

MÔN: TOÁN 6

Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1: (3,0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau (bằng cách hợp lí nếu có thể):

1) $A = 1\frac{5}{7} \cdot (-15) - \frac{2}{7} \cdot 15 + 30 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)$

2) $B = 2^3 \cdot 5^3 - 3\left\{539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2025^0)\right]\right\}$

Bài 2: (3,0 điểm)

1) Cho $A = 1 + 114 + 114^2 + 114^3 + 114^4 + \dots + 114^{71} + 114^{72}$ và $B = 114^{73} - 1$.

So sánh A và B

2) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 9 dư 5, chia cho 7 dư 4 và chia cho 5 dư 3

Bài 3: (5,0 điểm)

1) Tìm x biết: $\frac{29-x}{21} + \frac{27-x}{23} + \frac{25-x}{25} + \frac{23-x}{27} + \frac{21-x}{29} = -5$

2) Tìm $x; y; z$ biết $x - y = 2011; y - z = -2012; z + x = 2013$

3) Tìm số nguyên tố \overline{ab} ($a > b > 0$) biết $\overline{ab} - \overline{ba}$ là bình phương của một số tự nhiên.

Bài 4: (2,0 điểm)

Cuối học kì I lớp 6A có số học sinh giỏi bằng $\frac{3}{7}$ số còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt

loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng $\frac{2}{3}$ số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

Bài 5: (5,0 điểm)

1) Đoạn thẳng $AB = 20\text{cm}$ được chia ra bởi 2 điểm P, Q theo thứ tự là các đoạn AP, PQ và QB sao cho $AP = 2 \cdot PQ = 2 \cdot QB$. Gọi I là trung điểm của QB .

a) Tính độ dài đoạn AI .

b) Lấy điểm E trên đoạn thẳng AB sao cho $EP = 2\text{cm}$, tính EI .

2) Cho 2025 điểm phân biệt trong đó có 100 điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua hai điểm trong 2025 điểm nói trên. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng phân biệt được tạo thành?

Bài 6: (2,0 điểm)

Tìm các chữ số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\overline{abbc} = \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot 7$

----- Hết -----

PHÒNG GD&ĐT KIẾN XƯƠNG HƯỚNG DẪN CHẤM KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HSG
 TRƯỜNG THCS LÊ QUÝ ĐÔN NĂM HỌC 2024 - 2025
 MÔN: TOÁN 6

Bài 1: (3 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau (bằng cách hợp lí nếu có thể):

$$1) A = 1\frac{5}{7} \cdot (-15) - \frac{2}{7} \cdot 15 + 30 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)$$

$$2) B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2025^0) \right] \right\}$$

	Hướng dẫn	Điểm
1 (1,5đ)	$A = 1\frac{5}{7} \cdot (-15) - \frac{2}{7} \cdot 15 + 30 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right)$	0,5
	$= 15 \cdot \left(\frac{-12}{7} - \frac{2}{7}\right) + 30 \cdot \frac{20 - 24 + 15}{30}$	0,5
	$= 15 \cdot (-2) + 11 = -30 + 11 = -19$	0,5
2 (1,5đ)	$B = 2^3 \cdot 5^3 - 3 \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^8 : 7^6 + 2025^0) \right] \right\}$	
	$= 8 \cdot 125 - 3 \cdot \left\{ 539 - \left[639 - 8 \cdot (7^2 + 1) \right] \right\}$	0,5
	$= 1000 - 3 \cdot \left\{ 539 - \left[639 + 8 \cdot 50 \right] \right\}$	0,5
	$= 1000 - 3 \cdot 300 = 1000 - 900 = 100$	0,5

Bài 2: (3 điểm)

- 1) Cho $A = 1 + 114 + 114^2 + 114^3 + 114^4 + \dots + 114^{71} + 114^{72}$ và $B = 114^{73} - 1$. So sánh A và B
 2) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất biết rằng số đó chia cho 9 dư 5, chia cho 7 dư 4 và chia cho 5 dư 3

	Hướng dẫn	Điểm
a) (1,5đ)	Ta có: $114A = 114 + 114^2 + 114^3 + 114^4 + \dots + 114^{71} + 114^{72} + 114^{73}$	0,5
	$114A - A = (114 + 114^2 + 114^3 + 114^4 + \dots + 114^{71} + 114^{72} + 114^{73}) - (1 + 114 + 114^2 + 114^3 + 114^4 + \dots + 114^{71} + 114^{72})$ $= 114^{73} - 1$	0,5
	Vậy $A = \frac{114^{73} - 1}{113} < B = 114^{73} - 1$	0,5
b) (1,5đ)	Gọi số cần tìm là a ($a \in \mathbb{N}$)	0,25
	Do a chia cho 9 dư 5 nên $2a - 1$ chia hết cho 9	
	a chia cho 7 dư 4 nên $2a - 1$ chia hết cho 7	0,25
	a chia cho 5 dư 3 nên $2a - 1$ chia hết cho 5	0,25
	$\Rightarrow (2a - 1) : 9, 7, 5$ mà $(9; 7; 5) = 1$. và a là số tự nhiên nhỏ nhất	0,25
$2a - 1 = \text{BCNN}(9; 7; 5) = 315$.	0,25	
Vậy $a = 158$	0,25	

Bài 3: (5 điểm)

- 1) Tìm x biết: $\frac{29-x}{21} + \frac{27-x}{23} + \frac{25-x}{25} + \frac{23-x}{27} + \frac{21-x}{29} = -5$
 2) Tìm x; y; z biết $x - y = 2011$; $y - z = -2012$; $z + x = 2013$
 3) Tìm số nguyên tố \overline{ab} ($a > b > 0$) biết $\overline{ab} - \overline{ba}$ là bình phương của một số tự nhiên.

	Hướng dẫn	Điểm
1) (1,5đ)	$\Rightarrow \left(\frac{29-x}{21}+1\right)+\left(\frac{27-x}{23}+1\right)+\left(\frac{25-x}{25}+1\right)+\left(\frac{23-x}{27}+1\right)+\left(\frac{21-x}{29}+1\right)=0$	0,25
	$\Rightarrow \frac{50-x}{21}+\frac{50-x}{23}+\frac{50-x}{25}+\frac{50-x}{27}+\frac{50-x}{29}=0$	0,25
	$\Rightarrow (50-x)\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}\right)=0$	0,25
	$\Rightarrow 50-x=0 \left(Do: \frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29} \neq 0\right)$	0,25
	$x=50$	0,25
	KL:	0,25
2) (1,5đ)	$(x-y)+(y-z)+(z+x)=2011+(-2012)+2013$	0,5
	$2x=2012$ $x=1006$	0,25
	Vì $x-y=2011 \Rightarrow y=x-2011=1006-2011=-1005$	0,25
	Vì $x+z=2013 \Rightarrow z=2013-x=2013-1006=1007$	0,25
	Vậy $x=1006 ; y=-1005 ; z=1007$	0,25
	3) (2đ)	Ta có: $\overline{ab}-\overline{ba}=9(a-b)$
Do a, b là các chữ số, \overline{ab} là số nguyên tố, nên $3 \leq b \Rightarrow 9.(a-b)$ là số chính phương khi $a-b \in \{1;4\}$		0,5
+) Với $a-b=1$ mà \overline{ab} là số nguyên tố ta được số $\overline{ab}=43$		0,5
+) Với $a-b=4$ mà \overline{ab} là số nguyên tố \Rightarrow ta được số $\overline{ab}=73$		0,5
Kết luận: Vậy $\overline{ab}=\{43;73\}$		0,25

Bài 4: (2 điểm)

Ở lớp 6A, số học sinh giỏi học kỳ I bằng $\frac{3}{7}$ số còn lại. Cuối năm có thêm 4 học sinh đạt loại giỏi nên số học sinh giỏi bằng $\frac{2}{3}$ số còn lại. Tính số học sinh của lớp 6A.

	Hướng dẫn	Điểm
	Số học sinh giỏi kỳ I bằng $\frac{3}{10}$ số học sinh cả lớp	0,5
	Số học sinh giỏi cuối năm bằng $\frac{2}{5}$ số học sinh cả lớp	0,5
	4 học sinh là: $\frac{2}{5}-\frac{3}{10}=\frac{1}{10}$ (số học sinh cả lớp)	0,5
	Số học sinh 6A là: $4:\frac{1}{10}=40$ (học sinh)	0,5

Bài 5: (5,0 điểm)

1) Đoạn thẳng $AB=20\text{cm}$ được chia ra bởi 2 điểm P, Q theo thứ tự là các đoạn AP, PQ và QB sao cho $AP=2.PQ=2.QB$. Gọi I là trung điểm của QB

a) Tính độ dài đoạn AI.

b) Lấy điểm E trên đoạn thẳng AB sao cho $EP=2\text{cm}$, tính EI.

2) Cho 2025 điểm phân biệt trong đó có 100 điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua hai điểm trong 2025 điểm nói trên. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng phân biệt được tạo thành?

	Hướng dẫn	Điểm
1. a) (1,5đ)		
	$AP = 2.PQ = 2.QB$ $\Rightarrow AB = 4QB \Rightarrow QB = 5\text{cm}$ $\Rightarrow AP = 10\text{cm}; PQ = 5\text{cm}$	0,5
	I là trung điểm của QB $\Rightarrow QI = 2,5\text{cm}$	0,5
	Mà Q nằm giữa A và I nên $AI = AQ + QI$ $= AP + PQ + QI = 10 + 5 + 2,5 = 17,5\text{cm}$	0,5
1. b) (1,5đ)	TH1: E nằm giữa A và P $\Rightarrow EI = EP + PQ + QI = 2 + 5 + 2,5 = 9,5\text{cm}$	0,5
	TH2: E nằm giữa P và Q $\Rightarrow EI = EQ + QI = PQ - PE + QI = 5 - 2 + 2,5 = 5,5\text{cm}$	0,5
	KL: Vậy $EI = 9,5\text{cm}$ hoặc $EI = 5,5\text{cm}$	0,5
2 (2đ)	+) Xét 100 điểm thẳng hàng: Từ một điểm nối với 99 điểm còn lại có 99 cách Từ 100 điểm nối các điểm đôi một có $\frac{100.99}{2} = 4950$ cách Nhưng chỉ có 1 đường thẳng đi qua 100 điểm nói trên	0,5
	+) Xét 1 điểm từ 2025 điểm đã cho có 2024 cách nối Từ 2025 có $\frac{2025.2024}{2} = 2049300$ cách nối	0,5
	Vậy có tất cả $2049300 - 4950 + 1 = 2044351$ đường thẳng phân biệt được tạo thành.	0,5
	KL:	0,5

Bài 6: (2 điểm)

Tìm các chữ số a, b, c khác 0 thỏa mãn $\overline{abbc} = \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot 7$

	Hướng dẫn	Điểm
	Ta có: $\overline{abbc} = \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot 7$ (1)	
	$100\overline{ab} + \overline{bc} = 7 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \Leftrightarrow \overline{ab} \cdot (7\overline{ac} - 100) = \overline{bc}$	0,5
	$7 \cdot \overline{ac} - 100 = \frac{\overline{bc}}{\overline{ab}}$. Do $0 < \frac{\overline{bc}}{\overline{ab}} < 10 \Rightarrow 0 < 7 \cdot \overline{ac} - 100 < 10$	0,5
	$\Leftrightarrow 100 < 7 \cdot \overline{ac} < 110 \Leftrightarrow 14 < \frac{100}{7} < \overline{ac} < \frac{110}{7} < 16 \Rightarrow \overline{ac} = 15$	0,5
	Thay vào (1) được: $\overline{1bb5} = \overline{1b} \cdot 15 \cdot 7 \Leftrightarrow 1005 + 110b = 1050 + 105b \Rightarrow b = 9$	0,25
	Vậy a = 1; b = 9; c = 5	0,25

Xem thêm: **ĐỀ THI HSG TOÁN 6**
<https://thcs.toanmath.com/de-thi-hsg-toan-6>