

Bài I. (1,5 điểm)

1) Cho bảng thống kê điểm kiểm tra khảo sát môn Toán của một lớp gồm 50 học sinh như sau:

Điểm	4	5	6	7	8	9	Cộng
Số học sinh	1	3	5	14	17	10	N = 50

Mẫu số liệu trên được ghép nhóm thành ba nhóm sau: [4;6), [6; 8), [8; 10).

Tìm tần số và tính tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [4;6).

2) Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Nga viết lên các viên bi đó các số 1; 2; 3;...; 20; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Xét phép thử: “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất của biến cố A : “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 6 dư 2”.

Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Cho $M = A + B$. Chứng minh $M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm giá trị của x để $M < \frac{1}{2}$.

Bài III. (2,5 điểm)

1) Nhân dịp Giải phóng miền Nam 30/4 và Quốc tế Lao động 1/5, một siêu thị điện máy giảm giá mỗi chiếc máy giặt là 40% và mỗi chiếc tủ lạnh là 25% so với giá niêm yết. Cô Liên đi siêu thị vào đúng đợt giảm giá nên đã mua một máy giặt và một tủ lạnh với tổng số tiền là 20,775 triệu đồng. Tính giá niêm yết của mỗi sản phẩm trên biết nếu không được giảm giá thì tổng số tiền cô Liên phải trả là 31 triệu đồng.

2) Hai người làm chung một công việc thì sau 4 giờ xong. Nếu làm một mình thì người thứ hai làm xong công việc nhanh hơn người thứ nhất là 6 giờ. Tính thời gian mỗi người làm một mình xong công việc.

3) Biết phương trình bậc hai $x^2 - (m+1)x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$. Tính $x_1^3 + x_2^3$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Bạn An có một quả nặng không thấm nước có dạng hình cầu với đường kính bằng 4 cm.

a) Tính thể tích của quả nặng.

b) Bạn An thả quả nặng vào cốc thủy tinh chứa đầy nước, có dạng hình trụ với bán kính đáy là 3 cm, và diện tích xung quanh của cốc là $60\pi \text{ cm}^2$, bạn thấy nước bị tràn ra ngoài. Tính thể tích nước còn lại trong cốc.

(Lấy $\pi \approx 3,14$, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của centimet khối với cả hai câu a và b).

2) Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O) (C không trùng với A, B). Kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$), HM vuông góc với AC ($M \in AC$), HN vuông góc với BC ($N \in BC$).

a) Chứng minh bốn điểm C, M, H, N thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\angle NMC \sim \angle ABC$ và tính diện tích của $\triangle NMC$ theo R nếu $\widehat{CAB} = 60^\circ$.

c) Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AH và HB , P là giao điểm của MK và IN . Chứng minh HP vuông góc với MN .

Bài V. (0,5 điểm) Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 400 nghìn đồng một ngày và toàn bộ phòng đã được cho thuê hết. Biết cứ mỗi lần khách sạn tăng giá thuê phòng thêm 20 nghìn đồng mỗi ngày thì có thêm 2 phòng trống. Hỏi khách sạn nên tăng giá phòng thêm bao nhiêu để doanh thu của khách sạn trong một ngày là lớn nhất?

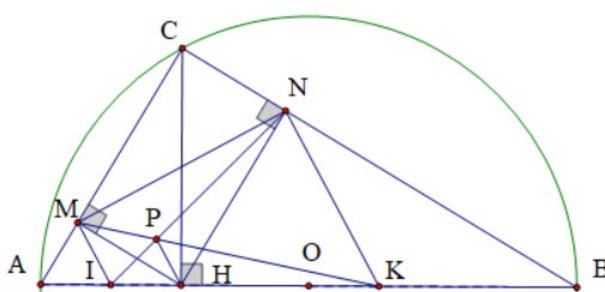
-----Hết-----

UBND QUẬN TÂY HỒ
TRƯỜNG THCS CHU VĂN AN

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học 2024 - 2025
MÔN: TOÁN - LỚP 9
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
I (1,5 điểm)	1	Nhóm [4;6) có tần số là $n_i = 4$.	0,5
		Nhóm [4;6) có tần số tương đối là: $f_i = \frac{4.100\%}{50} = 8\%$.	0,5
	2	+ Các kết quả của phép thử đó là đồng khả năng. + Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là tập hợp Ω có 20 phần tử. $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20\}$.	0,25
		+ Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A : “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 6 dư 2” là: 2; 8; 14; 20.	
		+ Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.	0,25
II (1,5 điểm)	1	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ (với $x \geq 0; x \neq 1$).	
		Thay $x = 9$ (tm) vào biểu thức A, ta có: $A = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{9}-1} = \frac{3}{2}$.	0,25
	2	$M = A + B$ $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$	
		$M = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$M = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,25
		$M = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	3	$M < \frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2}$ $\frac{\sqrt{x}-3}{2(\sqrt{x}+1)} < 0$	0,25
		Vì $2(\sqrt{x}+1) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. Nên $\sqrt{x}-3 < 0$ hay $x < 9$. Kết hợp điều kiện, ta có $0 \leq x < 9; x \neq 1$ thì $M < \frac{1}{2}$.	0,25
	1	Gọi giá niêm yết của máy giặt và tủ lạnh lần lượt là x, y (triệu đồng),	0,25

III (2,5 điểm)		$(0 < x, y < 31)$.	
		Lập luận được hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 31 \\ 60\%x + 75\%y = 20,775 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ phương trình được kết quả: $\begin{cases} x = 16,5(tm) \\ y = 14,5(tm) \end{cases}$	0,25
		Vậy giá niêm yết của máy giặt và tủ lạnh lần lượt là 16,5 triệu đồng và 14,5 triệu đồng.	0,25
	2	Gọi thời gian để người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ, $x > 6$).	0,25
		Thời gian để người thứ hai làm một mình xong công việc là $x - 6$ (giờ).	
		1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).	
		1 giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{x - 6}$ (công việc).	
		Vì hai người cùng làm chung xong công việc sau 4 giờ nên 1 giờ hai người làm được $\frac{1}{4}$ (công việc).	
		Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 6} = \frac{1}{4}$	0,25
		Giải phương trình được $x = 12$ (tm) và $x = 2$ (không thỏa mãn).	0,25
		Vậy người thứ nhất làm một mình xong công việc trong 12 giờ. Người thứ hai làm một mình xong công việc trong $12 - 6 = 6$ (giờ).	0,25
	3	Ta có $a + b + c = 1 - m - 1 + m = 0$. Nên phương trình có hai nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = m$.	
		$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$ $\sqrt{1} + \sqrt{m} = 3 \quad (\text{đk } m \geq 0)$ $m = 4(tm)$	0,25
		$+ x_1^3 + x_2^3 = 1^3 + m^3 = 1^3 + 4^3 = 65$.	0,25
IV (4,0 điểm)	1	a) $R = 4 : 2 = 2$ cm.	0,25
		Thể tích của quả nặng là: $V = \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32}{3}\pi \approx \frac{32}{3} \cdot 3,14 \approx 33,49(cm^3)$	0,25
		b) Tính chiều cao của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.3.h = 60\pi(cm^2)$ $h = 10(cm)$	0,25
		Thể tích của nước trong cốc khi chưa thả quả nặng là: $V_n = \pi r^2 h = \pi.3^2.10 = 90\pi(cm^3)$	
		Thể tích nước còn lại trong cốc: $V = V_n - V_q = 90\pi - \frac{32\pi}{3} = \frac{238\pi}{3} \approx 249,11(cm^3)$	0,25

			
		Vẽ hình đúng đến câu a.	0,25
		a) Chứng minh bốn điểm C, M, H, N thuộc một đường tròn.	
		Chứng minh C, M, H thuộc đường tròn đường kính CH .	0,25
		Chứng minh C, N, H thuộc đường tròn đường kính CH .	0,25
		Vậy 4 điểm C, M, N, H thuộc đường tròn đường kính CH .	0,25
		b) * Chứng minh $\triangle NMC \sim \triangle ABC$	
		Chứng minh được $\widehat{CNM} = \widehat{CAB}$.	0,25
		Chứng minh $\triangle NMC \sim \triangle ABC$ (g – g).	0,5
		* Tính diện tích $\triangle NMC$ theo R nếu $\widehat{CAB} = 60^\circ$.	
		Tính được $CH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$	0,25
		Chứng minh $MN = CH = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.	
		Tính được $MC = \frac{3R}{4}$; $CN = \frac{R\sqrt{3}}{4}$.	0,25
		Tính được $S_{NMC} = \frac{1}{2} MC \cdot CN = \frac{1}{2} \cdot \frac{3R}{4} \cdot \frac{R\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}R^2}{32}$ (đvdt).	0,25
		c) Chứng minh HP vuông góc với MN .	
		* Chứng minh $MI \parallel NK$.	
		Chứng minh $\widehat{NMI} = 90^\circ$.	
		Tương tự chứng minh $\widehat{MNK} = 90^\circ$.	
		Suy ra $MI \parallel NK$.	0,25
		Do $MI \parallel NK$, ta có $\frac{MI}{NK} = \frac{PM}{PK}$	
		Suy ra, chứng minh được: $\frac{HI}{HK} = \frac{PM}{PK}$	
		Suy ra $HP \parallel MI$. Suy ra HP vuông góc với MN . (đpcm)	0,25
V (0,5 điểm)		Gọi giá phòng khách sạn sau khi tăng là x (nghìn đồng) ($x > 400$). Giá phòng khách sạn chênh lệch sau khi tăng là $x - 400$ (nghìn đồng). Số phòng trống sau khi khách sạn tăng giá phòng là: $2 \cdot \frac{x - 400}{20} = \frac{x - 400}{10} \text{ (phòng)}.$	

		Số phòng khách sạn cho thuê với giá x (nghìn đồng) là: $50 - \frac{x-400}{10} = 90 - \frac{x}{10}$ (phòng). Khi đó tổng doanh thu trong một ngày của khách sạn là: $x \left(90 - \frac{x}{10} \right) = -\frac{x^2}{10} + 90x \text{ (nghìn đồng).}$ Ta có: $-\frac{x^2}{10} + 90x = -\frac{1}{10}(x^2 - 900x) = -\frac{1}{10}[(x-450)^2 - 202500]$ $= -\frac{1}{10}(x-450)^2 + 20250.$	0,25
		Vì $(x-450)^2 \geq 0$ với mọi x nên ta có $-\frac{1}{10}(x-450)^2 + 20250 \leq 20250$. Dấu “=” xảy ra khi $(x-450)^2 = 0$ hay $x = 450$. Vậy nếu khách sạn cho thuê mỗi phòng với giá 450 000 đồng một ngày thì khách sạn sẽ đạt doanh thu lớn nhất là 20 250 000 đồng.	0,25

Lưu ý: Học sinh giải theo cách khác đúng, cho điểm tương đương.