Biểu đồ bên biểu diễn tỉ lệ đại biểu tham dự hội nghị theo độ tuổi. Biết rằng có 54 đại biểu từ 25 đến 35 tuổi.



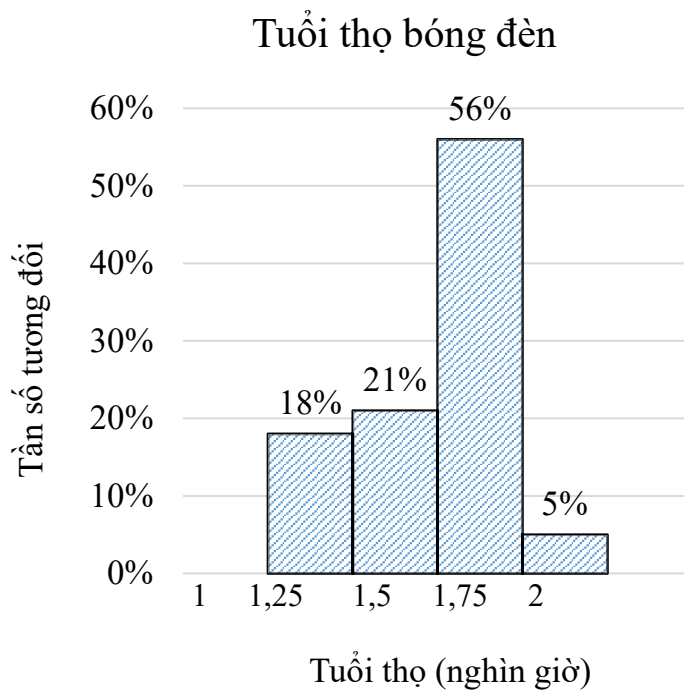
Có bao nhiêu đại biểu tham dự hội nghị? Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng.

Lời giải

- Số đại biểu tham dự hội nghị là: $54 : 33,75\% = 160$ (đại biểu)
- Lập bảng tần số ghép nhóm tương ứng:

Độ tuổi	[25;35]	[35;45]	[45;55]	[55;65]
Tần số tương ứng	33,75%	28,75%	26,25%	11,25%

Câu 39: Cho biểu đồ tần số tương đối biểu thị tuổi thọ của bóng đèn tính theo đơn vị nghìn giờ.

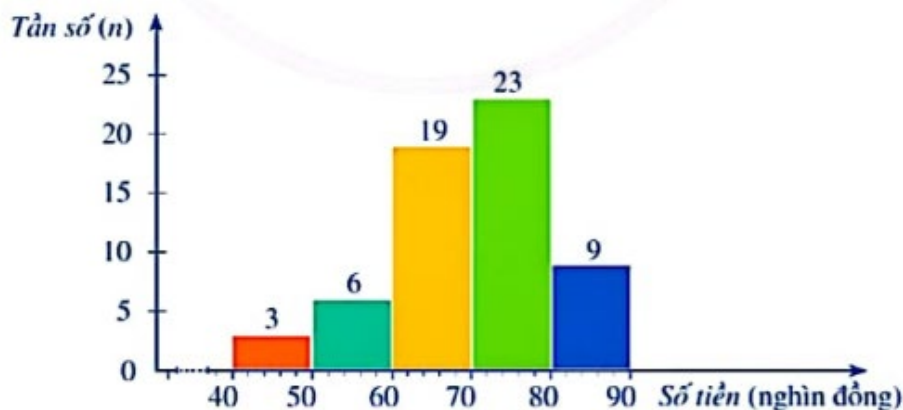


Em hãy cho biết: Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm ghép dữ liệu nào?

Lời giải

Tần số 5% là tần số tương đối của nhóm $[1,75; 2)$.

Câu 40: Một cửa hàng sách thống kê số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở cửa hàng đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây.



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$

Lời giải

+ Tần số ghép nhóm của nhóm $[40;50)$ là 3.

+ Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[40;50)$ là: $\frac{3}{60} \cdot 100\% = 5\%$

Câu 41: Tỷ lệ học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường được cho trong bảng sau:

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Tỷ lệ học sinh bình chọn	30%	25%	10%	35%

Biết rằng có 500 học sinh tham gia bình chọn.

Hãy lập bảng tần số học sinh bình chọn cho danh hiệu cầu thủ xuất sắc nhất trong giải bóng đá của trường.

Lời giải

Số học sinh bình chọn cho Tuấn là $\frac{500 \cdot 30\%}{100\%} = 150$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Trường là $\frac{500 \cdot 25\%}{100\%} = 125$ (học sinh)

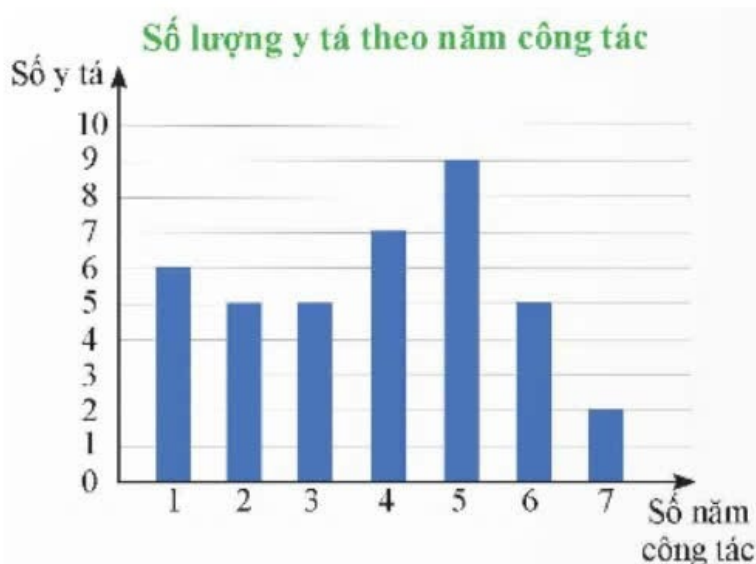
Số học sinh bình chọn cho An là $\frac{500 \cdot 10\%}{100\%} = 50$ (học sinh)

Số học sinh bình chọn cho Linh là $\frac{500 \cdot 35\%}{100\%} = 175$ (học sinh)

Ta có bảng tần số

Cầu thủ	Tuấn	Trường	An	Linh
Số học sinh bình chọn	150	125	50	175

Câu 43: Biểu đồ bên dưới thống kê thời gian công tác (theo năm) của các y tá ở một phòng khám tư nhân ở Hà Nội.



- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị nào? Tìm tần số mỗi giá trị đó.
- b) Phòng khám có tổng bao nhiêu y tá?
- c) Có bao nhiêu y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm?

Lời giải

- a) Các y tá của phòng khám có thời gian công tác nhận những giá trị sau 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.
Bảng tần số:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7
Số y tá	6	5	5	7	9	5	2

- b) Phòng khám có: $6 + 5 + 5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 39$ y tá.

- c) Có $5 + 7 + 9 + 5 + 2 = 28$ y tá đã công tác ở phòng khám ít nhất 3 năm.

Câu 45: Thời gian đi từ nhà đến trường (đơn vị: phút) của các bạn học sinh lớp 9C được ghi lại ở bảng sau:

9,5	13,9	5,6	13,2	10,3	15,1	19,5	14,1	11,4	19,7	15,1	11,1
16,6	7,2	18	11,6	6,2	6,2	16,7	7,8	17,7	7,7	7,7	5,5
18,2	7,4	19,8	19	5,2	18,3	14,7	14,1	19,6	7,2	7,2	12,5

Hãy chia số liệu thành 4 nhóm, với nhóm thứ nhất là khoảng từ 5 phút đến dưới 9 phút và lập bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm.

Lời giải

Độ tuổi (phút)	[5;9)	[9;13)	[13;17)	[17;21)
Tần số	54	46	42	18
Tần số tương đối	30,56 %	19,44 %	25 %	25 %

Câu 46: Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
[36; 38)	20
[38; 40)	15
[40; 42)	25
[42; 44)	30
[44; 46)	10
Cộng	$N = 100$

- a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó.
- b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Lời giải

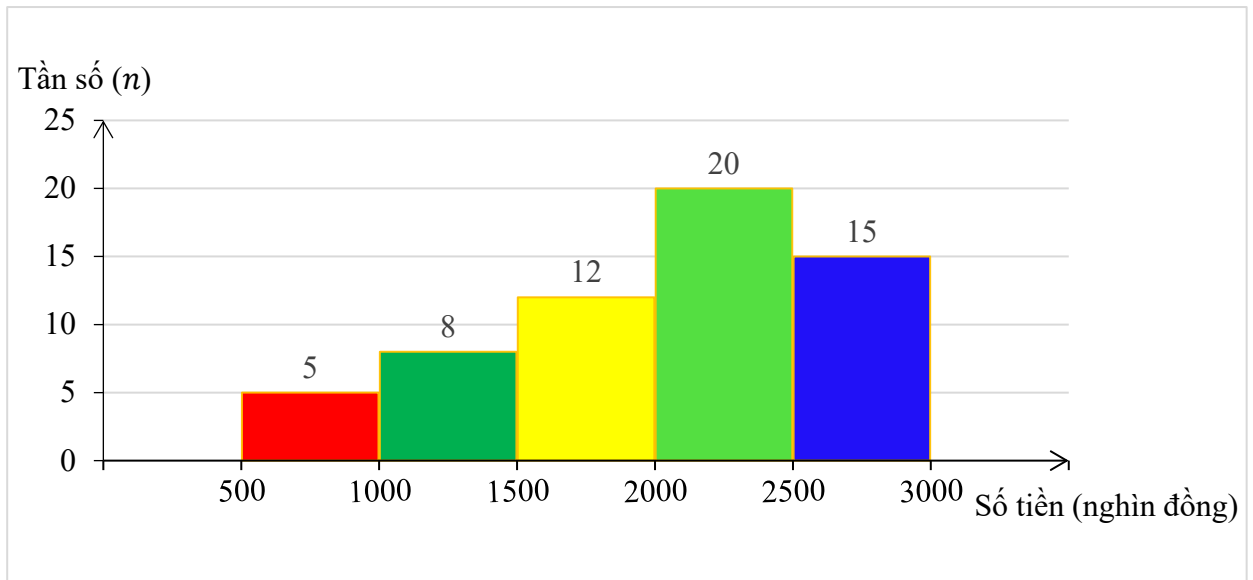
a) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

- Nhóm [36; 38) : $\left(\frac{20}{100}\right).100\% = 20\%$
- Nhóm [38; 40) : $\left(\frac{15}{100}\right).100\% = 15\%$
- Nhóm [40; 42) : $\left(\frac{25}{100}\right).100\% = 25\%$
- Nhóm [42; 44) : $\left(\frac{30}{100}\right).100\% = 30\%$
- Nhóm [44; 46) : $\left(\frac{10}{100}\right).100\% = 10\%$

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó

Nhóm	Tần số (n)	Tần số tương đối (%)
[36; 38)	20	20%
[38; 40)	15	15%
[40; 42)	25	25%
[42; 44)	30	30%
[44; 46)	10	10%
Cộng	$N = 100$	100%

Câu 47: Một cửa hàng tạp hóa thống kê số tiền lãi (đơn vị: nghìn đồng) trong 60 ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



- 1) Tính tần số tương đối của mỗi nhóm?
- 2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho bảng thống kê trên.

Lời giải

- 1) Tần số tương đối của mỗi nhóm là:

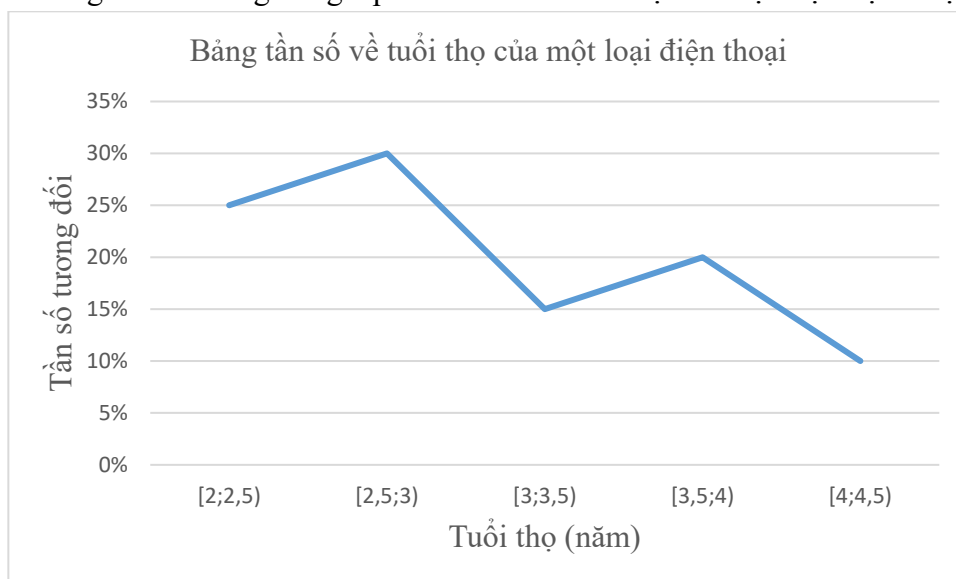
$$f_1 = \frac{5 \cdot 100}{60} \% = 8,3\%; f_2 = \frac{8 \cdot 100}{60} \% = 13,4\%; f_3 = \frac{12 \cdot 100}{60} \% = 20\%; f_4 = \frac{20 \cdot 100}{60} \% = 33,3\%;$$

$$f_5 = \frac{15 \cdot 100}{60} \% = 25\%$$

- 2) Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho là:

Số tiền (nghìn đồng)	[500; 1000)	[1000; 1500)	[1500 ; 2000)	[2000 ; 2500)	[2500 ; 3000)
Tần số tương đối	8,3%	13,4%	20%	33,3%	25%

Câu 48: Cho bảng tần số tương đối ghép nhóm sau về tuổi thọ của một loại điện thoại.



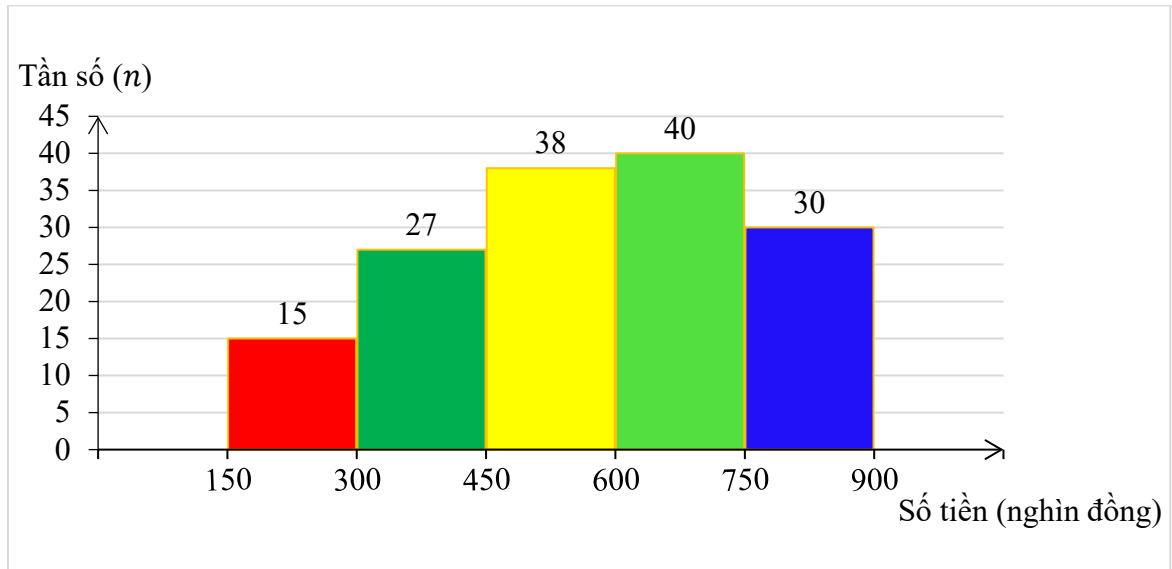
Tìm giá trị đại diện cho nhóm [3;3,5) và cho biết tần số tương đối của chúng của nhóm [3;3,5).

Lời giải

Giá trị đại diện cho nhóm $[3; 3,5)$ là $\frac{3 + 3,5}{2} = 3,25$

Tần số tương ứng của nhóm $[3; 3,5)$ là 15%

Câu 50: Một siêu thị thống kê hóa đơn mua hàng (đơn vị: nghìn đồng) của 150 khách hàng đầu tiên trong ngày. Số liệu được ghi lại trong biểu đồ tần số ghép nhóm sau:



Tính tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất (làm tròn đến số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $[600; 750)$ với tần số 40.

Tần số tương đối của nhóm có tần số lớn nhất là $\frac{40 \cdot 100}{150} \% = 26,7\%$.

Câu 51: Lượng xuất khẩu gạo và cà phê (đơn vị: nghìn tấn) của Việt Nam ở các tháng 7, 8, 9, 10 năm 2022 lần lượt khoảng là: 580 và 125; 700 và 112,5; 578 và 100; 680 và 79,8.

a) Lập bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó.

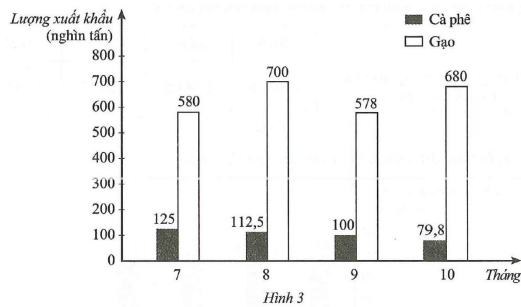
b) Vẽ biểu đồ cột kép biểu diễn các số liệu đó.

Lời giải

a) Bảng thống kê biểu diễn các số liệu đó như sau :

Tháng	7	8	9	10
Gạo (đơn vị: nghìn tấn)	580	700	578	680
Cà phê (đơn vị: nghìn tấn)	125	112,5	100	79,8

b) Biểu đồ cột kép biểu diễn các số liệu đó như sau (Hình 3):



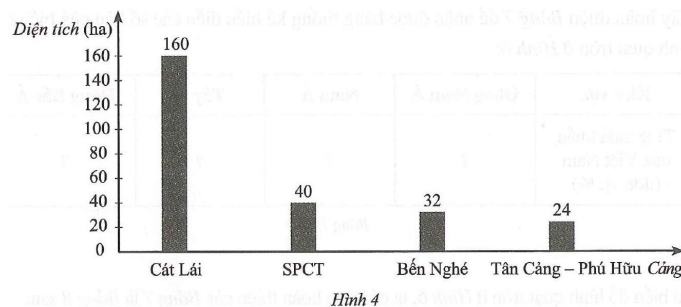
Câu 52: Bảng thống kê diện tích bốn cảng biển lớn của Thành phố Hồ Chí Minh như sau :

Tên cảng	Cát Lái	SPCT (Sài Gòn Premier Container Terminal)	Bến Nghé	Tân Cảng - Phú Hữu
Diện tích (đơn vị: ha)	160	40	32	24

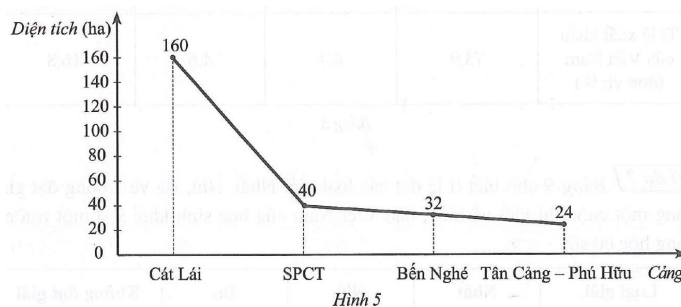
- Vẽ biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- Vẽ biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê đó.
- Phát biểu "Diện tích cảng Cát Lái gấp 1,8 lần tổng diện tích của ba cảng SPCT, Bến Nghé và Tân Cảng - Phú Hữu" là đúng hay sai? Vì sao?

Lời giải

- Biểu đồ cột biểu diễn các dữ liệu thống kê đó như sau (Hình 4):



- Biểu đồ đoạn thẳng biểu diễn các dữ liệu thống kê đó như sau (Hình 5):

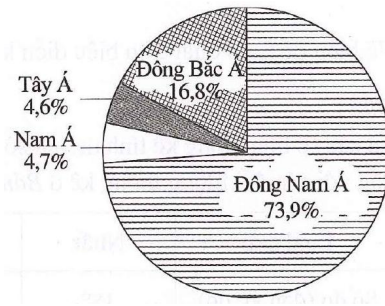


- Tổng diện tích của ba cảng SPCT, Bến Nghé và Tân Cảng - Phú Hữu là:
 $40 + 32 + 24 = 96$ (ha).

Ta có: $96 \cdot 1,8 = 172,8 > 160$.

Vậy phát biểu "Diện tích cảng Cát Lái gấp 1,8 lần tổng diện tích của ba cảng SPCT, Bến Nghé và Tân Cảng - Phú Hữu" là không đúng.

Câu 53: Biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 6 biểu diễn tỉ lệ phần trăm xuất khẩu của Việt Nam sang các khu vực thị trường châu Á năm 2020.



Hình 6

Hãy hoàn thiện Bảng 7 để nhận được bảng thống kê biểu diễn các số liệu của biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 6:

Khu vực	Đông Nam Á	Nam Á	Tây Á	Đông Bắc Á
Tỉ lệ xuất khẩu của Việt Nam (đơn vị: %)	?	?	?	?

Bảng 7

Lời giải

Từ biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 6, ta có bảng hoàn thiện của Bảng 7 là Bảng 8 sau:

Khu vực	Đông Nam Á	Nam Á	Tây Á	Đông Bắc Á
Tỉ lệ xuất khẩu của Việt Nam (đơn vị: %)	73,9	4,7	4,6	16,8

Câu 54: Bảng 9 cho biết tỉ lệ đạt các loại Lời giải Nhất, Nhì, Ba và Không đạt Lời giải trong một cuộc thi viết về biển, đảo Việt Nam của học sinh khối 9 ở một trường trung học cơ sở:

Loại Lời giải	Nhất	Nhì	Ba	Không đạt Lời giải
Tỉ lệ đạt Lời giải (đơn vị: %)	5%	15%	25%	55%

Bảng 9

Vẽ biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn kết quả thống kê trên.

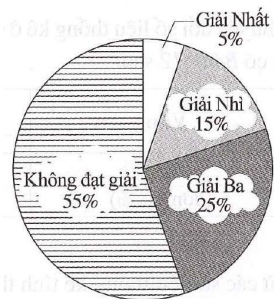
Lời giải

Từ các số liệu thống kê tính theo tỉ số phần trăm ở Bảng 9, ta có các số đo cung tương ứng với các đối tượng thống kê ở Bảng 10 sau:

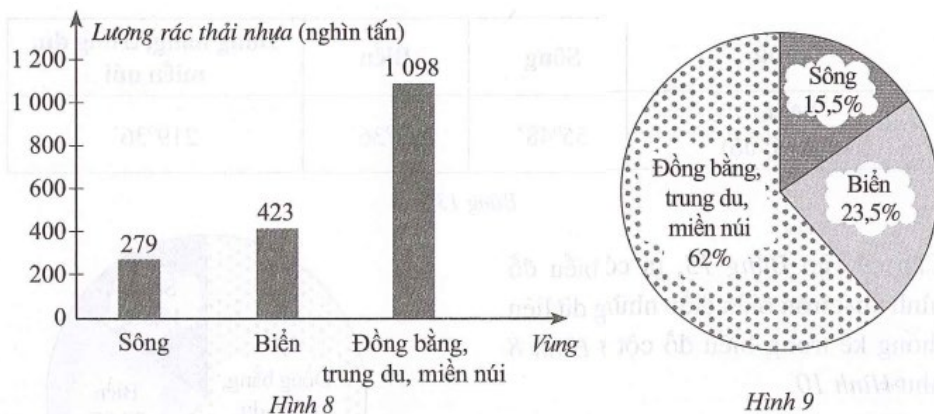
Loại Lời giải	Nhất	Nhì	Ba	Không đạt Lời giải
Số đo (đơn vị: độ)	18°	54°	90°	198°

Bảng 10

Căn cứ vào Bảng 10, ta có biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn các dữ liệu thống kê được cho ở Hình 7.



Câu 55: Theo số liệu thống kê từ Bộ Tài nguyên và Môi trường, mỗi năm Việt Nam có khoảng 1,8 triệu tấn rác thải nhựa thải ra môi trường. Biểu đồ cột ở Hình 8 biểu diễn số liệu về lượng rác thải nhựa mỗi năm của cả nước thải ra sông; biển; đồng bằng, trung du, miền núi.



a) Bạn An đã vẽ biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9 để biểu diễn các dữ liệu thống kê trong biểu đồ cột ở Hình 8. Những số liệu mà bạn An nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9 đó đã chính xác chưa? Vì sao?

b) Vẽ biểu đồ hình quạt tròn để biểu diễn những dữ liệu thống kê trong biểu đồ cột ở Hình 8.

Lời giải

a) Trong biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9, ta có: $15,5\% + 23,5\% + 62\% > 100\%$. Vì vậy, những số liệu mà bạn An nêu ra trong biểu đồ hình quạt tròn ở Hình 9 là chưa chính xác.

b) Từ biểu đồ cột ở Hình 8, ta có bảng thống kê lượng rác thải nhựa mỗi năm của Việt Nam thải ra sông; biển; đồng bằng, trung du, miền núi như Bảng 11 sau:

Vùng	Sông	Biển	Đồng bằng, trung du, miền núi
Lượng rác thải nhựa (đơn vị: nghìn tấn)	279	423	1098

Chuyển đổi số liệu thống kê Bảng 11 về số liệu thống kê tính theo tỉ số phần trăm, ta có Bảng 12 sau:

Vùng	Sông	Biển	Đồng bằng, trung du, miền núi
Tỉ lệ (đơn vị: %)	15,5	23,5	61

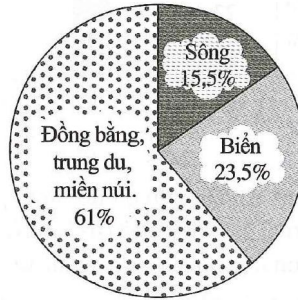
Bảng 12

Từ các số liệu thống kê tính theo tỉ số phần trăm ở Bảng 12, ta có các số đo cung tương ứng với các đối tượng thống kê ở Bảng 13 sau:

Vùng	Sông	Biển	Đồng bằng, trung du, miền núi
Số đo (đơn vị: độ)	55°48'	84°36'	219°36'

Bảng 13

Căn cứ vào Bảng 13, ta có biểu đồ hình quạt tròn biểu diễn những dữ liệu thống kê trong biểu đồ cột ở Hình 8 như Hình 10.



Câu 56: Thống kê khối lượng rau thu hoạch một vụ (đơn vị: tạ) của mỗi hộ gia đình trong 38 hộ gia đình tham gia chương trình trồng rau theo tiêu chuẩn VIETGAP như sau:

5 5 6 6 6 7 4 4 5 5 7 8 8
 9 4 5 7 4 10 7 7 7 6 6 5 7
 8 9 8 8 9 9 9 8 7 5 10 8

- Trong 38 số liệu thống kê ở trên có bao nhiêu giá trị khác nhau?
- Tìm tần số của mỗi giá trị đó.
- Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

Lời giải

- Trong 38 số liệu thống kê ở trên có 7 giá trị khác nhau là:

$$x_1 = 4; x_2 = 5; x_3 = 6; x_4 = 7; x_5 = 8; x_6 = 9; x_7 = 10$$

- Tần số của giá trị $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ lần lượt là:

$$n_1 = 4; n_2 = 7; n_3 = 5; n_4 = 8; n_5 = 7; n_6 = 5; n_7 = 2$$

- Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên như Bảng 19 sau:

Số tạ (x)	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số (n)	4	7	5	8	7	5	2	$N = 38$

Bảng 19

Câu 57: Tuổi nghề (đơn vị: năm) của 32 giáo viên ở một trường trung học cơ sở được ghi lại như sau:

7 7 10 3 4 4 9 3 3 7 7 10 9 7 10 4
 12 4 3 12 9 12 9 10 7 7 12 9 7 10 10 4

- Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó.
- Vẽ biểu đồ tần số ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

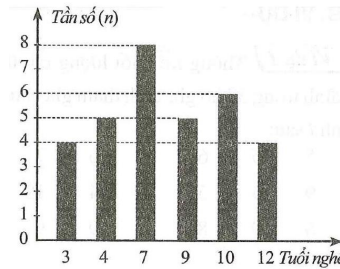
Lời giải

a) Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê đó như Bảng 20 sau:

Tuổi nghề (x)	3	4	7	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	4	5	8	5	6	4	$N = 32$

Bảng 20

b) Biểu đồ tần số của mẫu số liệu thống kê đó như Hình 12.



Hình 12

Câu 58: Một công ty nông sản xuất khẩu 4 mặt hàng chủ lực là Chè (C), Hạt điều (Đ), Hạt tiêu (T), Sắn (S). 40 container hàng xuất khẩu của công ty được thông quan qua cửa khẩu quốc tế Móng Cái vào tháng 5 năm 2023 như sau:

C C C Đ Đ Đ Đ C C C T T S S S C C C Đ T
T T S Đ Đ C S S S C T T Đ D T T T C C T

a) Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.

Lời giải

a) Mẫu dữ liệu thống kê đó có 40 dữ liệu ($N = 40$) và có 4 giá trị khác nhau là C, D, T, S.

Các giá trị C, D, T, S lần lượt có tần số, tần số tương đối là:

$$n_1 = 13; n_2 = 9; n_3 = 11; n_4 = 7$$

$$f_1 = \frac{13 \cdot 100}{40} \% = 32,5\%; f_2 = \frac{9 \cdot 100}{40} \% = 22,5\%$$

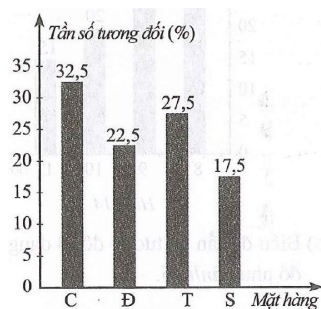
$$f_3 = \frac{11 \cdot 100}{40} \% = 27,5\%; f_4 = \frac{7 \cdot 100}{40} \% = 17,5\%$$

Bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê đó như Bảng 22 sau:

Mặt hàng (x)	C	D	T	S	Cộng
Tần số tương đối (%)	32,5	22,5	27,5	17,5	100

Bảng 22

b) Biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó như Hình 13.



Hình 13

Câu 59: Một trường trung học cơ sở thống kê số giờ (trung bình) chơi thể thao trong một tuần của 420 học sinh. Kết quả mẫu số liệu thống kê đó được cho ở bảng tần số sau (Bảng 23):

Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	147	126	84	63	$N = 420$

Bảng 23

- Lập bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó.
- Vẽ biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó.

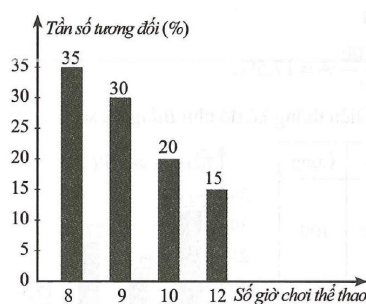
Lời giải

- Bảng tần số tương đối của mẫu dữ liệu thống kê đó như Bảng 24 sau:

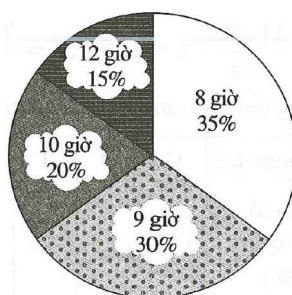
Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số tương đối (%)	35	30	20	15	100

Bảng 24

- Biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê đó như Hình 14.



Hình 14



Hình 15

c) Biểu đồ tần số tương đối ở dạng biểu đồ hình quạt tròn của mẫu số liệu thống kê đó như Hình 15.

Câu 60: Một đội công nhân tham gia hội thi tay nghề giỏi. Mỗi công nhân phải hoàn thành bài thi (lí thuyết và thực hành) trong thời gian 120 phút. Thời gian hoàn thành bài thi của các công nhân trong đội đó được cho ở Bảng 29.

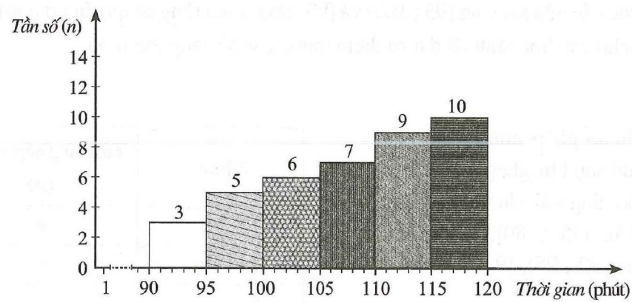
TThời gian (phút)	[90;95)	[95;100)	[100;105)	[105;110)	[110;115)	[115;120)
Số công nllhâm	3	5	6	7	9	10

Bảng 29

- a) Tính số công nhân đã hoàn thành bài thi trước khi hết giờ trên 20 phút.
b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm nêu ở Bảng 29.

Lời giải

- a) Dựa vào Bảng 29, ta có số công nhân đã hoàn thành bài thi trước khi hết giờ trên 20 phút là: $3 + 5 = 8$ (người).
b) Hình 16 cho biết biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu được ghép nhóm nêu ở Bảng 29.



Hình 16

Câu 61: Bảng 30 cho biết tần số và tần số tương đối ghép nhóm của một mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	Tầm số ghép nhóm (n)	Tần số tương đối ghép nhóm (%)
[10;15)	4	f_1
[15;20)	11	27,5
[20;25)	7	17,5
[25;30)	8	20
[30;35)	a	f_5
Cộng	$N = 40$	100

Bảng 30

- a) Tìm các giá trị của a, f_1, f_5 .

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm nêu ở Bảng 30.

Lời giải

a) Ta có $4 + 11 + 7 + 8 + a = 40$. Do đó:

$$a = 10; f_1 = \frac{4 \cdot 100}{40} \% = 10\%; f_5 = \frac{10 \cdot 100}{40} \% = 25\%$$

b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu được ghép nhóm nêu ở Bảng 30 được cho ở Hình 17.

