

TRẦN CÔNG ĐIỀU

ĐỊA CHỈ LỚP HỌC: 53T DƯƠNG BÁ TRẠC F1 QUẬN 8 TPHCM

TÀI LIỆU TRẮC NGHIỆM

MẶT CẦU MẶT TRỤ MẶT NÓN

TPHCM 18 – 10 - 2016

ĐĂNG KÍ HỌC 01237.655.922

MẶT CẦU - MẶT TRỤ - MẶT NÓN

Câu 1 : Cho hình chữ nhật ABCD cạnh $AB = 4$, $AD = 2$. Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB và CD. Cho hình chữ nhật quay quanh MN, ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng

A) $V = 4\pi$

B) $V = 8\pi$

C) $V = 16\pi$

D) $V = 32\pi$

Trả lời :

$$V = \pi \cdot MA^2 \cdot MN = \pi \cdot 4 \cdot 2 = 8\pi.$$

Chọn B

Câu 2 : Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2AD = 2$. Quay hình chữ nhật ABCD lần lượt quanh AD và AB, ta được 2 hình trụ tròn xoay có thể tích V_1, V_2 . Hệ thức nào sau đây là đúng?

A) $V_1 = V_2$

B) $V_2 = 2V_1$

C) $V_1 = 2V_2$

D) $2V_1 = 3V_2$

Trả lời :

$$\text{Quay quanh AD : } V_1 = \pi \cdot AB^2 \cdot AD = 4\pi$$

$$\text{Quay quanh AB : } V_2 = \pi \cdot AD^2 \cdot AB = 2\pi$$

$$V_1 = 2V_2$$

Chọn C

Câu 3 : Một hình chữ nhật ABCD có $AB = a$ và $\widehat{BAC} = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Cho hình chữ nhật đó quay quanh cạnh AB, tam giác ABC tạo thành hình nón có diện tích xung quanh cho bởi 4 kết quả sau đây. Hỏi kết quả nào sai?

A) $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \tan \alpha}{\cos \alpha}$

B) $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$

C) $S_{xq} = \pi a^2 \sin \alpha (1 + \tan^2 \alpha)$

D) $S_{xq} = \pi a^2 \tan \alpha$

Trả lời :

$$\Delta ABC : BC = a \cdot \tan \alpha, AC = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$S_{xq} = \pi \cdot BC \cdot AC = \frac{\pi a^2 \tan \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\pi a^2 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} = \pi \cdot a^2 \cdot \sin \alpha (1 + \tan^2 \alpha)$$

$\Rightarrow$ A), B), C) đúng Vậy D) sai

Chọn D

Câu 4 : Hình chữ nhật ABCD có AB = 6, AD = 4. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm 4 cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật ABCD quay quanh QN, tứ giác MNPQ tạo thành vật tròn xoay có thể tích là:

A) $V = 8 \pi$

B) $V = 6 \pi$

C) $V = 4 \pi$

D) $V = 2 \pi$

Trả lời :

Gọi O là tâm của hình chữ nhật ABCD thì MNPQ là hình thoi tâm O.

Ta có: $QO = ON = \frac{1}{2}AB = 3$; $OM = OP = \frac{1}{2}AD = 2$

Vật tròn xoay là 2 hình nón bằng nhau, đỉnh Q, N chung đáy.

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OM^2 \cdot ON = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot 3 = 8 \pi$$

Chọn A

Câu 5 : Tam giác ABC có AB = 3, AC = 4, BC = 5. Cho tam giác quay quanh AB và AC ta được 2 hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh là S_1 và S_2 . Hãy chọn câu đúng.

A) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}$

B) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{5}$

C) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{3}$

D) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{4}$

Trả lời :

Ta có $AB^2 + AC^2 = 25 = BC^2 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$.

Quay quanh AB : $S_1 = \pi.AC.BC = 20 \pi$

Quay quanh AC : $S_2 = \pi.AB.BC = 15 \pi$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{3}$$

Chọn C

Câu 6 : Một tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5$, $AC = 12$. Cho tam giác ABC quay quanh cạnh huyền BC ta được vật tròn xoay có thể tích bằng:

A) $V = \frac{1200 \pi}{13}$

B) $V = \frac{1200 \pi}{5}$

C) $V = \frac{1200 \pi}{12}$

D) Kết quả khác

Trả lời :

$$\Delta ABC : BC^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow BC = 13$$

Kẻ $AH \perp BC$. Khi quay quanh BC, tam giác ABC tạo thành 2 hình nón chung đáy, tâm H, bán kính $HA = \frac{5.12}{13}$, đường cao lần lượt là BH và CH.

$$V = \frac{1}{3}\pi.HA^2.HB + \frac{1}{3}\pi.HA^2.HC = \frac{1}{3}\pi.HA^2.BC$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \frac{5^2.12}{13^2} = \frac{1200 \pi}{13}$$

Chọn A

Câu 7 : Một tam giác vuông ABC vuông tại A, có $AB = \sqrt{2}$, $AC = \sqrt{3}$. Kẻ $AH \perp BC$. Cho tam giác quay quanh BC, tam giác AHB và AHC tạo thành 2 hình nón có diện tích xung quanh là S_1 , S_2 và thể tích V_1 , V_2 .

Xét 2 câu:

(I) $\sqrt{2} S_2 = \sqrt{3} S_1$

(II) $2V_2 = 3V_1$

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu đều sai

D) Cả 2 câu đều đúng

Trả lời :

Quay quanh BC, các tam giác AHB và AHC tạo thành hai hình nón tròn xoay bán kính đáy chung là AH nên.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi \cdot AH \cdot AB}{\pi \cdot AH \cdot AC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{(I) Đúng}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HB}{\frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot HC} = \frac{HB}{HC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{(II) Đúng}$$

Chọn D

Câu 8: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AB = \frac{1}{\sqrt{2}}$ quay quanh cạnh BC, ta được vật tròn xoay có thể tích là:

A) $V = \frac{\pi}{24}$

B) $V = \frac{\pi}{18}(1 + \sqrt{3})$

C) $V = \frac{\pi\sqrt{3}}{24}$

D) V = Kết quả khác

Trả lời :

Kẻ $AH \perp BC$ thì

$\triangle ABH$ là tam giác vuông cân tại H : $HA = HB = \frac{1}{2}$

$\triangle ACH$ là nửa tam giác đều cạnh AC nên $HC = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AH^2 (BH + HC) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\pi}{48} (1 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

Chọn D

Câu 9 : Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\widehat{BAC} = 75^\circ$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Kẻ $BH \perp AC$. Quay $\triangle ABC$ quanh AC thì $\triangle BHC$ tạo thành hình nón xoay có diện tích xung quanh bằng:

$$\text{A) } S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\text{B) } S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 1)$$

$$\text{C) } S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{2} + 1)$$

$$\text{D) } S_{xq} = \frac{\pi R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 1)^2$$

Trả lời :

$$\Delta ABC : \frac{BC}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow BC = 2R \cdot \sin 75^\circ = 2R \cdot \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

$$BC = 2R \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{R}{2} (\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$\Delta BHC : BH = BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{R}{2} (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{6}}{4} (\sqrt{3} + 1)$$

$$S_{xq} = \pi \cdot BH \cdot BC = \pi \frac{R\sqrt{6}}{4} (\sqrt{3} + 1) \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} (\sqrt{3} + 1)$$

$$= \frac{\pi \cdot R^2 \sqrt{3}}{4} (\sqrt{3} + 1)^2$$

Chọn B

Câu 10 : Một hình thang vuông ABCD có đường cao AD = π , đáy nhỏ AB = π , đáy lớn CD = 2π . Cho hình thang đó quay quanh CD, ta được vật tròn xoay có thể tích bằng :

$$\text{A) } V = 2\pi^4$$

$$\text{B) } V = \frac{4}{3}\pi^4$$

$$\text{C) } V = \frac{4}{3}\pi^3$$

$$\text{D) } V = \frac{4}{3}\pi^2$$

Trả lời :

Kẻ BH $\perp$ DC thì ABHD là hình vuông cạnh bằng π và BHC là tam giác vuông cân tại H có cạnh góc vuông HB = HC = π .

$$V = \pi \cdot AC^2 \cdot DC + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot HB^2 \cdot HC$$

$$= \pi \cdot \pi^2 \cdot \pi + \frac{1}{3} \pi \cdot \pi^2 \cdot \pi = \frac{4}{3} \pi^4$$

Chọn B

Câu 11 : Một hình thang cân ABCD có đáy nhỏ AB = 1, đáy lớn CD = 3, cạnh bên BC = DA = $\sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng:

A) $V = \frac{7}{3} \pi$

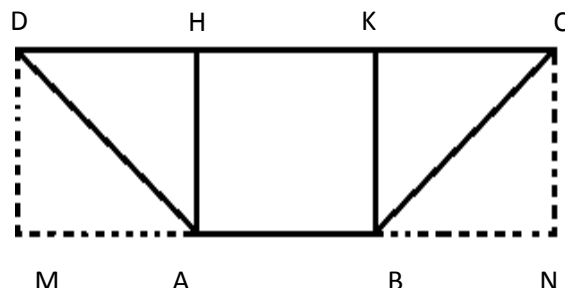
B) $V = \frac{4}{3} \pi$

C) $V = \frac{5}{3} \pi$

D) $V = 3 \pi$

Trả lời :

Kẻ AH, BK cùng vuông góc với CD. Gọi M, N lần lượt là điểm đối xứng của H qua AD và của K qua BC thì $\triangle MAD$ và $\triangle NBC$ là 2 tam giác vuông cân bằng nhau có MA = AB = BN = AH = 1



$$V = \pi \cdot AH^2 \cdot MN - \left(\frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot MA + \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot NB \right)$$

$$= \pi AH^2 \left(MN - \frac{MA}{3} - \frac{NB}{3} \right) = \pi \cdot AH^2 \cdot \frac{7}{3} \cdot AB = \frac{7}{3} \pi$$

Chọn A

Câu 12 : Cho hình bình hành ABCD có $\widehat{BAD} = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), AD = a và $\widehat{ADB} = 90^\circ$. Quay ABCD quanh AB, ta được vật tròn xoay có thể tích là:

A) $V = \pi a^3 \sin^2 \alpha$

B) $V = \pi a^3 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

C) $V = \pi a^3 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$

D) $V = \pi a^3 \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$

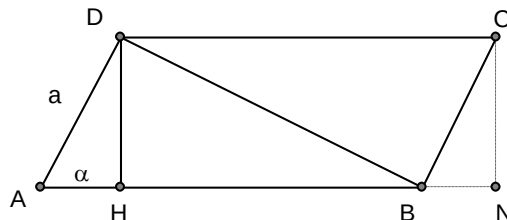
Trả lời :

Kẻ DH $\perp$ AB, CN $\perp$ AB.

Các tam giác vuông HAD và NBC bằng nhau.

$$DH = CN = a \cdot \sin \alpha$$

$$AH = BN = a \cdot \cos \alpha$$



$$\Rightarrow HN = AB = \frac{a}{\cos \alpha}$$

Khi quay quanh AB, các tam giác vuông AHD và NBC tạo thành hai hình nón tròn xoay bằng nhau nên

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi \cdot DH^2 \cdot AH + \left(\pi \cdot DH^2 \cdot HN - \frac{1}{3} \pi \cdot CN^2 \cdot BN \right) \\ &= \pi \cdot DH^2 \cdot AB = \pi \cdot a^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \frac{a}{\cos \alpha} = \frac{\pi a^3 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

Chọn C

Câu 13 : Cho hình lăng trụ tam giác đều, có tất cả các cạnh bằng a. Xét hình trụ tròn xoay ngoại tiếp hình lăng trụ đó. Xét 2 câu:

(I) Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông.

(II) Thể tích hình trụ là $V = \pi a^3$

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đều đúng

Trả lời :

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, thì R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều của đáy hình lăng trụ, nên $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

Thiết diện qua trục của hình trụ có kích thước $(a, 2\frac{a}{\sqrt{3}})$ nên là hình chữ nhật. Như vậy

(I) sai

$$V_{\text{trụ}} = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot \frac{a^2}{3} \cdot a = \frac{\pi a^3}{3} : \text{(II) sai}$$

Chọn C

Câu 14 : Một hình lập phương có cạnh bằng 1. Một hình trụ tròn xoay có đáy là 2 đường tròn nội tiếp 2 hình vuông đối diện của hình lập phương. Hiệu số thể tích của hình lập phương và hình trụ là:

A) $1 - \frac{\pi}{2}$

B) $1 - \frac{\pi}{4}$

C) $1 - \frac{\pi^2}{4}$

D) $\frac{3}{4}$

Trả lời :

$$V_{\text{lập phương}} = 1^3 = 1$$

$$V_{\text{trụ}} = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow V_{\text{lập phương}} - V_{\text{trụ}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$

Chọn B

Câu 15 : Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O', O là tâm của 2 hình vuông $A'B'C'D'$ và $ABCD$ và $O'O = a$. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ tròn xoay đáy là 2 đường tròn ngoại tiếp các hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ và V_2 là thể tích hình nón tròn xoay đỉnh O' và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$. Tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A) 2

B) 3

C) 4

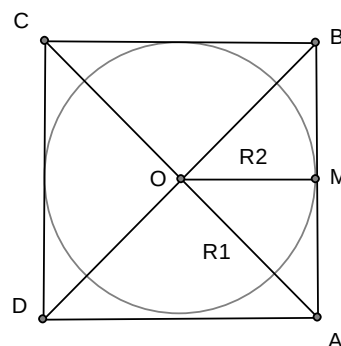
D) 6

Trả lời :

Gọi M là trung điểm của AB thì $\triangle OAM$ vuông cân tại M .

$$R_1 = OA = \frac{\sqrt{2}}{2}, R_2 = OM = \frac{1}{2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R_1^2 \cdot h}{\pi R_2^2 \cdot h} = 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 6$$



Chọn D

Câu 16 : Một hình trụ tròn xoay, bán kính đáy bằng R , trục $OO' = R\sqrt{6}$. Một đoạn thẳng $AB = R\sqrt{2}$ đầu $A \in (O), B \in (O')$. Góc giữa AB và trục hình trụ là:

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 75°

Trả lời :

Kẻ đường sinh B'B thì B'B = O'O = $R\sqrt{6}$

$$\Delta ABB' : \tan \alpha = \tan \widehat{AB'B} = \frac{AB}{B'B} = \frac{R\sqrt{2}}{R\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Chọn A

Câu 17 : Một hình trụ tròn xoay bán kính $R = 1$. Trên 2 đường tròn (O) và (O') lấy A và B sao cho $AB = 2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng 30° . Xét hai câu:

(I) Khoảng cách giữa $O'O$ và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(II) Thể tích của hình trụ là $V = \sqrt{3}$

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu đều sai

D) Cả 2 câu đều đúng

Trả lời :

Kẻ đường sinh BC thì $OO' \parallel (ABC)$. Vì (ABC) vuông góc với (OAC) nên kẻ $OH \perp AC$ thì $OH \perp (ABC)$.

Vậy $d(OO', AB) = OH$

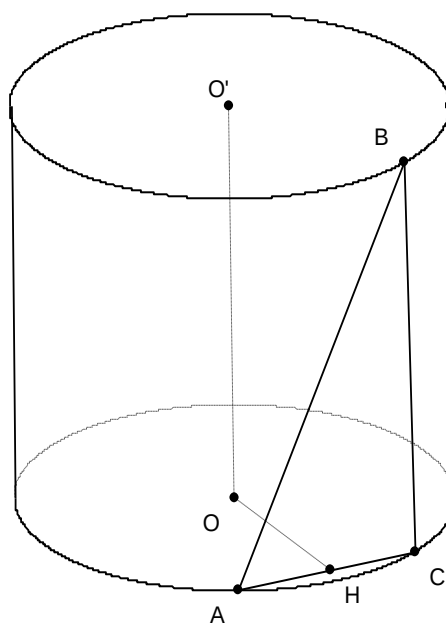
$$\Delta ABC : BC = AB \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$AC = AB \cdot \sin 30^\circ = 1$$

$\Rightarrow \Delta OAC$ là tam giác đều, có cạnh bằng 1,

nên $OH = \frac{\sqrt{3}}{2}$: (I) đúng.

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot \sqrt{3} = \pi\sqrt{3} : (II) \text{ sai.}$$



Chọn A

Câu 18 : Cho $ABA'B'$ là thiết diện song song với trục OO' của hình trụ (A, B thuộc đường tròn tâm O). Cho biết $AB = 4$, $AA' = 3$ và thể tích của hình trụ bằng $V = 24\pi$. Khoảng cách d từ O đến mặt phẳng

(AA'B'B) là:

A) $d = 1$

B) $d = 2$

C) $d = 3$

D) $d = 4$

Trả lời :

Kẻ $OH \perp AB$ thì $OH \perp (ABCD)$

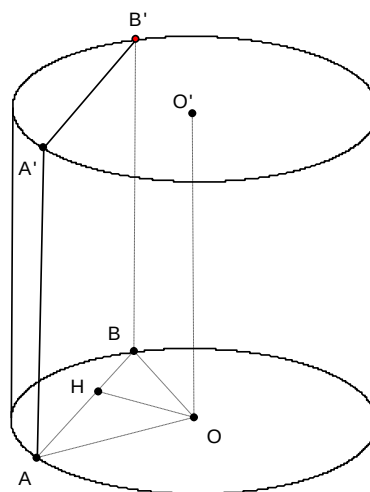
Và $AH = \frac{1}{2} AB = 2$

Ta có $V = \pi.OA^2.AA' = 3 \pi OA^2$

Mà $V = 24 \pi \Rightarrow OA^2 = 8$

$\Delta OAH : d^2 = OH^2 = OA^2 - AH^2 = 8 - 4 = 4$

$\Rightarrow d(O, (AA'B'B)) = d = 2$



Chọn B

Câu 19 : Cho ΔABC vuông cân tại C, nội tiếp trong đường tròn tâm O, đường kính AB. Xét điểm S nằm ngoài mặt phẳng (ABC) sao cho SA, SB, SC tạo với (ABC) góc 45° . Hãy chọn câu đúng :

A) Hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC là hình nón tròn xoay.

B) Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân.

C) Khoảng cách từ O đến 2 thiết diện qua đỉnh (SAC) và (SBC) bằng nhau

D) Cả 3 câu trên đều đúng

Trả lời :

Kẻ $SO' \perp (ABC)$

$\Delta SO'A = \Delta SO'B = \Delta SO'C$

$SA = SB = SC, O'A = O'B = O'C$

Vậy, O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC nên $O' \equiv O$: Câu A) đúng.

$\triangle SAB$ có $\widehat{SAB} = \widehat{SBA} = 45^\circ$ nên là tam giác vuông cân tại S : B) đúng.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại C nên kẻ $OM \perp CA$ và $ON \perp CB$ thì $OM = \frac{1}{2}CB = \frac{1}{2}CA = ON$: C) đúng

Chọn D

Câu 20 : Cho tứ diện OABC có OAB là tam giác vuông cân. $OA = OB = a$, $OC = \frac{a}{\sqrt{2}}$ và $OC \perp (OAB)$. Xét hình nón tròn xoay đỉnh C, đáy là đường tròn tâm O, bán kính a. Hãy chọn câu sai.

A) Đường sinh hình nón bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

B) Khoảng cách từ O đến thiết diện (ABC) bằng $\frac{a}{2}$

C) Thiết diện (ABC) là tam giác đều

D) Thiết diện (ABC) hợp với đáy góc 45°

Trả lời :

Tam giác OAB vuông cân tại O nên $AB = a\sqrt{2}$

$$\triangle OAC: AC^2 = OA^2 + OC^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Vì $AB \neq AC$: Câu C) sai

Chọn C

Câu 21 : Hình nón tròn xoay nối tiếp trong tứ diện đều cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng

A) $S_{xq} = \frac{\pi}{4}a^2$

B) $S_{xq} = \frac{\pi}{6}a^2\sqrt{2}$

C) $S_{xq} = \frac{\pi}{6}a^2\sqrt{3}$

D) $S_{xq} = \frac{2\pi a^2}{3}$

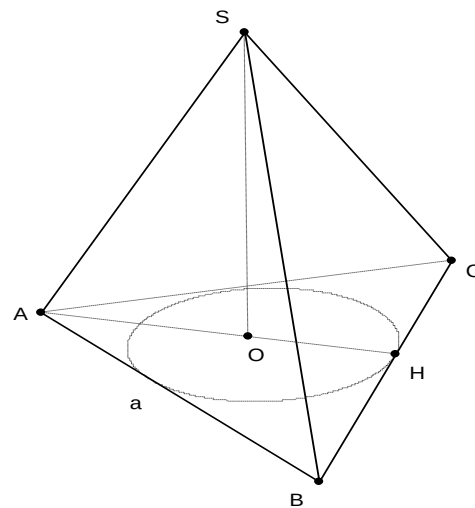
Trả lời :

Gọi $SABC$ là tứ diện đều cạnh a . Gọi H là trung điểm cạnh BC . Kẻ $SO \perp (ABC)$ thì $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ là đường sinh của hình nón.

Ba điểm A, O, H thẳng hàng.

$$HO = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$S_{xq} = \pi \cdot OH \cdot SH = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^2}{4}$$



Chọn A

Câu 22 : Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a , có diện tích xung quanh là:

A) $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$

B) $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$

C) $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$

D) $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{6}$

Trả lời :

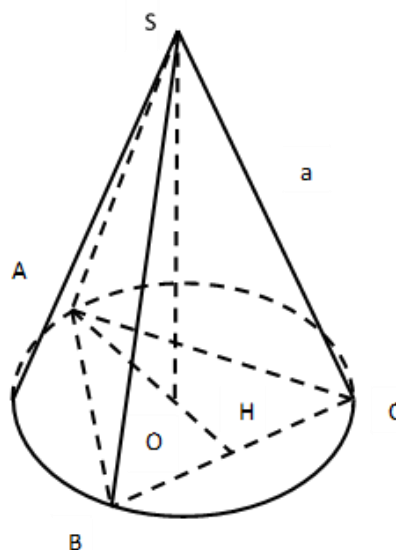
Kẻ $SO \perp (ABC)$, $SH \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$

Ta có $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a$$

$$S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$$

Chọn C



Câu 23 : Cho hình nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, bán kính R = 5. Một thiết diện qua đỉnh SAB sao cho tam giác SAB đều, cạnh bằng 8. Khoảng cách từ O đến thiết diện (SAB) là:

A) $d = \frac{4}{3}\sqrt{13}$

B) $d = \frac{3}{4}\sqrt{13}$

C) $d = 3$

D) $d = \frac{\sqrt{13}}{3}$

Trả lời :

$SO \perp (OAB)$, kẻ $SH \perp AB \Rightarrow OH \perp AB$

$AB \perp (SOH) \Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$

Kẻ $OI \perp SH$ thì $OI \perp (SAB)$ nên $d = OI$

$\Delta SOA : OS^2 = 64 - 25 = 39$

$\Delta OHA : OH^2 = 25 - 16 = 9$

$$\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{39} = \frac{16}{117}$$

$$OI = \frac{3}{4}\sqrt{13}$$

Chọn B

Câu 24 : Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua đỉnh là 1 tam giác vuông cân. Hãy chọn câu sai trong các câu sau:

A) Đường cao bằng tích bán kính đáy

B) Đường sinh hợp với đáy góc 45°

C) Đường sinh hợp với trục góc 45°

D) Hai đường sinh tùy ý thì vuông góc với nhau.

Trả lời :

Câu D) sai vì thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, nghĩa là 2 đường sinh tạo thành mặt phẳng chứa SO mới vuông góc với nhau, còn 2 đường sinh bất kì thì không chắc là vuông góc với nhau.

Chọn D

Câu 25 : Một hình nón tròn xoay, đường sinh a , thiết diện qua trục SO là tam giác cân SAB có góc ở đỉnh $\widehat{ASB} = \alpha$. Thể tích hình nón là:

A) $V = \frac{1}{3}\pi a^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$

B) $V = \frac{1}{3}\pi a^3 \cos \frac{\alpha}{2} (1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2})$

C) $V = \frac{1}{3}\pi a^3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha$

D) Cả 3 câu trên

Trả lời :

$\triangle SAB$ cân tại O nên đường cao SO cũng là phân giác và là trung tuyến.

$\triangle SAO$: $OA = a \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$ và $OS = a \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

$V = \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot OS = \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot a \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$

$= \frac{1}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{3} \pi \cdot a^3 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} (1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2})$

$= \frac{1}{6} \pi \cdot a^3 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha$

Chọn D

Câu 26 : Cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, cạnh đáy là a , cạnh bên hợp với mặt đáy góc 60° . Hình nón tròn xoay có đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, có diện tích xung quang là:

A) $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$

B) $S_{xq} = \frac{2\pi a^2}{3}$

C) $S_{xq} = \pi a^2$

D) $S_{xq} = 2\pi a^2$

Trả lời :

Kẻ $SO \perp (ABC)$ thì O là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Do ΔABC là tam giác đều cạnh a nên :

$$SA = \frac{AO}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$S_{xq} = \pi \cdot OA \cdot SA = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\pi a^2}{3}$$

Chọn B.

Câu 27 : Cho S.ABCD là hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy a, cạnh bên hợp với đáy góc 45° . Hình tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông ABCD, có diện tích xung quang là :

A) $S_{xq} = 2\pi a^2$

B) $S_{xq} = \pi a^2$

C) $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$

D) $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$

Trả lời :

Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm của hình vuông ABCD. Do ΔSOA vuông cân tại O nên

$$SA = OA \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{2} = a$$

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot \frac{AB}{2} \cdot SA = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}.$$

Chọn C.

Câu 28 : Một hình chóp tam giác đều S.ABC có đường cao bằng a. Một hình nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có diện tích xung quanh là $S_{xq} = \frac{2\pi a^2}{3}$ thì bán kính của hình nón là :

A) $R = \frac{a}{\sqrt{3}}$

B) $R = a\sqrt{3}$

C) $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

D) $R = 2a\sqrt{3}$

Trả lời :

Kẻ $SO \perp (ABC)$ thì O là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Từ đó ta có : $SA = \sqrt{R^2 + a^2}$ (R là bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC)

Theo giả thiết :

$$\pi R \sqrt{R^2 + a^2} = \frac{2}{3} \pi a^2 \Leftrightarrow 9R^4 + 9a^2R^2 - 4a^4 = 0$$

Giải ra ta được $R^2 = \frac{a^2}{3}$ (loại nghiệm $R^2 = -\frac{4a^2}{3}$).

$$\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Chọn A, C // xem lại

Câu 29 : Cho hình nón tròn xoay đường cao SO, bán kính đáy R. Gọi SAB là thiết diện qua đỉnh sao cho $AB = R\sqrt{2}$. Cho biết thể tích của hình nón là $V = \frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{6}$. Mặt phẳng (SAB) hợp với đáy (OAB) một góc α là :

A) $\alpha = 30^\circ$

B) $\alpha = 45^\circ$

C) $\alpha = 60^\circ$

D) Kết quả khác

Trả lời :

$SO \perp (OAB)$, kẻ $SH \perp AB \Rightarrow OH \perp AB$. Vậy góc $\alpha = \widehat{SHO}$

Vì $AB = R\sqrt{2} \Rightarrow \Delta OAB$ vuông cân tại O $\Rightarrow OH = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

Mặt khác, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot OS = \frac{\pi R^3 \sqrt{2}}{6} \Rightarrow OS = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

Từ đó suy ra ΔOSH vuông cân tại O, suy ra $\alpha = 45^\circ$.

Chọn B.

Câu 30 : Cho hình nón xoay chiều cao SO. Gọi ABCD là hình vuông nội tiếp trong đường tròn đáy của hình tròn. Cho biết $AB = a$ và thể tích của hình nón là $V = \frac{\pi a^3}{6}$. Gọi M, N là trung điểm của BC và SA thì độ dài của đoạn MN là :

A) $MN = a\sqrt{14}$

B) $MN = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

C) $MN = \frac{a\sqrt{14}}{3}$

D) $MN = \frac{a\sqrt{14}}{4}$

Trả lời :

ABCD là hình vuông cạnh a nên $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot OS = \frac{\pi a^3}{6} \Leftrightarrow OS = a.$$

$SO \perp (ABCD)$ nên từ N trung điểm của SA, kẻ $NH \perp OA$ thì $NH \perp (ABCD)$ và H là trung điểm của OA, đồng thời $NH = \frac{1}{2} OS = \frac{1}{2}a$.

$\triangle OHM$ có $\widehat{AOM} = 135^\circ$ nên $HM^2 = OH^2 + OM^2 - 2OH \cdot OM \cdot \cos 135^\circ$

$$HM^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{10a^2}{16}$$

$$\triangle MNH : MN^2 = \frac{10a^2}{16} + \frac{a^2}{4} = \frac{14a^2}{16}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{14}}{4}$$

Chọn D

Câu 31 : Cho tứ diện SABC có $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC có $AB = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC là :

A) $S = 9\pi a^2$

B) $S = 9\pi a^2$

C) $S = 27\pi a^2$

D) $S = 36\pi a^2$

Trả lời :

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \quad (1)$$

$$AB^2 + BC^2 = 5a^2 = AC^2 \Rightarrow AB \perp BC \Rightarrow SB \perp BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC có đường kính $SC = \sqrt{4a^2 + 5a^2} = 3a$.

$$\Rightarrow S = 4\pi \left(\frac{SC}{2}\right)^2 = 9\pi a^2.$$

Chọn A. // trùng đáp án

Câu 32 : Cho tứ diện SABC, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc 45° . Thể tích hình cầu ngoại tiếp SABC là :

$$\text{A) } V = \frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{B) } V = \frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{C) } V = \frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{D) } V = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$$

Trả lời :

$$\Delta ABC : AC = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

$$\Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ \Rightarrow SA = SC = 5$$

$$V = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{SC}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$$

Chọn D.

Câu 33 : Cho tứ diện ABCD hai mặt ABC và DCB là những tam giác đều có cạnh bằng 1, $AD = \sqrt{2}$. Gọi O là trung điểm của cạnh AD. Xét 2 câu :

(I) O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

(II) OABC là hình chóp tam giác đều.

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đúng

Trả lời :

$$AB^2 + AD^2 = CA^2 + CD^2 = 2 = AD^2$$

Suy ra $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = 90^\circ$: (I) đúng

Ngoài ra, O là trung điểm cạnh huyền của 2 tam giác vuông ABD và ACD nên

$$OA = OC = OD = OB = \frac{1}{2} AD = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Hơn nữa, $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh bằng 1 nên OABC là hình chóp tam giác đều (II) đúng.

Chọn D.

Câu 34 : Cho tứ diện M.ABC với $\triangle ABC$ vuông tại A, cạnh huyền $BC = 2a$. Gọi I là trung điểm của BC và hình chiếu của M xuống (ABC) trùng với I. Xét hai câu :

(I) Hình chóp M.ABC là hình chóp tam giác đều.

(II) Cho $AM = a\sqrt{2}$ thì I là tâm mặt cầu đi qua 4 đỉnh M.ABC

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đúng

Trả lời :

(I) Sai vì $\triangle ABC$ là tam giác vuông cân tại A (chứ không phải là tam giác đều)

(II) Xét $\triangle MAI$: $IM^2 = AM^2 - AI^2 = 2a^2 + a^2 = a^2$.

Vì $IA = IB = IC = IM = a$: (II) đúng.

Chọn B.

Câu 35 : Cho tứ diện ABCD với $(ABC) \perp (DAB)$. Tam giác ABC vuông cân tại B, tam giác DAC cân tại D. Gọi O là trung điểm của AC. Xét hai câu:

(I) Ta có $DO \perp (ABC)$.

(II) Điểm O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đúng

Trả lời :

Theo tính chất của tam giác cân, $AC \perp OB$ và $AC \perp OD$.

$\Rightarrow AC \perp (OBD) \Rightarrow (ABC) \perp (OBD)$

Mặt khác $DO \perp AC$ nên suy ra $DO \perp (ABC)$: (I) đúng.

Trong $\triangle ABC$: $OB = OA = OC$

Trong $\triangle ADC$: $OA = OD$ nếu $\widehat{DAC} = 45^\circ$ nghĩa là tam giác ADC phải vuông cân tại D, trái với giả thiết, vậy câu (II) sai.

Chọn A.

Câu 36 : Cho tứ diện SABC có $SA = 5$, $SB = 4$, $SC = 3$ và 3 đường thẳng SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp SABC bằng :

A) $S = 25\pi$

B) $S = 45\pi$

C) $S = 50\pi$

D) $S = 100\pi$

Trả lời :

$\triangle SBC$ vuông nên từ trung điểm I của BC kẻ $(\Delta) \perp (SBC)$ thì (Δ) là trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle SBC$.

Đường trung trực đoạn SA cắt (Δ) tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SABC.

$$SI^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{50}{4}$$

$$\Rightarrow S = 4\pi \cdot SI^2 = 50\pi.$$

Chọn C

Câu 37 : Mặt cầu ngoại tiếp hình 8 mặt đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ có diện tích bằng :

A) $S = 4\pi$

B) $S = 8\pi$

C) $S = 12\pi$

D) $S = 4\pi\sqrt{2}$

Trả lời :

Cho hình 8 mặt đều ABCDEF cạnh bằng $\sqrt{2}$ thì điểm O tâm của hình vuông ABCD cũng là tâm của hình vuông AECF, nên

$$R = OA = OB = OC = OD = OE = OF = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1.$$

$$\Rightarrow S = 4\pi \cdot R^2 = 4\pi$$

Chọn A

Câu 38 : Cho S.ABCD là hình chóp tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng 1. Xét hai câu :

(I) Hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn (C) ngoại tiếp hình vuông ABCD có thể tích $V_1 = \frac{\pi\sqrt{2}}{6}$.

(II) Hình cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD có thể tích $V_2 = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đúng

Trả lời :

Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm hình vuông ABCD.

$$\text{Trong } \triangle SOA : SO^2 = 1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} \Rightarrow OS = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OA^2 \cdot OS = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{12} : \text{(I) sai.}$$

$$\text{Do } OA = OB = OC = OD = OS = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ nên}$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot OA^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi\sqrt{2}}{3} : \text{(II) đúng}$$

Chọn B.

Câu 39 : Cho SABCD là hình chóp có $SA = 12a$, và $SA \perp (ABCD)$. ABCD là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = 4a$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là :

A) $R = \frac{5a}{2}$

B) $R = 6a$

C) $R = \frac{13a}{2}$

D) $R = \frac{15a}{2}$

Trả lời :

Ta có $SA \perp (ABCD)$, $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp SB$ hay $\widehat{SBC} = 90^\circ$.

Tương tự, $CD \perp SD$ hay $\widehat{SDC} = 90^\circ$.

Ngoài ra, $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ hay $\widehat{SAC} = 90^\circ$.

Vậy, mặt cầu đi qua 5 điểm ABCDS có tâm là trung điểm cạnh SC.

$$SC^2 = SA^2 + AC^2 = SA^2 + AB^2 + BC^2 = 144a^2 + 9a^2 + 16a^2$$

$$SC^2 = 169a^2 \Rightarrow SC = 13a$$

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{13a}{2}.$$

Chọn C

Câu 40 : Hình nón tròn xoay có trục $SO = \frac{3R}{2}$ với R là bán kính đáy, thiết diện qua trục SAB là tam giác đều. Gọi I là trung điểm của SO và E, F $\in$ SO sao cho $\frac{EI}{EO} = \frac{FI}{FO} = \frac{1}{2}$. Khi đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón là điểm :

A) I

B) E

C) F

D) O

Trả lời :

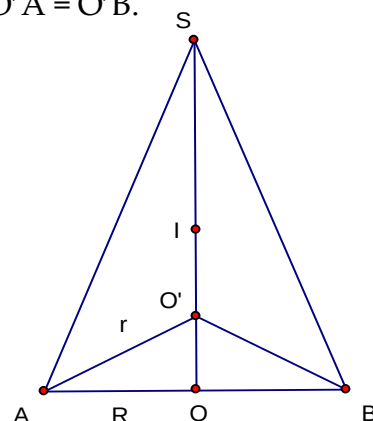
Gọi O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón thì $r = O'S = O'A = O'B$.

$$\text{Ta có } OO' = OS - r = R\sqrt{3} - \frac{R}{\cos 30^\circ}$$

$$OO' = R\sqrt{3} - \frac{2R\sqrt{3}}{3} = \frac{R\sqrt{3}}{3}.$$

$$\Rightarrow \frac{OO'}{OI} = \frac{\frac{R\sqrt{3}}{3}}{\frac{R\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{OO'}{OI} = \frac{1}{2}$$

Vậy $O' \equiv E$.



Chọn B

Câu 41 : Cho hình chóp S.ACB với $SA = 4$, $SA \perp (ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A, cạnh huyền

$BC = 5$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng :

A) $S = 25\pi$

B) $S = 41\pi$

C) $S = 45\pi$

D) $S = 50\pi$

Trả lời :

Gọi H là trung điểm cạnh BC, đường thẳng $(\Delta) \perp (ABC)$ tại H và đường trung trực của SA gặp nhau tại I, đó là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$IA^2 = 2^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 4 + \frac{25}{4} = \frac{41}{4}$$

$$\Rightarrow S = 4\pi \cdot IA^2 = 4\pi \cdot \frac{41}{4} = 41\pi.$$

Chọn B.

Câu 42 : Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD cạnh đáy là a. Xét hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông ABCD. Cho biết nửa góc ở đỉnh của hình nón bằng 45° . Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón là :

- A) Điểm O, tâm của hình vuông ABCD
- B) Điểm I, trung điểm của SO
- C) Điểm J, giao điểm của SO với đường trung trực của SH (H là trung điểm của AB)
- D) Cả ba câu trên đều sai

Trả lời :

Vì O là tâm của hình vuông ABCD nên

$$OA = OB = OC = OD \quad (1)$$

SO là đường cao của hình nón, SA là đường sinh nên $\widehat{OSA} = 45^\circ$, do đó $\triangle SOA$ là tam giác vuông cân tại O nên $OA = OS \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Chọn A.

Câu 43 : Một hình tròn đỉnh S, đáy là đường tròn (C) tâm O, bán kính R bằng với đường cao của hình nón. Tỉ số thể tích của hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón bằng :

A) $\frac{1}{2}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{6}$

Trả lời :

$$\text{Từ } R = h, \text{ ta có } \frac{V_n}{V_c} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot R}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3} = \frac{1}{4}.$$

Chọn C

Câu 44 : Cho hình trụ tròn xoay có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tỉ số diện tích của 2 mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình trụ là :

A) $\frac{1}{8}$

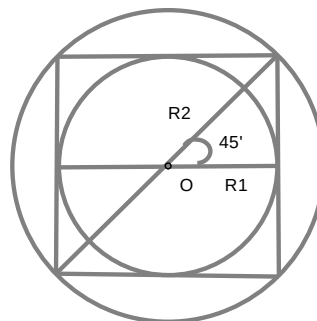
B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

Trả lời :

$$\text{Ta có : } \frac{V_n}{V_c} = \frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}$$



Chọn D

Câu 45 : Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng 2. Tỉ số thể tích hai mặt cầu nội tiếp và ngoại tiếp hình nón là :

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{4}$

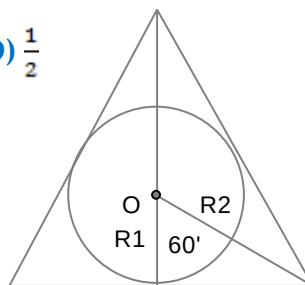
C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

Trả lời :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R \cdot \sin \alpha}{\pi \cdot R \cdot a} = 2 \sin \alpha = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



Chọn A.

Câu 46 : Cho 2 mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến (Δ). Lấy A, B cố định trên (Δ). Gọi S là mặt cầu có tâm O, đường kính AB. Gọi (C_1) là giao tuyến của (S) với (P), (C_2) là giao tuyến của (S) với (Q). Gọi C là một điểm thuộc (C_1) và là trung điểm của dây cung $\overline{AB}$ và D là điểm tùy ý thuộc (C_2). Thể tích lớn nhất của tứ diện ABCD là :

A) $\frac{R^3}{2}$

B) $\frac{R^3}{3}$

C) $\frac{R^3}{6}$

D) $\frac{R^3}{12}$

Trả lời :

Vì $\widehat{AC} = \widehat{CB}$ nên

$CO \perp AB$

$\Rightarrow CO \perp (ABD)$.

Kẻ $DH \perp AB$.

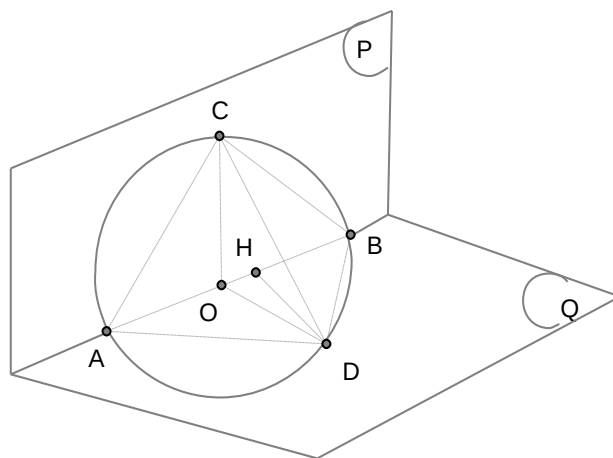
Do ABC cố định, nên

$$V_{ABCD} = V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot OC \cdot HD = \frac{1}{3} \cdot R^2 \cdot DH.$$

Như vậy, thể tích cực đại khi DH lớn nhất khi và chỉ khi $DH = R$

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{1}{3} \cdot R^3.$$

Chọn B



Câu 47 : Cho hình trụ tròn xoay, đáy là 2 đường tròn (C) tâm O và (C') tâm O'. Xét hình tròn xoay có đỉnh O' và đáy là (C). Xét hai câu :

(I) Nếu thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều O'AB thì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông ABB'A'.

(II) Nếu thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông ABB'A' thì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều O'AB.

Hãy chọn câu đúng.

A) Chỉ (I)

B) Chỉ (II)

C) Cả 2 câu sai

D) Cả 2 câu đúng

Trả lời :

Gọi O'AB là thiết diện qua trục của hình nón.

ABB'A' là thiết diện qua trục của hình trụ.

Xét (I) : Nếu $\triangle O'AB$ là tam giác đều, $AB = a$ thì $O'O = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A'A = O'O = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $ABB'A'$ chỉ là hình chữ nhật. Vậy (I) sai.

Xét (II) : Nếu $ABB'A'$ là hình vuông, $AB = a$, thì :

$$O'A^2 = a^2 + \frac{a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow O'A = \frac{\sqrt{5}a}{2} \neq AB.$$

Như vậy $\triangle O'AB$ không phải là tam giác đều : (II) sai.

Chọn C

Câu 48 : Cho hình trụ trục OO' , đường tròn đáy (C) và (C'). Xét hình nón đỉnh O' , đáy (C) và có đường sinh hợp với đáy góc α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Cho biết tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng $\sqrt{3}$. Góc α có giá trị là :

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) Kết quả khác.

Trả lời :

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi R \cdot \sin \alpha}{\pi \cdot R \cdot a} = 2 \sin \alpha = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \text{ (do } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{)}$$

Chọn C.

Câu 49 : Cho hình lập phương (I) và hình trụ (II) có thể tích là V_1 và V_2 . Cho biết chiều cao của (II) bằng đường kính đáy và bằng cạnh của (I). Hãy chọn câu đúng

A) $V_1 < V_2$

B) $V_1 > V_2$

C) $V_1 = V_2$

D) Không thể so sánh được

Trả lời :

Vì (II) nối tiếp trong (I) nên $V_1 > V_2$.

Chọn B.

Câu 50 : Giả sử viên phấn viết bảng có dạng hình trụ tròn xoay đường kính đáy bằng 1cm, chiều dài 6cm. Người ta làm những hộp carton đựng phấn dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6 \times 5 \times 6$ cm. Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp, ta được kết quả nào trong 4 khả năng sau :

A) Vừa đủ

B) Thiếu 10 viên

C) Thừa 10 viên

D) Không xếp được

Trả lời :

Vì chiều cao viên phấn là 6cm, nên chọn đáy của hộp carton có kích thước 5×6 . Mỗi viên phấn có đường kính 1 cm nên mỗi hộp ta có thể đựng được $5 \times 6 = 30$ viên.

Số phấn đựng trong 12 hộp là : $30 \times 12 = 360$ viên

Do ta chỉ có 350 viên phấn nên thiếu 10 viên, nghĩa là đựng đầy 11 hộp, hộp 12 thiếu 10 viên

Chọn B.