

UBND TỈNH BẮC NINH
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2025 - 2026

MÔN: TOÁN - Lớp 12

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 7 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi: 0103

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$. Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số đã cho tại điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị bằng

- A. 1. B. 2. C. -1. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$), có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

Khi đó giá trị của $4a + 2b + c + d$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 3. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 9}{x + 1}$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{5}$. C. $4\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Gọi S là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là 3 trong số 10 điểm trên các đường thẳng d_1, d_2 đã cho. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Tính xác suất để chọn được tam giác có hai đỉnh màu đỏ.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{5}{9}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = 16$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x)f(x) + 2}{x - 1}$.

- A. 29. B. 3. C. 35. D. 32.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ có $|\vec{u}| = 2\sqrt{5}, |\vec{v}| = \sqrt{5}, |\vec{u} - 2\vec{v}| = 2\sqrt{5}$. Tìm số đo góc tạo bởi hai vectơ $\vec{u}$ và $(\vec{u} - \vec{v})$.

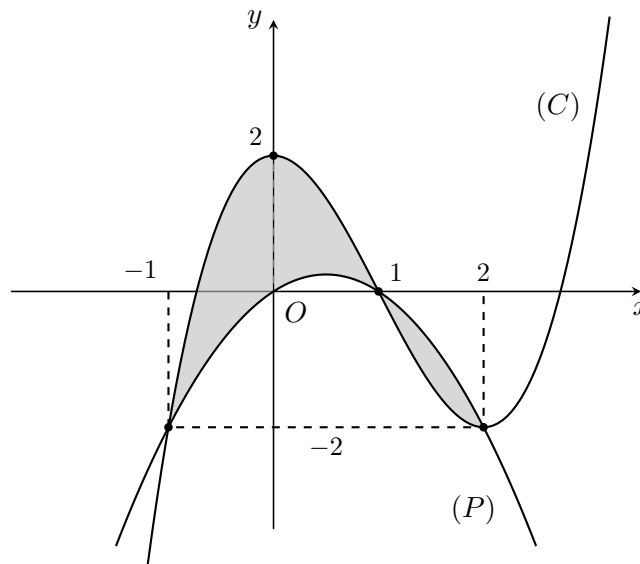
- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 7. Giả sử chi phí cho việc xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,0001x^2 - 0,2x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là mười nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (gồm cả chi phí xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí; khi đó tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình là thấp nhất, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn.



- A. 15 000 cuốn. B. 20 000 cuốn.
C. 5 000 cuốn. D. 10 000 cuốn.

Câu 8. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Hình phẳng (H) (phần tô đậm trong hình vẽ) có diện tích bằng



- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{11}{12}$.

Câu 9. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(x+1) > 2\log_9(x-1)$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 10. Vào một ngày, hai bạn An và Bình hẹn gặp nhau tại một thư viện từ 9 giờ đến 10 giờ. Hai bạn thoả thuận với nhau, người đến trước đợi quá 15 phút mà không gặp thì rời đi. Xác suất để hai người đi ngẫu nhiên theo quy định mà gặp nhau bằng $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản với $m, n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $m+n$ bằng

- A. 22. B. 25. C. 23. D. 24.

Câu 11. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_a 3(ab) = 3 + 3\log_a b$. B. $\log_a(ab^4) = 4\log_a b$.
C. $\log_a \frac{a}{b^2} = \frac{1}{2} - 2\log_a b$. D. $\log_a 3 \cdot \log_3 b = \log_a b$.

Câu 12. Biết $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_1^5 f(x)dx = 15$. Tính $\int_4^5 f(x)dx$.

- A. 20. B. 10. C. 15. D. -10.

Câu 13. Một công ty X cần thuê xe để chở ít nhất 140 người và 9 tấn hàng. Nơi cho thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Mỗi chiếc xe loại A được cho thuê với giá 4 triệu đồng, loại B giá 3 triệu đồng. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Tìm chi phí vận chuyển thấp nhất của công ty X .

- A. 46 triệu đồng. B. 37 triệu đồng. C. 25 triệu đồng. D. 32 triệu đồng.

Câu 14. Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình: $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ (trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét). Hỏi vận tốc tức thời lớn nhất trong 5 giây đầu tiên bằng bao nhiêu mét?

- A. 11. B. 12. C. 13. D. 10.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) biết
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{u_n - 1}{2nu_{n-1} + 1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$$
. Tính u_{50} .

- A. $\frac{1}{2652}$. B. $\frac{1}{2450}$. C. $\frac{1}{2550}$. D. $\frac{1}{2400}$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 15$, $AD = DC = 5$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách từ trung điểm cạnh SD đến mặt phẳng (SBC) thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(4; 5)$. D. $(3; 4)$.

Câu 18. Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{A'M} = 2\overrightarrow{MD'}$, $\overrightarrow{C'N} = 3\overrightarrow{NB'}$. Gọi I là giao điểm của $A'N$ và $B'M$. Biết $\overrightarrow{AI} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC} + c\overrightarrow{AA'}$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng

- A. 28. B. $\frac{21}{11}$. C. 20. D. $\frac{19}{11}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x - 1)(x + 2)^4(x - 3)^3$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

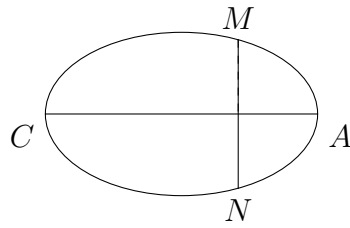
- A. $(-2; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-2; 3)$. D. $(1; 3)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(-3; 0; 0)$ và $C(0; 5; 1)$. Gọi M là một điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho $MA + MB = 10$, giá trị nhỏ nhất của MC bằng bao nhiêu?

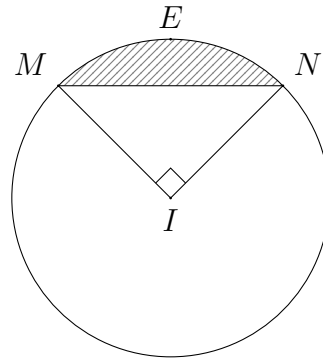
- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Sân vận động Sports Hub (Singapore) là nơi diễn ra lễ khai mạc đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một Elip (E) có trục lớn dài 150 m, trục bé dài 90 m. Nếu cắt sân vận động theo mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt (E) tại M và N (Hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I , bán kính R (phần được gạch trong Hình b) với MN là dây cung và $\widehat{MIN} = 90^\circ$.

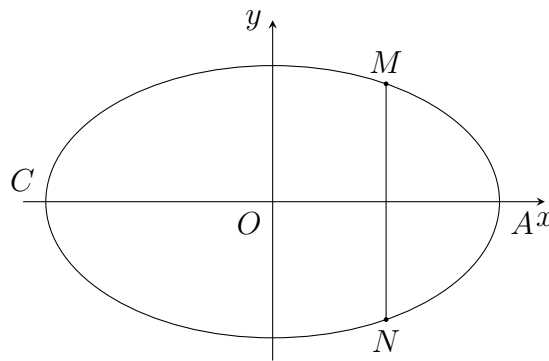


Hình a



Hình b

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục lớn AC nằm trên trục Ox , O là trung điểm của AC và M có hoành độ x như hình vẽ.



a) Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{45^2} + \frac{y^2}{75^2} = 1$.

b) Độ dài đoạn MN được xác định theo công thức $MN = 2\sqrt{45^2 - \frac{45^2}{75^2}x^2}$.

c) Diện tích thiết diện (phần tô đậm trong Hình b) là $S(x) = \frac{\pi R^2}{4} - \frac{1}{2}R^2$.

d) Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư tính được thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân là $101250(\pi - 2) \text{ m}^3$ (coi như mặt sân là một mặt phẳng và vật liệu làm mái che không đáng kể).

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C) .

- Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = x + 1$.
- Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $M(-1; 1)$ là $y = 2x + 1$.
- Tiếp tuyến tại điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) luôn cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB bằng $2\sqrt{2\sqrt{2} - 1}$.
- Tiếp tuyến tại điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) luôn cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB có giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{\sqrt[4]{2} + \sqrt{2\sqrt{2} - 2}}$.

Câu 3. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $(C) : y = (x - 3)(-x^2 + 8x - 7)$ và $(d) : y = 21 - 3x$ được ký hiệu là S .

- Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) có 3 nghiệm thực phân biệt.
- $S = \left| \int_0^7 ((x - 3)(-x^2 + 8x - 7) + 3x - 21) dx \right|$.
- $S = \left| \int_0^4 (-x^3 + 11x^2 - 28x) dx \right| + \int_4^7 |-x^3 + 11x^2 - 28x| dx$ với a, b, c là các nghiệm.
- Giá trị thể tích của vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi $(d) : y = 21 - 3x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = 7$ quay quanh trục hoành bằng 1029π (đơn vị thể tích).

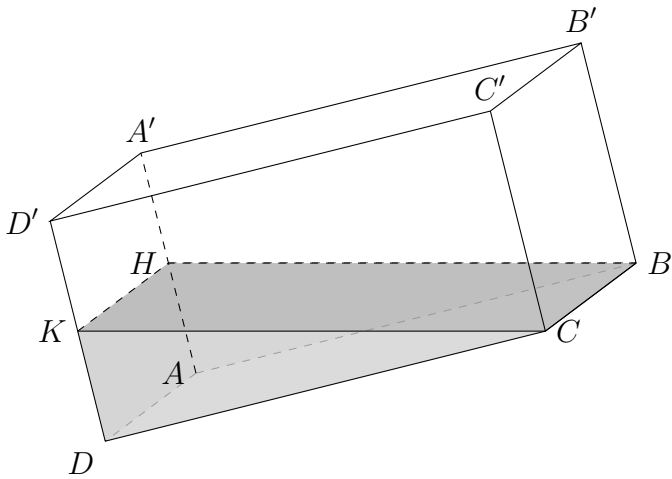
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm $A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), D(0; 3; 0)$ và $A'(0; 0; 3)$. Gọi P là trung điểm $B'C'$, K là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) .

- Trung điểm của đoạn AC có tọa độ là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$.
- Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|\overrightarrow{KP} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD}|$ là $\frac{5}{2}$.
- Góc giữa hai đường thẳng AP và $C'B$ bằng 45° .
- M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các mặt phẳng tọa độ $(Oxy), (Oyz)$ sao cho $\tan \widehat{BB'M} = \tan \widehat{A'B'N} = \frac{2}{3}$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn MN bằng $\sqrt{3}$.

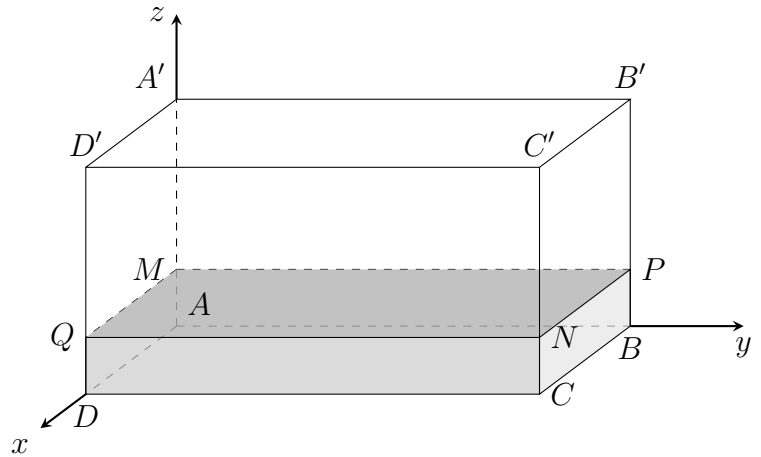
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = 4a$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ và $SH = a\sqrt{3}$.

- Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$, khi đó $\tan \alpha = \frac{2}{3}$.
- Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng góc $\widehat{BSH}$.
- Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $8a^3$.
- Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm ba cạnh CD, BC, SA . Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\frac{3a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 6. Một bể cá cảnh có mô hình bên trong là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD = 4$ dm, $AB = 8$ dm, $AA' = 4$ dm. Trong quá trình thay nước cho bể cá người ta rút bớt nước trong bể, phần nước còn lại khi nghiêng bể thì người ta thấy bề mặt thoáng của nước trong bể là tứ giác $CBHK$, trong đó H, K lần lượt là trung điểm của AA', DD' , (tham khảo hình vẽ 1). Sau khi bể nước được đặt trở lại vị trí thẳng bằng thì mặt thoáng của nước trong bể là tứ giác $MNPQ$, toàn bộ khối được đặt trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ 2.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

- Bể cá cảnh có thể chứa được tối đa 128 lít nước.
- Thể tích nước còn lại trong bể không vượt quá 30 lít.
- Người ta muốn đặt một bóng đèn trang trí tại trọng tâm G của tam giác APQ . Toạ độ $G \left(\frac{16}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3} \right)$.
- Người ta làm một dây sục khí cho bể cá là một cung tròn có điểm bắt đầu là A' đi qua điểm $E(2; 1; 1)$ và kết thúc tại điểm $F(4; 2; 0)$. Độ dài của dây sục khí theo đơn vị decimét thuộc khoảng $(6,2; 6,3)$.

Câu 7. Một hộp đựng chín tấm thẻ được đánh số lần lượt từ 1 đến 9.

- Mỗi tập con gồm 3 thẻ được lấy từ hộp là số tổ hợp chập 3 của 9.
- Xác suất để rút ngẫu nhiên 2 thẻ mà tổng các số ghi trên hai thẻ là số chẵn bằng $\frac{4}{9}$.
- Xác suất để rút được 5 tấm thẻ mà các số ghi trên 5 tấm thẻ tạo thành cấp số cộng có công sai là số nguyên dương bằng $\frac{5}{126}$.
- Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên n tấm thẻ từ hộp đã cho” với $n \in \mathbb{N}^*, n \leq 9$. Gọi A là biến cố “Có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 3”. Nếu xác suất của biến cố A không vượt quá $\frac{83}{84}$ thì tổng các giá trị của n thoả mãn bài toán bằng 30.

Câu 8. Cho 3 số thực dương a, b, c .

- $\log_2 a + \log_4 b^4 = \log_{\sqrt{2}} c \Leftrightarrow ab^2 = c^2$.
- Nếu $\log_2 a = 1, \log_2 b = 8, \log_2 c = 3$ thì $\log_{a^3 c^2} \left(\frac{2a}{bc} \right) = 1$.
- Tồn tại 2 giá trị a nguyên dương thoả mãn $\log_2^2 a - \log_2 a - 6 = 0$.
- Nếu $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$ thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$ bằng 5.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

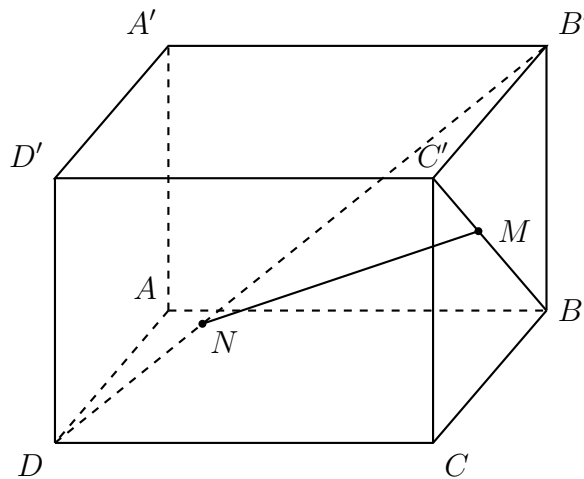
Câu 1. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có mô hình là một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh của tứ diện thí sinh thiết kế ba bóng đèn nằm ở ba vị trí chia cạnh của tứ diện thành bốn đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua sẽ có ngẫu nhiên ba bóng đèn phát sáng, các bóng đèn còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên ban giám khảo chấm điểm, có ba bóng đèn phát sáng ứng với ba điểm tạo nên một mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng ba bóng đèn không thuộc cùng một cạnh của tứ diện (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 4]$ và $f'(x) > 0, \forall x \in [0; 4]$. Biết $f(0) = 2$ và $4x^2 f(x) = [f'(x)]^2 - x^2, \forall x \in [2; 4]$. Giá trị $f(2\sqrt{3})$ bằng bao nhiêu? KQ:

Câu 3. Cho ba tia Ox, Oy, Oz thoả mãn $\widehat{xOy} = \widehat{yOz} = 60^\circ, \widehat{xOz} = 90^\circ$. Trên các tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $\frac{5}{OA} + \frac{3}{OB} + \frac{2}{OC} = 1$. Giá trị lớn nhất của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? KQ:

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^6 - ax^3 - bx^2 + 20$ với a, b là các số thực. Biết $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng 20 và biểu thức $P = b - a$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị $f(3)$. KQ:

Câu 5. Một mô hình có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, với các kích thước $AB = 10$ dm, $AD = AA' = 5$ dm (tham khảo hình vẽ). Người ta cho một chất điểm M chuyển động thẳng đều từ B đến đích C' với tốc độ 1 dm/s, đồng thời một chất điểm N chuyển động thẳng đều từ D đến đích B' với tốc độ 2 dm/s. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chất điểm M và N bằng bao nhiêu decimét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ:

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \ln 2025 + \ln \frac{x}{x+1}$. Giá trị của biểu thức $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2026)$ bằng $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $m + n$. KQ:

———— HẾT ————

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm