

## CHƯƠNG 3

## CĂN THỨC

## BÀI 1

## CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC

**1. Căn bậc hai của số thực không âm**

**Định nghĩa:** Căn bậc hai của số thực  $a$  không âm là số  $x$  sao cho  $x^2 = a$ .

**Chú ý:**

- Mỗi số thực dương  $a (a > 0)$  có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau. Số dương kí hiệu là:  $\sqrt{a}$ , số âm kí hiệu là:  $-\sqrt{a}$ . Ta gọi  $\sqrt{a}$  là căn bậc hai số học của  $a$ .

- Số 0 có đúng 1 căn bậc hai là chính nó, ta viết  $\sqrt{0} = 0$
- Số âm không có căn bậc hai.

**Nhận xét:** Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**2. Căn bậc ba**

Căn bậc ba của số thực  $a$  là số thực  $x$  sao cho  $x^3 = a$ .

Căn bậc ba của số thực  $a$  được kí hiệu là:  $\sqrt[3]{a}$ .

**Nhận xét:**

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ .
- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ .
- Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .

**CHỦ ĐỀ 1**  
**CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC**

**DẠNG 1**  
**CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC**

- Nếu  $a > 0$  thì các căn bậc hai của  $a$  là  $\pm\sqrt{a}$ .
- Với số  $a \geq 0$ , ta có  $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

**Bài 1.** Tìm căn bậc hai của :

- |                     |         |         |
|---------------------|---------|---------|
| a) 169              | b) 2,25 | c) 0,64 |
| d) $\frac{36}{121}$ | e) 7    | f) 10   |

**Bài 2.** Tính:

- |                                    |   |  |
|------------------------------------|---|--|
| a) $(\sqrt{5})^2$                  | b) $(-\sqrt{2025})^2$   | c) $\left(-\sqrt{\frac{1}{2026}}\right)^2$                                   |
| d) $(\sqrt{10})^2 - (-\sqrt{8})^2$ | e) $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$ | f) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$ |

**Bài 3.** Tính:

- |   |   |
|---|---|
| a) $(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})$   | b) $(\sqrt{2026}-\sqrt{2025})^2(\sqrt{2026}+\sqrt{2025})^2$   |
| c) $\left(\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)\left(\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{2}{7}}\right)$ | d) $\left(\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{\frac{7}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{4}{5}}-\sqrt{\frac{7}{3}}\right)$ |

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 4.** Tìm căn bậc hai của :

- |                     |        |         |
|---------------------|--------|---------|
| a) 64               | b) 400 | c) 0,49 |
| d) $\frac{25}{169}$ | e) 1,5 | f) 17   |

**Bài 5.** Tính:

- |   |   |  |
|---|---|--|
| a) $(\sqrt{2026})^2$                    | b) $(-\sqrt{99})^2$   | c) $\left(-\sqrt{\frac{2025}{2026}}\right)^2$                                |
| d) $(-\sqrt{2026})^2 - (\sqrt{2025})^2$ | e) $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2$ | f) $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2$ |

**Bài 6.** Tính:

a)  $(\sqrt{17} - 4)^3 (\sqrt{17} + 4)^3$

b)  $(\sqrt{27} + \sqrt{26})^{2025} (\sqrt{27} - \sqrt{26})^{2025}$

c)  $\frac{(\sqrt{11} + \sqrt{10})^2 (\sqrt{11} - \sqrt{10})^2}{(\sqrt{24} - 5)^3 (\sqrt{24} + 5)^3}$

d)  $(\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{6} + \sqrt{5})$

**DẠNG 2****SO SÁNH CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC****Phương pháp**

Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{24}$  và 5

b)  $\sqrt{0,08}$  và 0,3

c)  $\sqrt{37}$  và 6

**Bài 2.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{5}$  và  $\sqrt{\frac{24}{5}}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  và  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

c)  $\sqrt{\frac{4}{5}}$  và  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

**Bài 3.** So sánh các cặp số sau:

a) 4 và  $\sqrt{10} + 1$

b)  $\frac{5}{2}$  và  $\sqrt{\frac{4}{5}} + 2$

c) 2 và  $\sqrt{17} - 2$

## CHỦ ĐỀ 2

## CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC

## DẠNG 1

## CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC

## Phương pháp

Căn bậc ba của số thực  $a$  là số thực  $x$  sao cho  $x^3 = a$ .

Căn bậc ba của số thực  $a$  được kí hiệu là:  $\sqrt[3]{a}$ .

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = \sqrt[3]{a^3} = a.$$

## Chú ý:

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ,
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

## Bài 1. Tìm căn bậc ba của :

a) 216

b)  $-\frac{1}{1000}$

c) -0,0729

d)  $-\frac{1}{27}$

e)  $\frac{125}{64}$

f)  $\frac{27}{512}$

## Bài 2. Tính

a)  $\sqrt[3]{0,008}$

b)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{216}}$

c)  $-\sqrt[3]{2024^3}$

d)  $\left(-\sqrt[3]{\frac{4}{5}}\right)^3$

e)  $\left(2\sqrt[3]{-3}\right)^3 + 15 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

f)  $\left(-3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3 - 8 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

## Bài 3. Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt[3]{27} - \left(\sqrt[3]{-4}\right)^3 + \sqrt[3]{-64}$

b)  $B = \sqrt[3]{1000} - \sqrt[3]{-1000000}$

## Bài 4. Tính

a)  $\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}\right)$

b)  $\left(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right)$

## Bài 5. Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt[3]{\left(\sqrt{2} + 1\right)\left(3 + 2\sqrt{2}\right)}$

b)  $B = \sqrt[3]{\left(4 - 2\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3} - 1\right)}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 6.** Tìm căn bậc ba của :

a)  $-64$

b)  $\frac{125}{8}$

c)  $0,512$

d)  $-\frac{1000}{216}$

e)  $\frac{1}{0,064}$

f)  $-0,027$

**Bài 7.** Tính

a)  $\sqrt[3]{27}$

d)  $\sqrt[3]{729}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{1}{216}} - \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{12}\right)^3}$

e)  $\sqrt[3]{\frac{64}{343}} - \sqrt[3]{\frac{1}{512}}$

f)  $\sqrt[3]{\frac{1}{125}} + \left(-\sqrt[3]{\frac{2026}{5}}\right)^3$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt[3]{216} + \left(\sqrt[3]{-8}\right)^3 + \sqrt[3]{-343}$

b)  $B = \sqrt[3]{0,001} - \sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[3]{-0,125}$

**DẠNG 2**  
**SO SÁNH CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC**
**Phương pháp**

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ .
- Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt[3]{-2024}$  và  $\sqrt[3]{-2025}$       b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$  và  $\sqrt[3]{\frac{1}{1001}}$       c) 8 và  $\sqrt[3]{511}$

**Bài 2.** So sánh các cặp số sau:

a)  $-7$  và  $\sqrt[3]{-342}$       b)  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$  và  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$       c)  $\frac{2}{3}$  và  $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$

## CHƯƠNG 3

## CĂN THỨC

## BÀI 1

## CĂN BẬC HAI VÀ CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC

**1. Căn bậc hai của số thực không âm**

**Định nghĩa:** Căn bậc hai của số thực  $a$  không âm là số  $x$  sao cho  $x^2 = a$ .

**Chú ý:**

- Mỗi số thực dương  $a (a > 0)$  có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau. Số dương kí hiệu là:  $\sqrt{a}$ , số âm kí hiệu là:  $-\sqrt{a}$ . Ta gọi  $\sqrt{a}$  là căn bậc hai số học của  $a$ .

- Số 0 có đúng 1 căn bậc hai là chính nó, ta viết  $\sqrt{0} = 0$
- Số âm không có căn bậc hai.

**Nhận xét:** Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**2. Căn bậc ba**

Căn bậc ba của số thực  $a$  là số thực  $x$  sao cho  $x^3 = a$ .

Căn bậc ba của số thực  $a$  được kí hiệu là:  $\sqrt[3]{a}$ .

**Nhận xét:**

- $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ .
- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ .
- Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .



$$\text{d) } (\sqrt{10})^2 - (-\sqrt{8})^2 \qquad \text{e) } \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 \qquad \text{f) } \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$$

Lời giải

$$\text{a) } (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$\text{b) } (-\sqrt{2025})^2 = 2025$$

$$\text{c) } \left(-\sqrt{\frac{1}{2026}}\right)^2 = \frac{1}{2026}$$

$$\text{d) } (\sqrt{10})^2 - (-\sqrt{8})^2 = 10 - 8 = 2$$

$$\text{e) } \left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{f) } \left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} = -\frac{1}{12}$$

**Bài 3.** Tính:

$$\text{a) } (1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5})$$

$$\text{b) } (\sqrt{2026} - \sqrt{2025})^2 (\sqrt{2026} + \sqrt{2025})^2$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{2}{7}}\right)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2}{7}}\right)$$

$$\text{d) } \left(\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{\frac{7}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{7}{3}}\right)$$

Lời giải

$$\text{a) } (1 + \sqrt{5})(1 - \sqrt{5}) = 1^2 - (\sqrt{5})^2 = 1 - 5 = -4$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (\sqrt{2026} - \sqrt{2025})^2 (\sqrt{2026} + \sqrt{2025})^2 &= \left[ (\sqrt{2026} - \sqrt{2025})(\sqrt{2026} + \sqrt{2025}) \right]^2 \\ &= \left[ (\sqrt{2026})^2 - (\sqrt{2025})^2 \right]^2 = (2026 - 2025)^2 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{2}{7}}\right)\left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2}{7}}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{2}{7} = \frac{7}{28} - \frac{4}{28} = \frac{3}{28}$$

$$\text{d) } \left(\sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{\frac{7}{3}}\right)\left(\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{7}{3}}\right) = \left(\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{7}{3}}\right)^2 = \frac{4}{5} - \frac{7}{3} = \frac{12}{15} - \frac{35}{15} = -\frac{23}{15}$$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 4.** Tìm căn bậc hai của :

$$\text{a) } 64$$

$$\text{b) } 400$$

$$\text{c) } 0,49$$

$$\text{d) } \frac{25}{169}$$

$$\text{e) } 1,5$$

$$\text{f) } 17$$

## Lời giải

a) 64

Ta có  $8^2 = 64$  nên có hai căn bậc hai là 8 và  $-8$ .

b) 400

Ta có  $20^2 = 400$  nên có hai căn bậc hai là 20 và  $-20$ .

c) 0,49

Ta có  $0,7^2 = 0,49$  nên có hai căn bậc hai là 0,7 và  $-0,7$ .d)  $\frac{25}{169}$ Ta có  $\left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$  nên có hai căn bậc hai là  $\frac{5}{13}$  và  $-\frac{5}{13}$ .

e) 1,5

Ta có  $(\sqrt{1,5})^2 = 1,5$  nên có hai căn bậc hai là  $\sqrt{1,5}$  và  $-\sqrt{1,5}$ .

f) 17

Ta có  $(\sqrt{17})^2 = 17$  nên có hai căn bậc hai là  $\sqrt{17}$  và  $-\sqrt{17}$ .**Bài 5.** Tính:

a)  $(\sqrt{2026})^2$

b)  $(-\sqrt{99})^2$

c)  $\left(-\sqrt{\frac{2025}{2026}}\right)^2$

d)  $(-\sqrt{2026})^2 - (\sqrt{2025})^2$

e)  $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2$

f)  $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2$

## Lời giải

a)  $(\sqrt{2026})^2 = 2026$

b)  $(-\sqrt{99})^2 = 99$

c)  $\left(-\sqrt{\frac{2025}{2026}}\right)^2 = \frac{2025}{2026}$

d)  $(-\sqrt{2026})^2 - (\sqrt{2025})^2 = 2026 - 2025 = 1$

e)  $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 - \left(-\sqrt{\frac{3}{7}}\right)^2 = \frac{2}{5} - \frac{3}{7} = \frac{14}{35} - \frac{15}{35} = -\frac{1}{35}$

f)  $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2 + \left(-\sqrt{\frac{4}{5}}\right)^2 = \frac{3}{2} + \frac{4}{5} = \frac{15}{10} + \frac{8}{10} = \frac{23}{10}$

**Bài 6.** Tính:

a)  $(\sqrt{17} - 4)^3 (\sqrt{17} + 4)^3$

b)  $(\sqrt{27} + \sqrt{26})^{2025} (\sqrt{27} - \sqrt{26})^{2025}$

c)  $\frac{(\sqrt{11} + \sqrt{10})^2 (\sqrt{11} - \sqrt{10})^2}{(\sqrt{24} - 5)^3 (\sqrt{24} + 5)^3}$

d)  $(\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{6} + \sqrt{5})$

**Lời giải**

a)  $(\sqrt{17} - 4)^3 (\sqrt{17} + 4)^3 = [(\sqrt{17} - 4)(\sqrt{17} + 4)]^3 = [(\sqrt{17})^2 - 4^2]^3 = (17 - 16)^3 = 1$

b)  $(\sqrt{27} + \sqrt{26})^{2025} (\sqrt{27} - \sqrt{26})^{2025} = [(\sqrt{27} + \sqrt{26})(\sqrt{27} - \sqrt{26})]^{2025} = [(\sqrt{27})^2 - (\sqrt{26})^2]^{2025}$   
 $= (27 - 26)^{2025} = 1$

c)  $\frac{(\sqrt{11} + \sqrt{10})^2 (\sqrt{11} - \sqrt{10})^2}{(\sqrt{24} - 5)^3 (\sqrt{24} + 5)^3} = \frac{[(\sqrt{11} + \sqrt{10})(\sqrt{11} - \sqrt{10})]^2}{[(\sqrt{24} - 5)(\sqrt{24} + 5)]^3} = \frac{[(\sqrt{11})^2 - (\sqrt{10})^2]^2}{[(\sqrt{24})^2 - 5^2]^3} = \frac{(11 - 10)^2}{(24 - 25)^3} = -1$

d)

$$(\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{6} + \sqrt{5})$$
$$= (\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{8} + \sqrt{7})(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5})$$
$$= [(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2][(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2]$$
$$= 1 \cdot 1 = 1$$

**DẠNG 2****SO SÁNH CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC****Phương pháp**

Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{24}$  và 5

b)  $\sqrt{0,08}$  và 0,3

c)  $\sqrt{37}$  và 6

**Lời giải**

a)  $\sqrt{24}$  và 5

Ta có:  $5 = \sqrt{25}$

Do  $24 < 25$  nên  $\sqrt{24} < \sqrt{25}$  hay  $\sqrt{24} < 5$

b)  $\sqrt{0,08}$  và 0,3

Ta có:  $0,3 = \sqrt{0,09}$

Do  $0,08 < 0,09$  nên  $\sqrt{0,08} < \sqrt{0,09}$  hay  $\sqrt{0,08} < 0,3$

c)  $\sqrt{37}$  và 6

Ta có:  $6 = \sqrt{36}$

Do  $37 > 36$  nên  $\sqrt{37} > \sqrt{36}$  hay  $\sqrt{37} > 6$

**Bài 2.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{5}$  và  $\sqrt{\frac{24}{5}}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  và  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

c)  $\sqrt{\frac{4}{5}}$  và  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{5}$  và  $\sqrt{\frac{24}{5}}$

Ta có:  $5 = \frac{25}{5}$

Do  $\frac{25}{5} > \frac{24}{5}$  nên  $\sqrt{\frac{25}{5}} > \sqrt{\frac{24}{5}}$  hay  $\sqrt{5} > \sqrt{\frac{24}{5}}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  và  $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Ta có:  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  và  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

$$\text{Do } \frac{3}{6} < \frac{4}{6} \text{ hay } \frac{1}{2} < \frac{2}{3} \text{ nên } \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{c) } \sqrt{\frac{4}{5}} \text{ và } \sqrt{\frac{5}{6}}$$

$$\text{Ta có: } \frac{4}{5} = \frac{18}{30} \text{ và } \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$$

$$\text{Do } \frac{18}{30} < \frac{25}{30} \text{ hay } \frac{4}{5} < \frac{5}{6} \text{ nên } \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{5}{6}}$$

**Bài 3.** So sánh các cặp số sau:

$$\text{a) } 4 \text{ và } \sqrt{10} + 1$$

$$\text{b) } \frac{5}{2} \text{ và } \sqrt{\frac{4}{5}} + 2$$

$$\text{c) } 2 \text{ và } \sqrt{17} - 2$$

**Lời giải**

$$\text{a) } 4 \text{ và } \sqrt{10} + 1$$

$$\text{Do } 9 < 10 \text{ nên } \sqrt{9} < \sqrt{10} \text{ hay } 3 < \sqrt{10}$$

$$\text{Suy ra } 4 < \sqrt{10} + 1$$

$$\text{b) } \frac{5}{2} \text{ và } \sqrt{\frac{4}{5}} + 2$$

$$\text{Do } \frac{1}{4} < \frac{4}{5} \text{ nên } \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{4}{5}} \text{ hay } \frac{1}{2} < \sqrt{\frac{4}{5}}$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{2} + 2 < \sqrt{\frac{4}{5}} + 2 \text{ hay } \frac{5}{2} < \sqrt{\frac{4}{5}} + 2$$

$$\text{c) } 2 \text{ và } \sqrt{17} - 2$$

$$\text{Do } 16 < 17 \text{ nên } \sqrt{16} < \sqrt{17} \text{ hay } 4 < \sqrt{17}$$

$$\text{Suy ra } 4 - 2 < \sqrt{17} - 2 \text{ hay } 2 < \sqrt{17} - 2$$

**CHỦ ĐỀ 2****CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC****DẠNG 1****CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC****Phương pháp**

Căn bậc ba của số thực  $a$  là số thực  $x$  sao cho  $x^3 = a$ .

Căn bậc ba của số thực  $a$  được kí hiệu là:  $\sqrt[3]{a}$ .

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = \sqrt[3]{a^3} = a.$$

**Chú ý:**

- $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ,
- $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ ,
- $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

**Bài 1.** Tìm căn bậc ba của :

a) 216

b)  $-\frac{1}{1000}$

c)  $-0,0729$

d)  $-\frac{1}{27}$

e)  $\frac{125}{64}$

f)  $\frac{27}{512}$

**Lời giải**

a) Ta có  $6^3 = 216$  nên số 6 là căn bậc ba của 216.

b) Ta có  $\left(-\frac{1}{10}\right)^3 = -\frac{1}{1000}$  nên số  $-\frac{1}{10}$  là căn bậc ba của  $-\frac{1}{1000}$ .

c) Ta có  $(-0,9)^3 = -0,0729$  nên số  $-0,9$  là căn bậc ba của  $-0,0729$ .

d) Ta có  $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$  nên số  $-\frac{1}{3}$  là căn bậc ba của  $-\frac{1}{27}$ .

e) Ta có  $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64}$  nên số  $\frac{5}{4}$  là căn bậc ba của  $\frac{125}{64}$ .

f) Ta có  $\left(\frac{3}{8}\right)^3 = \frac{27}{512}$  nên số  $\frac{3}{8}$  là căn bậc ba của  $\frac{27}{512}$ .

**Bài 2.** Tính

a)  $\sqrt[3]{0,008}$

b)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{216}}$

c)  $-\sqrt[3]{2024^3}$

d)  $\left(-\sqrt[3]{\frac{4}{5}}\right)^3$

e)  $\left(2\sqrt[3]{-3}\right)^3 + 15\sqrt[3]{\frac{1}{125}}$

f)  $\left(-3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3 - 8\sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt[3]{0,008} = \sqrt[3]{(0,8)^3} = 0,8$

b) Ta có:  $\sqrt[3]{-\frac{1}{216}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{6}\right)^3} = -\frac{1}{6}$

c) Ta có:  $-\sqrt[3]{2024^3} = -2024$

d) Ta có:  $\left(-\sqrt[3]{\frac{4}{5}}\right)^3 = -\frac{4}{5}$

e) Ta có:  $\left(2\sqrt[3]{-3}\right)^3 + 15\sqrt[3]{\frac{1}{125}} = 2^3 \cdot \left(\sqrt[3]{-3}\right)^3 + 15\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^3} = 8 \cdot (-3) + 15 \cdot \frac{1}{5} = -21$

f) Ta có:  $\left(-3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3 - 8\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = (-3)^3 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)^3 - 8\sqrt[3]{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = -27 \cdot \frac{1}{3} - 8 \cdot \frac{1}{4} = -11$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt[3]{27} - \left(\sqrt[3]{-4}\right)^3 + \sqrt[3]{-64}$

b)  $B = \sqrt[3]{1000} - \sqrt[3]{-1000000}$

**Lời giải**

a)  $A = \sqrt[3]{27} - \left(\sqrt[3]{-4}\right)^3 + \sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{3^3} - (-4) + \sqrt[3]{(-4)^3} = 3 + 4 - 4 = 3$

b)  $B = \sqrt[3]{1000} - \sqrt[3]{-1000000} = \sqrt[3]{10^3} - \sqrt[3]{(-100)^3} = 10 - (-100) = 10 + 100 = 110$

**Bài 4.** Tính

a)  $\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}\right)$

b)  $\left(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7}\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right)$

**Lời giải**

a)  $\left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}\right) = \left(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{3^2} + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}\right) = \left(\sqrt[3]{3}\right)^3 - \left(\sqrt[3]{2}\right)^3 = 3 - 2 = 1$

b)  $\left(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7}\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}\right) = \left(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{5}\right)\left(\sqrt[3]{7^2} - \sqrt[3]{7}\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{5^2}\right) = \left(\sqrt[3]{7}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{5}\right)^3 = 7 + 5 = 12$

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(3 + 2\sqrt{2})}$

b)  $B = \sqrt[3]{(4 - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)}$

**Lời giải**

a)  $A = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(3 + 2\sqrt{2})} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(2 + 2\sqrt{2} + 1)} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{2} + 1)^3} = \sqrt{2} + 1$



$$f) \text{ Ta có: } \sqrt[3]{\frac{1}{125}} + \left(-\sqrt[3]{\frac{2026}{5}}\right)^3 = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^3} - \frac{2026}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2026}{5} = -\frac{2025}{5} = -405$$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = \sqrt[3]{216} + \left(\sqrt[3]{-8}\right)^3 + \sqrt[3]{-343}$$

$$b) B = \sqrt[3]{0,001} - \sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[3]{-0,125}$$

**Lời giải**

$$a) A = \sqrt[3]{216} + \left(\sqrt[3]{-8}\right)^3 + \sqrt[3]{-343} = \sqrt[3]{6^3} + (-8) + \sqrt[3]{(-7)^3} = 6 - 8 - 7 = -9$$

$$b) B = \sqrt[3]{0,001} - \sqrt[3]{-0,027} + \sqrt[3]{-0,125} = \sqrt[3]{(0,1)^3} - \sqrt[3]{(-0,3)^3} + \sqrt[3]{(-0,5)^3} = 0,1 - (-0,3) - 0,5 = -0,1$$

**DẠNG 2**  
**SO SÁNH CĂN BẬC BA CỦA SỐ THỰC**
**Phương pháp**

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ .
- Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt[3]{-2024}$  và  $\sqrt[3]{-2025}$                       b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}}$  và  $\sqrt[3]{\frac{1}{1001}}$                       c) 8 và  $\sqrt[3]{511}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $-2024 > -2025$  nên  $\sqrt[3]{-2024} > \sqrt[3]{-2025}$

b) Ta có:  $\frac{1}{1000} > \frac{1}{1001}$  nên  $\sqrt[3]{\frac{1}{1000}} > \sqrt[3]{\frac{1}{1001}}$

c) Ta có:  $8 = \sqrt[3]{512}$

Do  $512 > 511$  nên  $\sqrt[3]{512} > \sqrt[3]{511}$  hay  $8 > \sqrt[3]{511}$

**Bài 2.** So sánh các cặp số sau:

a)  $-7$  và  $\sqrt[3]{-342}$                       b)  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$  và  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}$                       c)  $\frac{2}{3}$  và  $\sqrt[3]{\frac{125}{216}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $-7 = \sqrt[3]{-343}$

Do  $-343 < -342$  nên  $\sqrt[3]{-343} < \sqrt[3]{-342}$  hay  $-7 < \sqrt[3]{-342}$

b) Ta có:  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$  và  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{4}{5}\right)^3} = \frac{4}{5} = \frac{12}{15}$

Do  $\frac{6}{15} < \frac{12}{15}$  hay  $\frac{2}{3} < \frac{4}{5}$  nên  $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} < \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

c) Ta có:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$  và  $\sqrt[3]{\frac{125}{216}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{6}\right)^3} = \frac{5}{6}$

Do  $\frac{4}{6} < \frac{5}{6}$  hay  $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$  nên  $\frac{2}{3} < \sqrt[3]{\frac{125}{216}}$

**BÀI 2****MỘT SỐ PHÉP TÍNH VỀ CĂN THỨC HAI CỦA SỐ THỰC****1. Căn bậc hai của một bình phương**

Với mọi số  $a$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = |a|$

**2. Căn bậc hai của một tích**

Với hai số không âm  $a, b$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

**Chú ý:** Quy tắc trên có thể mở rộng cho tích có nhiều thừa số không âm.

**3. Căn bậc hai của một thương**

Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**4. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai**

Cho hai số  $a, b$ , với  $b \geq 0$ . Khi đó:  $\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$

Cụ thể, ta có:

- Nếu  $a \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2 b} = a \sqrt{b}$
- Nếu  $a < 0$  thì  $\sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$

**5. Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai**

- Với  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$
- Với  $a < 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a \sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$

## DẠNG 1

## CĂN BẬC HAI CỦA MỘT BÌNH PHƯƠNG

Với mọi số  $a$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = |a|$

**Chú ý:**

$$\bullet |a| = \begin{cases} a & \text{khi } a \geq 0 \\ -a & \text{khi } a < 0 \end{cases}$$

• Với số  $a \geq 0$ , ta có  $\sqrt{a^2} = a$ ;  $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{2025^2}$

b)  $\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

c)  $-\sqrt{(-8)^2}$

**Bài 2.** Tính

a)  $\sqrt{\frac{4}{49}}$

b)  $-\sqrt{\frac{1}{64}}$

c)  $\sqrt{\frac{-25}{-169}}$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{144} \cdot \sqrt{\frac{-49}{64}} \cdot \sqrt{0,01}$

b)  $B = \frac{\sqrt{0,25} - \sqrt{(-15)^2} + \sqrt{2,25}}{\sqrt{169}}$

c)  $C = \frac{75}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

**Bài 4.** Tính

a)  $\sqrt{(\sqrt{24} - 5)^2}$

b)  $\sqrt{(4 - \sqrt{15})^2}$

c)  $\sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2}$

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau :

a)  $3\sqrt{5} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$

b)  $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$

c)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}$

**Lời giải****Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$

b)  $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$

c)  $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

**Bài 7.** Chứng minh rằng

a)  $\sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15} = 4$

b)  $11 + 6\sqrt{2} = (3 + \sqrt{2})^2$

c)  $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} = 6$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 8.** Tính

a)  $\sqrt{2026^2}$

b)  $\sqrt{\left(-\frac{1}{2025}\right)^2}$

c)  $-\sqrt{\left(-\frac{2025}{2026}\right)^2}$

**Bài 9.** Tính

a)  $\sqrt{\frac{121}{169}}$

b)  $-\sqrt{\frac{49}{144}}$

c)  $\sqrt{\frac{-400}{-81}}$

**Bài 10.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36}$

b)  $B = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} + \sqrt{256} : \sqrt{64}$

c)  $C = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 36 \cdot 3^2} - \sqrt{225}$

**Bài 11.** Tính giá trị của các biểu thức sau

a)  $A = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}}$

b)  $B = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16}$

c)  $C = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$

**Bài 12.** Chứng minh rằng

a)  $(3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8}) = 1$

b)  $\left(\frac{5 - \sqrt{21}}{4}\right)(5 + \sqrt{21}) = 1$

c)  $(\sqrt{13} - \sqrt{15})\left(\frac{\sqrt{13} + \sqrt{15}}{2}\right) = 1$

**Bài 13.** Chứng minh rằng

a)  $8 - 2\sqrt{7} = (\sqrt{7} - 1)^2$

b)  $\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} = -2$

**Bài 14.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{49 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{49 + 12\sqrt{5}}$

b)  $B = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$

**Bài 15.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

**Bài 16.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}$

**DẠNG 2**  
**CĂN BẬC HAI CỦA MỘT TÍCH**

 Với hai số không âm  $a, b$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 
**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{25 \cdot 144}$

b)  $\sqrt{52 \cdot 13}$

c)  $\sqrt{45 \cdot 80}$

**Bài 2.** Tính

a)  $\sqrt{55 \cdot 77 \cdot 35}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$

c)  $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}$

**Bài 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{26^2 - 24^2}$

b)  $\sqrt{61^2 - 60^2}$

c)  $\sqrt{85^2 - 84^2}$

**Bài 4.** Tính

a)  $\left( \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24} \right) \cdot \sqrt{6}$

b)  $\left( \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}} \right) \cdot \sqrt{12} - \sqrt{5}$

c)  $\sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**
**Bài 5.** Tính

a)  $A = \sqrt{32 \cdot 200}$

b)  $B = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$

c)  $C = \sqrt{(9+2\sqrt{14})(9-2\sqrt{14})}$

**Bài 6.** Tính

a)  $\frac{\sqrt{17^3 + 8^3}}{\sqrt{17^2 - 17 \cdot 8 + 8^2}}$

b)  $\frac{\sqrt{16^3 - 7^3}}{\sqrt{16^2 + 112 + 7^2}}$

b)  $\left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72}$

**Bài 7.** Rút gọn

a)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$

b)  $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$

c)  $\frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$

**DẠNG 3**  
**CĂN BẬC HAI CỦA MỘT THƯƠNG**

Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b)  $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

c)  $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

**Bài 2.** Tính

a)  $\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7}\right) : \sqrt{7}$

b)  $\left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3}$

c)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$

**Bài 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{\frac{64}{25^2 - 24^2}}$

b)  $\sqrt{\frac{10^2 - 6^2}{121}}$

c)  $\sqrt{\frac{144}{17^2 - 8^2}}$

**Bài 4.** Tính

a)  $\frac{\sqrt{36 - 12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}} - \sqrt{5}$

b)  $\frac{\sqrt{4 - \sqrt{7}}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}}{2}$

c)  $\sqrt{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{2 - \sqrt{3}}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$

b)  $\sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}}$

c)  $\frac{\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}}{\sqrt{13}}$

**Bài 6.** Thực hiện phép tính

a)  $\frac{20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}}{\sqrt{15}}$

b)  $(\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3}$

c)  $(\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Bài 7.** Tính

a)  $\sqrt{3 + \sqrt{5}} - \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}} - 2\sqrt{6}$

**DẠNG 4****ĐƯA THỪA SỐ RA NGOÀI DẤU CĂN BẬC HAI**

- Nếu  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$
- Nếu  $a < 0$  và  $b \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

**Bài 1.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{11^2 \cdot 3}$

b)  $\sqrt{27}$

c)  $\sqrt{125}$

**Bài 2.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{25 \cdot 90}$

b)  $\sqrt{96 \cdot 125}$

c)  $\sqrt{75 \cdot 54}$

**Bài 3.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{48} - \sqrt{27}$

b)  $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{245}$

c)  $\sqrt{28} + \sqrt{112} - \sqrt{252}$

**Bài 4.** Tính

a)  $(\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{75}) : \sqrt{5}$

b)  $(2\sqrt{40} - \sqrt{250} + \sqrt{360}) : \sqrt{10}$

c)  $\frac{\sqrt{245 \cdot 35} - \sqrt{(-8)^2 \cdot 7}}{\sqrt{7}}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 5.** Tính

a)  $\sqrt{200} - \sqrt{32} + \sqrt{72}$

b)  $\sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{405}$

c)  $\sqrt{50} - \sqrt{128} + \sqrt{162} - \sqrt{18}$

**Bài 6.** Tính

a)  $(\sqrt{12} + 12\sqrt{15} - 4\sqrt{135})\sqrt{3}$

b)  $2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$

c)  $\sqrt{24 + 8\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}$

**DẠNG 5****ĐƯA THỪA SỐ VÀO TRONG DẤU CĂN BẬC HAI**

- Với  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$
- Với  $a < 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

**Bài 1.** Đưa thừa số vào dấu căn

a)  $10\sqrt{\frac{3}{10}}$

b)  $5\sqrt{\frac{7}{5}}$

c)  $-11\sqrt{\frac{3}{11}}$

**Bài 2.** Đưa thừa số vào dấu căn

a)  $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2}$

b)  $5\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{20}$

c)  $-6\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{30}$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{18} + \sqrt{28} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - 14\sqrt{\frac{1}{7}}$

b)  $4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

c)  $(2\sqrt{6} - \sqrt{23})(\sqrt{24} + \sqrt{23})$

**DẠNG 6****SO SÁNH CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC****Phương pháp**

Với:  $a \geq 0, b \geq 0$  ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{120}$  và  $\sqrt{111}$

b)  $\sqrt{81}$  và 10

c) 3 và  $\sqrt{8}$

**Bài 2.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $3\sqrt{3}$  và  $\sqrt{12}$

b)  $\sqrt{7}$  và  $3\sqrt{5}$

c)  $2\sqrt{29}$  và  $4\sqrt{3}$

**Bài 3.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:  $3\sqrt{5}; 2\sqrt{6}; \sqrt{29}; 4\sqrt{2}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 4.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  và  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

b)  $\frac{3}{8}$  và  $\sqrt{\frac{1}{64}}$

c)  $\sqrt{\frac{25}{9}}$  và  $\frac{7}{4}$

**Bài 5.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $5\sqrt{2}$  và  $3\sqrt{13}$

b)  $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{37}}$

c)  $\frac{1}{3}\sqrt{51}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{150}$

**Bài 6.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $7\sqrt{2}$  và  $2\sqrt{7}$

b)  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$

c)  $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}$  và  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{4}}$

**Bài 7.** Tìm số lớn hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{6}$  và  $3\sqrt{3}$

**Bài 8.** Tìm số bé hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{\frac{1}{5}}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{21}$

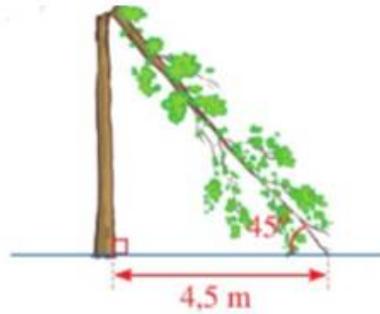
**Bài 9.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:  $7\sqrt{2}; 2\sqrt{8}; \sqrt{28}; 5\sqrt{2}$

**Bài 10.** Sắp xếp các số  $2\sqrt{5}; 3\sqrt{2}; 5; \sqrt{23}$  theo thứ tự tăng dần.

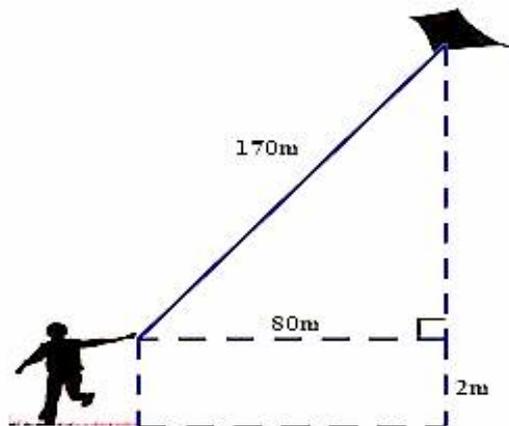
## DẠNG 7

### ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Gió bão thổi mạnh, một cây bị gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với phương nằm ngang một góc  $45^\circ$  (minh họa ở hình vẽ). Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây là 4,5 m. Giả sử cây mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

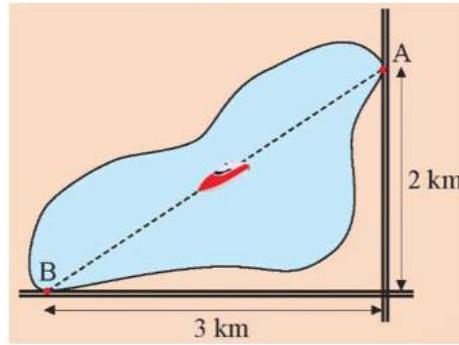


**Bài 2.** Một bạn học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây diều từ tay bạn đến diều dài 170m và bạn đứng cách nơi diều được thả lên theo phương thẳng đứng là 80m. Tính độ cao của con diều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất 2m.



**Bài 3.** Trong Vật lí, quãng đường  $S$  (tính bằng mét) của một vật rơi tự do được cho bởi công thức  $S = 4,9t^2$ , trong đó  $t$  là thời gian rơi (tính bằng giây). Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật sẽ chạm đất nếu được thả rơi tự do từ độ cao 122,5 mét?

**Bài 4.** Hai bến thuyền A và B nằm sát con đường vuông góc với nhau cách chỗ giao nhau lần lượt là 2 km và 3 km (hình vẽ bên dưới). Một ca nô chạy thẳng từ A đến B. Quãng đường ca nô đi được dài bao nhiêu kilômét?



**Bài 5.** Khi một quả bóng rổ được thả xuống, nó sẽ nảy trở lại, nhưng do tiêu hao năng lượng nên nó không đạt được chiều cao như lúc bắt đầu. Hệ số phục hồi của quả bóng rổ được tính theo công

thức  $C_R = \sqrt{\frac{h}{H}}$ , trong đó  $H$  là độ cao mà quả bóng được thả rơi và  $h$  là độ cao mà quả bóng bật lại. Một

quả bóng rổ rơi từ độ cao 3,24 m và bật lại độ cao 2,25 m. Làm thế nào để viết hệ số phục hồi của quả bóng đó dưới dạng phân số?



**Bài 6.** Trong Vật lí, ta có định luật Joule – Lenz để tính nhiệt lượng toả ra ở dây dẫn khi có dòng điện chạy qua:  $Q = I^2Rt$ .

Trong đó:  $Q$  là nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn tính theo Jun (J);

$I$  là cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn tính theo Ampe (A);

$R$  là điện trở dây dẫn tính theo Ohm ( $\Omega$ );

$t$  là thời gian dòng điện chạy qua dây dẫn tính theo giây.

Áp dụng công thức trên để giải bài toán sau: Một bếp điện khi hoạt động bình thường có điện trở  $R = 80 \Omega$ . Tính cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn, biết nhiệt lượng mà dây dẫn toả ra trong 1 giây là 500 J.

**Bài 7.** Tốc độ gần đúng của một ô tô ngay trước khi đạp phanh được tính theo công thức  $v = \sqrt{2\lambda gd}$ , trong đó  $v$  (m/s) là tốc độ của ô tô,  $d$  (m) là chiều dài của vết trượt tính từ thời điểm đạp phanh cho đến khi ô tô dừng lại trên đường,  $\lambda$  là hệ số cản lăn của mặt đường,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Nếu một chiếc ô tô để lại vết trượt dài khoảng 20 m trên đường nhựa thì tốc độ của ô tô trước khi đạp phanh là khoảng bao nhiêu mét trên giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng hệ số cản lăn của đường nhựa là  $\lambda = 0,7$ .



Vết trượt của ô tô

**Bài 8.** Vận tốc  $m/s$  của một vật đang bay được cho bởi công thức  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ , trong đó  $E$  là động năng của vật (tính bằng Joule, kí hiệu là  $J$ ) và  $m$  (kg) là khối lượng của vật. Tính vận tốc bay của một vật khi biết vật đó có khối lượng  $2,5$  kg và động năng  $281,25$  J.

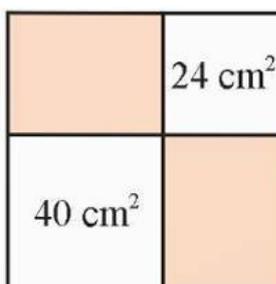
**Bài 9.** Công suất  $P(W)$ , hiệu điện thế  $U(V)$ , điện trở  $R(\Omega)$  trong đoạn mạch một chiều liên hệ với nhau theo công thức  $U = \sqrt{PR}$ . Nếu công suất tăng gấp 8 lần, điện trở giảm 2 lần thì tỉ số giữa hiệu điện thế lúc đó và hiệu điện thế ban đầu bằng bao nhiêu?

**Bài 10.** Cho hình chữ nhật có chiều rộng  $a$  (cm), chiều dài  $b$  (cm) và diện tích  $S$  ( $cm^2$ ).

a) Tìm  $S$ , biết  $a = \sqrt{8}, b = \sqrt{32}$ .

b) Tìm  $b$ , biết  $S = 3\sqrt{2}, a = 2\sqrt{3}$

**Bài 11.** Từ một tấm thép hình vuông, người thợ cắt ra hai mảnh hình chữ nhật có diện tích lần lượt là  $24$   $cm^2$  và  $40$   $cm^2$  như hình vẽ. Tính diện tích phần còn lại của tấm thép



**BÀI 2****MỘT SỐ PHÉP TÍNH VỀ CĂN THỨC HAI CỦA SỐ THỰC****1. Căn bậc hai của một bình phương**

Với mọi số  $a$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = |a|$

**2. Căn bậc hai của một tích**

Với hai số không âm  $a, b$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

**Chú ý:** Quy tắc trên có thể mở rộng cho tích có nhiều thừa số không âm.

**3. Căn bậc hai của một thương**

Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**4. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn bậc hai**

Cho hai số  $a, b$ , với  $b \geq 0$ . Khi đó:  $\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$

Cụ thể, ta có:

- Nếu  $a \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2 b} = a \sqrt{b}$
- Nếu  $a < 0$  thì  $\sqrt{a^2 b} = -a \sqrt{b}$

**5. Đưa thừa số vào trong dấu căn bậc hai**

- Với  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a \sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$
- Với  $a < 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a \sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$

## DẠNG 1

## CĂN BẬC HAI CỦA MỘT BÌNH PHƯƠNG

Với mọi số  $a$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = |a|$

**Chú ý:**

$$\bullet |a| = \begin{cases} a & \text{khi } a \geq 0 \\ -a & \text{khi } a < 0 \end{cases}$$

• Với số  $a \geq 0$ , ta có  $\sqrt{a^2} = a$ ;  $(\sqrt{a})^2 = (-\sqrt{a})^2 = a$

**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{2025^2}$

b)  $\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

c)  $-\sqrt{(-8)^2}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{2025^2} = |2025| = 2025$

b)  $\sqrt{\left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \left|-\frac{4}{5}\right| = \frac{4}{5}$

c)  $-\sqrt{(-8)^2} = -|-8| = -8$

**Bài 2.** Tính

a)  $\sqrt{\frac{4}{49}}$

b)  $-\sqrt{\frac{1}{64}}$

c)  $\sqrt{\frac{-25}{-169}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{\frac{4}{49}} = \sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^2} = \left|\frac{2}{7}\right| = \frac{2}{7}$

b) Ta có:  $-\sqrt{\frac{1}{64}} = -\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2} = -\left|\frac{1}{8}\right| = -\frac{1}{8}$

c) Ta có:  $\sqrt{\frac{-25}{-169}} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \sqrt{\left(\frac{5}{13}\right)^2} = \left|\frac{5}{13}\right| = \frac{5}{13}$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{144} \cdot \sqrt{-\frac{49}{64}} \cdot \sqrt{0,01}$

b)  $B = \frac{\sqrt{0,25} - \sqrt{(-15)^2} + \sqrt{2,25}}{\sqrt{169}}$

c)  $C = \frac{75}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}}$

**Lời giải**

$$a) A = \sqrt{144} \cdot \sqrt{-\frac{-49}{64}} \cdot \sqrt{0,01} = \sqrt{12^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2} \cdot \sqrt{(0,1)^2} = 12 \cdot \frac{7}{8} \cdot 0,1 = 1,05$$

$$b) B = \frac{\sqrt{0,25} - \sqrt{(-15)^2} + \sqrt{2,25}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{(0,5)^2} - \sqrt{15^2} + \sqrt{(1,5)^2}}{\sqrt{13^2}} = \frac{0,5 - 15 + 1,5}{13} = \frac{-13}{13} = -1$$

$$c) C = \frac{75}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{75}{\sqrt{9+16}} = \frac{75}{\sqrt{25}} = \frac{75}{5} = 15$$

**Bài 4.** Tính

$$a) \sqrt{(\sqrt{24} - 5)^2}$$

$$b) \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2}$$

$$c) \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2}$$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{(\sqrt{24} - 5)^2} = |\sqrt{24} - 5|$$

Do  $\sqrt{24} < \sqrt{25}$  hay  $\sqrt{24} < 5$  nên  $\sqrt{24} - 5 < 0$

$$\text{Vì thế } |\sqrt{24} - 5| = -(\sqrt{24} - 5) = 5 - \sqrt{24}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{(\sqrt{24} - 5)^2} = |\sqrt{24} - 5| = 5 - \sqrt{24}$$

$$b) \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} = |4 - \sqrt{15}|$$

Do  $\sqrt{16} > \sqrt{15}$  hay  $4 > \sqrt{15}$  nên  $4 - \sqrt{15} > 0$

$$\text{Vì thế } |4 - \sqrt{15}| = 4 - \sqrt{15}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} = |4 - \sqrt{15}| = 4 - \sqrt{15}$$

$$c) \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} = |\sqrt{8} - 3|$$

Do  $\sqrt{8} < \sqrt{9}$  hay  $\sqrt{8} < 3$  nên  $\sqrt{8} - 3 < 0$

$$\text{Vì thế } |\sqrt{8} - 3| = -(\sqrt{8} - 3) = 3 - \sqrt{8}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} = |\sqrt{8} - 3| = 3 - \sqrt{8}$$

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) 3\sqrt{5} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$$

$$b) \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$$

$$c) \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}$$

**Lời giải**

$$a) 3\sqrt{5} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2}$$

$$= 3\sqrt{5} - |1 - \sqrt{5}|$$

$$= 3\sqrt{5} + (1 - \sqrt{5}) \quad (\text{do } 1 - \sqrt{5} < 0)$$

$$= 2\sqrt{5} + 1$$

$$\text{b) } \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$$

$$= |\sqrt{3} - \sqrt{2}| + \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} \quad (\text{do } \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0)$$

$$= \sqrt{3}$$

$$\text{c) } \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}$$

$$= |2 - \sqrt{5}| + |2\sqrt{2} - \sqrt{5}|$$

$$= -(2 - \sqrt{5}) + 2\sqrt{2} - \sqrt{5} \quad (\text{do } 2 - \sqrt{5} < 0; 2\sqrt{2} - \sqrt{5} > 0)$$

$$= -2 + \sqrt{5} + 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$= 2\sqrt{2} - 2$$

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$$

$$\text{b) } \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$$

$$\text{c) } \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{22 - 12\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{(2 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(3\sqrt{2} - 2)^2}$$

$$= |2 - \sqrt{2}| + |3\sqrt{2} - 2|$$

$$= 2 - \sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 2 \quad (\text{do } 2 - \sqrt{2} > 0; 3\sqrt{2} - 2 > 0)$$

$$= 2\sqrt{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{9 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} + 8} + \sqrt{8 + 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 1 + 1}$$

$$= \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}$$

$$= |3 - 2\sqrt{2}| + |2\sqrt{2} + 1|$$

$$= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 1 \quad (\text{do } 3 - 2\sqrt{2} > 0; 2\sqrt{2} + 1 > 0)$$

$$= 4$$

$$\text{c) } \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{9 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 2} - \sqrt{9 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + 2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} \\
 &= |3+\sqrt{2}| - |3-\sqrt{2}| \\
 &= 3+\sqrt{2} - (3-\sqrt{2}) \\
 &= 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

**Bài 7.** Chứng minh rằng

a)  $\sqrt{(4-\sqrt{15})^2} + \sqrt{15} = 4$

b)  $11+6\sqrt{2} = (3+\sqrt{2})^2$

c)  $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 6$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{(4-\sqrt{15})^2} + \sqrt{15} = |4-\sqrt{15}| + \sqrt{15} = 4-\sqrt{15} + \sqrt{15} = 4$

Vậy:  $\sqrt{(4-\sqrt{15})^2} + \sqrt{15} = 4$

b) Ta có:  $11+6\sqrt{2} = 9+2.3\sqrt{2}+2 = (3+\sqrt{2})^2$

Vậy:  $11+6\sqrt{2} = (3+\sqrt{2})^2$

c) Ta có:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{9+2.3\sqrt{2}.1+1} + \sqrt{9-2.3\sqrt{2}.1+1} = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3-\sqrt{2})^2} \\
 &= |3+\sqrt{2}| + |3-\sqrt{2}| = 6
 \end{aligned}$$

Vậy:  $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 6$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 8.** Tính

a)  $\sqrt{2026^2}$

b)  $\sqrt{\left(-\frac{1}{2025}\right)^2}$

c)  $-\sqrt{\left(-\frac{2025}{2026}\right)^2}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{2026^2} = |2026| = 2026$

b) Ta có:  $\sqrt{\left(-\frac{1}{2025}\right)^2} = \left|-\frac{1}{2025}\right| = \frac{1}{2025}$

c) Ta có:  $-\sqrt{\left(-\frac{2025}{2026}\right)^2} = -\left|-\frac{2025}{2026}\right| = -\frac{2025}{2026}$

**Bài 9.** Tính

a)  $\sqrt{\frac{121}{169}}$

b)  $-\sqrt{\frac{49}{144}}$

c)  $\sqrt{\frac{-400}{-81}}$

## Lời giải

$$\text{a) Ta có: } \sqrt{\frac{121}{169}} = \sqrt{\left(\frac{11}{13}\right)^2} = \frac{11}{13}$$

$$\text{b) Ta có: } -\sqrt{\frac{49}{144}} = -\sqrt{\left(\frac{7}{12}\right)^2} = -\frac{7}{12}$$

$$\text{c) Ta có: } \sqrt{\frac{-400}{-81}} = \sqrt{\frac{400}{81}} = \sqrt{\left(\frac{20}{9}\right)^2} = \frac{20}{9}$$

**Bài 10.** Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36}$$

$$\text{b) } B = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} + \sqrt{256} : \sqrt{64}$$

$$\text{c) } C = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 36 \cdot 3^2} - \sqrt{225}$$

## Lời giải

$$\text{a) } A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36} = 0,5\sqrt{(0,2)^2} + 5\sqrt{(0,6)^2} = 0,5 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,6 = 3,1$$

$$\text{b) } B = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} + \sqrt{256} : \sqrt{64} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{12^2} + \sqrt{16^2} : \sqrt{8^2} = 7 \cdot 12 + 16 : 8 = 86$$

$$\text{c) } C = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 36 \cdot 3^2} - \sqrt{225} = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 6^2 \cdot 3^2} - \sqrt{15^2} = 72 : \sqrt{(2 \cdot 6 \cdot 3)^2} - \sqrt{15^2} = 72 : 36 - 15 = -13$$

**Bài 11.** Tính giá trị của các biểu thức sau

$$\text{a) } A = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}}$$

$$\text{b) } B = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16}$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$$

## Lời giải

$$\text{a) } A = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}} = -4\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} + 5\sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = -4 \cdot \frac{5}{4} + 5 \cdot \frac{3}{5} = -2$$

$$\text{b) } B = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16} = \frac{2}{3}\sqrt{9^2} - \frac{1}{2}\sqrt{4^2} = \frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{c) } C = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} - \frac{2}{5}\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$$

**Bài 12.** Chứng minh rằng

$$\text{a) } (3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8}) = 1$$

$$\text{b) } \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{4}\right)(5 + \sqrt{21}) = 1$$

$$\text{c) } (\sqrt{13} - \sqrt{15})\left(\frac{\sqrt{13} + \sqrt{15}}{2}\right) = 1$$

## Lời giải

$$\text{a) } (3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8}) = 1$$

$$\text{Ta có: } (3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8}) = 3^2 - (\sqrt{8})^2 = 9 - 8 = 1$$

$$\text{Vậy } (3 - \sqrt{8})(3 + \sqrt{8}) = 1$$

$$\text{b) } \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{4}\right)(5 + \sqrt{21}) = 1$$

$$\text{Ta có: } \left(\frac{5-\sqrt{21}}{4}\right)(5+\sqrt{21}) = \frac{1}{4}(5-\sqrt{21})(5+\sqrt{21}) = \frac{1}{4}\left[5^2 - (\sqrt{21})^2\right] = \frac{1}{4}(25-21) = 1$$

$$\text{Vậy } (3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8}) = 1$$

$$\text{c) } (\sqrt{13}-\sqrt{15})\left(\frac{\sqrt{13}+\sqrt{15}}{2}\right) = 1$$

$$\text{Ta có: } (\sqrt{13}-\sqrt{15})\left(\frac{\sqrt{13}+\sqrt{15}}{2}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{13}-\sqrt{15})(\sqrt{13}+\sqrt{15}) = \frac{1}{2}\left[(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{15})^2\right] = \frac{1}{2}(13-15) = 1$$

$$\text{Vậy: } (\sqrt{13}-\sqrt{15})\left(\frac{\sqrt{13}+\sqrt{15}}{2}\right) = 1$$

**Bài 13.** Chứng minh rằng

$$\text{a) } 8-2\sqrt{7} = (\sqrt{7}-1)^2$$

$$\text{b) } \sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} = -2$$

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có: } 8-2\sqrt{7} = 7-2\sqrt{7}+1 = (\sqrt{7}-1)^2$$

$$\text{Vậy: } 8-2\sqrt{7} = (\sqrt{7}-1)^2$$

$$\text{b) Ta có: } \sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{7}+1)^2} = \sqrt{7}-1 - (\sqrt{7}+1) = -2$$

$$\text{Vậy: } \sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} = -2$$

**Bài 14.** Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } A = \sqrt{49-12\sqrt{5}} - \sqrt{49+12\sqrt{5}}$$

$$\text{b) } B = \sqrt{29+12\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } A = \sqrt{49-12\sqrt{5}} - \sqrt{49+12\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(2-3\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2+3\sqrt{5})^2}$$

$$= |2-3\sqrt{5}| - |2+3\sqrt{5}|$$

$$= -(2-3\sqrt{5}) - (2+3\sqrt{5})$$

$$= -4$$

$$\text{b) } B = \sqrt{29+12\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(3+2\sqrt{5})^2} - \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2}$$

$$= |3+2\sqrt{5}| - |3-2\sqrt{5}|$$

$$= 3+2\sqrt{5} + (3-2\sqrt{5})$$

$$= 6$$

**Bài 15.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

**Lời giải**

a)  $A = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}$$

$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 1$$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{20 - 12\sqrt{5} + 9}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{(2\sqrt{5} + 3)^2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5} - (\sqrt{5} - 1)}$$

$$= 1$$

**Bài 16.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}$

**Lời giải**

a)  $A = \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{(\sqrt{20} - 3)^2}}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{3 - (\sqrt{20} - 3)}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{6 - \sqrt{20}}$$

$$= \sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}$$

$$= \sqrt{5} - (\sqrt{5} - 1) = 1$$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 6\sqrt{20}}}}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{(2\sqrt{5} - 3)^2}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} \\ &= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{5} + 1} = 1 \end{aligned}$$

**DẠNG 2**  
**CĂN BẬC HAI CỦA MỘT TÍCH**

 Với hai số không âm  $a, b$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 
**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{25.144}$

b)  $\sqrt{52.13}$

c)  $\sqrt{45.80}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{25.144} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{144} = 5.12 = 60$

b)  $\sqrt{52.13} = \sqrt{4.13.13} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{13^2} = 26$

c)  $\sqrt{45.80} = \sqrt{5.9.5.16} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{4^2} = 5.3.4 = 60$

**Bài 2.** Tính

a)  $\sqrt{55.77.35}$

b)  $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$

c)  $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{55.77.35} = \sqrt{5.11.7.11.5.7} = \sqrt{5^2.11^2.7^2} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{11^2} \cdot \sqrt{7^2} = 5.7.11 = 385$

b)  $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 125 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{2.125}{8.5}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

c)  $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2-1} = 1$

**Bài 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{26^2 - 24^2}$

b)  $\sqrt{61^2 - 60^2}$

c)  $\sqrt{85^2 - 84^2}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{(26-24)(26+24)} = \sqrt{100} = 10$

b)  $\sqrt{61^2 - 60^2} = \sqrt{(61-60)(61+60)} = \sqrt{121} = 11$

c)  $\sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85-84)(85+84)} = \sqrt{169} = 13$

**Bài 4.** Tính

a)  $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24}\right) \cdot \sqrt{6}$

b)  $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}}\right) \cdot \sqrt{12} - \sqrt{5}$

c)  $\sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5}$

**Lời giải**

a)  $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24}\right) \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 6 + \sqrt{\frac{50}{3}} \cdot 6 - \sqrt{24} \cdot 6 = \sqrt{4} + \sqrt{100} - \sqrt{144} = 2 + 10 - 12 = 0$

$$b) \left( \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}} \right) \cdot \sqrt{12} = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot 12 - \sqrt{3} \cdot 12 + 5\sqrt{\frac{4}{3}} \cdot 12 = \sqrt{9} - \sqrt{36} + 5\sqrt{16} = 3 - 6 + 5 \cdot 4 = 7$$

$$c) \sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 2 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - \sqrt{5} = \sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} = 1$$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Tính

$$a) A = \sqrt{32 \cdot 200}$$

$$b) B = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125}$$

$$c) C = \sqrt{(9+2\sqrt{14})(9-2\sqrt{14})}$$

**Lời giải**

$$a) A = \sqrt{32 \cdot 200} = \sqrt{4 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 10^2} = \sqrt{2^2 \cdot 4^2 \cdot 10^2} = 2 \cdot 4 \cdot 10 = 80$$

$$b) B = \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} = \sqrt{5 \cdot 5 \cdot 25} = \sqrt{5^2 \cdot 5^2} = 5 \cdot 5 = 25$$

$$c) C = \sqrt{(9+2\sqrt{14})(9-2\sqrt{14})} = \sqrt{9^2 - (2\sqrt{14})^2} = \sqrt{81 - 56} = \sqrt{25} = 5$$

**Bài 6.** Tính

$$a) \frac{\sqrt{17^3+8^3}}{\sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}}$$

$$b) \frac{\sqrt{16^3-7^3}}{\sqrt{16^2+112+7^2}}$$

$$b) \left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72}$$

**Lời giải**

$$a) \frac{\sqrt{17^3+8^3}}{\sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}} = \frac{\sqrt{(17+8)(17^2-17 \cdot 8+8^2)}}{\sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}} = \frac{\sqrt{25(17^2-17 \cdot 8+8^2)}}{\sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}} = \frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}}{\sqrt{17^2-17 \cdot 8+8^2}} = \sqrt{5^2} = 5$$

$$b) \frac{\sqrt{16^3-7^3}}{\sqrt{16^2+112+7^2}} = \frac{\sqrt{(16-7)(16^2+16 \cdot 7+7^2)}}{\sqrt{16^2+16 \cdot 7+7^2}} = \frac{\sqrt{9(16^2+16 \cdot 7+7^2)}}{\sqrt{16^2+16 \cdot 7+7^2}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{16^2+16 \cdot 7+7^2}}{\sqrt{16^2+16 \cdot 7+7^2}} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$c) \left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72} = \frac{(1-\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} : \sqrt{36 \cdot 2} = \frac{-2\sqrt{2} \cdot 2}{1-2} : 6\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

**Bài 7.** Rút gọn

$$a) \frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}}$$

$$b) \frac{\sqrt{6}-\sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}}$$

$$c) \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$$

**Lời giải**

$$a) \frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{4}(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$b) \frac{\sqrt{6}-\sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}-\sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{7}\sqrt{5}-\sqrt{7}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{-\sqrt{21}}{7}$$

$$c) \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5})^2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{2}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+1)} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

**DẠNG 3****CĂN BẬC HAI CỦA MỘT THƯƠNG**

Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

**Bài 1.** Tính

a)  $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b)  $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

c)  $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$

b)  $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}} = \sqrt{\frac{12,5}{0,5}} = \sqrt{25} = 5$

c)  $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}} = \sqrt{\frac{230}{2,3}} = \sqrt{100} = 10$

**Bài 2.** Tính

a)  $\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7}\right) : \sqrt{7}$

b)  $\left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3}$

c)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$

**Lời giải**

a)  $\left(\sqrt{\frac{1}{7}} - \sqrt{\frac{16}{7}} + \sqrt{7}\right) : \sqrt{7} = \left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}} + \sqrt{7}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{7}} = \frac{1}{7} - \frac{4}{7} + 1 = \frac{4}{7}$

b)  $\left(\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{4}{3}} + \sqrt{3}\right) : \sqrt{3} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

c)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15} = \sqrt{\frac{12}{15}} + \sqrt{\frac{75}{15}} + \sqrt{\frac{27}{15}} = \sqrt{\frac{4}{5}} + \sqrt{5} + \sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} + \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

**Bài 3.** Thực hiện phép tính

a)  $\sqrt{\frac{64}{25^2 - 24^2}}$

b)  $\sqrt{\frac{10^2 - 6^2}{121}}$

c)  $\sqrt{\frac{144}{17^2 - 8^2}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{64}{25^2 - 24^2}} = \sqrt{\frac{64}{(25-24)(25+24)}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{7}$

b)  $\sqrt{\frac{10^2 - 6^2}{121}} = \sqrt{\frac{(10-6)(10+6)}{121}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 16}{121}} = \frac{\sqrt{4 \cdot 16}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{16}}{11} = \frac{2 \cdot 4}{11} = \frac{8}{11}$

$$c) \sqrt{\frac{144}{17^2 - 8^2}} = \sqrt{\frac{144}{(17-8)(17+8)}} = \sqrt{\frac{144}{9 \cdot 25}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9 \cdot 25}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{25}} = \frac{12}{3 \cdot 5} = \frac{12}{15}$$

**Bài 4.** Tính

$$a) \frac{\sqrt{36-12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}} - \sqrt{5}$$

$$b) \frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$c) \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

**Lời giải**

$$a) \frac{\sqrt{36-12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}} - \sqrt{5} = \frac{\sqrt{6(6-2\sqrt{5})}}{\sqrt{6}} - \sqrt{5} = \sqrt{\frac{6(6-2\sqrt{5})}{6}} - \sqrt{5} = \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5-2\sqrt{5} \cdot 1 + 1} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \sqrt{5} - 1 - \sqrt{5} = -1$$

$$b) \frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}} - \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{4}} - \frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7-2\sqrt{7} \cdot 1 + 1}{4}} - \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\sqrt{7}-1}{2}\right)^2} - \frac{\sqrt{7}}{2} = \frac{\sqrt{7}-1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$c) \sqrt{2+\sqrt{3}} - \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{|\sqrt{3}+1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{2}$$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Thực hiện phép tính

$$a) \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$$

$$b) \sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}}$$

$$c) \frac{\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}}{\sqrt{13}}$$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{1,6} \cdot \sqrt{250} + \sqrt{19,6} : \sqrt{4,9}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{1,6 \cdot 250} + \sqrt{\frac{19,6}{4,9}} \\
&= \sqrt{16 \cdot 25} + \sqrt{\frac{196}{49}} \\
&= \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} + \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{49}} \\
&= 4 \cdot 5 + \frac{14}{7} \\
&= 22
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } &\sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}} \\
&= \sqrt{1\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{7} \cdot 5\frac{4}{9}} \\
&= \sqrt{\frac{7}{4} \cdot \frac{16}{7} \cdot \frac{49}{9}} \\
&= \sqrt{4 \cdot \frac{49}{9}} \\
&= \sqrt{4} \cdot \sqrt{\frac{49}{9}} \\
&= 2 \cdot \frac{7}{3} \\
&= \frac{14}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } &\frac{\sqrt{325} - \sqrt{117} + 2\sqrt{208}}{\sqrt{13}} \\
&= \sqrt{\frac{325}{13}} - \sqrt{\frac{117}{13}} + 2\sqrt{\frac{208}{13}} \\
&= \sqrt{25} - \sqrt{9} + 2\sqrt{16} \\
&= 5 - 3 + 2 \cdot 4 \\
&= 10
\end{aligned}$$

**Bài 6.** Thực hiện phép tính

$$\text{a) } \frac{20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}}{\sqrt{15}}$$

$$\text{b) } (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3}$$

$$\text{c) } (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \frac{20\sqrt{300} - 15\sqrt{675} + 5\sqrt{75}}{\sqrt{15}}$$

$$\begin{aligned}
&= 20\sqrt{\frac{300}{15}} - 15\sqrt{\frac{675}{15}} + 5\sqrt{\frac{75}{15}} \\
&= 20\sqrt{20} - 15\sqrt{45} + 5\sqrt{5} \\
&= 20\sqrt{4 \cdot 5} - 15\sqrt{9 \cdot 5} + 5\sqrt{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 40\sqrt{5} - 45\sqrt{5} + 5\sqrt{5} \\
 &= (40 - 45 + 5)\sqrt{5} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

b) **Cách 1:**

$$\begin{aligned}
 &(\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3} \\
 &= \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1}{3}\sqrt{\frac{27}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{12}{3}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{6}{3}} \\
 &= \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} \\
 &= \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

**Cách 2:**

$$\begin{aligned}
 &(\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3} \\
 &= \frac{3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}(1 + 2\sqrt{2})}{3\sqrt{3}} \\
 &= \frac{1 + 2\sqrt{2}}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } &(\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} \\
 &= \sqrt{\frac{12}{2}} - 2\sqrt{\frac{18}{2}} \\
 &= \sqrt{6} - 2\sqrt{9} \\
 &= \sqrt{6} - 6
 \end{aligned}$$

**Bài 7.** Tính

$$\text{a) } \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{6,5+\sqrt{12}} + \sqrt{6,5-\sqrt{12}} - 2\sqrt{6}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{6+2\sqrt{5}}{2}} - \sqrt{\frac{6-2\sqrt{5}}{2}} - \sqrt{2} \\
&= \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{|\sqrt{5}+1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{5}-1|}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \\
&= \frac{2-2}{\sqrt{2}} \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } &\sqrt{6,5+\sqrt{12}} + \sqrt{6,5-\sqrt{12}} - 2\sqrt{6} \\
&= \sqrt{\frac{13}{2} + \sqrt{12}} + \sqrt{\frac{13}{2} - \sqrt{12}} - 2\sqrt{6} \\
&= \sqrt{\frac{13+2\sqrt{12}}{2}} + \sqrt{\frac{13-2\sqrt{12}}{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= \sqrt{\frac{(\sqrt{12}+1)^2}{2}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{12}-1)^2}{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= \frac{\sqrt{12}+1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{12}-1}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= \frac{\sqrt{12}+1+\sqrt{12}-1}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= \frac{2\sqrt{2.6}}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= \frac{2\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{6} \\
&= 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \\
&= 0
\end{aligned}$$

**DẠNG 4****ĐƯA THỪA SỐ RA NGOÀI DẤU CĂN BẬC HAI**

- Nếu  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$
- Nếu  $a < 0$  và  $b \geq 0$  thì  $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

**Bài 1.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{11^2 \cdot 3}$

b)  $\sqrt{27}$

c)  $\sqrt{125}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{11^2 \cdot 3} = 11\sqrt{3}$

b)  $\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3}$

c)  $\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

**Bài 2.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{25 \cdot 90}$

b)  $\sqrt{96 \cdot 125}$

c)  $\sqrt{75 \cdot 54}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{25 \cdot 90} = \sqrt{25 \cdot 9 \cdot 10} = \sqrt{(5 \cdot 3)^2 \cdot 10} = \sqrt{15^2 \cdot 10} = 15\sqrt{10}$

b)  $\sqrt{96 \cdot 125} = \sqrt{16 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 25} = \sqrt{16 \cdot 25 \cdot 30} = \sqrt{(4 \cdot 5)^2 \cdot 30} = \sqrt{20^2 \cdot 30} = 20\sqrt{30}$

c)  $\sqrt{75 \cdot 54} = \sqrt{25 \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{(5 \cdot 9)^2 \cdot 2} = \sqrt{45^2 \cdot 2} = 45\sqrt{2}$

**Bài 3.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{48} - \sqrt{27}$

b)  $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{245}$

c)  $\sqrt{28} + \sqrt{112} - \sqrt{252}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{48} - \sqrt{27} = \sqrt{4^2 \cdot 3} - \sqrt{3^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

b)  $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{245} = \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{7^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -2\sqrt{5}$

c)  $\sqrt{28} + \sqrt{112} - \sqrt{252} = \sqrt{2^2 \cdot 7} + \sqrt{4^2 \cdot 7} - \sqrt{6^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7} - 6\sqrt{7} = 0$

**Bài 4.** Tính

a)  $(\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{75}) : \sqrt{5}$

b)  $(2\sqrt{40} - \sqrt{250} + \sqrt{360}) : \sqrt{10}$

c)  $\frac{\sqrt{245 \cdot 35} - \sqrt{(-8)^2 \cdot 7}}{\sqrt{7}}$

**Lời giải**

a)  $(\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{75}) : \sqrt{5}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{5^2 \cdot 5}}{\sqrt{5}} \\
&= \frac{2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\
&= \frac{(2+3+5)\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\
&= 10
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } &(2\sqrt{40} - \sqrt{250} + \sqrt{360}) : \sqrt{10} \\
&= \frac{2\sqrt{2^2 \cdot 10} - \sqrt{5^2 \cdot 10} + \sqrt{6^2 \cdot 10}}{\sqrt{10}} \\
&= \frac{4\sqrt{10} - 5\sqrt{10} + 6\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\
&= \frac{(4-5+6)\sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\
&= 5
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } &\frac{\sqrt{245 \cdot 35} - \sqrt{(-8)^2 \cdot 7}}{\sqrt{7}} \\
&= \frac{\sqrt{49 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7} - |-8|\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\
&= \frac{\sqrt{(7 \cdot 5)^2 \cdot 7} - 8\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\
&= \frac{35\sqrt{7} - 8\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\
&= \frac{27\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \\
&= 27
\end{aligned}$$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Tính

$$\text{a) } \sqrt{200} - \sqrt{32} + \sqrt{72}$$

$$\text{b) } \sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{405}$$

$$\text{c) } \sqrt{50} - \sqrt{128} + \sqrt{162} - \sqrt{18}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \sqrt{200} - \sqrt{32} + \sqrt{72} = \sqrt{10^2 \cdot 2} - \sqrt{4^2 \cdot 2} + \sqrt{6^2 \cdot 2} = 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$\text{b) } \sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{405} = \sqrt{5^2 \cdot 5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{9^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 9\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

$$\text{c) } \sqrt{50} - \sqrt{128} + \sqrt{162} - \sqrt{18} = \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{64 \cdot 2} + \sqrt{81 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{2} + 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

**Bài 6.** Tính

$$\text{a) } (\sqrt{12} + 12\sqrt{15} - 4\sqrt{135})\sqrt{3}$$

$$\text{b) } 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$$

$$\text{c) } \sqrt{24+8\sqrt{5}} - 2\sqrt{5}$$

## Lời giải

$$a) (\sqrt{12} + 12\sqrt{15} - 4\sqrt{135})\sqrt{3}$$

$$= (\sqrt{2^2 \cdot 3} + 12\sqrt{15} - 4\sqrt{3^2 \cdot 15})\sqrt{3}$$

$$= (2\sqrt{3} + 12\sqrt{15} - 12\sqrt{15})\sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$$

$$= 2 \cdot 3$$

$$= 6$$

$$b) 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$$

$$= 2\sqrt{40\sqrt{2^2 \cdot 3}} - 2\sqrt{\sqrt{5^2 \cdot 3}} - 3\sqrt{2^2 \cdot 5\sqrt{3}}$$

$$= 2\sqrt{4^2 \cdot 5\sqrt{3}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 6\sqrt{5\sqrt{3}}$$

$$= 8\sqrt{5\sqrt{3}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 6\sqrt{5\sqrt{3}}$$

$$= (8 - 2 - 6)\sqrt{5\sqrt{3}}$$

$$= 0$$

$$c) \sqrt{24 + 8\sqrt{5}} - 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2(6 + 2\sqrt{5})} - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1} - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} - 2\sqrt{5}$$

$$= 2|\sqrt{5} + 1| - 2\sqrt{5} = 2$$

**DẠNG 5****ĐƯA THỪA SỐ VÀO TRONG DẤU CĂN BẬC HAI**

- Với  $a \geq 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$
- Với  $a < 0$  và  $b \geq 0$ , ta có:  $a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

**Bài 1.** Đưa thừa số vào dấu căn

a)  $10\sqrt{\frac{3}{10}}$

b)  $5\sqrt{\frac{7}{5}}$

c)  $-11\sqrt{\frac{3}{11}}$

**Lời giải**

a)  $10\sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{10^2 \cdot \frac{3}{10}} = \sqrt{100 \cdot \frac{3}{10}} = \sqrt{10 \cdot 3} = \sqrt{30}$

b)  $5\sqrt{\frac{7}{5}} = \sqrt{5^2 \cdot \frac{7}{5}} = \sqrt{25 \cdot \frac{7}{5}} = \sqrt{5 \cdot 7} = \sqrt{35}$

c)  $-11\sqrt{\frac{3}{11}} = -\sqrt{11^2 \cdot \frac{3}{11}} = -\sqrt{11 \cdot 3} = -\sqrt{33}$

**Bài 2.** Đưa thừa số vào dấu căn

a)  $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2}$

b)  $5\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{20}$

c)  $-6\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{30}$

**Lời giải**

a)  $2\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot \frac{1}{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

b)  $5\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{20} = \sqrt{5^2 \cdot \frac{4}{5}} - \sqrt{20} = \sqrt{20} - \sqrt{20} = 0$

c)  $-6\sqrt{\frac{5}{6}} + \sqrt{30} = -\sqrt{6^2 \cdot \frac{5}{6}} + \sqrt{30} = -\sqrt{30} + \sqrt{30} = 0$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{18} + \sqrt{28} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - 14\sqrt{\frac{1}{7}}$

b)  $4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

c)  $(2\sqrt{6} - \sqrt{23})(\sqrt{24} + \sqrt{23})$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{18} + \sqrt{28} - 6\sqrt{\frac{1}{2}} - 14\sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 7} - 3\sqrt{2^2 \cdot \frac{1}{2}} - 2\sqrt{7^2 \cdot \frac{1}{7}} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{7} = 0$

b)  $4\sqrt{20} - 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} - 15\sqrt{\frac{1}{5}}$

$$\begin{aligned} &= 4.2\sqrt{5} - 3.5\sqrt{5} + 5.3\sqrt{5} - 3\sqrt{\frac{25}{5}} \\ &= 8\sqrt{5} - 15\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 15\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } &(2\sqrt{6} - \sqrt{23})(\sqrt{24} + \sqrt{23}) \\ &= (\sqrt{2^2 \cdot 6} - \sqrt{23})(\sqrt{24} + \sqrt{23}) \\ &= (\sqrt{24} - \sqrt{23})(\sqrt{24} + \sqrt{23}) \\ &= (\sqrt{24})^2 - (\sqrt{23})^2 \\ &= 24 - 23 \\ &= 1 \end{aligned}$$

**DẠNG 6****SO SÁNH CĂN BẬC HAI CỦA SỐ THỰC****Phương pháp**

Với:  $a \geq 0, b \geq 0$  ta có:

- Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- Nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

**Bài 1.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{120}$  và  $\sqrt{111}$

b)  $\sqrt{81}$  và 10

c) 3 và  $\sqrt{8}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $120 > 111$  suy ra  $\sqrt{120} > \sqrt{111}$

b)

**Cách 1 :**

Ta có:  $\sqrt{81} = 9$

Do  $9 < 10$  nên  $\sqrt{81} < 10$ .

Vậy  $\sqrt{81} < 10$

**Cách 2 :**

Ta có:  $10 = \sqrt{100}$

Do  $\sqrt{81} < \sqrt{100}$  nên  $\sqrt{81} < 10$ .

Vậy  $\sqrt{81} < 10$

c) Ta có:  $3 = \sqrt{9}$

Do  $\sqrt{9} > \sqrt{8}$  nên  $3 > \sqrt{8}$ .

Vậy  $3 > \sqrt{8}$

**Bài 2.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $3\sqrt{3}$  và  $\sqrt{12}$

b)  $\sqrt{7}$  và  $3\sqrt{5}$

c)  $2\sqrt{29}$  và  $4\sqrt{3}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $3\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{27}$

Do  $\sqrt{27} > \sqrt{12}$  nên  $3\sqrt{3} > \sqrt{12}$

b) Ta có:  $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$

Do  $\sqrt{7} < \sqrt{45}$  nên  $\sqrt{7} < 3\sqrt{5}$

c) Ta có:  $2\sqrt{29} = \sqrt{2^2 \cdot 29} = \sqrt{116}$  và  $3\sqrt{13} = \sqrt{3^2 \cdot 13} = \sqrt{117}$

Do  $\sqrt{116} < \sqrt{117}$  nên  $2\sqrt{29} < 3\sqrt{13}$

**Bài 3.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự tăng dần:  $3\sqrt{5}; 2\sqrt{6}; \sqrt{29}; 4\sqrt{2}$

**Lời giải**

Ta có:  $3\sqrt{5} = \sqrt{45}; 2\sqrt{6} = \sqrt{24}; 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$

Do  $24 < 29 < 32 < 45$

Nên  $\sqrt{24} < \sqrt{29} < \sqrt{32} < \sqrt{45}$

Vậy:  $2\sqrt{6} < \sqrt{29} < 4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** So sánh các cặp số sau:

a)  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  và  $\sqrt{\frac{3}{2}}$

b)  $\frac{3}{8}$  và  $\sqrt{\frac{1}{64}}$

c)  $\sqrt{\frac{25}{9}}$  và  $\frac{7}{4}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\frac{2}{3} < \frac{3}{2}$  suy ra  $\sqrt{\frac{2}{3}} < \sqrt{\frac{3}{2}}$

b) Ta có:  $\frac{3}{8} = \sqrt{\frac{9}{64}}$

Do  $\sqrt{\frac{9}{64}} > \sqrt{\frac{1}{64}}$  nên  $\frac{3}{8} > \sqrt{\frac{1}{64}}$ .

Vậy  $\frac{3}{8} > \sqrt{\frac{1}{64}}$

c) Ta có:  $\sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{5}{3} = \frac{5.4}{3.4} = \frac{20}{12}$  và  $\frac{7}{4} = \frac{7.3}{4.3} = \frac{21}{12}$

Do  $\frac{20}{12} < \frac{21}{12}$  nên  $\sqrt{\frac{25}{9}} < \frac{7}{4}$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{25}{9}} < \frac{7}{4}$

**Bài 5.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $5\sqrt{2}$  và  $3\sqrt{13}$

b)  $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{37}}$

c)  $\frac{1}{3}\sqrt{51}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{150}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$  và  $4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48}$

Do  $\sqrt{50} > \sqrt{48}$  nên  $5\sqrt{2} > 4\sqrt{3}$ .

b) Ta có:  $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{25}{24}}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{37}} = \sqrt{6^2 \cdot \frac{1}{37}} = \sqrt{\frac{36}{37}}$

Do  $\frac{25}{4} > 1 > \frac{36}{37}$  nên  $\sqrt{\frac{25}{24}} > \sqrt{\frac{36}{37}}$  suy ra  $\frac{5}{2}\sqrt{\frac{1}{6}} > 6\sqrt{\frac{1}{37}}$ .

c) Ta có:  $\frac{1}{3}\sqrt{51} = \sqrt{\frac{51}{9}} = \sqrt{\frac{17}{3}}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{150} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 150} = \sqrt{6} = \sqrt{\frac{3 \cdot 6}{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}}$

Do  $\sqrt{\frac{17}{3}} < \sqrt{\frac{18}{3}}$  nên  $\frac{1}{3}\sqrt{51} < \frac{1}{5}\sqrt{150}$ .

**Bài 6.** So sánh các cặp số dưới đây

a)  $7\sqrt{2}$  và  $2\sqrt{7}$

b)  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$

c)  $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}$  và  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{4}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $7\sqrt{2} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{98}$  và  $2\sqrt{7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = \sqrt{28}$

Do  $\sqrt{98} > \sqrt{28}$  nên  $7\sqrt{2} > 2\sqrt{7}$ .

b) Ta có:  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Do  $\sqrt{\frac{2}{3}} < \sqrt{\frac{3}{2}}$  nên  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}} < \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$ .

c) Ta có:  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{16}{9} \cdot \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$  và  $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot \frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

Do  $\sqrt{\frac{4}{3}} > \sqrt{\frac{3}{4}}$  nên  $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{3}{4}} > \frac{3}{4}\sqrt{\frac{4}{3}}$ .

**Bài 7.** Tìm số lớn hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{6}$  và  $3\sqrt{3}$

**Lời giải**

Ta có:  $2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{24}$  và  $3\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{27}$

Do  $\sqrt{24} < \sqrt{27}$  nên  $2\sqrt{6} < 3\sqrt{3}$ .

Vậy số lớn hơn là  $3\sqrt{3}$

**Bài 8.** Tìm số bé hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{\frac{1}{5}}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{21}$

**Lời giải**

Ta có:  $2\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{2^2 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{\frac{20}{25}}$  và  $\frac{1}{5}\sqrt{21} = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 21} = \sqrt{\frac{21}{25}}$

Do  $\sqrt{\frac{20}{25}} < \sqrt{\frac{21}{25}}$  nên  $2\sqrt{\frac{1}{5}} > \frac{1}{5}\sqrt{21}$ .

Vậy số bé hơn là  $2\sqrt{\frac{1}{5}}$

**Bài 9.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:  $7\sqrt{2}; 2\sqrt{8}; \sqrt{28}; 5\sqrt{2}$

**Lời giải**

Ta có:

$$7\sqrt{2} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = \sqrt{98}$$

$$2\sqrt{8} = \sqrt{2^2 \cdot 8} = \sqrt{32}$$

$$5\sqrt{2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = \sqrt{50}$$

Do  $\sqrt{128} > \sqrt{50} > \sqrt{32} > \sqrt{28}$  nên  $7\sqrt{2} > 5\sqrt{2} > 2\sqrt{8} > \sqrt{28}$

**Bài 10.** Sắp xếp các số  $2\sqrt{5}; 3\sqrt{2}; 5; \sqrt{23}$  theo thứ tự tăng dần.

**Lời giải**

Ta có:

$$2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

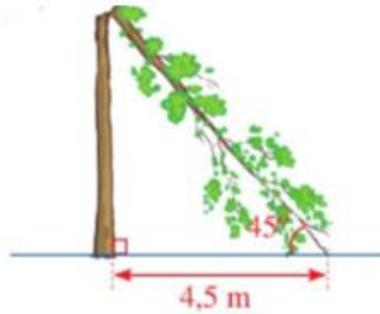
$$5 = \sqrt{25}$$

Do  $\sqrt{18} < \sqrt{20} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$  nên  $3\sqrt{2} < 2\sqrt{5} < \sqrt{23} < 5$

## DẠNG 7

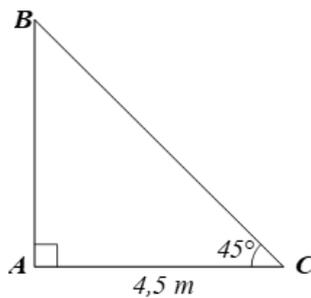
### ỨNG DỤNG THỰC TIỄN

**Bài 1.** Giông bão thổi mạnh, một cây bị gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với phương nằm ngang một góc  $45^\circ$  (minh họa ở hình vẽ). Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây là 4,5 m. Giả sử cây mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



#### Lời giải

Giả sử hình ảnh của cây được mô tả như hình vẽ dưới đây:



Vì  $\triangle ABC$  vuông cân tại A có  $\widehat{ACD} = 45^\circ$  nên  $\triangle ABC$  vuông cân tại A.

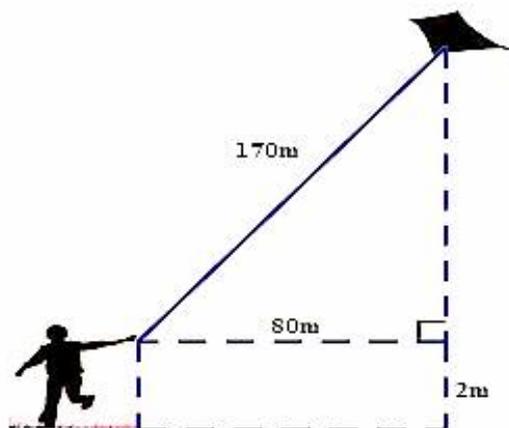
Do đó  $AB = AC = 4,5$  m.

Áp dụng định lý Pythagore vào  $\triangle ABC$  vuông cân tại A, ta có:  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

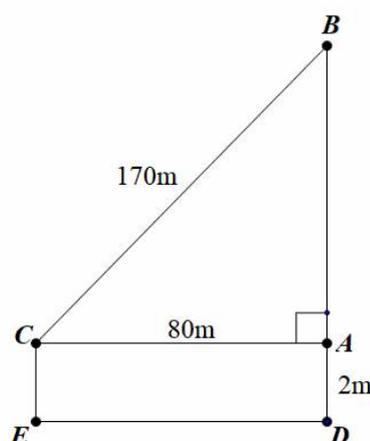
Suy ra  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(4,5)^2 + (4,5)^2} = \sqrt{40,5} \approx 6,4$  (m).

Vậy chiều cao của cây đó là khoảng  $4,5 + 6,4 = 10,9$  mét.

**Bài 2.** Một bạn học sinh thả diều ngoài đồng, cho biết đoạn dây diều từ tay bạn đến diều dài 170m và bạn đứng cách nơi diều được thả lên theo phương thẳng đứng là 80m. Tính độ cao của con diều so với mặt đất, biết tay bạn học sinh cách mặt đất 2m.



## Lời giải



Áp dụng định lý Pythagore vào  $\triangle ABC$  vuông tại A:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{Suy ra } AB = \sqrt{170^2 - 80^2} = 150$$

Độ cao của con diều so với mặt đất  $150 + 2 = 152\text{m}$

**Bài 3.** Trong Vật lí, quãng đường  $S$  (tính bằng mét) của một vật rơi tự do được cho bởi công thức  $S = 4,9t^2$ , trong đó  $t$  là thời gian rơi (tính bằng giây). Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật sẽ chạm đất nếu được thả rơi tự do từ độ cao 122,5 mét?

## Lời giải

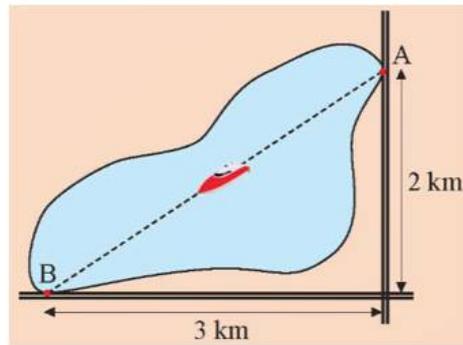
Quãng đường vật rơi tự do từ độ cao 122,5 mét đến khi chạm đất là  $S = 122,5$  mét.

Từ công thức  $S = 4,9t^2$ , nên  $t = \sqrt{\frac{S}{4,9}}$  (giây) (do  $t > 0$ ).

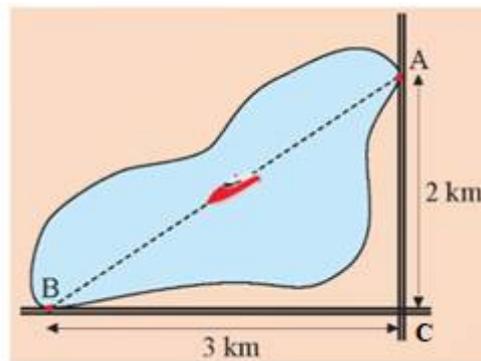
$$\text{Suy ra } t = \sqrt{\frac{122,5}{4,9}} = \sqrt{25} = 5 \text{ (giây)}.$$

Vậy sau 5 giây thì vật sẽ chạm đất nếu được thả rơi tự do từ độ cao 122,5 mét.

**Bài 4.** Hai bến thuyền A và B nằm sát con đường vuông góc với nhau cách chỗ giao nhau lần lượt là 2 km và 3 km (hình vẽ bên dưới). Một ca nô chạy thẳng từ A đến B. Quãng đường ca nô đi được dài bao nhiêu kilômét?



## Lời giải



Gọi C là giao điểm của hai con đường.

Xét tam giác ABC vuông tại C, áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2^2 + 3^2 = 13.$$

Suy ra  $AB = \sqrt{13} \approx 3,6$  km.

Vậy quãng đường ca nô đi được dài 3,6 kilômét.

**Bài 5.** Khi một quả bóng rổ được thả xuống, nó sẽ nảy trở lại, nhưng do tiêu hao năng lượng nên nó không đạt được chiều cao như lúc bắt đầu. Hệ số phục hồi của quả bóng rổ được tính theo công

thức  $C_R = \sqrt{\frac{h}{H}}$ , trong đó H là độ cao mà quả bóng được thả rơi và h là độ cao mà quả bóng bật lại. Một

quả bóng rổ rơi từ độ cao 3,24 m và bật lại độ cao 2,25 m. Làm thế nào để viết hệ số phục hồi của quả bóng đó dưới dạng phân số?



## Lời giải

Thay  $H = 3,24$  m và  $h = 2,25$  m, ta được:

$$C_R = \sqrt{\frac{2,25}{3,24}} = \sqrt{\frac{225}{324}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{324}} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

$$\text{Vậy } C_R = \frac{5}{6}$$

**Bài 6.** Trong Vật lí, ta có định luật Joule – Lenz để tính nhiệt lượng toả ra ở dây dẫn khi có dòng điện chạy qua:  $Q = I^2Rt$ .

Trong đó:  $Q$  là nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn tính theo Jun (J);

$I$  là cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn tính theo Ampe (A);

$R$  là điện trở dây dẫn tính theo Ohm ( $\Omega$ );

$t$  là thời gian dòng điện chạy qua dây dẫn tính theo giây.

Áp dụng công thức trên để giải bài toán sau: Một bếp điện khi hoạt động bình thường có điện trở  $R = 80 \Omega$ . Tính cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn, biết nhiệt lượng mà dây dẫn toả ra trong 1 giây là 500 J.

### Lời giải

Theo bài, ta có  $R = 80 (\Omega)$ ,  $t = 1 (s)$  và  $Q = 500 (J)$ .

Áp dụng công thức  $Q = I^2RT$ , ta có:  $500 = I^2 \cdot 80 \cdot 1$

$$\text{Suy ra } 80I^2 = 500, \text{ nên } I^2 = \frac{500}{80} = \frac{25}{4}.$$

$$\text{Do đó } I = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2} = 2,5 (A) \text{ (do } I > 0).$$

Vậy cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn là 2,5 Ampe.

**Bài 7.** Tốc độ gần đúng của một ô tô ngay trước khi đạp phanh được tính theo công thức  $v = \sqrt{2\lambda gd}$ , trong đó  $v$  (m/s) là tốc độ của ô tô,  $d$  (m) là chiều dài của vết trượt tính từ thời điểm đạp phanh cho đến khi ô tô dừng lại trên đường,  $\lambda$  là hệ số cản lăn của mặt đường,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Nếu một chiếc ô tô để lại vết trượt dài khoảng 20 m trên đường nhựa thì tốc độ của ô tô trước khi đạp phanh là khoảng bao nhiêu mét trên giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng hệ số cản lăn của đường nhựa là  $\lambda = 0,7$ .



Vết trượt của ô tô

### Lời giải

Theo bài, ta có  $\lambda = 0,7$ ;  $d = 20 (m)$ ;  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Do đó tốc độ của ô tô đó trước khi đạp phanh là:  $v = \sqrt{2\lambda gd} = \sqrt{2 \cdot 0,79 \cdot 8,20} = \sqrt{274,4} \approx 17 (m/s)$

Vậy tốc độ của ô tô trước khi đạp phanh là khoảng 17 m/s.

**Bài 8.** Vận tốc m/s của một vật đang bay được cho bởi công thức  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ , trong đó E là động năng của vật (tính bằng Joule, kí hiệu là J) và m (kg) là khối lượng của vật. Tính vận tốc bay của một vật khi biết vật đó có khối lượng 2,5 kg và động năng 281,25 J.

#### Lời giải

Vận tốc bay của một vật có khối lượng 2,5 kg và động năng 281,25 J là:

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 281,25}{2,5}} = \sqrt{\frac{562,5}{2,5}} = \sqrt{\frac{5625}{25}} = \frac{\sqrt{5625}}{\sqrt{25}} = \frac{75}{5} = 15 (m/s)$$

Vậy vận tốc bay của vật đó là 15 m/s.

**Bài 9.** Công suất  $P(W)$ , hiệu điện thế  $U(V)$ , điện trở  $R(\Omega)$  trong đoạn mạch một chiều liên hệ với nhau theo công thức  $U = \sqrt{PR}$ . Nếu công suất tăng gấp 8 lần, điện trở giảm 2 lần thì tỉ số giữa hiệu điện thế lúc đó và hiệu điện thế ban đầu bằng bao nhiêu?

#### Lời giải

Gọi công suất ban đầu là  $P_1(W)$ , điện trở ban đầu là  $R_1(\Omega)$  và hiệu điện thế ban đầu là  $U_1(V)$

$$\text{Khi đó } U_1 = \sqrt{P_1 R_1}$$

Nếu công suất tăng gấp 8 lần thì công suất lúc này là  $P_2 = 8P_1$

$$\text{Nếu điện trở giảm 2 lần thì điện trở lúc này là } R_2 = \frac{R_1}{2}$$

$$\text{Khi đó } U_2 = \sqrt{P_2 R_2} = \sqrt{8P_1 \cdot \frac{R_1}{2}} = \sqrt{4P_1 R_1} = 2\sqrt{P_1 R_1}$$

$$\text{Do đó } \frac{U_2}{U_1} = \frac{2\sqrt{P_1 R_1}}{\sqrt{P_1 R_1}} = 2$$

Vậy tỉ số giữa hiệu điện thế sau và hiệu điện thế ban đầu bằng 2

**Bài 10.** Cho hình chữ nhật có chiều rộng a (cm), chiều dài b (cm) và diện tích S (cm<sup>2</sup>).

a) Tìm S, biết  $a = \sqrt{8}, b = \sqrt{32}$ .

b) Tìm b, biết  $S = 3\sqrt{2}, a = 2\sqrt{3}$

#### Lời giải

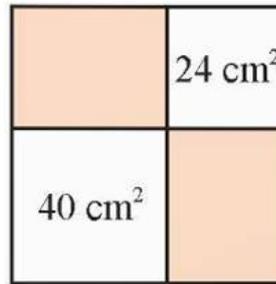
a) Diện tích S của hình chữ nhật là:  $S = a \cdot b = \sqrt{8} \cdot \sqrt{32} = \sqrt{256} = 16 (cm^2)$

Vậy  $S = 16 (cm^2)$

b) Chiều rộng b của hình chữ nhật là:  $b = \frac{S}{a} = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3^2 \cdot 2}}{\sqrt{2^2 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{12}} = \sqrt{\frac{18}{12}} = \sqrt{\frac{3}{2}} (cm)$

Vậy  $b = \sqrt{\frac{3}{2}} (cm)$ .

**Bài 11.** Từ một tấm thép hình vuông, người thợ cắt ra hai mảnh hình chữ nhật có diện tích lần lượt là  $24 \text{ cm}^2$  và  $40 \text{ cm}^2$  như hình vẽ. Tính diện tích phần còn lại của tấm thép



**Lời giải**

Cạnh của hình vuông có diện tích  $24 \text{ cm}^2$  là:  $\sqrt{24} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = 2\sqrt{6} (cm^2)$

Cạnh của hình vuông có diện tích  $40 \text{ cm}^2$  là:  $\sqrt{40} = \sqrt{4 \cdot 10} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2\sqrt{10} (cm^2)$ .

Hai hình chữ nhật còn lại có chiều dài bằng nhau (đều bằng cạnh của hình vuông có diện tích  $40 \text{ cm}^2$ ) và có chiều rộng bằng nhau (đều bằng cạnh của hình vuông có diện tích  $24 \text{ cm}^2$ ).

Diện tích phần còn lại của tấm thép (bằng tổng diện tích hai hình chữ nhật trong hình vẽ) là:

$$2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{10} = 8\sqrt{6 \cdot 10} = 8\sqrt{4 \cdot 15} = 8\sqrt{4} \cdot \sqrt{15} = 16\sqrt{15} (cm^2).$$

Vậy diện tích phần còn lại của tấm thép là  $16\sqrt{15} (cm^2)$ .

**BÀI 3****CĂN THỨC BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC BA CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****1. Căn thức bậc hai**

Với  $A$  là một biểu thức đại số, người ta gọi  $\sqrt{A}$  là căn thức bậc hai của  $A$ , còn  $A$  được gọi là biểu thức lấy căn bậc hai hay biểu thức dưới dấu căn.

Điều kiện xác định cho căn thức bậc hai  $\sqrt{A}$  là  $A \geq 0$ .

**Chú ý:** Các số, biến số được nối nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lũy thừa, khai căn bậc hai làm thành một biểu thức đại số.

**2. Căn thức bậc ba**

Với  $A$  là một biểu thức đại số, người ta gọi  $\sqrt[3]{A}$  là căn thức bậc ba của  $A$ , còn  $A$  được gọi là biểu thức lấy căn bậc ba hay biểu thức dưới dấu căn.

Điều kiện xác định cho căn thức bậc ba  $\sqrt[3]{A}$  chính là điều kiện xác định biểu thức  $A$ .

**Chú ý:** Các số, biến số được nối nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lũy thừa, khai căn bậc hai hoặc bậc ba làm thành một biểu thức đại số.

**CHỦ ĐỀ 1**  
**CĂN THỨC BẬC HAI**

**DẠNG 1**  
**TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC**

**Bài 1.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt{2024-x}$  tại  $x = 2023$ ;  $x = 2015$ ;  $x = 1943$ .      b)  $\sqrt{x^2+5}$  tại  $x = -2$ ;  $x = 2$ ;  $x = \sqrt{11}$ .

c)  $\sqrt{x^2-x+4}$  tại  $x = -3$ ;  $x = 0$ ;  $x = 4$ .      d)  $\frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}$  tại  $x = \frac{1}{4}$ ;  $x = 16$ ;  $x = 25$ .

**Bài 2.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt{2x+1}$  tại  $x = 0$ ;  $x = 4$ ;  $x = 12$ .      b)  $\sqrt{13-x^2}$  tại  $x = -3$ ;  $x = -2$ ;  $x = 0$ .

c)  $\sqrt{2x^2+x+6}$  tại  $x = -3$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$ .      d)  $\sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$  tại  $x = \frac{1}{2}$ ;  $x = 5$ .



**Bài 8.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a)  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{2025}}$

b)  $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$

d)  $\sqrt{-|x - 2026|}$

**Bài 9.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $x + \sqrt{2x - 1}$

b)  $\frac{x}{2025} - \sqrt{\frac{2x - 1}{2026}}$

c)  $x^2 - 1 - \sqrt{\frac{1}{4 - 2x}}$

**Bài 10.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $\frac{1 - x}{\sqrt{|x + 2| + 1}}$

b)  $\sqrt{\frac{|1 - x|}{2 - 3x}}$

c)  $\frac{2x - \sqrt{|1 - 2x|}}{27 + x^3}$

## DẠNG 3

TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $A^2 = B$  thì  $A = -\sqrt{B}$  và  $A = \sqrt{B}$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Tìm số  $x$  thỏa mãn:

a)  $x^2 = 16$

b)  $x^2 = 99$

c)  $x^2 = \frac{4}{81}$

d)  $25x^2 = 1$

e)  $9x^2 = 16$

f)  $14,4x^2 = 0,9$

**Bài 2.** Tìm số  $x$  không âm, biết

a)  $\sqrt{x} = 2$

b)  $\sqrt{x} = \sqrt{2026}$

c)  $\sqrt{2025x} = \sqrt{2026}$

d)  $2\sqrt{x} = 30$

e)  $3\sqrt{x} = \frac{1}{2}$

f)  $5\sqrt{x} = \sqrt{3}$

**Bài 3.** Tìm số  $x$  không âm, biết

a)  $\sqrt{2x + \frac{1}{3}} = 3$

b)  $-\frac{\sqrt{2x+1}}{3} + 2 = 0$

c)  $\sqrt{2x+1} + 3 = 0$

d)  $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2}$

e)  $\sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3$

f)  $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$

**Bài 4.** Tìm số  $x$  không âm, biết

a)  $\sqrt{x} \leq 3$

b)  $\sqrt{x} > 5$

c)  $\sqrt{2x} < 3$

d)  $2\sqrt{x} \leq 5$

e)  $\sqrt{3x} - 2 \geq 0$

f)  $3\sqrt{3x} \leq 4$

## DẠNG 4

### ỨNG DỤNG CĂN THỨC BẬC HAI

**Bài 1.** Để lái xe an toàn khi đi qua đoạn đường có dạng cung tròn, người lái cần biết tốc độ tối đa cho phép là bao nhiêu. Vì thế, ở những đoạn đường đó thường có bảng chỉ dẫn cho tốc độ tối đa cho phép của ô tô. Tốc độ tối đa cho phép  $v$  (m/s) được tính bởi công thức  $v = \sqrt{rg\mu}$ , trong đó  $r$  (m) là bán kính của cung đường,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $\mu$  là hệ số ma sát trượt của đường.

a) Hãy viết biểu thức tính  $v$  theo  $r$  khi biết  $\mu = 0,12$ .

b) Trong toán học, biểu thức đó được gọi là gì?

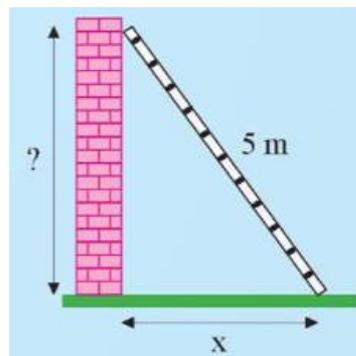
**Bài 2.** Hệ quả của hiện tượng nóng lên toàn cầu là băng của một số sông băng đang tan chảy. Mười hai năm sau khi băng biến mất, những loài thực vật nhỏ bé, được gọi là địa y, bắt đầu mọc trên đá. Mỗi nhóm địa y phát triển ở dạng (gần như) một hình tròn. Đường kính  $d$  (mm) của hình tròn này có thể được tính gần đúng bằng công thức:  $d = 7\sqrt{t-12}$  với  $t$  là số năm tính từ khi băng biến mất ( $t \geq 12$ ). Tính đường kính của hình tròn do địa y tạo nên sau khi băng biến mất 13 năm; 16 năm.

**Bài 3.** Cửa hàng điện máy xanh trưng bày một chiếc tivi màn hình phẳng 55 in, tức là độ dài đường chéo của màn hình tivi bằng 55 in (1 in = 2,54 cm). Gọi  $x$  (in) là chiều rộng của màn hình tivi (Hình vẽ)



Viết công thức tính chiều dài của màn hình tivi theo  $x$ .

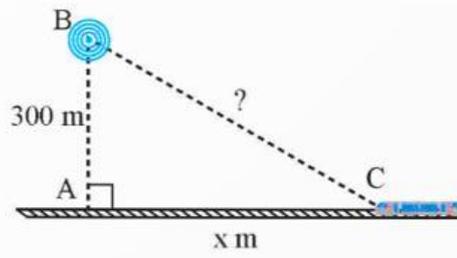
**Bài 4.** Một chiếc thang dài 5 m tựa vào bức tường như hình vẽ.



a) Nếu chân thang cách chân tường  $x$  (m) thì đỉnh thang ở độ cao bao nhiêu so với chân tường?

b) Tính độ cao trên khi  $x$  nhận giá trị lần lượt là 1; 2; 3; 4.

**Bài 5.** Một trạm phát sóng được đặt ở vị trí B cách đường tàu một khoảng  $AB = 300$  m. Đầu tàu đang ở vị trí C, cách vị trí A một khoảng  $AC = x$  (m) (Hình vẽ).



- a) Viết biểu thức (theo  $x$ ) biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu.  
 b) Tính khoảng cách trên khi  $x = 400$ ,  $x = 1\,000$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

**Bài 6.** Kích thước màn hình tivi hình chữ nhật được xác định bởi độ dài đường chéo. Một loại tivi có tỉ lệ hai cạnh màn hình là  $4 : 3$ .

- a) Gọi  $x$  (inch) là chiều rộng của màn hình tivi. Viết công thức tính độ dài đường chéo  $d$  (inch) của màn hình tivi theo  $x$ .  
 b) Tính chiều rộng và chiều dài (theo centimet) của màn hình tivi loại 40 inch.

**Bài 7.** Vận tốc lăn  $v$  (tính bằng m/s) của một vật thể nặng  $m$  (tính bằng kg) được tác động một lực  $E_k$  (gọi là năng lượng Kinetic Energy, ký hiệu  $E_k$ , tính bằng Joule) được cho bởi công thức:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$



- a) Hãy tính vận tốc của một quả banh bowling nặng 3kg khi một người tác động một lực  $E_k = 18\text{J}$ ?  
 b) Muốn lăn một quả bowling nặng 3kg với vận tốc 6m/s, thì cần sử dụng năng lượng Kinetic  $E_k$  bao nhiêu Joule?

**Bài 8.** Điện áp  $V$  (tính theo volt) yêu cầu cho một mạch điện được cho bởi công thức  $V = \sqrt{PR}$ , trong đó  $P$  là công suất (tính theo watt) và  $R$  là điện trở trong (tính theo ohm).



- a) Cần bao nhiêu volt để thắp sáng một bóng đèn A có công suất 100 watt và điện trở của mỗi bóng đèn là 110 ohm?  
 b) Bóng đèn B có điện áp bằng 110 volt, điện trở trong là 88 ohm có công suất lớn hơn bóng đèn A không? Giải thích.

**Bài 9.** Tốc độ của một chiếc canô và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức  $v = 5\sqrt{l}$ . Trong đó,  $l$  là độ dài đường nước sau đuôi canô (mét),  $v$  là vận tốc canô (m/giây).



a) Một canô đi từ Năm Căn về huyện Đất Mũi (Cà Mau) để lại đường sóng nước sau đuôi dài  $7 + 4\sqrt{3}$ m. Hỏi vận tốc của canô?

b) Khi canô chạy với vận tốc 54km/giờ thì đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài bao nhiêu mét?

**Bài 10.** Sóng thần (tsunami) là một loạt các đợt sóng tạo nên khi một thể tích lớn của nước đại dương bị dịch chuyển chớp nhoáng trên một quy mô lớn. Động đất cùng những dịch chuyển địa chất lớn bên trên hoặc bên dưới mặt nước, núi lửa phun và va chạm thiên thạch đều có khả năng gây ra sóng thần. Con sóng thần khởi phát từ dưới đáy biển sâu, khi còn ngoài xa khơi, sóng có biên độ (chiều cao sóng) khá nhỏ nhưng chiều dài của con sóng lên đến hàng trăm km. Con sóng đi qua đại dương với tốc độ trung bình 500 dặm một giờ. Khi tiến tới đất liền, đáy biển trở nên nông, con sóng không còn dịch chuyển nhanh được nữa, vì thế nó bắt đầu “dựng đứng lên” có thể đạt chiều cao một tòa nhà sáu tầng hay hơn nữa và tàn phá khủng khiếp.

Tốc độ của con sóng thần và chiều sâu của đại dương liên hệ bởi công thức  $s = \sqrt{dg}$ . Trong đó,  $g = 9,81\text{m/s}^2$ ,  $d$  (deep) là chiều sâu đại dương tính bằng m,  $s$  là vận tốc của sóng thần tính bằng m/s.



a) Biết độ sâu trung bình của đại dương trên trái đất là  $d = 3790$  mét hãy tính tốc độ trung bình của các con sóng thần xuất phát từ đáy các đại dương theo km/h.

b) Susan Kieffer, một chuyên gia về cơ học chất lỏng địa chất của đại học Illinois tại Mỹ, đã nghiên cứu năng lượng của trận sóng thần Tohoku 2011 tại Nhật Bản. Những tính toán của Kieffer cho thấy tốc độ sóng thần vào xấp xỉ 220 m/giây. Hãy tính độ sâu của đại dương nơi xuất phát con sóng thần này.

**Bài 11.** Vận tốc  $v$  (m/s) của một tàu lượn di chuyển trên một cung tròn có bán kính  $r$ (m) được cho bởi công thức:  $v = \sqrt{ar}$ . Trong đó  $a$  là gia tốc của tàu ( $\text{m/s}^2$ ) (gia tốc là đại lượng vật lý đặc trưng cho sự thay

đổi của vận tốc theo thời gian. Nó là một trong những đại lượng cơ bản dùng để mô tả chuyển động và là độ biến thiên của vận tốc theo thời gian).



a) Nếu tàu lượn đang chạy với vận tốc  $v = 14\text{m/s}$  và muốn đạt mức gia tốc tối đa cho phép là  $a = 9\text{m/s}^2$  thì bán kính tối thiểu của cung tròn phải là bao nhiêu để xe không văng ra khỏi đường ray?

b) Nếu tàu lượn đang di chuyển với vận tốc  $v = 8\text{m/s}$  xung quanh một cung tròn có bán kính  $r = 25\text{m}$  thì có gia tốc tối đa cho phép là bao nhiêu?

**Bài 12.** Galilei là người phát hiện ra quãng đường chuyển động của vật rơi tự do tỉ lệ thuận với bình phương của thời gian. Quan hệ giữa quãng đường chuyển động  $y$  (mét) và thời gian chuyển động  $x$  (giây) được biểu diễn gần đúng bởi công thức  $y = 5x^2$ . Người ta thả một vật nặng từ độ cao 55m trên tháp nghiêng Pi – da xuống đất (sức cản của không khí không đáng kể)



a) Hãy cho biết sau 3 giây thì vật nặng còn cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Khi vật nặng còn cách đất 25m thì nó đã rơi được thời gian bao lâu?

**Bài 13.** Thời gian  $t$  (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách mặt nước  $d$  (tính

bằng m) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức:  $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$



a) Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước 108m đến khi chạm mặt nước?

b) Nếu một người nhảy bungee từ một vị trí khác đến khi chạm mặt nước là 7 giây. Hãy tìm độ cao của người nhảy bungee so với mặt nước?

**CHỦ ĐỀ 2**  
**CĂN THỨC BẬC BA****DẠNG 1**  
**TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC**

**Bài 1.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt[3]{2025-x}$  tại  $x = 2017$ ;  $x = 1998$ ;  $x = 1961$ .      b)  $\sqrt[3]{150-x^2}$  tại  $x = -5$ ;  $x = 5$ ;  $x = \sqrt{86}$ .

**Bài 2.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt[3]{4x+7}$  tại  $x = -2$ ;  $x = 5$ ;  $x = \frac{203}{4}$ .      b)  $\sqrt[3]{x^2+9}$  tại  $x = -\sqrt{18}$ ;  $x = \sqrt{7}$ ;  $x = 5$ .

**DẠNG 2****TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ CĂN THỨC BẬC BA CÓ NGHĨA****Bài 1.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{x-2024}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{2025-2024x}{2023}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2}{x-1}}$

**Bài 2.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2+\frac{1}{2}}}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2-4x+4}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2+2x+3}}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 3.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{1-\frac{1}{2}x}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{2x-3}{5}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2024}{4x-3}}$

**Bài 4.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{\frac{-1}{2x^2+1}}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4x^2+12x+9}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{3}{-x^2+x-4}}$

**DẠNG 3****RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC BA****Bài 1.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = 2\sqrt[3]{1-3x^2+3x-x^3} - x$

b)  $B = \sqrt[3]{125x^3+75x^2+15x+1} - 5x$

**Bài 2.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = 3x - \sqrt[3]{27x^3+27x^2+9x+1}$

b)  $B = \sqrt[3]{8x^3+12x^2+6x+1} - \sqrt[3]{x^3}$

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-2x)^3} + 3x$

b)  $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+1}\sqrt[3]{x\sqrt{x}-1} + \sqrt[3]{1-x^3}$

**Bài 4.** Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến  $x$ 

a)  $A = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+3x+3\sqrt{x}+1} - (\sqrt{x}+2)$

b)  $B = (\sqrt[3]{x}+1)^3 - (\sqrt[3]{x}-1)^3 - 6(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x}+1)$

**Bài 5.** Tính giá trị của biểu thức  $A = 2024x^{2025} - 2025x^{2026}$  với  $x = (2-\sqrt{3})\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}$ .**Bài 6.** Tính giá trị của biểu thức  $A = (27x^3 - 9x^2 - 1)^{2025}$  với  $x = \frac{(\sqrt{5}+2)\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}}{\sqrt{5}+\sqrt{14-6\sqrt{5}}}$ .

## DẠNG 4

TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC BA

- $\sqrt[3]{A} = B$  suy ra  $A = B^3$
- $A < B$  suy ra  $\sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$

**Bài 1.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2x+1} = 3$

b)  $\sqrt[3]{x-1} = x-1$

c)  $\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{216x} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = 4$

**Bài 2.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2x+1} > -5$

b)  $\sqrt[3]{4-2x} \geq 4$

c)  $\sqrt[3]{x^3+3x^2+6x+4} \leq x+1$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2-3x} = -2$

b)  $\sqrt[3]{5+x} - x = 5$

c)  $\sqrt[3]{x^3+3x^2+3x+1} - 2x = 3$

**Bài 4.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{8x^2} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 27$

b)  $\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3} = 3x-5$

c)  $\sqrt[3]{x^3+2x^2} = x+2$

**Bài 5.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{x^3+9x^2} = x+3$

b)  $\sqrt[3]{x^3-3x^2+3x-1} = 2x+5$

**Bài 6.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15$

b)  $3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3\sqrt[3]{9x-27}} = 20$

**Bài 7.** Tìm số  $x$ , biết

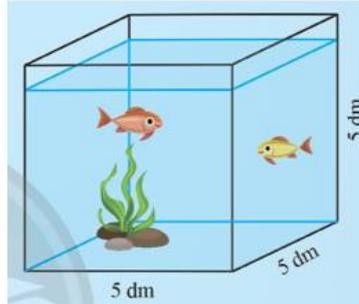
a)  $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1} \geq 1$

b)  $\sqrt[3]{-x^3-3x^2+6x-10} < -x-1$

## DẠNG 5

### ỨNG DỤNG CĂN THỨC BẬC BA

**Bài 1.** Ông An có một bể kính hình lập phương như Hình vẽ.



Ông An muốn làm thêm một bể kính mới hình lập phương có thể tích gấp  $n$  lần thể tích của bể kính cũ (bỏ qua bề dày của kính).

a) Gọi  $a$  (dm) là độ dài cạnh của bể kính mới.

Thay mỗi  $\square$  bằng biểu thức thích hợp để nhận được các đẳng thức:  $a^3 = \square$  hay  $a = \square$ .

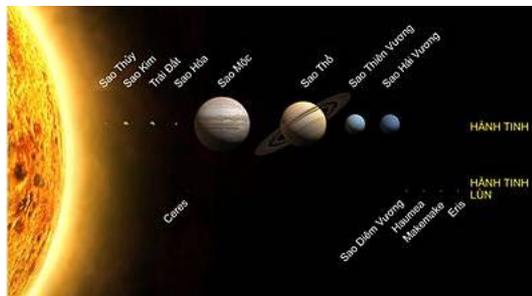
b) Tính giá trị của  $a$  khi  $n = 8$  và khi  $n = 4$  (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

**Bài 2.** Chiều cao ngang vai của một con voi đực ở châu Phi là  $h$  (cm) có thể được tính xấp xỉ bằng công thức:  $h = 62,5\sqrt[3]{t} + 75,8$  với  $t$  là tuổi của con voi tính theo năm.

a) Một con voi đực 8 tuổi ở châu Phi sẽ có chiều cao ngang vai là bao nhiêu centimét?

b) Nếu một con voi đực ở châu Phi có chiều cao ngang vai là 205 cm thì con voi đó bao nhiêu tuổi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

**Bài 3.** Định luật Kepler về sự chuyển động của các hành tinh trong Hệ mặt trời xác định mối quan hệ giữa chu kỳ quay quanh Mặt Trời của một hành tinh và khoảng cách giữa hành tinh đó với Mặt Trời. Định luật được cho bởi công thức  $d = \sqrt[3]{6t^2}$ . Trong đó,  $d$  là khoảng cách giữa hành tinh quay xung quanh Mặt Trời và Mặt Trời (đơn vị: triệu dặm, 1 dặm = 1609 mét),  $t$  là thời gian hành tinh quay quanh Mặt Trời đúng một vòng (đơn vị: ngày của Trái Đất).



a) Trái Đất quay quanh Mặt Trời trong 365 ngày. Hãy tính khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời theo km.

b) Một năm Sao Hỏa dài bằng 687 ngày trên Trái Đất, nghĩa là Sao Hỏa quay xung quanh Mặt Trời đúng một vòng với thời gian bằng 687 ngày Trái Đất. Hãy tính khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời theo km.

**BÀI 3****CĂN THỨC BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC BA CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****1. Căn thức bậc hai**

Với  $A$  là một biểu thức đại số, người ta gọi  $\sqrt{A}$  là căn thức bậc hai của  $A$ , còn  $A$  được gọi là biểu thức lấy căn bậc hai hay biểu thức dưới dấu căn.

Điều kiện xác định cho căn thức bậc hai  $\sqrt{A}$  là  $A \geq 0$ .

**Chú ý:** Các số, biến số được nối nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lũy thừa, khai căn bậc hai làm thành một biểu thức đại số.

**2. Căn thức bậc ba**

Với  $A$  là một biểu thức đại số, người ta gọi  $\sqrt[3]{A}$  là căn thức bậc ba của  $A$ , còn  $A$  được gọi là biểu thức lấy căn bậc ba hay biểu thức dưới dấu căn.

Điều kiện xác định cho căn thức bậc ba  $\sqrt[3]{A}$  chính là điều kiện xác định biểu thức  $A$ .

**Chú ý:** Các số, biến số được nối nhau bởi dấu các phép tính cộng, trừ, nhân, chia, nâng lũy thừa, khai căn bậc hai hoặc bậc ba làm thành một biểu thức đại số.

**CHỦ ĐỀ 1**  
**CĂN THỨC BẬC HAI**

**DẠNG 1**  
**TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC**

**Bài 1.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt{2024-x}$  tại  $x=2023$ ;  $x=2015$ ;  $x=1943$ .      b)  $\sqrt{x^2+5}$  tại  $x=-2$ ;  $x=2$ ;  $x=\sqrt{11}$ .

c)  $\sqrt{x^2-x+4}$  tại  $x=-3$ ;  $x=0$ ;  $x=4$ .      d)  $\frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}$  tại  $x=\frac{1}{4}$ ;  $x=16$ ;  $x=25$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{2024-x}$

- Thay  $x=2023$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2024-2023}=\sqrt{1}=1$

- Thay  $x=2015$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2024-2015}=\sqrt{9}=3$

- Thay  $x=1943$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2024-1943}=\sqrt{81}=9$

b)  $\sqrt{x^2+5}$

- Thay  $x=-2$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{(-2)^2+5}=\sqrt{4+5}=\sqrt{9}=3$

- Thay  $x=2$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2^2+5}=\sqrt{4+5}=\sqrt{9}=3$

- Thay  $x=\sqrt{11}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{(\sqrt{11})^2+5}=\sqrt{11+5}=\sqrt{16}=4$

c)  $\sqrt{x^2-x+4}$

- Thay  $x=-3$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{(-3)^2-(-3)+4}=\sqrt{9+3+4}=\sqrt{16}=4$

- Thay  $x=0$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{0^2-0+4}=\sqrt{4}=2$

- Thay  $x=4$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{4^2-4+4}=\sqrt{4^2}=4$

d)  $\frac{\sqrt{x+8}}{\sqrt{x}}$  tại  $x=\frac{1}{4}$ ;  $x=16$ ;  $x=25$ .

- Thay  $x=\frac{1}{4}$  vào biểu thức ta được:  $\frac{\sqrt{\frac{1}{4}+8}}{\sqrt{\frac{1}{4}}}=\frac{\frac{1}{2}+8}{\frac{1}{2}}=17$

- Thay  $x=16$  vào biểu thức ta được:  $\frac{\sqrt{16+8}}{\sqrt{16}}=\frac{4+8}{4}=3$

- Thay  $x = 25$  vào biểu thức ta được:  $\frac{\sqrt{25+8}}{\sqrt{25}} = \frac{5+8}{5} = \frac{13}{5}$

**Bài 2.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt{2x+1}$  tại  $x=0$ ;  $x=4$ ;  $x=12$ .

b)  $\sqrt{13-x^2}$  tại  $x=-3$ ;  $x=-2$ ;  $x=0$ .

c)  $\sqrt{2x^2+x+6}$  tại  $x=-3$ ;  $x=1$ ;  $x=2$ .

d)  $\sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$  tại  $x=\frac{1}{2}$ ;  $x=5$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{2x+1}$  tại  $x=0$ ;  $x=4$ ;  $x=12$ .

- Thay  $x=0$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2.0+1} = \sqrt{1} = 1$

- Thay  $x=4$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2.4+1} = \sqrt{9} = 3$

- Thay  $x=12$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2.12+1} = \sqrt{25} = 5$

b)  $\sqrt{13-x^2}$  tại  $x=-3$ ;  $x=-2$ ;  $x=0$ .

- Thay  $x=-3$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{13-(-3)^2} = \sqrt{4} = 2$

- Thay  $x=-2$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{13-(-2)^2} = \sqrt{9} = 3$

- Thay  $x=0$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{13-0^2} = \sqrt{13}$

c)  $\sqrt{2x^2+x+6}$  tại  $x=-3$ ;  $x=1$ ;  $x=2$ .

- Thay  $x=-3$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2(-3)^2+(-3)+6} = \sqrt{21}$

- Thay  $x=1$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2.1^2+1+6} = \sqrt{9} = 3$

- Thay  $x=2$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{2.2^2+2+6} = \sqrt{16} = 4$

d)  $\sqrt{\frac{2x-1}{x-1}}$  tại  $x=\frac{1}{2}$ ;  $x=5$ .

- Thay  $x=\frac{1}{2}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{\frac{2.\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}-1}} = 0$

- Thay  $x=5$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt{\frac{2.5-1}{5-1}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$

## DẠNG 2

## TÌM ĐIỀU KIỆN CĂN THỨC BẬC HAI

- $\sqrt{A}$  xác định khi  $A \geq 0$

- $\frac{1}{\sqrt{A}}$  xác định khi  $A > 0$

**Chú ý:**

- $A^2 \geq 0$  với mọi  $A$ .

- $A^2 > 0$  với mọi  $A \neq 0$ .

- $\sqrt{A^2}$  xác định với mọi  $A$ .

- $\frac{1}{\sqrt{A^2}}$  xác định khi  $A \neq 0$

**Bài 1.** Tìm  $x$  để các căn thức sau xác định:

a)  $\sqrt{-2026x}$

b)  $\sqrt{3x-15}$

c)  $\sqrt{-2x-5}$

**Lời giải**a)  $\sqrt{-2026x}$  xác định khi  $-2026x \geq 0$  hay  $x \leq 0$ .b)  $\sqrt{3x-15}$  xác định khi  $3x-15 \geq 0$  hay  $x \geq 5$ .c)  $\sqrt{-2x-5}$  xác định khi  $-2x-5 \geq 0$  hay  $x \leq -\frac{5}{2}$ .**Bài 2.** Tìm  $x$  để các căn thức sau xác định:

a)  $\sqrt{\frac{2025}{2x+3}}$

b)  $\sqrt{\frac{-1}{3x-1}}$

c)  $\sqrt{\frac{2-7x}{2026}}$

**Lời giải**a)  $\sqrt{\frac{2025}{2x+3}}$  xác định khi  $\frac{2025}{2x+3} \geq 0$  hay  $2x+3 > 0$  (Do  $2025 > 0$ ) suy ra  $x > -\frac{3}{2}$ .b)  $\sqrt{\frac{-1}{3x-1}}$  xác định khi  $\frac{-1}{3x-1} \geq 0$  hay  $3x-1 < 0$  (Do  $-1 < 0$ ) suy ra  $x < \frac{1}{3}$ .c)  $\sqrt{\frac{2-7x}{2026}}$  xác định khi  $\frac{2-7x}{2026} \geq 0$  hay  $2-7x \geq 0$  (Do  $2026 > 0$ ) suy ra  $x \leq \frac{2}{7}$ .**Bài 3.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $\sqrt{\frac{2025}{x^2}}$

b)  $\sqrt{\frac{2x^2+1}{2026}}$

c)  $\sqrt{\frac{x^2-2x+3}{2025}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{2025}{x^2}}$  xác định khi  $\frac{2025}{x^2} \geq 0$  hay  $x^2 > 0$  (Do  $2025 > 0$ )

Ta có  $x^2 \geq 0$  mọi  $x$ , do đó  $x^2 > 0$  khi  $x \neq 0$

Vậy  $\sqrt{\frac{2025}{x^2}}$  xác định với mọi  $x \neq 0$

b)  $\sqrt{\frac{2x^2+1}{2026}}$  xác định khi  $\frac{2x^2+1}{2026} \geq 0$  hay  $2x^2+1 \geq 0$  (Do  $2026 > 0$ )

Ta có  $2x^2 \geq 0$  với mọi  $x$ , do đó  $2x^2+1 > 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{2x^2+1}{2026}}$  xác định với mọi  $x$ .

c)  $\sqrt{\frac{x^2-2x+3}{2025}}$  xác định khi  $\frac{x^2-2x+3}{2025} \geq 0$  hay  $x^2-2x+3 \geq 0$  (Do  $2025 > 0$ )

Ta có  $x^2-2x+3 = (x-1)^2 + 2 > 0$  với mọi  $x$ , do đó  $x^2-2x+3 > 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{x^2-2x+3}{2025}}$  xác định với mọi  $x$ .

**Bài 4.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $-\frac{1}{2}x - \sqrt{1-2x}$

b)  $x^2 - \sqrt{\frac{-1}{3x-6}}$

c)  $20-x + \sqrt{\frac{x^2-10x+25}{2}}$

**Lời giải**

a)  $-\frac{1}{2}x - \sqrt{1-2x}$  xác định khi  $1-2x \geq 0$  hay  $x \leq \frac{1}{2}$ .

b)  $x^2 - \sqrt{\frac{-1}{3x-6}}$  xác định khi  $\frac{-1}{3x-6} \geq 0$  hay  $3x-6 < 0$  (Do  $-1 < 0$ ) suy ra  $x < 2$

c)  $20-x + \sqrt{\frac{x^2-10x+25}{2}}$  xác định khi  $\frac{x^2-10x+25}{2} \geq 0$  hay  $x^2-10x+25 \geq 0$  (Do  $-1 < 0$ )

Ta có  $x^2-10x+25 = (x-5)^2 \geq 0$  với mọi  $x$

Vậy  $20-x + \sqrt{\frac{x^2-10x+25}{2}}$  xác định với mọi  $x$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Tìm  $x$  để các căn thức sau xác định:

a)  $\sqrt{-2x}$

b)  $\sqrt{3-6x}$

c)  $\frac{2025}{\sqrt{3-x}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{-2x}$  xác định khi  $-2x \geq 0$  hay  $x \leq 0$

b)  $\sqrt{3-6x}$  xác định khi  $3-6x \geq 0$  hay  $x \leq \frac{1}{2}$

c)  $\frac{2025}{\sqrt{3-x}}$  xác định khi  $3-x > 0$  hay  $x < 3$

**Bài 6.** Tìm  $x$  để các căn thức sau xác định:

a)  $\sqrt{\frac{2}{3x-5}}$

b)  $\sqrt{\frac{3-2x}{2026}}$

c)  $\sqrt{\frac{-9}{5x-7}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{2}{3x-5}}$  xác định khi  $\frac{2}{3x-5} \geq 0$  hay  $3x-5 > 0$  (Do  $2 > 0$ ) suy ra  $x > \frac{5}{3}$ .

b)  $\sqrt{\frac{3-2x}{2026}}$  xác định khi  $\frac{3-2x}{2026} \geq 0$  hay  $3-2x \geq 0$  (Do  $2026 > 0$ ) suy ra  $x \leq \frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{\frac{-9}{5x-7}}$  xác định khi  $\frac{-9}{5x-7} \geq 0$  hay  $5x-7 < 0$  (Do  $-9 < 0$ ) suy ra  $x < \frac{7}{5}$ .

**Bài 7.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi căn thức sau xác định:

a)  $\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 3}$

b)  $\frac{3}{\sqrt{-x^2 - 2025}}$

c)  $\sqrt{\frac{4x^2 - 12x + 9}{5}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 3}$  xác định khi  $\frac{1}{2}x^2 + 3 \geq 0$

Do  $\frac{1}{2}x^2 \geq 0$  nên  $\frac{1}{2}x^2 + 3 > 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + 3}$  xác định với mọi  $x$ .

b)  $\frac{3}{\sqrt{-x^2 - 2025}}$  xác định khi  $-x^2 - 2025 > 0$

Do  $-x^2 \leq 0$  nên  $-x^2 - 2025 < 0$  với mọi  $x$ .

Vậy không có giá trị  $x$  nào để biểu thức  $\frac{3}{\sqrt{-x^2 - 2025}}$  xác định.

c)  $\sqrt{\frac{4x^2 - 12x + 9}{5}}$  xác định khi  $\frac{4x^2 - 12x + 9}{5} \geq 0$  hay  $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$  (Do  $5 > 0$ )

Ta có  $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ , do đó  $4x^2 - 12x + 9 \geq 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{4x^2 - 12x + 9}{5}}$  xác định với mọi  $x$ .

**Bài 8.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a)  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{2025}}$

b)  $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$

d)  $\sqrt{-|x - 2026|}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{2025}}$  xác định khi  $x^2 + \frac{1}{2025} \geq 0$

Do  $x^2 \geq 0$  với mọi  $x$ , nên  $x^2 + \frac{1}{2025} > 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{x^2 + \frac{1}{2025}}$  xác định với mọi  $x$ .

b)  $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$  xác định khi  $-x^2 + 2x - 1 \geq 0$

Ta có  $-x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 \leq 0$  với mọi  $x$ , nên  $-x^2 + 2x - 1 \geq 0$  khi  $x = 1$ .

Vậy  $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$  xác định khi  $x = 1$ .

c)  $\sqrt{-|x-2026|}$  xác định khi  $-|x-2026| \geq 0$

Ta có  $-|x-2026| \leq 0$  với mọi  $x$ , nên  $-|x-2026| \geq 0$  khi  $x-2026 = 0$  hay  $x = 2026$ .

Vậy  $\sqrt{-|x-2026|}$  xác định khi  $x = 2026$ .

**Bài 9.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $x + \sqrt{2x-1}$

b)  $\frac{x}{2025} - \sqrt{\frac{2x-1}{2026}}$

c)  $x^2 - 1 - \sqrt{\frac{1}{4-2x}}$

**Lời giải**

a)  $x + \sqrt{2x-1}$  xác định khi  $2x-1 \geq 0$  hay  $x \geq \frac{1}{2}$ .

b)  $\frac{x}{2025} - \sqrt{\frac{2x-1}{2026}}$  xác định khi  $\frac{2x-1}{2026} \geq 0$  hay  $2x-1 \geq 0$  (Do  $2026 > 0$ ) suy ra  $x \geq \frac{1}{2}$ .

c)  $x^2 - 1 - \sqrt{\frac{1}{4-2x}}$  xác định khi  $\frac{1}{4-2x} \geq 0$  hay  $4-2x > 0$  (Do  $1 > 0$ ) suy ra  $x < 2$ .

**Bài 10.** Với giá trị nào của  $x$  thì mỗi biểu thức sau xác định:

a)  $\frac{1-x}{\sqrt{|x+2|+1}}$

b)  $\sqrt{\frac{|1-x|}{2-3x}}$

c)  $\frac{2x - \sqrt{|1-2x|}}{27+x^3}$

**Lời giải**

a)  $\frac{1-x}{\sqrt{|x+2|+1}}$  xác định khi  $|x+2|+1 > 0$

Ta có  $|x+2| \geq 0$  với mọi  $x$ , nên  $|x+2|+1 > 0$

Vậy  $\frac{1-x}{\sqrt{|x+2|+1}}$  xác định với mọi  $x$ .

b)  $\sqrt{\frac{|1-x|}{2-3x}}$  xác định khi  $\frac{|1-x|}{2-3x} \geq 0$

Ta có  $|1-x| \geq 0$  với mọi  $x$  nên  $\frac{|1-x|}{2-3x} \geq 0$  khi  $2-3x > 0$  hay  $x < \frac{2}{3}$

Vậy  $\sqrt{\frac{|1-x|}{2-3x}}$  xác định khi  $x < \frac{2}{3}$ .

c)  $\frac{2x - \sqrt{|1-2x|}}{27+x^3}$  xác định khi  $|1-2x| \geq 0$  và  $27+x^3 \neq 0$

Ta có  $|1-2x| \geq 0$  với mọi  $x$

$27+x^3 \neq 0$  hay  $x^3 \neq -27$  hay  $x \neq -3$

Vậy  $\frac{2x - \sqrt{|1-2x|}}{27+x^3}$  xác định khi  $x \neq -3$ .

**DẠNG 3****TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $A^2 = B$  thì  $A = -\sqrt{B}$  hoặc  $A = \sqrt{B}$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Tìm số  $x$  thỏa mãn:

a)  $x^2 = 16$

b)  $x^2 = 99$

c)  $x^2 = \frac{4}{81}$

d)  $25x^2 = 1$

e)  $9x^2 = 16$

f)  $14,4x^2 = 0,9$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$x^2 = 16$$

$$x = -\sqrt{16} \text{ hoặc } x = \sqrt{16}$$

$$x = -\sqrt{4^2} \text{ hoặc } x = \sqrt{4^2}$$

$$x = -4 \text{ hoặc } x = 4$$

Vậy  $x = -4$  và  $x = 4$  là các giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$x^2 = 99$$

$$x = -\sqrt{99} \text{ hoặc } x = \sqrt{99}$$

Vậy  $x = -\sqrt{99}$  và  $x = \sqrt{99}$  là các giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$x^2 = \frac{4}{81}$$

$$x = -\sqrt{\frac{4}{81}} \text{ hoặc } x = \sqrt{\frac{4}{81}}$$

$$x = -\sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2} \text{ hoặc } x = \sqrt{\left(\frac{2}{9}\right)^2}$$

$$x = -\frac{2}{9} \text{ hoặc } x = \frac{2}{9}$$

Vậy  $x = -\frac{2}{9}$  và  $x = \frac{2}{9}$  là các giá trị cần tìm.

d) Ta có:

$$25x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{25}$$

$$x = -\sqrt{\frac{1}{25}} \text{ hoặc } x = \sqrt{\frac{1}{25}}$$

$$x = -\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2} \text{ hoặc } x = \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}$$

$$x = -\frac{1}{5} \text{ hoặc } x = \frac{1}{5}$$

Vậy  $x = -\frac{1}{5}$  và  $x = \frac{1}{5}$  là các giá trị cần tìm.

e) Ta có:

$$9x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

$$x = -\sqrt{\frac{16}{9}} \text{ hoặc } x = \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$x = -\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2} \text{ hoặc } x = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2}$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ hoặc } x = \frac{4}{3}$$

Vậy  $x = -\frac{4}{3}$  và  $x = \frac{4}{3}$  là các giá trị cần tìm.

f) Ta có:

$$14,4x^2 = 0,9$$

$$x^2 = \frac{0,9}{14,4}$$

$$x^2 = \frac{9}{144}$$

$$x = -\sqrt{\frac{9}{144}} \text{ hoặc } x = \sqrt{\frac{9}{144}}$$

$$x = -\sqrt{\left(\frac{3}{12}\right)^2} \text{ hoặc } x = \sqrt{\left(\frac{3}{12}\right)^2}$$

$$x = -\frac{3}{12} \text{ hoặc } x = \frac{3}{12}$$

Vậy  $x = -\frac{3}{12}$  và  $x = \frac{3}{12}$  là các giá trị cần tìm.

**Bài 2.** Tìm số  $x$  không âm, biết

a)  $\sqrt{x} = 2$

b)  $\sqrt{x} = \sqrt{2026}$

c)  $\sqrt{2025x} = \sqrt{2026}$

d)  $2\sqrt{x} = 30$

e)  $3\sqrt{x} = \frac{1}{2}$

f)  $5\sqrt{x} = \sqrt{3}$

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 2^2$$

$$x = 4 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 4$  là giá trị cần tìm.

b) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x} = \sqrt{2026}$$

$$x = 2026$$

$$x = 2026 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 2026$  là giá trị cần tìm.

c) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{2025x} = \sqrt{2026}$$

$$2025x = 2026$$

$$x = \frac{2026}{2025}$$

$$x = \frac{2026}{2025} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = \frac{2026}{2025}$  là giá trị cần tìm.

d) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$2\sqrt{x} = 30$$

$$\sqrt{x} = 15$$

$$x = 15^2$$

$$x = 225$$

$$x = 225 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 225$  là giá trị cần tìm.

e) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$3\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{6}$$

$$x = \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$x = \frac{1}{36}$$

$$x = \frac{1}{36} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = \frac{1}{36}$  là giá trị cần tìm.

f) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$5\sqrt{x} = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{x} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$x = \frac{3}{25}$$

$$x = \frac{3}{25} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = \frac{3}{25}$  là giá trị cần tìm.

**Bài 3.** Tìm số  $x$  không âm, biết

$$\text{a) } \sqrt{2x + \frac{1}{3}} = 3$$

$$\text{b) } -\frac{\sqrt{2x+1}}{3} + 2 = 0$$

$$\text{c) } \sqrt{2x+1} + 3 = 0$$

$$\text{d) } \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2}$$

$$\text{e) } \sqrt{x^2 - 4x + 13} = 3$$

$$\text{f) } \sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$$

**Lời giải**

a) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{2x + \frac{1}{3}} = 3$$

$$2x + \frac{1}{3} = 9$$

$$2x = 9 - \frac{1}{3}$$

$$2x = \frac{26}{3}$$

$$x = \frac{13}{3} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = \frac{13}{3}$  là giá trị cần tìm.

b) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$-\frac{\sqrt{2x+1}}{3} + 2 = 0$$

$$\sqrt{2x+1} = 6$$

$$2x+1 = 36$$

$$2x = 35$$

$$x = \frac{35}{2} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = \frac{35}{2}$  là giá trị cần tìm.

c) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{2x+1} + 3 = 0$$

$$\sqrt{2x+1} = -3$$

Vì  $x \geq 0$  nên  $\sqrt{2x+1} \geq 1$ , do đó không có giá trị  $x$  nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x^2+1} = \sqrt{2}$$

$$x^2+1 = 2$$

$$x^2 = 1$$

$$x = -1 \text{ (thỏa điều kiện)} \text{ hoặc } x = 1 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = -1$  và  $x = 1$  là các giá trị cần tìm.

e) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x^2-4x+13} = 3$$

$$x^2-4x+13 = 9$$

$$x^2-4x+4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 2$  là giá trị cần tìm.

f) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x^2+5x+20} = 4$$

$$x^2+5x+20 = 16$$

$$x^2+5x+4 = 0$$

$$x^2+x+4x+4 = 0$$

$$x(x+1)+4(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x+4) = 0$$

$$x+1 = 0 \text{ hoặc } x+4 = 0$$

$$x = -1 \text{ (không thỏa điều kiện)} \text{ hoặc } x = -4 \text{ (không thỏa điều kiện)}$$

Vậy không có giá trị  $x$  nào cần tìm.

**Bài 4.** Tìm số  $x$  không âm, biết

a)  $\sqrt{x} \leq 3$

b)  $\sqrt{x} > 5$

c)  $\sqrt{2x} < 3$

d)  $2\sqrt{x} \leq 5$

e)  $\sqrt{3x} - 2 \geq 0$

f)  $3\sqrt{3x} \leq 4$

**Lời giải**a) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x} \leq 3$$

$$0 \leq x \leq 3^2$$

$$0 \leq x \leq 9$$

Vậy  $0 \leq x \leq 9$  là các giá trị cần tìm.b) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{x} > 5$$

$$x > 5^2 > 0$$

$$x > 25$$

Vậy  $x > 25$  là các giá trị cần tìm.c) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{2x} < 3$$

$$0 \leq 2x < 3^2$$

$$0 \leq x < \frac{9}{2}$$

Vậy  $0 \leq x < \frac{9}{2}$  là các giá trị cần tìm.d) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$2\sqrt{x} \leq 5$$

$$\sqrt{x} \leq \frac{5}{2}$$

$$0 \leq x \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$0 \leq x \leq \frac{25}{4}$$

Vậy  $0 \leq x \leq \frac{25}{4}$  là các giá trị cần tìm.e) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$\sqrt{3x} - 2 \geq 0$$

$$\sqrt{3x} \geq 2$$

$$3x \geq 2^2 > 0$$

$$x \geq \frac{4}{3}$$

Vậy  $x \geq \frac{4}{3}$  là các giá trị cần tìm.

f) Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$3\sqrt{3x} \leq 4$$

$$\sqrt{3x} \leq \frac{4}{3}$$

$$0 \leq 3x \leq \frac{16}{9}$$

$$0 \leq x \leq \frac{16}{27}$$

Vậy  $0 \leq x \leq \frac{16}{27}$  là các giá trị cần tìm.

## DẠNG 4

### ỨNG DỤNG CĂN THỨC BẬC HAI

**Bài 1.** Để lái xe an toàn khi đi qua đoạn đường có dạng cung tròn, người lái cần biết tốc độ tối đa cho phép là bao nhiêu. Vì thế, ở những đoạn đường đó thường có bảng chỉ dẫn cho tốc độ tối đa cho phép của ô tô. Tốc độ tối đa cho phép  $v$  (m/s) được tính bởi công thức  $v = \sqrt{rg\mu}$ , trong đó  $r$  (m) là bán kính của cung đường,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ,  $\mu$  là hệ số ma sát trượt của đường.

a) Hãy viết biểu thức tính  $v$  theo  $r$  khi biết  $\mu = 0,12$ .

b) Trong toán học, biểu thức đó được gọi là gì?

#### Lời giải

a) Theo bài,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  và  $\mu = 0,12$ .

Thay vào biểu thức  $v = \sqrt{rg\mu}$ , ta được:  $v = \sqrt{r9,8 \cdot 0,12} = \sqrt{1,176r}$  (m/s).

Vậy biểu thức tính  $v$  theo  $r$  là  $v = \sqrt{1,176r}$  (m/s).

b) Trong toán học, biểu thức trên được gọi là căn thức bậc hai.

**Bài 2.** Hệ quả của hiện tượng nóng lên toàn cầu là băng của một số sông băng đang tan chảy. Mười hai năm sau khi băng biến mất, những loài thực vật nhỏ bé, được gọi là địa y, bắt đầu mọc trên đá. Mỗi nhóm địa y phát triển ở dạng (gần như) một hình tròn. Đường kính  $d$  (mm) của hình tròn này có thể được tính gần đúng bằng công thức:  $d = 7\sqrt{t-12}$  với  $t$  là số năm tính từ khi băng biến mất ( $t \geq 12$ ). Tính đường kính của hình tròn do địa y tạo nên sau khi băng biến mất 13 năm; 16 năm.

#### Lời giải

Với  $t = 13$ , đường kính của hình tròn do địa y tạo nên là:  $d = 7\sqrt{13-12} = 7$  (mm).

Với  $t = 16$ , đường kính của hình tròn do địa y tạo nên là:  $d = 7\sqrt{16-12} = 7\sqrt{4} = 14$  (mm)

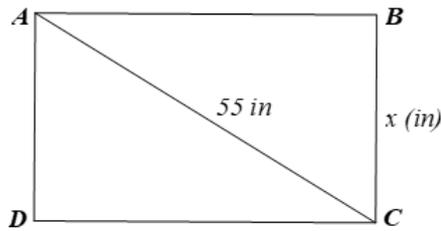
**Bài 3.** Cửa hàng điện máy xanh trưng bày một chiếc tivi màn hình phẳng 55 in, tức là độ dài đường chéo của màn hình tivi bằng 55 in (1 in = 2,54 cm). Gọi  $x$  (in) là chiều rộng của màn hình tivi (Hình vẽ)



Viết công thức tính chiều dài của màn hình tivi theo  $x$ .

#### Lời giải

Giả sử hình ảnh chiếc tivi được mô tả như hình vẽ dưới đây



Áp dụng định lí Pythagore cho  $\Delta ABC$  vuông tại B, ta có:

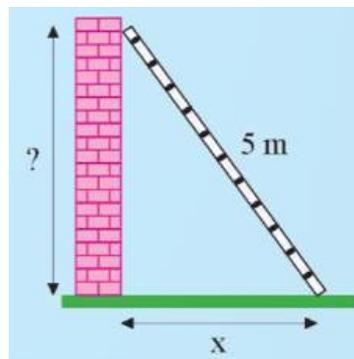
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\text{Suy ra } AB^2 = AC^2 - BC^2 = 55^2 - x^2$$

$$\text{Do đó } AB = \sqrt{55^2 - x^2} \text{ (in).}$$

Vậy công thức tính chiều dài của màn hình ti vi là  $\sqrt{55^2 - x^2}$  (in).

**Bài 4.** Một chiếc thang dài 5 m tựa vào bức tường như hình vẽ.

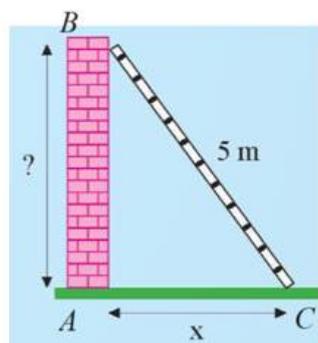


a) Nếu chân thang cách chân tường x (m) thì đỉnh thang ở độ cao bao nhiêu so với chân tường?

b) Tính độ cao trên khi x nhận giá trị lần lượt là 1; 2; 3; 4.

**Lời giải**

a) Gọi tam giác ABC như hình vẽ.



a) Trong thực tế bức tường vuông góc với mặt đất nên  $AB \perp AC$ .

Xét tam giác ABC vuông tại A, áp dụng định lí Pythagore, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\text{Suy ra } AC^2 = BC^2 - AB^2 = 5^2 - x^2 = 25 - x^2.$$

$$\text{Do đó } AC = \sqrt{25 - x^2} \text{ (m).}$$

Vậy nếu chân thang cách chân tường x (m) thì đỉnh thang ở độ cao  $\sqrt{25 - x^2}$  (m) so với chân tường.

b)

- Khi  $x = 1$  thì độ cao đỉnh thang so với chân tường là:  $\sqrt{25 - 1^2} = \sqrt{24} (m)$

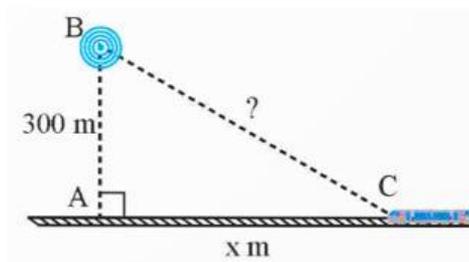
- Khi  $x = 2$  thì độ cao đỉnh thang so với chân tường là:  $\sqrt{25 - 2^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} (m)$

- Khi  $x = 3$  thì độ cao đỉnh thang so với chân tường là:  $\sqrt{25 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 (m)$

- Khi  $x = 4$  thì độ cao đỉnh thang so với chân tường là:  $\sqrt{25 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 (m)$

Vậy  $x$  nhận giá trị lần lượt là 1; 2; 3; 4. thì độ cao đỉnh thang so với chân tường lần lượt là  $\sqrt{24} (m); \sqrt{21} (m); 4 (m); 3 (m)$

**Bài 5.** Một trạm phát sóng được đặt ở vị trí B cách đường tàu một khoảng  $AB = 300$  m. Đầu tàu đang ở vị trí C, cách vị trí A một khoảng  $AC = x$  (m) (Hình vẽ).



a) Viết biểu thức (theo  $x$ ) biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu.

b) Tính khoảng cách trên khi  $x = 400$ ,  $x = 1\ 000$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

### Lời giải

a) Áp dụng định lí Pythagore vào tam giác vuông ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 300^2 + x^2.$$

$$\text{Suy ra } BC = \sqrt{300^2 + x^2} \text{ (m)}.$$

Vậy biểu thức (theo  $x$ ) biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu là  $\sqrt{300^2 + x^2}$  (m).

b) Thay  $x = 400$  thì khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu là:

$$\sqrt{300^2 + 400^2} = \sqrt{250000} = 500 (m).$$

Thay  $x = 1\ 000$  thì khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu là:

$$\sqrt{300^2 + 1000^2} = \sqrt{1090000} \approx 1044 (m).$$

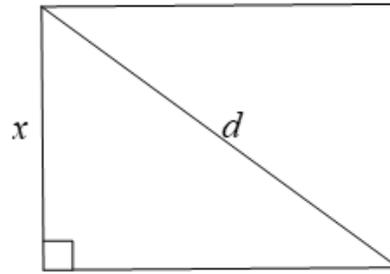
**Bài 6.** Kích thước màn hình tivi hình chữ nhật được xác định bởi độ dài đường chéo. Một loại tivi có tỉ lệ hai cạnh màn hình là 4 : 3.

a) Gọi  $x$  (inch) là chiều rộng của màn hình tivi. Viết công thức tính độ dài đường chéo  $d$  (inch) của màn hình tivi theo  $x$ .

b) Tính chiều rộng và chiều dài (theo centimét) của màn hình tivi loại 40 inch.

### Lời giải

a) Hình vẽ dưới đây mô tả màn hình tivi hình chữ nhật có chiều rộng là  $x$  (inch).



Vì tỉ vi có tỉ lệ hai cạnh màn hình là 4 : 3 nên chiều dài của tỉ vi là:  $\frac{4}{3}x$  (inch).

Theo định lí Pythagore, ta có:

$$d^2 = \left(\frac{4}{3}x\right)^2 + x^2 = \frac{25}{9}x^2$$

Suy ra  $d = \sqrt{\frac{25}{9}x^2} = \sqrt{\frac{25}{9}} \cdot \sqrt{x^2} = \frac{5}{3} \cdot |x| = \frac{5}{3}x$  (inch) (do  $d > 0$  và  $x > 0$ ).

Vậy công thức tính độ dài đường chéo  $d$  của màn hình tỉ vi là  $\frac{5}{3}x$  (inch).

b) Màn hình tỉ vi loại 40 inch tức là  $d = 40$ .

Do đó  $\frac{5}{3}x = 40$ , suy ra  $x = 40 : \frac{5}{3} = 24$ .

Vì vậy, chiều rộng của màn hình tỉ vi đó là 24 inch  $\approx 24.2,54$  cm = 60,96 cm;

chiều dài của màn hình tỉ vi đó là  $\frac{4}{3} \cdot 24 = 32$  inch  $\approx 32.2,54$  cm = 81,28 cm.

**Bài 7.** Vận tốc lăn  $v$  (tính bằng m/s) của một vật thể nặng  $m$  (tính bằng kg) được tác động một lực  $E_k$  (gọi là năng lượng Kinetic Energy, ký hiệu  $E_k$ , tính bằng Joule) được cho bởi công thức:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$



a) Hãy tính vận tốc của một quả banh bowling nặng 3kg khi một người tác động một lực  $E_k = 18J$  ?

b) Muốn lăn một quả bowling nặng 3kg với vận tốc 6m/s, thì cần sử dụng năng lượng Kinetic  $E_k$  bao nhiêu Joule ?

**Lời giải**

a) Thay  $E_k = 18, m = 3$  vào công thức  $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ , ta được:  $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 18}{3}} \approx 3,46 \text{m/s}$

Vậy vận tốc của một quả banh bowling là  $3,46 \text{m/s}$

b) Thay  $v = 6, m = 3$  vào công thức  $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$ , ta được:

$$\sqrt{\frac{2E_k}{3}} = 6$$

$$\frac{2E_k}{3} = 36$$

$$E_k = 54 \text{J}$$

Vậy cần sử dụng năng lượng Kinetic  $E_k = 54 \text{J}$

**Bài 8.** Điện áp  $V$  (tính theo volt) yêu cầu cho một mạch điện được cho bởi công thức  $V = \sqrt{PR}$ , trong đó  $P$  là công suất (tính theo watt) và  $R$  là điện trở trong (tính theo ohm).



a) Cần bao nhiêu volt để thắp sáng một bóng đèn A có công suất 100 watt và điện trở của mỗi bóng đèn là 110 ohm?

b) Bóng đèn B có điện áp bằng 110 volt, điện trở trong là 88 ohm có công suất lớn hơn bóng đèn A không? Giải thích.

### Lời giải

a) Thay  $P = 100, R = 110$  vào công thức  $V = \sqrt{PR}$ , ta được:  $V = \sqrt{100 \cdot 110} \approx 104,88$  (volt)

Vậy số volt để thắp sáng một bóng đèn A là  $104,88$  (volt)

b) Thay  $V = 110, R = 88$  vào công thức  $V = \sqrt{PR}$ , ta được:

$$\sqrt{P \cdot 88} = 110, \text{ suy ra } P \cdot 88 = (110)^2, \text{ do đó } P = \frac{(110)^2}{88} \approx 137,50 \text{ (watt)} > 100 \text{ (watt)}$$

Vậy bóng đèn B có công suất lớn hơn bóng đèn A

**Bài 9.** Tốc độ của một chiếc canô và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức  $v = 5\sqrt{l}$ . Trong đó,  $l$  là độ dài đường nước sau đuôi canô (mét),  $v$  là vận tốc canô (m/giây).



a) Một canô đi từ Năm Căn về huyện Đất Mũi (Cà Mau) để lại đường sóng nước sau đuôi dài  $7 + 4\sqrt{3}$ m.

Hỏi vận tốc của canô?

b) Khi canô chạy với vận tốc 54km/giờ thì đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài bao nhiêu mét?

### Lời giải

a) Thay  $l = 7 + 4\sqrt{3}$  vào công thức  $v = 5\sqrt{l}$ , ta được:

$$v = 5\sqrt{l} = 5\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \approx 18,66\text{m/s} \approx 67,18\text{km/h}$$

Vậy vận tốc của canô là 18,66m/s hay 67,18km/h.

b) Thay  $v = 54\text{km/h} = 15\text{m/s}$  vào công thức  $v = 5\sqrt{l}$ , ta được:

$$5\sqrt{l} = 15, \text{ suy ra } \sqrt{l} = 3, \text{ do đó } l = 9\text{m}$$

Vậy đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài 9m

**Bài 10.** Sóng thần (tsunami) là một loạt các đợt sóng tạo nên khi một thể tích lớn của nước đại dương bị dịch chuyển chớp nhoáng trên một quy mô lớn. Động đất cùng những dịch chuyển địa chất lớn bên trên hoặc bên dưới mặt nước, núi lửa phun và va chạm thiên thạch đều có khả năng gây ra sóng thần. Con sóng thần khởi phát từ dưới đáy biển sâu, khi còn ngoài xa khơi, sóng có biên độ (chiều cao sóng) khá nhỏ nhưng chiều dài của con sóng lên đến hàng trăm km. Con sóng đi qua đại dương với tốc độ trung bình 500 dặm một giờ. Khi tiến tới đất liền, đáy biển trở nên nông, con sóng không còn dịch chuyển nhanh được nữa, vì thế nó bắt đầu “dừng đứng lên” có thể đạt chiều cao một tòa nhà sáu tầng hay hơn nữa và tàn phá khủng khiếp.

Tốc độ của con sóng thần và chiều sâu của đại dương liên hệ bởi công thức  $s = \sqrt{dg}$ . Trong đó,  $g = 9,81\text{m/s}^2$ ,  $d$  (deep) là chiều sâu đại dương tính bằng m,  $s$  là vận tốc của sóng thần tính bằng m/s.



a) Biết độ sâu trung bình của đại dương trên trái đất là  $d = 3790$  mét hãy tính tốc độ trung bình của các con sóng thần xuất phát từ đáy các đại dương theo km/h.

b) Susan Kieffer, một chuyên gia về cơ học chất lỏng địa chất của đại học Illinois tại Mỹ, đã nghiên cứu năng lượng của trận sóng thần Tohoku 2011 tại Nhật Bản. Những tính toán của Kieffer cho thấy tốc độ sóng thần vào xấp xỉ 220 m/giây. Hãy tính độ sâu của đại dương nơi xuất phát con sóng thần này.

### Lời giải

a) Thay  $d = 3790; g = 9,81$  vào công thức  $s = \sqrt{dg}$ , ta được:

$$s = \sqrt{3790.9,81} \approx 193\text{m/s} = 694,8\text{km/h}$$

Vậy tốc độ trung bình của các con sóng thần là 193m/s

b) Thay  $s = 220$ ;  $g = 9,81$  vào công thức  $s = \sqrt{dg}$ , ta được:

$$\sqrt{9,81.d} = 220, \text{ suy ra } 9,81.d = (220)^2, \text{ do đó } d = \frac{(220)^2}{9,81} \approx 4934\text{m}$$

Vậy độ sâu của đại dương nơi xuất phát con sóng thần này là 4934m

**Bài 11.** Vận tốc  $v$  (m/s) của một tàu lượn di chuyển trên một cung tròn có bán kính  $r$ (m) được cho bởi công thức:  $v = \sqrt{ar}$ . Trong đó  $a$  là gia tốc của tàu ( $\text{m/s}^2$ ) (gia tốc là đại lượng vật lý đặc trưng cho sự thay đổi của vận tốc theo thời gian. Nó là một trong những đại lượng cơ bản dùng để mô tả chuyển động và là độ biến thiên của vận tốc theo thời gian).



a) Nếu tàu lượn đang chạy với vận tốc  $v = 14\text{m/s}$  và muốn đạt mức gia tốc tối đa cho phép là  $a = 9\text{m/s}^2$  thì bán kính tối thiểu của cung tròn phải là bao nhiêu để xe không văng ra khỏi đường ray?

b) Nếu tàu lượn đang di chuyển với vận tốc  $v = 8\text{m/s}$  xung quanh một cung tròn có bán kính  $r = 25\text{m}$  thì có gia tốc tối đa cho phép là bao nhiêu?

### Lời giải

a) Thay  $v = 14$ ;  $a = 9$  vào công thức  $v = \sqrt{ar}$ , ta được:

$$\sqrt{9r} = 14, \text{ suy ra } 9r = 196, \text{ do đó } r = 21,8\text{m}$$

Vậy bán kính tối thiểu của cung tròn phải là 21,8m.

b) Thay  $v = 8$ ;  $r = 25$  vào công thức  $v = \sqrt{ar}$ , ta được:

$$\sqrt{25a} = 8, \text{ suy ra } 25a = 64, \text{ do đó } a = 2,56\text{m/s}^2$$

Vậy gia tốc tối đa cho phép là  $2,56\text{m/s}^2$

**Bài 12.** Galilei là người phát hiện ra quãng đường chuyển động của vật rơi tự do tỉ lệ thuận với bình phương của thời gian. Quan hệ giữa quãng đường chuyển động  $y$  (mét) và thời gian chuyển động  $x$  (giây) được biểu diễn gần đúng bởi công thức  $y = 5x^2$ . Người ta thả một vật nặng từ độ cao 55m trên tháp nghiêng Pi – da xuống đất (sức cản của không khí không đáng kể)



- a) Hãy cho biết sau 3 giây thì vật nặng còn cách mặt đất bao nhiêu mét?  
 b) Khi vật nặng còn cách đất 25m thì nó đã rơi được thời gian bao lâu?

### Lời giải

a) Thay  $x = 3$  vào công thức  $y = 5x^2$ , ta được:  $y = 5.3^2 = 45\text{m}$

Vậy sau 3 giây thì vật nặng còn cách mặt đất là:  $55 - 45 = 10\text{m}$

b) Quãng đường chuyển động của vật nặng còn cách đất 25m là:  $55 - 25 = 30\text{m}$

Thay  $y = 30$  vào công thức  $y = 5x^2$ , ta được:

$$30 = 5x^2, \text{ suy ra } x^2 = 6, \text{ do đó } x = \sqrt{6} \approx 2,4 \text{ (giây)}$$

Vậy thời gian vật nặng rơi được là 2,4 giây

**Bài 13.** Thời gian  $t$  (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách mặt nước  $d$  (tính bằng m) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức:  $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$



- a) Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước 108m đến khi chạm mặt nước?  
 b) Nếu một người nhảy bungee từ một vị trí khác đến khi chạm mặt nước là 7 giây. Hãy tìm độ cao của người nhảy bungee so với mặt nước?

### Lời giải

a) Thay  $d = 108$  vào công thức  $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$ , ta được:  $t = \sqrt{\frac{3.108}{9,8}} = 5,75$  giây

Vậy thời gian một người nhảy bungee là 5,75 giây

b) Thay  $t = 7$  vào công thức  $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$ , ta được:

$$\sqrt{\frac{3d}{9,8}} = 7, \text{ suy ra } \frac{3d}{9,8} = 49, \text{ do đó } d = \frac{49.9,8}{3} = 160,07\text{m}$$

Vậy độ cao của người nhảy bungee so với mặt nước là 160,07m

**CHỦ ĐỀ 2**  
**CĂN THỨC BẬC BA**

**DẠNG 1**  
**TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC**

**Bài 1.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt[3]{2025-x}$  tại  $x = 2017$ ;  $x = 1998$ ;  $x = 1961$ .      b)  $\sqrt[3]{150-x^2}$  tại  $x = -5$ ;  $x = 5$ ;  $x = \sqrt{86}$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{2025-x}$

- Thay  $x = 2017$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{2025-2017} = \sqrt[3]{8} = 2$

- Thay  $x = 1998$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{2025-1998} = \sqrt[3]{27} = 3$

- Thay  $x = 1961$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{2025-1961} = \sqrt[3]{64} = 4$

b)  $\sqrt[3]{150-x^2}$

- Thay  $x = -5$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{150-(-5)^2} = \sqrt[3]{150-25} = \sqrt[3]{125} = 5$

- Thay  $x = 5$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{150-5^2} = \sqrt[3]{150-25} = \sqrt[3]{125} = 5$

- Thay  $x = \sqrt{86}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{150-(\sqrt{86})^2} = \sqrt[3]{150-86} = \sqrt[3]{64} = 4$

**Bài 2.** Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau :

a)  $\sqrt[3]{4x+7}$  tại  $x = -2$ ;  $x = 5$ ;  $x = \frac{203}{4}$ .      b)  $\sqrt[3]{x^2+9}$  tại  $x = -\sqrt{18}$ ;  $x = \sqrt{7}$ ;  $x = 5$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{4x+7}$  tại  $x = -2$ ;  $x = 5$ ;  $x = \frac{203}{4}$ .

- Thay  $x = -2$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{4 \cdot (-2) + 7} = \sqrt[3]{-1} = -1$

- Thay  $x = 5$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{4 \cdot 5 + 7} = \sqrt[3]{27} = 3$

- Thay  $x = \frac{203}{4}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{4 \cdot \frac{203}{4} + 7} = \sqrt[3]{210}$

b)  $\sqrt[3]{x^2+9}$  tại  $x = -\sqrt{18}$ ;  $x = \sqrt{7}$ ;  $x = 5$ .

- Thay  $x = -\sqrt{18}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{(-\sqrt{18})^2 + 9} = \sqrt[3]{27} = 3$

- Thay  $x = \sqrt{7}$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{(\sqrt{7})^2 + 9} = \sqrt[3]{16} = 2\sqrt[3]{2}$

- Thay  $x = 5$  vào biểu thức ta được:  $\sqrt[3]{5^2 + 9} = \sqrt[3]{34}$

## DẠNG 2

## TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ CĂN THỨC BẬC BA CÓ NGHĨA

**Bài 1.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{x-2024}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{2025-2024x}{2023}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2}{x-1}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{x-2024}$  xác định với mọi số thực  $x$  vì  $x-2024$  xác định với mọi số thực  $x$ .

b)  $\sqrt[3]{\frac{2025-2024x}{2023}}$  xác định với mọi số thực  $x$  vì  $\frac{2025-2024x}{2023}$  xác định với mọi số thực  $x$ .

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2}{x-1}}$  xác định khi  $x-1 \neq 0$  hay  $x \neq 1$ .

**Bài 2.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + \frac{1}{2}}}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 - 4x + 4}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 + 2x + 3}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + \frac{1}{2}}}$

Ta có  $x^2 + \frac{1}{2} > 0$  với mọi số thực  $x$  nên  $x^2 + \frac{1}{2} \neq 0$  với mọi số thực  $x$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + \frac{1}{2}}}$  xác định với mọi số thực  $x$

b)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 - 4x + 4}}$  xác định khi  $x^2 - 4x + 4 \neq 0$

Ta có  $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0$  với mọi số thực  $x$  nên  $x-2 \neq 0$  hay  $x \neq 2$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 - 4x + 4}}$  xác định khi  $x \neq 2$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 + 2x + 3}}$

Ta có  $x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 > 0$  với mọi số thực  $x$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{-5}{x^2 + 2x + 3}}$  xác định với mọi số thực  $x$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{1-\frac{1}{2}x}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{2x-3}{5}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2024}{4x-3}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{1-\frac{1}{2}x}$  xác định với mọi số thực  $x$  vì  $1-\frac{1}{2}x$  xác định với mọi số thực  $x$ .

b)  $\sqrt[3]{\frac{2x-3}{5}}$  xác định với mọi số thực  $x$  vì  $\frac{2x-3}{5}$  xác định với mọi số thực  $x$ .

c)  $\sqrt[3]{\frac{-2024}{4x-3}}$  xác định khi  $4x-3 \neq 0$  hay  $x \neq \frac{3}{4}$ .

**Bài 4.** Tìm  $x$  để các căn thức sau có nghĩa

a)  $\sqrt[3]{\frac{-1}{2x^2+1}}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4x^2+12x+9}}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{3}{-x^2+x-4}}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt[3]{\frac{-1}{2x^2+1}}$

Ta có  $2x^2+1$  với mọi số thực  $x$  nên  $2x^2+1 \neq 0$  với mọi số thực  $x$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{-1}{2x^2+1}}$  xác định với mọi số thực  $x$

b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4x^2+12x+9}}$

Ta có  $4x^2+12x+9 = (2x+9)^2 \geq 0$  với mọi số thực  $x$  nên  $2x+9 \neq 0$  hay  $x \neq -\frac{9}{2}$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{1}{4x^2+12x+9}}$  xác định khi  $x \neq -\frac{9}{2}$

c)  $\sqrt[3]{\frac{3}{-x^2+x-4}}$

Ta có  $-x^2+x-4 = -\left(x^2-2\cdot\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)-4 = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{15}{4} = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{15}{4} < 0$  với mọi số thực  $x$

Do đó  $\sqrt[3]{\frac{3}{-x^2+x-4}}$  xác định với mọi số thực  $x$

**DẠNG 3****RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC BA****Bài 1.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = 2\sqrt[3]{1-3x^2+3x-x^3} - x$

b)  $B = \sqrt[3]{125x^3+75x^2+15x+1} - 5x$

**Lời giải**

a) Ta có:  $A = 2\sqrt[3]{1-3x^2+3x-x^3} - x = 2\sqrt[3]{(1-x)^3} - x = 2(1-x) - x = 2 - 3x$

b) Ta có:  $B = \sqrt[3]{125x^3+75x^2+15x+1} - 5x = \sqrt[3]{(5x+1)^3} - 5x = 5x+1 - 5x = 1$

**Bài 2.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = 3x - \sqrt[3]{27x^3+27x^2+9x+1}$

b)  $B = \sqrt[3]{8x^3+12x^2+6x+1} - \sqrt[3]{x^3}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $A = 3x - \sqrt[3]{27x^3+27x^2+9x+1} = 3x - \sqrt[3]{(3x+1)^3} = 3x - (3x+1) = -1$

b) Ta có:  $B = \sqrt[3]{8x^3+12x^2+6x+1} - \sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{(2x+1)^3} - x = 2x+1 - x = x+1$

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức

a)  $A = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-2x)^3} + 3x$

b)  $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+1}\sqrt[3]{x\sqrt{x}-1} + \sqrt[3]{1-x^3}$

**Lời giải**

a) Ta có  $A = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{(1-2x)^3} + 3x = x-1 - \frac{1}{2}(1-2x) + 3x = x-1 - \frac{1}{2} + x + 3x = 5x - \frac{3}{2}$

b) Ta có:  $B = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+1}\sqrt[3]{x\sqrt{x}-1} + \sqrt[3]{1-x^3} = \sqrt[3]{(x\sqrt{x}+1)(x\sqrt{x}-1)} - \sqrt[3]{x^3-1} = \sqrt[3]{x^3-1} - \sqrt[3]{x^3-1} = 0$

**Bài 4.** Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào biến  $x$ 

a)  $A = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+3x+3\sqrt{x}+1} - (\sqrt{x}+2)$

b)  $B = (\sqrt[3]{x}+1)^3 - (\sqrt[3]{x}-1)^3 - 6(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x}+1)$

**Lời giải**

a) Ta có:  $A = \sqrt[3]{x\sqrt{x}+3x+3\sqrt{x}+1} - (\sqrt{x}+2) = \sqrt[3]{(\sqrt{x}+1)^3} - (\sqrt{x}+2) = \sqrt{x}+1 - \sqrt{x} - 2 = -1$  suy ra điều

phải chứng minh.

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
B &= (\sqrt[3]{x}+1)^3 - (\sqrt[3]{x}-1)^3 - 6(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x}+1) \\
&= x + 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 1 - (x - 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} - 1) - 6(\sqrt[3]{x^2}-1) \\
&= 6\sqrt[3]{x^2} + 2 - 6\sqrt[3]{x^2} + 6 \\
&= 8 \text{ suy ra điều phải chứng minh.}
\end{aligned}$$

**Bài 5.** Tính giá trị của biểu thức  $A = 2024x^{2025} - 2025x^{2026}$  với  $x = (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } x &= (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{8 + 3 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot 2 \cdot 3 + 3\sqrt{3}} = (2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^3} \\ &= (2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = 2024x^{2025} - 2025x^{2026} = 2024 \cdot 1^{2025} - 2025 \cdot 1^{2026} = -1$$

**Bài 6.** Tính giá trị của biểu thức  $A = (27x^3 - 9x^2 - 1)^{2025}$  với  $x = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } x &= \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}}{\sqrt{5} + \sqrt{14 - 6\sqrt{5}}} = \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{5\sqrt{5} - 3 \cdot 5 \cdot 2 + 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 4 - 8}}{\sqrt{5} + \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2}} \\ &= \frac{(\sqrt{5} + 2)\sqrt[3]{(\sqrt{5} - 2)^3}}{\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2)}{3} = \frac{\sqrt{5}^2 - 2^2}{3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } A = \left[ 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 \right]^{2025} = (-1)^{2025} = -1$$

**DẠNG 4**  
**TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC BA**

- $\sqrt[3]{A} = B$  suy ra  $A = B^3$
- $A < B$  suy ra  $\sqrt[3]{A} < \sqrt[3]{B}$

**Bài 1.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2x+1} = 3$

b)  $\sqrt[3]{x-1} = x-1$

c)  $\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{216x} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = 4$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{2x+1} = 3$$

$$2x+1 = 27$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

Vậy  $x = 13$  là các giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{x-1} = x-1$$

$$x-1 = (x-1)^3$$

$$(x-1)^3 - (x-1) = 0$$

$$(x-1)[(x-1)^2 - 1] = 0$$

$$x-1 = 0 \text{ hoặc } (x-1)^2 - 1 = 0$$

$$+ x-1 = 0 \text{ hay } x = 1$$

$$+ (x-1)^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 1$$

$$x-1 = -1 \text{ hoặc } x-1 = 1$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

Vậy  $x = 0, x = 1$  và  $x = 2$  là các giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{216x} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = 4$$

$$\sqrt[3]{3^3 \cdot x} - \sqrt[3]{6^3 \cdot x} + \sqrt[3]{x^3 \cdot \frac{1}{x^2}} = 4$$

$$3\sqrt[3]{x} - 6\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x} = 4$$

$$-2\sqrt[3]{x} = 4$$

$$\sqrt[3]{x} = -2$$

$$x = -8$$

Vậy  $x = -8$  là giá trị cần tìm.

**Bài 2.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2x+1} > -5$

b)  $\sqrt[3]{4-2x} \geq 4$

c)  $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 6x + 4} \leq x + 1$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{2x+1} > -5$$

$$2x+1 > -125$$

$$2x > -126$$

$$x > -63$$

Vậy  $x > -63$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{4-2x} \geq 4$$

$$4-2x \geq 64$$

$$-2x \geq 60$$

$$x \leq 30$$

Vậy  $x \leq 30$  là giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 6x + 4} \leq x + 1$$

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 4 \leq (x+1)^3$$

$$x^3 + 3x^2 + 6x + 4 \leq x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$3x \leq -3$$

$$x \leq -1$$

Vậy  $x \leq -1$  là giá trị cần tìm.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{2-3x} = -2$

b)  $\sqrt[3]{5+x} - x = 5$

c)  $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - 2x = 3$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{2-3x} = -2$$

$$2-3x = -8$$

$$-3x = -10$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Vậy  $x = \frac{10}{3}$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{5+x} - x = 5$$

$$\sqrt[3]{5+x} = x+5$$

$$x+5 = (x+5)^3$$

$$(x+5)^3 - (x+5) = 0$$

$$(x+5)[(x+5)^2 - 1] = 0$$

$$x+5 = 0 \text{ hoặc } (x+5)^2 - 1 = 0$$

$$+ x+5 = 0 \text{ hay } x = -5$$

$$+ (x+5)^2 - 1 = 0$$

$$(x+5)^2 = 1$$

$$x+5 = -1 \text{ hoặc } x+5 = 1$$

$$x = -6 \text{ hoặc } x = -4$$

Vậy  $x = -6, x = -5$  và  $x = -4$  là các giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - 2x = 3$$

$$\sqrt[3]{(x+1)^3} - 2x = 3$$

$$x+1 - 2x = 3$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Vậy  $x = 1$  là giá trị cần tìm.

**Bài 4.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{8x^2} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 27$

b)  $\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3} = 3x-5$     c)  $\sqrt[3]{x^3+2x^2} = x+2$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{1-9x+27x^2-27x^3} = 3x-5$$

$$\sqrt[3]{(1-3x)^3} = 3x-5$$

$$1-3x = 3x-5$$

$$-6x = -6$$

$$x = 1$$

Vậy  $x = 1$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{8x^2} + x\sqrt[3]{\frac{1}{x}} = 27$$

$$\sqrt[3]{2^3 \cdot x^2} + \sqrt[3]{x^3 \cdot \frac{1}{x}} = 27$$

$$2\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x^2} = 27$$

$$3\sqrt[3]{x^2} = 27$$

$$\sqrt[3]{x^2} = 9$$

$$x^2 = 729$$

$$x = \pm 27$$

Vậy  $x = -27$  và  $x = 27$  là giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} = x + 2$$

$$x^3 + 2x^2 = (x + 2)^3$$

$$x^2(x + 2) - (x + 2)^3 = 0$$

$$(x + 2)[x^2 - (x + 2)^2] = 0$$

$$(x + 2)(x - x - 2)(x + x + 2) = 0$$

$$-2(x + 2)(2x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(2x + 2) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ hoặc } 2x + 2 = 0$$

$$x = -2 \text{ hoặc } x = -1$$

Vậy  $x = -2$  và  $x = -1$  là giá trị cần tìm.

**Bài 5.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$

b)  $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = 2x + 5$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{x^3 + 9x^2} = x + 3$$

$$x^3 + 9x^2 = (x + 3)^3$$

$$x^3 + 9x^2 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$$

$$27x + 27 = 0$$

$$27x = -27$$

$$x = -1$$

Vậy  $x = -1$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} = 2x + 5$$

$$\sqrt[3]{(x-1)^3} = 2x + 5$$

$$x - 1 = 2x + 5$$

$$x - 2x = 5 + 1$$

$$-x = 6$$

$$x = -6$$

Vậy  $x = -6$  là giá trị cần tìm.

**Bài 6.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15$

b)  $3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9x-27} = 20$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt[3]{1000x} - \sqrt[3]{64x} - \sqrt[3]{27x} = 15$$

$$10\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x} = 15$$

$$3\sqrt[3]{x} = 15$$

$$\sqrt[3]{x} = 5$$

$$x = 125$$

Vậy  $x = 125$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8x-24} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9x-27} = 20$$

$$3\sqrt[3]{x-3} + 4\sqrt[3]{8(x-3)} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{27(x-3)} = 20$$

$$3\sqrt[3]{x-3} + 8\sqrt[3]{x-3} - \sqrt[3]{x-3} = 20$$

$$10\sqrt[3]{x-3} = 20$$

$$\sqrt[3]{x-3} = 2$$

$$x - 3 = 8$$

$$x = 11$$

Vậy  $x = 11$  là giá trị cần tìm.

**Bài 7.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} \geq 1$

b)  $\sqrt[3]{-x^3 - 3x^2 + 6x - 10} < -x - 1$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} \geq 1$$

$$\sqrt[3]{(x+1)^3} \geq 1$$

$$x+1 \geq 1$$

$$x \geq 0$$

Vậy  $x \geq 0$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt[3]{-x^3 - 3x^2 + 6x - 10} < -x - 1$$

$$-x^3 - 3x^2 + 6x - 10 < -(x+1)^3$$

$$-x^3 - 3x^2 + 6x - 10 < -(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)$$

$$-x^3 - 3x^2 + 6x - 10 < -x^3 - 3x^2 - 3x - 1$$

$$9x < 9$$

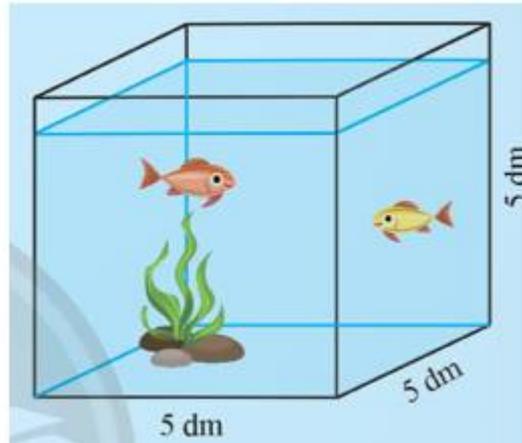
$$x < 1$$

Vậy  $x < 1$  là giá trị cần tìm.

## DẠNG 5

### ỨNG DỤNG CĂN THỨC BẬC BA

**Bài 1.** Ông An có một bể kính hình lập phương như Hình vẽ.



Ông An muốn làm thêm một bể kính mới hình lập phương có thể tích gấp  $n$  lần thể tích của bể kính cũ (bỏ qua bề dày của kính).

a) Gọi  $a$  (dm) là độ dài cạnh của bể kính mới.

Thay mỗi  $\square$  bằng biểu thức thích hợp để nhận được các đẳng thức:  $a^3 = \square$  hay  $a = \square$ .

b) Tính giá trị của  $a$  khi  $n = 8$  và khi  $n = 4$  (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

#### Lời giải

a) Thể tích của bể kính cũ là:  $5^3 = 125$  (dm<sup>3</sup>).

Thể tích của bể kính mới là:  $a^3$  (dm<sup>3</sup>).

Vì bể kính mới hình lập phương có thể tích gấp  $n$  lần thể tích của bể kính cũ nên

$$a^3 = 125n \text{ hay } a = \sqrt[3]{125n} = 5\sqrt[3]{n}$$

$$\text{Vậy } a^3 = \square \text{ hay } a = \square$$

b) Khi  $n = 8$ , ta được:  $a = 5\sqrt[3]{8} = 5 \cdot 2 = 10$ .

Khi  $n = 4$ , ta được:  $a = 5\sqrt[3]{4} \approx 7,94$

**Bài 2.** Chiều cao ngang vai của một con voi đực ở châu Phi là  $h$  (cm) có thể được tính xấp xỉ bằng công thức:  $h = 62,5\sqrt[3]{t} + 75,8$  với  $t$  là tuổi của con voi tính theo năm.

a) Một con voi đực 8 tuổi ở châu Phi sẽ có chiều cao ngang vai là bao nhiêu centimét?

b) Nếu một con voi đực ở châu Phi có chiều cao ngang vai là 205 cm thì con voi đó bao nhiêu tuổi (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

#### Lời giải

a) Theo bài,  $t = 8$  thay vào biểu thức  $h = 62,5\sqrt[3]{t} + 75,8$ , ta được:

$$h = 62,5\sqrt[3]{8} + 75,8 = 62,5 \cdot 2 + 75,8 = 200,8 \text{ (cm)}.$$

Vậy nếu con voi đực 8 tuổi ở châu Phi thì có chiều cao ngang vai là 200,8 cm.

b) Theo bài,  $h = 205$  (cm), khi đó ta có:

$$205 = 62,5 \cdot \sqrt[3]{t} + 75,8$$

$$62,5 \cdot \sqrt[3]{t} = 205 - 75,8$$

$$\sqrt[3]{t} = \frac{205 - 75,8}{62,5}$$

$$\sqrt[3]{t} = 2,0673$$

$$t = (2,0673)^3$$

$$t \approx 9$$

Vậy nếu con voi đực ở châu Phi có chiều cao ngang vai là 205 cm thì con voi đó khoảng 9 tuổi.

**Bài 3.** Định luật Kepler về sự chuyển động của các hành tinh trong Hệ mặt trời xác định mối quan hệ giữa chu kỳ quay quanh Mặt Trời của một hành tinh và khoảng cách giữa hành tinh đó với Mặt Trời. Định luật được cho bởi công thức  $d = \sqrt[3]{6t^2}$ . Trong đó,  $d$  là khoảng cách giữa hành tinh quay xung quanh Mặt Trời và Mặt Trời (đơn vị: triệu dặm, 1 dặm = 1609 mét),  $t$  là thời gian hành tinh quay quanh Mặt Trời đúng một vòng (đơn vị: ngày của Trái Đất).



a) Trái Đất quay quanh Mặt Trời trong 365 ngày. Hãy tính khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời theo km.

b) Một năm Sao Hỏa dài bằng 687 ngày trên Trái Đất, nghĩa là Sao Hỏa quay xung quanh Mặt Trời đúng một vòng với thời gian bằng 687 ngày Trái Đất. Hãy tính khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời theo km.

### Lời giải

a) Thay  $t = 365$  vào công thức  $d = \sqrt[3]{6t^2}$ , ta được:

$$d = \sqrt[3]{6 \cdot 365^2} \approx 92,8 \text{ (triệu dặm)} \approx 149,3 \text{ (triệu km)}$$

Vậy khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời 149,3 triệu km

b) Thay  $t = 687$  vào công thức  $d = \sqrt[3]{6t^2}$ , ta được:

$$d = \sqrt[3]{6 \cdot 687^2} \approx 141,478 \text{ (triệu dặm)} \approx 227,6 \text{ (triệu km)}$$

Vậy khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời 227,6 triệu km

**BÀI 4****MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI CĂN THỨC BẬC HAI CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****1. Căn thức bậc hai của một bình phương**

Với mỗi biểu thức  $A$ , ta có:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

**2. Căn thức bậc hai của một tích**

Với các biểu thức  $A, B$  không âm, nếu ta có:  $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

**3. Căn thức bậc hai của một thương**

Với biểu thức  $A$  không âm và biểu thức  $B$  dương, ta có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

**4. Trục căn thức ở mẫu**

$$\bullet \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A+B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A-B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

**Chú ý:** Để trục căn thức ở mẫu, bình thường ta nhân cả tử và mẫu của phân thức với lượng liên hợp của mẫu và cần các hằng đẳng thức sau:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Các dạng liên hợp cơ bản thường gặp

$$\bullet (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B}) = A-B$$

$$\bullet (A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B}) = A^2 - B$$

## CHỦ ĐỀ 1

## MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI CĂN THỨC BẬC HAI CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ

## DẠNG 1

## CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT BÌNH PHƯƠNG

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{(2x-1)^2}$  với  $x \geq \frac{1}{2}$ .

b)  $\sqrt{(4-2x)^2}$  với  $x < 2$ .

c)  $\sqrt{(x+4)^4}$ .

d)  $\sqrt{(x-6)^6}$  với  $x < 6$ .

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$  với  $x \geq 2$ .

b)  $\sqrt{4x^2 + 12x + 9}$  với  $x < -\frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{x^4 + x^2 + \frac{1}{4}}$ .

d)  $\sqrt{(x^3 - 3x^2 + 3x + 1)^2}$  với  $x < 1$ .

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{64a^2} + 2a$  với  $a \geq 0$ .

b)  $5\sqrt{25a^2} + 25a$  với  $a < 0$ .

c)  $\sqrt{16a^4} + 6a^2$

d)  $\sqrt{9a^6} - 3a^3$  với  $a \geq 0$ .

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{\sqrt{x+6\sqrt{x+9}}}{\sqrt{x+3}}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $B = \frac{\sqrt{9x^2+12x+4}}{3x+2}$  với  $x \neq -\frac{2}{3}$ .

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{(3-x)^2}$  với  $x > 3$ .

b)  $\sqrt{\frac{1}{(4x-6)^2}}$  với  $x > \frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{(2025-3y)^4}$ .

d)  $\sqrt{(2-y)^6}$  với  $y > 2$ .

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{4x^2+4x+1}$  với  $x < -\frac{1}{2}$ .

b)  $\sqrt{9x^2-12x+4}$  với  $x \geq \frac{2}{3}$ .

c)  $\sqrt{\frac{y^2}{4} - 2y + 4}$  với  $y \geq 4$ .

d)  $\sqrt{16y^4 + 4y^2 + 1}$ .

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \frac{1}{3}\sqrt{9 + 6v + v^2} + \frac{4v}{3} + 5$  với  $v < -3$ .

b)  $B = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{4 - 4t + t^2} - 2$  với  $t \leq 2$ .

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{\sqrt{x + 10\sqrt{x} + 25}}{\sqrt{x} + 5}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $B = 4x - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  với  $x < 2$ .

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{2x - 1}$  với  $x \neq \frac{1}{2}$ .

d)  $B = 2x - 1 - \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5}$  với  $x \neq 5$ .

## DẠNG 2

## CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT TÍCH

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$  ta có  $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{64x^2}$  với  $x < 0$ .

b)  $\sqrt{49(1-4x)^2}$  với  $x \leq \frac{1}{4}$ .

c)  $\sqrt{a^2(a-4)^2}$  với  $a \geq 4$ .

d)  $\sqrt{(a-1)^2(2a+3)^4}$  với  $a < 1$ .

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{3(x-1)} \cdot \sqrt{27(x-1)}$  với  $x \geq 1$ .

b)  $\sqrt{2(1-3x)} \cdot \sqrt{8(1-3x)^3}$  với  $x \leq \frac{1}{3}$ .

c)  $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{125a^3}$  với  $a \geq 0$ .

d)  $\sqrt{7(1-2a)^3} \cdot \sqrt{28(1-2a)^3}$  với  $a \leq \frac{1}{2}$ .

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{8x^4(4x^2-4x+1)}$  với  $x < \frac{1}{2}$ .

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{100(2-5y)^2}$  với  $y > \frac{2}{5}$ .

b)  $\sqrt{(y+1)^2(y-3)^2}$  với  $y \geq 3$ .

c)  $\sqrt{3(2b-4)} \cdot \sqrt{12(2b-4)^3}$  với  $b \geq 2$ .

d)  $\sqrt{6(1+a)^3} \cdot \sqrt{24(1+a)^3}$  với  $a \geq -1$ .

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau: (giả sử các biểu thức đều xác định)

a)  $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} - x^2} \cdot \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} + x^2}$

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{2}{2a-1} \sqrt{25a^4(1-4a+4a^2)}$  với  $a \neq \frac{1}{2}$ .

b)  $B = \frac{2}{a-2} \cdot \sqrt{2a^8(a^2-4a+4)}$  với  $a \neq 2$ .

## DẠNG 3

## CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT THƯƠNG

Với  $A \geq 0, B > 0$  ta có  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{9x^2}{4}}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $\sqrt{\frac{36}{(2x-1)^2}}$  với  $x < \frac{1}{2}$ .

c)  $\frac{\sqrt{24a}}{\sqrt{6a}}$  với  $a > 0$ .

d)  $\frac{\sqrt{72b^3}}{\sqrt{8b}}$  với  $b > 0$ .

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{25}{x^2 - 6x + 9}}$  với  $x > 3$ .

b)  $\sqrt{\frac{4x^2 + 12x + 9}{49}}$  với  $x \leq -\frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{\frac{4y^2 - 4y + 1}{y^2 + 8y + 16}}$  với  $y \geq \frac{1}{2}$ .

d)  $\sqrt{\frac{16(y^2 + 2y + 1)}{y^2 - y + \frac{1}{4}}}$  với  $y \leq -1$ .

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức

a)  $xy^2 \sqrt{\frac{5}{x^2 y^4}}$  với  $x < 0; y \neq 0$ .

b)  $\frac{1}{4} x^3 y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4 y^8}}$  với  $x \neq 0; y \neq 0$ .

**Bài 4.** Cho biểu thức :  $A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}}$  với  $a > 1; b > 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị  $A$  tại  $a = 7,25; b = 3,25$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{-2t}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3t}{8}}$  với  $t \leq 0$ .

b)  $\frac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}}$  với  $y < 0$ .

c)  $\sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}$  với  $a < 4$

d)  $\sqrt{\frac{7}{28(x+3)^4}}$  với  $x \neq -3$

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{24}{6x^2 + 24x + 24}}$  với  $x < -2$ .

b)  $\sqrt{\frac{4x^2 - 4x + 1}{9x^4}}$  với  $x \geq \frac{1}{2}$ .

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức

a)  $\frac{\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab}{\sqrt{ab}}$  với  $a > 0, b > 0$ .

b)  $\sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}}$  với  $x \neq 3$

c)  $(x-y)\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$  với  $x < y < 0$ .

d)  $\sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2}$  với  $x < 2$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = (\sqrt{x}+1)\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$  với  $x > 1$ .

b)  $B = \sqrt{125} - x + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0$ .

**DẠNG 4****ĐƯA THỪA SỐ RA NGOÀI VÀ VÀO TRONG CĂN THỨC BẬC HAI****Chú ý:**

- Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} (B \geq 0) = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0; B \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0; B \geq 0 \end{cases}$$

- Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{khi } A \geq 0; B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{khi } A < 0; B \geq 0 \end{cases}$$

**Bài 1.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{27x^2}$  với  $x \leq 0$ .

b)  $\sqrt{25x^3}$  với  $x \geq 0$ .

c)  $\sqrt{8xy^2}$  với  $x \geq 0; y \leq 0$ .

d)  $\sqrt{48x^2y^4}$  với  $x \leq 0$ .

**Bài 2.** Đưa thừa số vào trong dấu căn

a)  $a\sqrt{2025}$  với  $a \geq 0$ .

b)  $a\sqrt{\frac{-15}{a}}$  với  $a < 0$ .

c)  $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{12}{a}}$  với  $a > 0$ .

d)  $\frac{4}{a}\sqrt{-\frac{a}{8}}$  với  $a < 0$ .

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = 4\sqrt{\frac{25x}{4}} - \frac{8}{3}\sqrt{\frac{9x}{4}} - \frac{4}{3x}\sqrt{\frac{9x^3}{64}}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $B = 4\sqrt{25u} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{16u}{9}} - \frac{2}{u}\sqrt{\frac{169u^3}{4}}$  với  $u > 0$ .

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2}$  với  $x \neq -\sqrt{2}; x \neq \sqrt{2}$ .

b)  $B = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{xy} + y}$  với  $x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 0$ .

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 5.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a)  $\sqrt{5a^2}$  với  $a \leq 0$ .

b)  $\sqrt{18a^2}$  với  $a \geq 0$ .

c)  $\sqrt{-9b^3}$  với  $b \leq 0$ .

d)  $\sqrt{24a^4b^8}$

**Bài 6.** Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a)  $x\sqrt{2026}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $x\sqrt{15}$  với  $x \leq 0$ .

c)  $\frac{1}{y}\sqrt{19y}$  với  $y > 0$ .

d)  $\frac{1}{3}y\sqrt{\frac{27}{y^2}}$  với  $y < 0$ .

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } A = -\sqrt{36b} - \frac{1}{3}\sqrt{54b} + \frac{1}{5}\sqrt{150b} \text{ với } b \geq 0.$$

$$\text{c) } B = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}} \text{ với } x > 0.$$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{3\sqrt{a} - 2a - 1}{4a - 4\sqrt{a} + 1} \text{ với } a \geq 0; a \neq \frac{1}{4}.$$

$$\text{b) } B = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{xy} + y} \text{ với } x \geq 0; y \geq 0; x \neq y.$$

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{x - 2024}{x^2 + 2x\sqrt{2024} + 2024} \text{ với } x \neq -\sqrt{2024}.$$

$$\text{b) } B = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} \text{ với } u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v.$$

**Bài 10.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \frac{a + 4\sqrt{a} + 4}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - a}{\sqrt{a} - 2} \text{ với } a \geq 0, a \neq 4.$$

$$\text{b) } B = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \text{ với } x > 0; y > 0.$$

**DẠNG 5****TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**

- $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{ khi } A \geq 0 \\ -A & \text{ khi } A < 0 \end{cases}$
- Với  $B \geq 0$ , nếu  $|A| = B$  thì  $A = -B$  hoặc  $A = B$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $A^2 = B$  thì  $A = -\sqrt{B}$  hoặc  $A = \sqrt{B}$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{x^2} = 7$

b)  $\sqrt{x^2} = |-8|$

c)  $|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}|$

**Bài 2.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{2x} - \sqrt{50} = 0$

b)  $\sqrt{3x} - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c)  $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$

**Bài 3.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{18x} + \sqrt{2} = 0$

b)  $\sqrt{5x} + \sqrt{75} - \sqrt{45} = 0$

c)  $\frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{x-1}} = 3$

**Bài 4.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$

b)  $\sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5 + \sqrt{x-2})$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 5.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{(x-3)^2} = 9$

b)  $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

c)  $\sqrt{9(2-x)^2} - 3 = 0$

**Bài 6.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

b)  $\frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567} (x \neq 0)$

c)  $\frac{\sqrt{5x+7}}{\sqrt{x+3}} = 4$

**Bài 7.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$

b)  $\sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$

## CHỦ ĐỀ 2

### TRỤC CĂN THỨC

$$\bullet \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A+B}} = \frac{C(\sqrt{A}-B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A-B}} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

**Chú ý:** Để trục căn thức ở mẫu, bình thường ta nhân cả tử và mẫu của phân thức với lượng liên hợp của mẫu và cần các hằng đẳng thức sau:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Các dạng liên hợp cơ bản thường gặp

$$\bullet (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B}) = A-B$$

$$\bullet (A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B}) = A^2 - B$$

## DẠNG 1

### TRỤC CĂN THỨC BIỂU THỨC CHỨA SỐ THỰC

**Bài 1.** Khử căn thức ở mẫu số các phân số

a)  $\sqrt{\frac{7}{108}}$

b)  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

c)  $\sqrt{\frac{10}{13}}$

d)  $\sqrt{\frac{4}{75}}$

**Bài 2.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn

a)  $\frac{5}{3\sqrt{5}}$

b)  $\frac{3}{3-\sqrt{8}}$

c)  $\frac{1}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{2-\sqrt{2}}$

b)  $\frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1} - \frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{24}}-1}$

c)  $\left(\frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}}\right)(\sqrt{6}+11)$

d)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 4.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn:

a)  $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

b)  $\frac{-1}{\sqrt{24}-5}$

c)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

**Bài 5.** Khử căn thức ở mẫu số các phân số

a)  $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{2}}$

b)  $\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{3}}$

c)  $\sqrt{\frac{4}{9+4\sqrt{5}}}$

d)  $\sqrt{\frac{9}{7-4\sqrt{3}}}$

**Bài 6.** Thực hiện phép tính

a)  $A = \left(1 - \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right) \left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - 1\right)$

b)  $B = \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{3-\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+2}$

**DẠNG 2****TRỤC CĂN THỨC BIỂU THỨC CHỨA BIẾN****Bài 1.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn

a)  $\frac{2025}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

b)  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 5$ .

c)  $\frac{1}{\sqrt{x-2}-1}$  với  $x \geq 2; x \neq 3$ .

d)  $\frac{7}{3+\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq -1; x \neq 2$ .

**Bài 2.** Khử mẫu của mỗi biểu thức dưới dấu căn bậc hai sau

a)  $\sqrt{\frac{5x^3}{49y}}$  với  $x \geq 0; y > 0$ .

b)  $7xy\sqrt{\frac{-3}{xy}}$  với  $x < 0; y > 0$ .

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b}{a-b}$  với  $a > 0; b > 0; a \neq b$ **Bài 4.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$  với  $x \geq 0; x \neq 25$ 

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A với  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .**BÀI TẬP RÈN LUYỆN****Bài 5.** Khử mẫu của mỗi biểu thức dưới dấu căn bậc hai sau

a)  $\sqrt{\frac{16b}{25a^3}}$  với  $a > 0; b \geq 0$ .

b)  $\frac{-1}{4}ab\sqrt{\frac{16}{ab}}$  với  $a < 0; b < 0$ .

**Bài 6.** Chứng minh rằng

a)  $\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$  với  $a > 0; b > 0$ .

b)  $\frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b$  với  $a > 0; b > 0; a \neq b$ .

**CHỦ ĐỀ 3****RÚT GỌN BIỂU THỨC CÓ CHỨA CÂU HỎI PHỤ****1. Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần làm các bước sau:**

**Bước 1:** Điều kiện để biểu thức có nghĩa (căn thức xác định, mẫu khác không... nếu bài toán chưa cho)

**Bước 2:** Phân tích các mẫu thành nhân tử (áp dụng thành thạo các phép biến đổi căn thức)

+ đưa thừa số ra ngoài dấu căn,

+ đưa thừa số vào trong dấu căn,

+ khử căn ở mẫu và trục căn thức ở mẫu để làm xuất hiện các căn thức bậc hai có cùng một biểu thức dưới dấu căn.

+ Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ

+ Áp dụng quy tắc đổi dấu một cách hợp lý để làm xuất hiện nhân tử chung.

+ Thường xuyên để ý xem mẫu này có là bội hoặc ước của mẫu khác không.

**Bước 3:** Tiến hành quy đồng rút gọn, kết hợp với điều kiện của đề bài để kết luận.

**2. Các dạng câu hỏi phụ thường gặp**

**Bài toán 1.** Tính giá trị của biểu thức tại giá trị cho trước

- Rút gọn biểu thức

- Rút gọn giá trị của biến nếu cần

- Thay vào biểu thức rút gọn

**Bài toán 2.** Tìm  $x$  thoả mãn phương trình, bất phương trình chứa căn

- Rút gọn biểu thức

- Dựa vào phương trình, bất phương trình chứa căn để tìm  $x$ .

**Chú ý:**

• Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$

• Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :

+ nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$       + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài toán 3:** Tìm  $x$  nguyên để biểu thức nguyên

- Rút gọn biểu thức

- Lấy tử chia cho mẫu tách biểu thức thành tổng của một số nguyên và một biểu thức có tử là một số nguyên

- Cho mẫu là ước của tử suy ra  $x$

**Bài toán 4:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất

- Rút gọn biểu thức

- Biến đổi biểu thức về dạng  $A^2 + m$  hoặc  $-A^2 + m$

**DẠNG 1****TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC****Phương pháp:**

- Rút gọn biểu thức
- Rút gọn giá trị của biến nếu cần
- Thay vào biểu thức rút gọn

**Bài 1.** Cho biểu thức  $C = \frac{a}{a-16} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4}$  với  $a \geq 0, a \neq 16$ .

a) Rút gọn  $C$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $C$  khi  $a = 9 - 4\sqrt{5}$ .

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $a = 4 + 2\sqrt{3}$ .

**Bài 3.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $P$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 4.** Cho biểu thức  $P = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{2x}-x}$  với  $x \geq 0; x \neq 2$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

**Bài 5.** Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$  với  $x \geq 1; x \neq 3$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 3 - 2\sqrt{2}$ .

**Bài 6.** Cho biểu thức  $M = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$  với  $a \geq 0, a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $M$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $M$  khi  $a = 16$ .

**Bài 7.** Cho biểu thức  $C = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4}+x+2}$  với  $x \neq -2$

a) Rút gọn  $C$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $C$  khi  $x = 2\sqrt{6} + 3$ .

**Bài 8.** Cho biểu thức:  $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 3 - \sqrt{8}$ .

**DẠNG 2****TÌM  $x$  CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN.****Phương pháp:**

- Rút gọn biểu thức
- Dựa vào phương trình, bất phương trình chứa căn để tìm  $x$ .
- Sau đó đối chiếu điều kiện  $x$  để suy ra  $x$  cần tìm.

**Chú ý:**

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{3x+25}{x-25}$ , với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{5}{7}$ .

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$  ( $x \geq 0, x \neq 4$ ).

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tính giá trị của  $A$  với  $x = 3$ .

c) Tìm  $x$  để  $A = \frac{1}{3}$ .

**Bài 3.** Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}$  với  $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$

**Bài 4.** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left( \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tính giá trị của  $B$  với  $x = \frac{1}{121}$ .

c) Tìm  $x$  để  $B = 3$ .

**Bài 5.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = \frac{25}{9}$ .

c) Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$ .

**Bài 6.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Rút gọn biểu thức  $A$

b) Tìm  $x$  để  $A < \frac{1}{3}$ .

**Bài 7.** Cho biểu thức  $P = \frac{3}{\sqrt{x-3}-\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x-3}+\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}+x}{\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq 3$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P > 2$ .

**Bài 8.** Cho biểu thức  $P = \frac{x+\sqrt{x}-6}{x-9} + \frac{x-7\sqrt{x}+19}{x+\sqrt{x}-12} - \frac{x-5\sqrt{x}}{x+4\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 9$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  để  $P(\sqrt{x}-3) \leq 0$ .

**Bài 9.** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

a) Rút gọn  $B$

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $B < -\sqrt{x}$ .

**Bài 10.** Cho biểu thức  $P = \left[ \frac{x+3\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)$  ( $x > 0; x \neq 1$ )

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 64$ .

c) Với giá trị nào của  $x$  ta có  $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{x}+1}{8} \geq 1$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 11.** Cho biểu thức  $B = \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x-1} \right)$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $B = 3$ .

**Bài 12.** Cho biểu thức:  $D = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $D$ .

b) Tính giá trị của  $D$  với  $x = \frac{4}{9}$ .

c) Tính giá trị của  $x$  để  $|D| = \frac{1}{3}$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left( 1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x > 0; x \neq \frac{1}{9}$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{6}{5}$ .

**Bài 14.** Cho biểu thức:  $P = 1 : \left( \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{\frac{3x}{2}}{4-x} - \frac{2}{4-2\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{4-2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 20$ .

**Bài 15.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$  với  $a > 0$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $a$  để  $P = 2$ .

**Bài 16.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{4a}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a}-1}{a^2}$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Với những giá trị nào của  $a$  thì  $P = 3$ .

**Bài 17.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} + \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} \right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P = 7$ .

**Bài 18.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}(1-a)^2}{1+a} : \left[ \left( \frac{1-\sqrt{a^3}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left( \frac{1+\sqrt{a^3}}{1+\sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \right]$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Xét dấu của biểu thức  $M = a \cdot \left( P - \frac{1}{2} \right)$ .

**Bài 19.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{y}}{x+\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x-\sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x-y}$  (với  $x > 0, y > 0, x \neq y$ ).

a) Rút gọn biểu thức trên.

b) Tìm giá trị của  $x$  và  $y$  để  $P = 1$ .

**Bài 20.** Cho biểu thức:  $M = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}$  (với  $x > 0, y > 0$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $M$ .

b) Tìm  $x, y$  để  $M = 2\sqrt{2005}$ .

**Bài 21.** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{x-1}$ ;  $B = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $A$  và  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $A = \frac{8}{3}B$ .

**Bài 22.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5}$ ;  $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4} - \frac{x+12\sqrt{x}}{x-16}$  với  $x > 0; x \neq 16$

a) Rút gọn  $A$  và  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $\frac{A}{B} = \frac{5}{6}$

**Bài 23.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ ;  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-\sqrt{x}}{x-25}$  với  $x \geq 0; x \neq 25$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $A = B \cdot |x-4|$ .

**Bài 24.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right)$ .

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn biểu thức  $P$ .

c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < 1$ .

**Bài 25.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \right)$ .

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 0$ .

d) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P < 0$ .

**Bài 26.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P < 1$ .

**Bài 27.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy} - 2y} - \frac{2x}{x + \sqrt{x} - 2\sqrt{xy} - 2\sqrt{y}} \cdot \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$  với  $x > 0; y > 0; x \neq 4y; x \neq 1$

a) Rút gọn  $P$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương  $x$  để  $y = 625$  và  $P < \frac{1}{5}$ .

**Bài 28.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  với  $x > 0; y > 0; x \neq y$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Chứng minh  $P \geq 0$ .

**Bài 29.** Cho biểu thức:  $M = \left( 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$  với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$

a) Rút gọn  $M$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $M < 0$ .

**Bài 30.** Cho biểu thức:  $M = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $M$ .

b) Chứng minh rằng  $M > 0$ .

**Bài 31.** Cho biểu thức:  $M = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ , với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $M$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $M - \frac{1}{2} = 0$ .

c) Chứng minh  $M \leq \frac{2}{3}$ .

**Bài 32.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$  với  $a > 1; a \neq 4$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $a$  để  $P > \frac{1}{6}$

**Bài 33.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+3} - \frac{5}{a+\sqrt{a}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$  với  $a > 0; a \neq 4; a \neq 9$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $a$  để  $P < 1$

**Bài 34.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \left( \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm các giá trị của  $a$  để  $P < 0$

c) Tìm các giá trị của  $a$  để  $P = -2$

**Bài 35.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} + \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}\right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$

b) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P = 7$ .

c) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P > 6$ .

**DẠNG 3****TÌM  $x$  ĐỂ BIỂU THỨC RÚT GỌN LÀ SỐ NGUYÊN**

**Bài toán:** Cho biểu thức  $A = \frac{a}{cx+d}$  hoặc  $A = \frac{a}{c\sqrt{x+d}}$ . Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A \in \mathbb{Z}$

**Phương pháp:**

- Lập luận:  $A \in \mathbb{Z}$  khi mẫu thức là ước của  $a$ .
- Liệt kê ước của  $a$ .
- Mẫu thức bằng ước của  $a$ , khi đó tìm ra  $x$ .

**Chú ý:** Giá trị  $x \in \mathbb{Z}$  tìm được phải thỏa mãn điều kiện của biểu thức rút gọn mới nhận.

**Bài 1.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$  (với  $x \geq 0, x \neq 16$ ).

a) Rút gọn  $B$ .

b) Hãy tìm các giá trị nguyên của  $x$  để giá trị của biểu thức  $M = B(A-1)$  là số nguyên.

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$  ( $x > 0, x \neq 4$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm  $x$  sao cho  $A$  nhận giá trị là một số nguyên.

**BÀI TẬP RÈN LUYỆN**

**Bài 3.** Cho biểu thức:  $P = \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-4\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để biểu thức  $P$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 4.** Cho biểu thức  $P = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}-1}$ , với  $x > 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  để  $P$  là một số nguyên

**Bài 5.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  nguyên để  $P$  có giá trị nguyên.

**Bài 6.** Cho biểu thức:  $Q = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $Q = \frac{2}{x-1}$

b) Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để  $Q$  có giá trị nguyên.

**Bài 7.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$ , với  $x > 0, x \neq 4$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $A > \frac{1}{2}$

c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B = \frac{7}{3}A$  đạt giá trị nguyên.

**Bài 8.** Cho biểu thức  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x-x-1}} \right) - 1$

a) Tìm điều kiện để  $P$  có nghĩa và rút gọn  $P$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P - \sqrt{x}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 9.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{3\sqrt{a}}{a + \sqrt{ab} + b} - \frac{3a}{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \right) : \frac{(a-1) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b})}{2a + 2\sqrt{ab} + 2b}$

a) Tìm điều kiện để  $P$  có nghĩa và rút gọn  $P$ .

b) Tìm những giá trị nguyên của  $a$  để  $P$  có giá trị nguyên

**Bài 10.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{2x+1}{x\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x + \sqrt{x+1}} \right)$

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $A$  có giá trị nguyên.

\*c) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $A$  có giá trị nguyên.

**Bài 11.** Cho biểu thức:  $A = \left[ 1 - \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right] : \left[ \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{3 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x} + 2}{x - 5\sqrt{x} + 6} \right]$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A < 0$ .

c) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $A$  có giá trị nguyên.

\*d) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $A$  có giá trị nguyên.

**Bài 12.** Cho biểu thức :  $D = \left( \frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left( \frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ .

a) Rút gọn  $D$ .

b) Tìm  $x$  sao cho  $D < -1$ .

c) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $D$  có giá trị nguyên.

\*d) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $D$  có giá trị nguyên.

## DẠNG 4

## TÌM GTLN – GTNN CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN

## Phương pháp:

- Rút gọn biểu thức
- Biến đổi biểu thức về dạng  $A^2 + m$  hoặc  $-A^2 + m$

**Chú ý:** Bất đẳng thức Cauchy.

Cho hai số dương  $a, b$ , ta có:  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

Dấu "=" xảy ra khi  $a = b$

**Bài 1.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+9}{x-9}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

- Rút gọn  $P$ .
- Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Bài 2.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 12}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

- Rút gọn biểu thức  $P$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$

**Bài 3.** Cho biểu thức  $P = \frac{3x + 6\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{1 - \sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

- Rút gọn  $P$ .
- Tìm giá trị lớn nhất của  $P$  và giá trị  $x$  tương ứng.

**Bài 4.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} + \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{x}}{\sqrt{xy} - 1} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{xy} + 1} \right)$  với  $x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{xy} \neq 1$

- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

**Bài 5.** Cho biểu thức  $A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$  với  $x > 0, y > 0$

- Rút gọn  $A$ .
- Biết  $x \cdot y = 16$ . Tìm các giá trị của  $x, y$  để  $A$  có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị đó.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 6.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$ , với  $a > 0$ .

- Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $a$  để  $P = 2$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 7.** Cho biểu thức:  $A = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 8.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$ , với  $x > 0$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 9.** Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{5}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-2}{3-\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Bài 10.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 11.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A < 0$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Bài 12.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}} \right) : \left( 1 + \frac{x+y+2xy}{1-xy} \right)$

a) Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right)$ .

a) Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa.

b) Rút gọn  $B$ .

c) Tính giá trị của  $B$  nếu  $a = 2 - \sqrt{3}$  và  $b = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$ .

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $B$  nếu  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ .

## CHỦ ĐỀ 4

### ỨNG DỤNG

**Bài 1.** Áp suất  $P$  (lb/in<sup>2</sup>) cần thiết để ép nước qua một ống dài  $L$  (ft) và đường kính  $d$  (in) với tốc độ  $v$  (ft/s) được cho bởi công thức:  $P = 0,00161 \cdot \frac{v^2 L}{d}$

a) Hãy tính  $v$  theo  $P$ ,  $L$  và  $d$ .

b) Cho  $P = 198,5$ ;  $L = 11\,560$ ;  $d = 6$ . Hãy tính tốc độ  $v$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của feet trên giây).

$$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm};$$

$$1 \text{ ft (feet)} = 0,3048 \text{ m};$$

$$1 \text{ lb (pound)} = 0,45359237 \text{ kg};$$

$$1 \text{ lb/in}^2 = 6\,894,75729 \text{ Pa (Pascal)}.$$

**Bài 2.** Trong thuyết tương đối, khối lượng  $m$  (kg) của một vật khi chuyển động với vận tốc  $v$  (m/s) được cho bởi công thức  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , trong đó  $m_0$  (kg) là khối lượng của vật khi đứng yên,  $c$  (m/s) là vận tốc

của ánh sáng trong chân không

a) Viết lại công thức tính khối lượng  $m$  dưới dạng không có căn thức ở mẫu.

b) Tính khối lượng  $m$  theo  $m_0$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) khi vật chuyển động với vận tốc  $v = \frac{1}{10}c$ .

**Bài 3.** Khi bay vào không gian, trọng lượng  $P$  (N) của một phi hành gia ở vị trí cách mặt đất một độ cao  $h$  (m) được tính theo công thức:  $P = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{(64 \cdot 10^5 + h)^2}$

a) Trọng lượng của phi hành gia là bao nhiêu Newton khi cách mặt đất 10 000 m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Ở độ cao bao nhiêu mét thì trọng lượng của phi hành gia là 619 N (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Bài 4.** Ngày 28/9/2018, sau trận động đất 7,5 độ Richter, cơn sóng thần (tiếng Anh là Tsunami) cao hơn 6 m đã tràn vào đảo Sulawesi (Indonesia) và tàn phá thành phố Palu gây thiệt hại vô cùng to lớn. Tốc độ cơn sóng thần  $v$  (m/s) và chiều sâu đại dương  $d$  (m) của nơi bắt đầu sóng thần liên hệ bởi công thức  $v = \sqrt{dg}$ , trong đó  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



**Sóng thần**

- a) Hãy tính tốc độ con sóng thần xuất phát từ Thái Bình Dương, ở độ sâu trung bình 400 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét trên giây).
- b) Theo tính toán của các nhà khoa học địa chất, tốc độ con sóng thần ngày 28/9/2018 là 800 km/h, hãy tính chiều sâu đại dương của nơi tâm chấn động đất gây ra sóng thần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

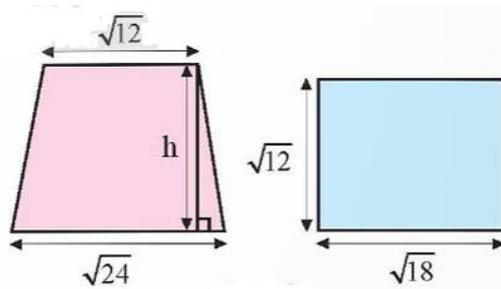
**Bài 5.** Biết rằng nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn được tính bởi công thức  $Q = I^2Rt$ , trong đó  $Q$  là nhiệt lượng tính bằng đơn vị Joule (J),  $R$  là điện trở tính bằng đơn vị Ohm ( $\Omega$ ),  $I$  là cường độ dòng điện tính bằng đơn vị Ampe (A),  $t$  là thời gian tính bằng giây (s). Dòng điện chạy qua một dây dẫn có  $R = 10 \Omega$  trong thời gian 5 giây.

- a) Thay dấu "?" trong bảng sau bằng các giá trị thích hợp.

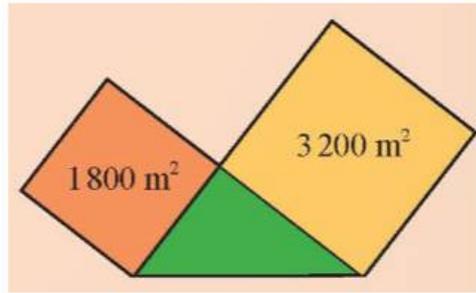
I (A)	1	1,5	2
Q (J)	?	?	?

- b) Cường độ dòng điện là bao nhiêu Ampe để nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn đạt 800 J?

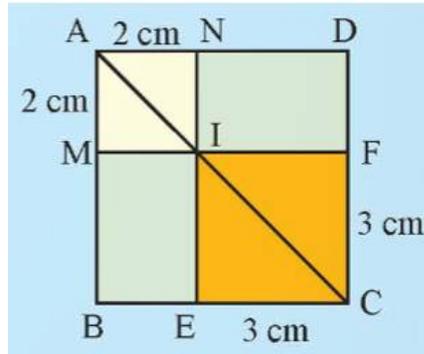
**Bài 6.** Biết rằng hình thang và hình chữ nhật ở hình vẽ có diện tích bằng nhau. Tính chiều cao  $h$  của hình thang.



**Bài 7.** Một khu đất hình tam giác vuông tiếp giáp hai thửa ruộng hình vuông có diện tích như hình vẽ bên dưới. Khu đất hình tam giác vuông có chu vi bằng chu vi thửa ruộng hình vuông bé không?



**Bài 8.** Hình vuông ABCD được chia thành hai hình vuông và hai hình chữ nhật như hình vẽ.



- Tính độ dài đường chéo của hai hình vuông AMIN và CEIF.
- Tính độ dài đường chéo của hình vuông ABCD theo hai cách khác nhau.

**BÀI 4****MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI CĂN THỨC BẬC HAI CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****1. Căn thức bậc hai của một bình phương**

Với mỗi biểu thức  $A$ , ta có:  $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

**2. Căn thức bậc hai của một tích**

Với các biểu thức  $A, B$  không âm, nếu ta có:  $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

**3. Căn thức bậc hai của một thương**

Với biểu thức  $A$  không âm và biểu thức  $B$  dương, ta có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

**4. Trục căn thức ở mẫu**

$$\bullet \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A+B}} = \frac{C(\sqrt{A}-B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A-B}} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

**Chú ý:** Để trục căn thức ở mẫu, bình thường ta nhân cả tử và mẫu của phân thức với lượng liên hợp của mẫu và cần các hằng đẳng thức sau:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Các dạng liên hợp cơ bản thường gặp

$$\bullet (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B}) = A-B$$

$$\bullet (A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B}) = A^2 - B$$

**CHỦ ĐỀ 1****MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI CĂN THỨC BẬC HAI CỦA BIỂU THỨC ĐẠI SỐ****DẠNG 1****CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT BÌNH PHƯƠNG**

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khí } A \geq 0 \\ -A & \text{khí } A < 0 \end{cases}$$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{(2x-1)^2}$  với  $x \geq \frac{1}{2}$ .

b)  $\sqrt{(4-2x)^2}$  với  $x < 2$ .

c)  $\sqrt{(x+4)^4}$ .

d)  $\sqrt{(x-6)^6}$  với  $x < 6$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{(2x-1)^2} = |2x-1| = 2x-1$  (vì  $2x-1 \geq 0$  khi  $x \geq \frac{1}{2}$ ).

b)  $\sqrt{(4-2x)^2} = |4-2x| = -(4-2x) = 2x-4$  (vì  $4-2x < 0$  khi  $x < 2$ ).

c)  $\sqrt{(x+4)^4} = \sqrt{[(x+4)^2]^2} = |(x+4)^2| = (x+4)^2$  (vì  $(x+4)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ ).

d)  $\sqrt{(x-6)^6} = \sqrt{[(x-6)^3]^2} = |(x-6)^3| = -(x-6)^3$  (vì  $(x-6)^3 < 0$  khi  $x < 6$ ).

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{x^2-4x+4}$  với  $x \geq 2$ .

b)  $\sqrt{4x^2+12x+9}$  với  $x < -\frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{x^4+x^2+\frac{1}{4}}$ .

d)  $\sqrt{(x^3-3x^2+3x+1)^2}$  với  $x < 1$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{x^2-4x+4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = x-2$  (vì  $x-2 \geq 0$  khi  $x \geq 2$ ).

b)  $\sqrt{4x^2+12x+9} = \sqrt{(2x+3)^2} = |2x+3| = -(2x+3) = -2x-3$  (vì  $2x+3 < 0$  khi  $x < -\frac{3}{2}$ ).

c)  $\sqrt{x^4+x^2+\frac{1}{4}} = \sqrt{\left(x^2+\frac{1}{2}\right)^2} = \left|x^2+\frac{1}{2}\right| = x^2+\frac{1}{2}$  (vì  $x^2+\frac{1}{2} > 0$  với mọi  $x$ ).

d)  $\sqrt{(x^3-3x^2+3x+1)^2} = |x^3-3x^2+3x+1| = |(x-1)^3| = -(x-1)^3$  (vì  $(x-1)^3 < 0$  khi  $x < 1$ ).

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{64a^2} + 2a$  với  $a \geq 0$ .

b)  $5\sqrt{25a^2} + 25a$  với  $a < 0$ .

c)  $\sqrt{16a^4} + 6a^2$

d)  $\sqrt{9a^6} - 3a^3$  với  $a \geq 0$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{64a^2} + 2a = \sqrt{(8a)^2} + 2a = |8a| + 2a = 8a + 2a = 10a$  (vì  $a \geq 0$ ).

b)  $5\sqrt{25a^2} + 25a = 5\sqrt{(5a)^2} + 25a = 5|5a| + 25a = 5 \cdot (-5a) + 25a = 0$  (vì  $a < 0$ ).

c)  $\sqrt{16a^4} + 6a^2 = |4a^2| + 6a^2 = 4a^2 + 6a^2 = 10a^2$  (vì  $4a^2 \geq 0$  với mọi  $a$ ).

d)  $\sqrt{9a^6} - 3a^3 = \sqrt{[3a^3]^2} - 3a^3 = |3a^3| - 3a^3 = 3a^3 - 3a^3 = 0$  (vì  $(3a^3)^3 \geq 0$  khi  $a \geq 0$ ).

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{\sqrt{x+6\sqrt{x}+9}}{\sqrt{x}+3}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $B = \frac{\sqrt{9x^2+12x+4}}{3x+2}$  với  $x \neq -\frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

a)  $A = \frac{\sqrt{x+6\sqrt{x}+9}}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x}+3)^2}}{\sqrt{x}+3} = \frac{|\sqrt{x}+3|}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3} = 1$  (vì  $\sqrt{x}+3 > 0$  khi  $x \geq 0$ ).

b)  $B = \frac{\sqrt{9x^2+12x+4}}{3x+2} = \frac{\sqrt{(3x+2)^2}}{3x+2} = \frac{|3x+2|}{3x+2}$

+ Với  $x > -\frac{2}{3}$  ta có:  $B = \frac{|3x+2|}{3x+2} = \frac{3x+2}{3x+2} = 1$

+ Với  $x < -\frac{2}{3}$  ta có:  $B = \frac{|3x+2|}{3x+2} = \frac{-(3x+2)}{3x+2} = -1$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{(3-x)^2}$  với  $x > 3$ .

b)  $\sqrt{\frac{1}{(4x-6)^2}}$  với  $x > \frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{(2025-3y)^4}$ .

d)  $\sqrt{(2-y)^6}$  với  $y > 2$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{(3-x)^2} = |3-x| = -(3-x) = x-3$  (vì  $3-x < 0$  khi  $x > 3$ ).

b)  $\sqrt{\frac{1}{(4x-6)^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4x-6}\right)^2} = \left|\frac{1}{4x-6}\right| = \frac{1}{4x-6}$  (vì  $\frac{1}{4x-6} > 0$  khi  $x > \frac{3}{2}$ ).

$$c) \sqrt{(2025-3y)^4} = \sqrt{[(2025-3y)^2]^2} = |(2025-3y)^2| = (2025-3y)^2 \text{ (vì } (2025-3y)^2 \geq 0 \text{ với mọi } y).$$

$$d) \sqrt{(2-y)^6} = \sqrt{[(2-y)^3]^2} = |(2-y)^3| = -(2-y)^3 \text{ (vì } (2-y)^3 < 0 \text{ khi } y > 2).$$

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \sqrt{4x^2+4x+1} \text{ với } x < -\frac{1}{2}.$$

$$b) \sqrt{9x^2-12x+4} \text{ với } x \geq \frac{2}{3}.$$

$$c) \sqrt{\frac{y^2}{4}-2y+4} \text{ với } y \geq 4.$$

$$d) \sqrt{16y^4+4y^2+1}.$$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{4x^2+4x+1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1| = -(2x+1) = -2x-1 \text{ (vì } 2x+1 < 0 \text{ khi } x < -\frac{1}{2}).$$

$$b) \sqrt{9x^2-12x+4} = \sqrt{(3x-2)^2} = |3x-2| = 3x-2 \text{ (vì } 3x-2 \geq 0 \text{ khi } x \geq \frac{2}{3}).$$

$$c) \sqrt{\frac{y^2}{4}-2y+4} = \sqrt{\left(\frac{y}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{y}{2} \cdot 2 + 2^2} = \sqrt{\left(\frac{y}{2}-2\right)^2} = \left|\frac{y}{2}-2\right| = \frac{y}{2}-2 \text{ (vì } \frac{y}{2}-2 \geq 0 \text{ khi } y \geq 4).$$

$$d) \sqrt{16y^4+4y^2+1} = \sqrt{(2y)^4+4y^2+1} = \sqrt{(2y+1)^4} = |(2y+1)^2| = (2y+1)^2 \text{ (vì } (2y+1)^2 > 0 \text{ với mọi } y).$$

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = \frac{1}{3}\sqrt{9+6v+v^2} + \frac{4v}{3} + 5 \text{ với } v < -3.$$

$$b) B = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{4-4t+t^2} - 2 \text{ với } t \leq 2.$$

**Lời giải**

$$a) A = \frac{1}{3}\sqrt{9+6v+v^2} + \frac{4v}{3} + 5 = \frac{1}{3}\sqrt{(v+3)^2} + \frac{4v}{3} + 5 = \frac{1}{3}|v+3| + \frac{4v}{3} + 5 = -\frac{1}{3}(v+3) + \frac{4v}{3} + 5 = v+4 \text{ (vì } v+3 < 0 \text{ khi } v < -3).$$

$$b) B = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{4-4t+t^2} - 2 = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{(2-t)^2} - 2 = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}|2-t| - 2 = \frac{t}{2} + \frac{3}{2}(2-t) - 2 = 1-t \text{ (vì } 2-t \geq 0 \text{ khi } t \leq 2).$$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{\sqrt{x+10\sqrt{x}+25}}{\sqrt{x}+5} \text{ với } x \geq 0.$$

$$b) B = 4x - \sqrt{x^2-4x+4} \text{ với } x < 2.$$

**Lời giải**

$$a) A = \frac{\sqrt{x+10\sqrt{x}+25}}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x}+5)^2}}{\sqrt{x}+5} = \frac{|\sqrt{x}+5|}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5} = 1 \text{ (vì } \sqrt{x}+5 > 0 \text{ khi } x \geq 0).$$

$$b) B = 4x - \sqrt{x^2-4x+4} = 4x - \sqrt{(x-2)^2} = 4x - |x-2| = 4x + (x-2) = 5x-2 \text{ (vì } x-2 < 0 \text{ khi } x < 2).$$

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau

$$\text{a) } A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{2x - 1} \text{ với } x \neq \frac{1}{2}.$$

$$\text{d) } B = 2x - 1 - \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5} \text{ với } x \neq 5.$$

**Lời giải**

$$\text{a) } A = \frac{\sqrt{4x^2 - 4x + 1}}{2x - 1} = \frac{\sqrt{(2x - 1)^2}}{2x - 1} = \frac{|2x - 1|}{2x - 1}$$

$$+ \text{ Với } x > \frac{1}{2}, \text{ ta có: } A = \frac{|2x - 1|}{2x - 1} = \frac{2x - 1}{2x - 1} = 1$$

$$+ \text{ Với } x < \frac{1}{2}, \text{ ta có: } A = \frac{|2x - 1|}{2x - 1} = \frac{-(2x - 1)}{2x - 1} = -1$$

$$\text{b) } B = 2x - 1 - \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x - 5} = 2x - 1 - \frac{\sqrt{(x - 5)^2}}{x - 5} = 2x - 1 - \frac{|x - 5|}{x - 5}$$

$$+ \text{ Với } x > 5, \text{ ta có: } B = 2x - 1 - \frac{x - 5}{x - 5} = 2x - 1 - 1 = 2x - 2$$

$$+ \text{ Với } x < 5, \text{ ta có: } B = 2x - 1 + \frac{x - 5}{x - 5} = 2x - 1 + 1 = 2x$$

## DẠNG 2

## CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT TÍCH

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$  ta có  $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{64x^2}$  với  $x < 0$ .

b)  $\sqrt{49(1-4x)^2}$  với  $x \leq \frac{1}{4}$ .

c)  $\sqrt{a^2(a-4)^2}$  với  $a \geq 4$ .

d)  $\sqrt{(a-1)^2(2a+3)^4}$  với  $a < 1$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{64x^2}$  với  $x < 0$ .

**Cách 1:**

$$\sqrt{64x^2} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{x^2} = 8|x| = -8x \quad (\text{vì } x < 0).$$

**Cách 2:**

$$\sqrt{64x^2} = \sqrt{(8x)^2} = |8x| = -8x \quad (\text{vì } x < 0).$$

b)  $\sqrt{49(1-4x)^2}$  với  $x \leq \frac{1}{4}$ .

**Cách 1:**

$$\sqrt{49(1-4x)^2} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{(1-4x)^2} = 7|1-4x| = 7(1-4x) = 7 - 28x \quad (\text{vì } 1-4x \geq 0 \text{ khi } x \leq \frac{1}{4}).$$

**Cách 2:**

$$\sqrt{49(1-4x)^2} = \sqrt{[7(1-4x)]^2} = |7(1-4x)| = 7(1-4x) = 7 - 28x \quad (\text{vì } 1-4x \geq 0 \text{ khi } x \leq \frac{1}{4}).$$

c)  $\sqrt{a^2(a-4)^2}$  với  $a \geq 4$ .

**Cách 1:**

$$\sqrt{a^2(a-4)^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(a-4)^2} = |a| |a-4| = a(a-4) \quad (\text{vì } a > 0 \text{ và } a-4 \geq 0 \text{ khi } a \geq 4).$$

**Cách 2:**

$$\sqrt{a^2(a-4)^2} = \sqrt{[a(a-4)]^2} = |a(a-4)| = a(a-4) \quad (\text{vì } a > 0 \text{ và } a-4 \geq 0 \text{ khi } a \geq 4).$$

d)  $\sqrt{(a-1)^2(2a+3)^4}$  với  $a < 1$ .

$$\sqrt{(a-1)^2(2a+3)^4} = \sqrt{(a-1)^2} \cdot \sqrt{[(2a+3)^2]^2} = |a-1| \cdot |(2a+3)^2| = -(a-1) \cdot (2a+3)^2 \quad (\text{vì } a-1 < 0 \text{ khi}$$

$$a < 1 \text{ và } (2a+3)^2 > 0 \text{ với mọi } a).$$

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{3(x-1)} \cdot \sqrt{27(x-1)}$  với  $x \geq 1$ .

b)  $\sqrt{2(1-3x)} \cdot \sqrt{8(1-3x)^3}$  với  $x \leq \frac{1}{3}$ .

c)  $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{125a^3}$  với  $a \geq 0$ .

d)  $\sqrt{7(1-2a)^3} \cdot \sqrt{28(1-2a)^3}$  với  $a \leq \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{3(x-1)} \cdot \sqrt{27(x-1)} = \sqrt{81(x-1)^2} = \sqrt{[9(x-1)]^2} = |9(x-1)| = 9(x-1)$  (vì  $x-1 \geq 0$  khi  $x \geq 1$ ).

b)  $\sqrt{2(1-3x)} \cdot \sqrt{8(1-3x)^3} = \sqrt{16(1-3x)^4} = \sqrt{[2(1-3x)^2]^2} = |2(1-3x)^2| = 2(1-3x)^2$  ( $(1-3x)^2 \geq 0$  với mọi  $x$ ).

c)  $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{125a^3} = \sqrt{5^4 \cdot a^4} = \sqrt{[(5a)^2]^2} = |(5a)^2| = (5a)^2 = 25a^2$  ( $(5a)^2 \geq 0$  với mọi  $a$ ).

d)  $\sqrt{7(1-2a)^3} \cdot \sqrt{28(1-2a)^3} = \sqrt{4.49(1-2a)^6} = \sqrt{[2.7(1-2a)^3]^2} = \sqrt{[14(1-2a)^3]^2}$   
 $= |14(1-2a)^3| = 14(1-2a)^3$  (vì  $(1-2a)^3 \geq 0$  khi  $a \leq \frac{1}{2}$ ).

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{8x^4(4x^2-4x+1)}$  với  $x < \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$A = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{8x^4(4x^2-4x+1)} = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{2 \cdot (2x^2)^2 \cdot (2x-1)^2} = \frac{3}{2(2x-1)} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2x^2)^2} \cdot \sqrt{(2x-1)^2}$$

$$= \frac{3}{2(2x-1)} \cdot \sqrt{2} \cdot |2x^2| \cdot |2x-1|$$

Ta có:  $2x^2 \geq 0$  với mọi  $x$ , và  $2x-1 < 0$  khi  $x < \frac{1}{2}$

Do đó:  $A = \frac{3}{2(2x-1)} \cdot \sqrt{2} \cdot 2x^2 \cdot [-(2x-1)] = -3\sqrt{2}x^2$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\sqrt{100(2-5y)^2}$  với  $y > \frac{2}{5}$ .

b)  $\sqrt{(y+1)^2(y-3)^2}$  với  $y \geq 3$ .

c)  $\sqrt{3(2b-4)} \cdot \sqrt{12(2b-4)^3}$  với  $b \geq 2$ .

d)  $\sqrt{6(1+a)^3} \cdot \sqrt{24(1+a)^3}$  với  $a \geq -1$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{100(2-5y)^2} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{(2-5y)^2} = 10|2-5y| = -10(2-5y)$  (vì  $2-5y < 0$  khi  $y > \frac{2}{5}$ ).

b)  $\sqrt{(y+1)^2(y-3)^2} = \sqrt{(y+1)^2} \cdot \sqrt{(y-3)^2} = |y+1| \cdot |y-3| = (y+1)(y-3)$  (vì  $y+1 > 0$  và  $y-3 \geq 0$  khi  $y \geq 3$ ).

c)  $\sqrt{3(2b-4)} \cdot \sqrt{12(2b-4)^3} = \sqrt{36(2b-4)^4} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{[(2b-4)^2]^2} = 6|(2b-4)^2| = 6(2b-4)^2$   
 ( $(2b-4)^2 \geq 0$  với mọi  $b$ ).

d)  $\sqrt{6(1+a)^3} \cdot \sqrt{24(1+a)^3} = \sqrt{144(1+a)^6} = \sqrt{[12(1+a)^3]^2} = |12(1+a)^3| = 12(1+a)^3$  (vì  $1+a \geq 0$  khi  $a \geq -1$ ).

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau: (giả sử các biểu thức đều xác định)

a)  $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}}$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} - x^2} \cdot \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} + x^2}$

**Lời giải**

a)  $A = \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x + \sqrt{x^2 - 1}} = \sqrt{(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1})} = \sqrt{x^2 - (\sqrt{x^2 - 1})^2} = \sqrt{x^2 - (x^2 - 1)} = 1$

b)  $B = \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} - x^2} \cdot \sqrt{\sqrt{x^4 + 4} + x^2} = \sqrt{(\sqrt{x^4 + 4} - x^2)(\sqrt{x^4 + 4} + x^2)} = \sqrt{(x^4 + 4) - (x^2)^2} = \sqrt{4} = 2$

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{2}{2a-1} \sqrt{25a^4(1-4a+4a^2)}$  với  $a \neq \frac{1}{2}$ .      b)  $B = \frac{2}{a-2} \sqrt{2a^8(a^2-4a+4)}$  với  $a \neq 2$ .

**Lời giải**

a)  $A = \frac{2}{2a-1} \sqrt{25a^4(1-4a+4a^2)} = \frac{2}{2a-1} \sqrt{(5a^2)^2(2a-1)^2} = \frac{2}{2a-1} \sqrt{(5a^2)^2} \cdot \sqrt{(2a-1)^2}$   
 $= \frac{2}{2a-1} \cdot |5a^2| |2a-1| = \frac{2}{2a-1} \cdot 5a^2 |2a-1|$  ( $(5a^2)^2 \geq 0$  với mọi  $a$ ).

+ Với  $a > \frac{1}{2}$ , ta có:  $A = \frac{2}{2a-1} \cdot 5a^2 (2a-1) = 10a^2$

+ Với  $a < \frac{1}{2}$ , ta có:  $A = \frac{2}{2a-1} \cdot 5a^2 [-(2a-1)] = -10a^2$

a)  $B = \frac{2}{a-2} \sqrt{2a^8(a^2-4a+4)} = \frac{2}{a-2} \sqrt{2(a^4)^2(a-2)^2} = \frac{2}{a-2} \cdot \sqrt{2} \sqrt{(a^4)^2} \cdot \sqrt{(a-2)^2}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{a-2} |a^4| |a-2| = \frac{2\sqrt{2}}{a-2} a^4 |a-2|$  ( $(a^4)^2 \geq 0$  với mọi  $a$ ).

+ Với  $a > 2$ , ta có:  $B = \frac{2\sqrt{2}}{a-2} a^4 (a-2) = 2\sqrt{2}a^4$

+ Với  $a < 2$ , ta có:  $B = \frac{2\sqrt{2}}{a-2} a^4 [-(a-2)] = -2\sqrt{2}a^4$

**DẠNG 3****CĂN THỨC BẬC HAI CỦA MỘT THƯƠNG**

Với  $A \geq 0, B > 0$  ta có  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$

**Bài 1.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{9x^2}{4}}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $\sqrt{\frac{36}{(2x-1)^2}}$  với  $x < \frac{1}{2}$ .

c)  $\frac{\sqrt{24a}}{\sqrt{6a}}$  với  $a > 0$ .

d)  $\frac{\sqrt{72b^3}}{\sqrt{8b}}$  với  $b > 0$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{9x^2}{4}}$  với  $x \geq 0$ .

**Cách 1:**

$$\sqrt{\frac{9x^2}{4}} = \frac{\sqrt{9x^2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{(3x)^2}}{2} = \frac{|3x|}{2} = \frac{3x}{2} \quad (\text{vì } x \geq 0).$$

**Cách 2:**

$$\sqrt{\frac{9x^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{3x}{2}\right)^2} = \left|\frac{3x}{2}\right| = \frac{3x}{2} \quad (\text{vì } x \geq 0).$$

b)  $\sqrt{\frac{36}{(2x-1)^2}}$  với  $x < \frac{1}{2}$ .

**Cách 1:**

$$\sqrt{\frac{36}{(2x-1)^2}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{(2x-1)^2}} = \frac{6}{|2x-1|} = -\frac{6}{2x-1} \quad (\text{vì } 2x-1 < 0 \text{ khi } x < \frac{1}{2}).$$

**Cách 2:**

$$\sqrt{\frac{36}{(2x-1)^2}} = \sqrt{\left(\frac{6}{2x-1}\right)^2} = \left|\frac{6}{2x-1}\right| = -\frac{6}{2x-1} \quad (\text{vì } 2x-1 < 0 \text{ khi } x < \frac{1}{2}).$$

c)  $\frac{\sqrt{24a}}{\sqrt{6a}} = \sqrt{\frac{24a}{6a}} = \sqrt{4} = 2$

d)  $\frac{\sqrt{72b^3}}{\sqrt{8b}} = \sqrt{\frac{72b^3}{8b}} = \sqrt{(3b)^2} = |3b| = 3b \quad (\text{vì } b > 0).$

**Bài 2.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{25}{x^2 - 6x + 9}}$  với  $x > 3$ .

b)  $\sqrt{\frac{4x^2 + 12x + 9}{49}}$  với  $x \leq -\frac{3}{2}$ .

c)  $\sqrt{\frac{4y^2 - 4y + 1}{y^2 + 8y + 16}}$  với  $y \geq \frac{1}{2}$ .

d)  $\sqrt{\frac{16(y^2 + 2y + 1)}{y^2 - y + \frac{1}{4}}}$  với  $y \leq -1$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{\frac{25}{x^2 - 6x + 9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{x^2 - 6x + 9}} = \frac{5}{\sqrt{(x-3)^2}} = \frac{5}{|x-3|} = \frac{5}{x-3}$  (vì  $x-3 > 0$  khi  $x > 3$ )

b)  $\sqrt{\frac{4x^2 + 12x + 9}{49}} = \frac{\sqrt{4x^2 + 12x + 9}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{(2x+3)^2}}{7} = \frac{|2x+3|}{7} = -\frac{2x+3}{7}$  (vì  $2x+3 \leq 0$  khi  $x \leq -\frac{3}{2}$ )

c)  $\sqrt{\frac{4y^2 - 4y + 1}{y^2 + 8y + 16}} = \frac{\sqrt{4y^2 - 4y + 1}}{\sqrt{y^2 + 8y + 16}} = \frac{\sqrt{(2y-1)^2}}{\sqrt{(y+4)^2}} = \frac{|2y-1|}{|y+4|} = \frac{2y-1}{y+4}$  (vì  $2y-1 \geq 0$  và  $y+4 > 0$  khi  $y \geq \frac{1}{2}$ )

d)  $\sqrt{\frac{16(y^2 + 2y + 1)}{y^2 - y + \frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{16(y^2 + 2y + 1)}}{\sqrt{y^2 - y + \frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{16}\sqrt{(y+1)^2}}{\sqrt{\left(y - \frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{4|y+1|}{\left|y - \frac{1}{2}\right|} = \frac{-4(y+1)}{-\left(y - \frac{1}{2}\right)} = \frac{4(y+1)}{y - \frac{1}{2}}$  (vì  $y+1 < 0$  và

$$y - \frac{1}{2} < 0 \text{ khi } y \leq -1)$$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức

a)  $xy^2 \sqrt{\frac{5}{x^2 y^4}}$  với  $x < 0; y \neq 0$ .

b)  $\frac{1}{4} x^3 y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4 y^8}}$  với  $x \neq 0; y \neq 0$ .

**Lời giải**

a)  $xy^2 \sqrt{\frac{5}{x^2 y^4}} = xy^2 \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{(xy^2)^2}} = \frac{xy^2 \sqrt{5}}{|x| y^2} = \frac{xy^2 \sqrt{5}}{-xy^2} = -\sqrt{5}$  (vì  $x < 0$  và  $y^2 > 0$  khi  $x < 0; y \neq 0$ )

c)  $\frac{1}{4} x^3 y^3 \sqrt{\frac{16}{x^4 y^8}} = \frac{1}{4} x^3 y^3 \sqrt{\left(\frac{4}{x^2 y^4}\right)^2} = \frac{1}{4} x^3 y^3 \cdot \left|\frac{4}{x^2 y^4}\right| = \frac{1}{4} x^3 y^3 \cdot \frac{4}{x^2 y^4} = \frac{x}{y}$  (vì  $x^2 > 0$  và  $y^4 > 0$  khi

$$x < 0; y \neq 0)$$

**Bài 4.** Cho biểu thức :  $A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}}$  với  $a > 1; b > 1$ .

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tính giá trị A tại  $a = 7,25; b = 3,25$ **Lời giải**

$$a) A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}} = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{b}-1}} = \sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}} = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}}$$

b) Thay  $a = 7,25; b = 3,25$  vào biểu thức ta được:

$$A = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}} = \sqrt{\frac{7,25-1}{3,25-1}} = \sqrt{\frac{6,25}{2,25}} = \sqrt{\frac{625}{225}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{-2t}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3t}{8}}$  với  $t \leq 0$ .

b)  $\frac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}}$  với  $y < 0$ .

c)  $\sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}$  với  $a < 4$

d)  $\sqrt{\frac{7}{28(x+3)^4}}$  với  $x \neq -3$

#### Lời giải

a)  $\sqrt{\frac{-2t}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3t}{8}} = \sqrt{\frac{-2t}{3} \cdot \left(\frac{-3t}{8}\right)} = \sqrt{\frac{t^2}{4}} = \frac{\sqrt{t^2}}{\sqrt{4}} = \frac{|t|}{2} = \frac{-t}{2}$  (vì  $t \leq 0$ )

b)  $\frac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}} = \sqrt{\frac{28y^6}{7y^4}} = \sqrt{(2y)^2} = |2y| = -2y$  (vì  $y < 0$ )

c)  $\sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}} = \frac{\sqrt{36(a-4)^2}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{36} \cdot \sqrt{(a-4)^2}}{\sqrt{144}} = \frac{6|a-4|}{12} = \frac{|a-4|}{2} = \frac{-(a-4)}{2} = \frac{4-a}{2}$  (vì  $a-4 < 0$  khi  $a < 4$ )

d)  $\sqrt{\frac{7}{28(x+3)^4}} = \sqrt{\frac{1}{4(x+3)^4}} = \sqrt{\frac{1}{[2(x+3)^2]^2}} = \frac{1}{|2(x+3)^2|} = \frac{1}{2(x+3)^2}$  (vì  $(x+3)^2 > 0$  với mọi  $x \neq -3$ )

**Bài 6.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{\frac{24}{6x^2+24x+24}}$  với  $x < -2$ .

b)  $\sqrt{\frac{4x^2-4x+1}{9x^4}}$  với  $x \geq \frac{1}{2}$ .

#### Lời giải

a)  $\sqrt{\frac{24}{6x^2+24x+24}} = \sqrt{\frac{24}{6(x^2+4x+4)}} = \sqrt{\frac{4}{x^2+4x+4}} = \sqrt{\left(\frac{2}{x+2}\right)^2} = \left|\frac{2}{x+2}\right| = -\frac{2}{x+2}$  (vì  $x+2 < 0$  khi  $x < -2$ )

b)  $\sqrt{\frac{4x^2-4x+1}{9x^4}} = \frac{\sqrt{4x^2-4x+1}}{\sqrt{9x^4}} = \frac{\sqrt{(2x-1)^2}}{\sqrt{(3x^2)^2}} = \frac{|2x-1|}{|3x^2|} = \frac{2x-1}{3x^2}$  (vì  $x^2 > 0$  và  $2x-1 \geq 0$  khi  $x \geq \frac{1}{2}$ )

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức

a)  $\frac{\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab}{\sqrt{ab}}$  với  $a > 0, b > 0$ .

b)  $\sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}}$  với  $x \neq 3$

c)  $(x-y)\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$  với  $x < y < 0$ .

d)  $\sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2}$  với  $x < 2$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab}{\sqrt{ab}} &= \frac{\sqrt{a^3b}}{\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab^3}}{\sqrt{ab}} - \frac{ab}{\sqrt{ab}} = \sqrt{\frac{a^3b}{ab}} + \sqrt{\frac{ab^3}{ab}} - \sqrt{\frac{(ab)^2}{ab}} = \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{ab} \\ &= |a| + |b| - \sqrt{ab} = a + b - \sqrt{ab} \quad (\text{vì } a > 0, b > 0) \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\text{c) } (x-y)\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y) \cdot \frac{\sqrt{xy}}{|x-y|} = (x-y) \frac{\sqrt{xy}}{-(x-y)} = -\sqrt{xy} \quad (\text{vì } x-y < 0 \text{ khi } x < y < 0)$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2} &= \frac{\sqrt{(x-1)^4}}{\sqrt{(x-2)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2} = \frac{|(x-1)^2|}{|x-2|} + \frac{x^2-2}{x-2} = \frac{(x-1)^2}{-(x-2)} + \frac{x^2-2}{x-2} \\ &= \frac{-(x-1)^2}{x-2} + \frac{x^2-2}{x-2} = \frac{-(x^2-2x+1)+x^2-2}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2} \quad (\text{vì } (x-1)^2 \geq 0 \text{ mọi } x \text{ và } x-2 < 0 \text{ khi } x < 2) \end{aligned}$$

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = (\sqrt{x}+1)\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$  với  $x > 1$ .

b)  $B = \sqrt{125-x} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (\sqrt{x}+1)\sqrt{\frac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}} = (\sqrt{x}+1)\sqrt{\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}+1)^2}} = (\sqrt{x}+1)\frac{\sqrt{(\sqrt{x}-1)^2}}{\sqrt{(\sqrt{x}+1)^2}} \\ &= (\sqrt{x}+1)\frac{|\sqrt{x}-1|}{|\sqrt{x}+1|} = (\sqrt{x}+1)\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 \quad (\text{vì } \sqrt{x}-1 > 0 \text{ và } \sqrt{x}+1 > 0 \text{ khi } x > 1) \end{aligned}$$

a) Ta có:  $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x^3+5x^2}$  và  $\sqrt{x+5}$ . Vậy biểu thức luôn xác định

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{125-x} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}} = \sqrt{5^2 \cdot 5 - x} + \frac{\sqrt{x^2(x+5)}}{\sqrt{x+5}} = 5\sqrt{5-x} + \frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x+5}}{\sqrt{x+5}} = 5\sqrt{5-x} + \sqrt{x^2} \\ &= 5\sqrt{5-x} + |x| = 5\sqrt{5-x} + x = 5\sqrt{5} \quad (\text{vì } x \geq 0 \text{ nên } |x| = x) \end{aligned}$$

**DẠNG 4****ĐƯA THỪA SỐ RA NGOÀI VÀ VÀO TRONG CĂN THỨC BẬC HAI****Chú ý:**

- Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

$$\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B} (B \geq 0) = \begin{cases} A\sqrt{B} & \text{khi } A \geq 0; B \geq 0 \\ -A\sqrt{B} & \text{khi } A < 0; B \geq 0 \end{cases}$$

- Đưa thừa số vào trong dấu căn

$$A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B} & \text{khi } A \geq 0; B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B} & \text{khi } A < 0; B \geq 0 \end{cases}$$

**Bài 1.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn

a)  $\sqrt{27x^2}$  với  $x \leq 0$ .

b)  $\sqrt{25x^3}$  với  $x \geq 0$ .

c)  $\sqrt{8xy^2}$  với  $x \geq 0; y \leq 0$ .

d)  $\sqrt{48x^2y^4}$  với  $x \leq 0$ .

**Lời giải**

a)  $\sqrt{27x^2} = \sqrt{3 \cdot (3x)^2} = |3x|\sqrt{3} = -3\sqrt{3}x$  (vì  $x \leq 0$ ).

b)  $\sqrt{25x^3} = \sqrt{(5x)^2 \cdot x} = |5x|\sqrt{x} = 5x\sqrt{x}$  (vì  $x \geq 0$ ).

c)  $\sqrt{8xy^2} = \sqrt{(2y)^2 \cdot 2x} = |2y|\sqrt{2x} = -2y\sqrt{2x}$  (vì  $x \geq 0; y \leq 0$ ).

d)  $\sqrt{48x^2y^4} = \sqrt{16 \cdot 3x^2y^4} = \sqrt{3 \cdot (4xy^2)^2} = |4xy^2|\sqrt{3} = -4\sqrt{3}xy^2$  (vì  $x \leq 0$  và  $y^2 \geq 0$  với mọi  $y$ ).

**Bài 2.** Đưa thừa số vào trong dấu căn

a)  $a\sqrt{2025}$  với  $a \geq 0$ .

b)  $a\sqrt{\frac{-15}{a}}$  với  $a < 0$ .

c)  $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{12}{a}}$  với  $a > 0$ .

d)  $\frac{4}{a}\sqrt{-\frac{a}{8}}$  với  $a < 0$ .

**Lời giải**

a) Vì  $a \geq 0$  nên  $a\sqrt{2025} = \sqrt{2025a^2}$

b) Vì  $a < 0$  nên  $a\sqrt{\frac{-15}{a}} = -\sqrt{\frac{-15a^2}{a}} = -\sqrt{-15a}$

c) Vì  $a > 0$  nên  $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{12}{a}} = \sqrt{\frac{12}{a} \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{12 \cdot a^2}{4 \cdot a}} = \sqrt{3a}$

$$d) \text{ Vì } a < 0 \text{ nên } \frac{4}{a} \sqrt{\frac{-a}{8}} = -\sqrt{\left(\frac{4}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{-a}{8}\right)} = -\sqrt{\frac{16}{a^2} \cdot \left(\frac{-a}{8}\right)} = -\sqrt{\frac{2}{a}}$$

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = 4\sqrt{\frac{25x}{4}} - \frac{8}{3}\sqrt{\frac{9x}{4}} - \frac{4}{3x}\sqrt{\frac{9x^3}{64}} \text{ với } x \geq 0. \quad b) B = 4\sqrt{25u} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{16u}{9}} - \frac{2}{u}\sqrt{\frac{169u^3}{4}} \text{ với } u > 0.$$

**Lời giải**

$$a) A = 4\sqrt{\frac{25x}{4}} - \frac{8}{3}\sqrt{\frac{9x}{4}} - \frac{4}{3x}\sqrt{\frac{9x^3}{64}} = 4\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 x} - \frac{8}{3}\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 x} - \frac{4}{3x}\sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^2 \cdot x^2 \cdot x}$$

$$= 4 \cdot \frac{5}{2}\sqrt{x} - \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{4}{3x} \cdot \frac{3}{8} \cdot |x| \sqrt{x} = 10\sqrt{x} - 4\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{11}{2}\sqrt{x} \text{ (vì } x \geq 0 \text{ nên } |x| = x).$$

$$b) B = 4\sqrt{25u} - \frac{15}{2}\sqrt{\frac{16u}{9}} - \frac{2}{u}\sqrt{\frac{169u^3}{4}} = 4\sqrt{5^2 u} - \frac{15}{2}\sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 u} - \frac{2}{u}\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 u^2 \cdot u}$$

$$= 4 \cdot 5\sqrt{u} - \frac{15}{2} \cdot \frac{4}{3}\sqrt{u} - \frac{2}{u} \cdot \frac{13}{2} |u| \sqrt{u} = 20\sqrt{u} - 10\sqrt{u} - 13\sqrt{u} = -3\sqrt{u} \text{ (vì } u > 0 \text{ nên } |u| = u).$$

**Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2} \text{ với } x \neq -\sqrt{2}; x \neq \sqrt{2}. \quad b) B = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{xy} + y} \text{ với } x \geq 0; y \geq 0; xy \neq 0.$$

**Lời giải**

$$b) A = \frac{x^2 - 2\sqrt{2}x + 2}{x^2 - 2} = \frac{x^2 - 2x\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{x^2 - 2} = \frac{(x - \sqrt{2})^2}{(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})} = \frac{x - \sqrt{2}}{x + \sqrt{2}}$$

$$a) B = \frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x + 2\sqrt{xy} + y} = \frac{\sqrt{x^2 y} + \sqrt{xy^2}}{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{xy} + \sqrt{y^2}} = \frac{\sqrt{x}\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

$$a) \sqrt{5a^2} \text{ với } a \leq 0. \quad b) \sqrt{18a^2} \text{ với } a \geq 0.$$

$$c) \sqrt{-9b^3} \text{ với } b \leq 0. \quad d) \sqrt{24a^4 b^8}$$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{5a^2} = |a|\sqrt{5} = -a\sqrt{5} \text{ (vì } a \leq 0).$$

$$b) \sqrt{18a^2} = \sqrt{2(3a)^2} = |3a|\sqrt{2} = 3a\sqrt{2} \text{ (vì } a \geq 0).$$

$$c) \sqrt{-9b^3} = \sqrt{-b(3b)^2} = |3b|\sqrt{-b} = -3b\sqrt{-b} \text{ (vì } b \leq 0).$$

$$d) \sqrt{24a^4 b^8} = \sqrt{6(2a^2 b^4)^2} = |2a^2 b^4|\sqrt{6} = 2\sqrt{6}a^2 b^4 \text{ (vì } a^2 \geq 0; b^4 \geq 0 \text{ với mọi } a, b).$$

**Bài 6.** Đưa thừa số vào trong dấu căn:

a)  $x\sqrt{2026}$  với  $x \geq 0$ .

b)  $x\sqrt{15}$  với  $x \leq 0$ .

c)  $\frac{1}{y}\sqrt{19y}$  với  $y > 0$ .

d)  $\frac{1}{3}y\sqrt{\frac{27}{y^2}}$  với  $y < 0$ .

**Lời giải**

a) Vì  $x \geq 0$  nên  $x\sqrt{2026} = \sqrt{2026x^2}$

b) Vì  $x \leq 0$  nên  $x\sqrt{15} = -\sqrt{15x^2}$

c) Vì  $y > 0$  nên  $\frac{1}{y}\sqrt{19y} = \sqrt{19y \cdot \frac{1}{y^2}} = \sqrt{\frac{19}{y}}$

d) Vì  $y < 0$  nên  $\frac{1}{3}y\sqrt{\frac{27}{y^2}} = -\sqrt{\frac{27}{y^2} \left(\frac{1}{3}y\right)^2} = -\sqrt{\frac{27}{y^2} \cdot \frac{1}{9}y^2} = -\sqrt{3}$

**Bài 7.** Rút gọn các biểu thức sau

a)  $A = -\sqrt{36b} - \frac{1}{3}\sqrt{54b} + \frac{1}{5}\sqrt{150b}$  với  $b \geq 0$ .

c)  $B = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}}$  với  $x > 0$ .

**Lời giải**

a)  $A = -\sqrt{36b} - \frac{1}{3}\sqrt{54b} + \frac{1}{5}\sqrt{150b} = -6\sqrt{b} - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \sqrt{6b} + \frac{1}{5} \cdot 5 \cdot \sqrt{6b} = -6\sqrt{b} - \sqrt{6b} + \sqrt{6b} = -6\sqrt{b}$

b)  $B = 5\sqrt{4x} - 3\sqrt{\frac{100x}{9}} - \frac{4}{x}\sqrt{\frac{x^3}{4}} = 5 \cdot 2\sqrt{x} - 3 \cdot \frac{10}{3}\sqrt{x} - \frac{4}{x} \cdot \frac{|x|}{2}\sqrt{x} = 10\sqrt{x} - 10\sqrt{x} - 2\sqrt{x} = -2\sqrt{x}$  (vì  $x > 0$  nên  $|x| = x$ ).

**Bài 8.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{3\sqrt{a} - 2a - 1}{4a - 4\sqrt{a} + 1}$  với  $a \geq 0; a \neq \frac{1}{4}$ .

b)  $B = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{xy} + y}$  với  $x \geq 0; y \geq 0; x \neq y$ .

**Lời giải**

a)  $A = \frac{3\sqrt{a} - 2a - 1}{4a - 4\sqrt{a} + 1} = \frac{3\sqrt{a} - 2\sqrt{a^2} - 1}{4\sqrt{a^2} - 4\sqrt{a} + 1} = \frac{2\sqrt{a} - 2\sqrt{a^2} + \sqrt{a} - 1}{4\sqrt{a^2} - 4\sqrt{a} + 1} = \frac{-2\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1) + (\sqrt{a} - 1)}{4\sqrt{a^2} - 4\sqrt{a} + 1}$   
 $= \frac{-(2\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} - 1)}{(2\sqrt{a} - 1)^2} = \frac{1 - \sqrt{a}}{2\sqrt{a} - 1}$

b)  $B = \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{xy} + y} = \frac{\sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2}}{\sqrt{x^2} - 2\sqrt{xy} + \sqrt{y^2}} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$

**Bài 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \frac{x - 2024}{x^2 + 2x\sqrt{2024} + 2024}$  với  $x \neq -\sqrt{2024}$ .

b)  $B = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v}$  với  $u \geq 0; v \geq 0; u \neq \frac{9}{4}v$ .

## Lời giải

$$a) A = \frac{x^2 - 2024}{x^2 + 2x\sqrt{2024} + 2024} = \frac{x^2 - (\sqrt{2024})^2}{x^2 + 2x\sqrt{2024} + (\sqrt{2024})^2} = \frac{(x - \sqrt{2024})(x + \sqrt{2024})}{(x + \sqrt{2024})^2} = \frac{x - \sqrt{2024}}{x + \sqrt{2024}}$$

$$a) B = \frac{2u + \sqrt{uv} - 3v}{2u - 5\sqrt{uv} + 3v} = \frac{2\sqrt{u^2} + \sqrt{uv} - 3\sqrt{v^2}}{2\sqrt{u^2} - 5\sqrt{uv} + 3\sqrt{v^2}} = \frac{2\sqrt{u^2} - 2\sqrt{uv} + 3\sqrt{uv} - 3\sqrt{v^2}}{2\sqrt{u^2} - 2\sqrt{uv} - 3\sqrt{uv} + 3\sqrt{v^2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{u}(\sqrt{u} - \sqrt{v}) + 3\sqrt{v}(\sqrt{u} - \sqrt{v})}{2\sqrt{u}(\sqrt{u} - \sqrt{v}) - 3\sqrt{v}(\sqrt{u} - \sqrt{v})} = \frac{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} + 3\sqrt{v})}{(\sqrt{u} - \sqrt{v})(2\sqrt{u} - 3\sqrt{v})} = \frac{2\sqrt{u} + 3\sqrt{v}}{2\sqrt{u} - 3\sqrt{v}}$$

**Bài 10.** Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{a + 4\sqrt{a} + 4}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - a}{\sqrt{a} - 2} \text{ với } a \geq 0, a \neq 4. \quad b) B = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \text{ với } x > 0; y > 0.$$

## Lời giải

$$a) A = \frac{a + 4\sqrt{a} + 4}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - a}{\sqrt{a} - 2} = \frac{(\sqrt{a} + 2)^2}{\sqrt{a} + 2} - \frac{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}{\sqrt{a} - 2} = \sqrt{a} + 2 - (\sqrt{a} + 2) = 0$$

$$b) B = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$$

$$= \frac{(\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x + y - 2\sqrt{xy})$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + \sqrt{y})}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x + y - 2\sqrt{xy})$$

$$= x - \sqrt{xy} + y - (x + y - 2\sqrt{xy})$$

$$= \sqrt{xy}$$

**DẠNG 5****TÌM  $x$  CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI**

- $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{ khi } A \geq 0 \\ -A & \text{ khi } A < 0 \end{cases}$
- Với  $B \geq 0$ , nếu  $|A| = B$  thì  $A = -B$  hoặc  $A = B$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $A^2 = B$  thì  $A = -\sqrt{B}$  hoặc  $A = \sqrt{B}$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{x^2} = 7$

b)  $\sqrt{x^2} = |-8|$

c)  $|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}|$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt{x^2} = 7$$

$$|x| = 7$$

$$x = -7 \text{ hoặc } x = 7$$

Vậy  $x = -7$  và  $x = 7$  là các giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt{x^2} = |-8|$$

$$|x| = 8$$

$$x = -8 \text{ hoặc } x = 8$$

Vậy  $x = -8$  và  $x = 8$  là các giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}|$$

$$x^2 - 3 = -(x - \sqrt{3}) \text{ hoặc } x^2 - 3 = x - \sqrt{3}$$

- $x^2 - 3 = -(x - \sqrt{3})$

$$x^2 - (\sqrt{3})^2 + (x - \sqrt{3}) = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) + (x - \sqrt{3}) = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3} + 1) = 0$$

$$x - \sqrt{3} = 0 \text{ hoặc } x + \sqrt{3} + 1 = 0$$

$$x = \sqrt{3} \text{ hoặc } x = -\sqrt{3} - 1$$

$$\bullet x^2 - 3 = x - \sqrt{3}$$

$$x^2 - (\sqrt{3})^2 - (x - \sqrt{3}) = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) - (x - \sqrt{3}) = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3} - 1) = 0$$

$$x - \sqrt{3} = 0 \text{ hoặc } x + \sqrt{3} - 1 = 0$$

$$x = \sqrt{3} \text{ hoặc } x = 1 - \sqrt{3}$$

Vậy  $x = -\sqrt{3} - 1$ ;  $x = 1 - \sqrt{3}$  và  $x = \sqrt{3}$  là các giá trị cần tìm.

**Bài 2.** Tìm số  $x$ , biết

$$\text{a) } \sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0$$

$$\text{b) } \sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$$

$$\text{c) } \sqrt{3}x^2 - \sqrt{12} = 0$$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0$$

$$\sqrt{2}x - \sqrt{2} \cdot \sqrt{25} = 0$$

$$\sqrt{2}(x - 5) = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

Vậy  $x = 5$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$$

$$\sqrt{3}(x - 1) = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}(x - 1) = 5\sqrt{3}$$

$$x - 1 = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x - 1 = 5$$

$$x = 6$$

Vậy  $x = 6$  là giá trị cần tìm.

c) Ta có:

$$\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$$

$$\sqrt{3x^2} = \sqrt{12}$$

$$\sqrt{3x^2} = 2\sqrt{3}$$

$$x^2 = 2$$

$$x = -\sqrt{2} \text{ hoặc } x = \sqrt{2}$$

Vậy  $x = -\sqrt{2}$  và  $x = \sqrt{2}$  là các giá trị cần tìm.

**Bài 3.** Tìm số  $x$ , biết

$$\text{a) } \sqrt{18} \cdot x + \sqrt{2} = 0$$

$$\text{b) } \sqrt{5} \cdot x + \sqrt{75} - \sqrt{45} = 0$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{x-1}} = 3$$

### Lời giải

a) Ta có:

$$\sqrt{18} \cdot x + \sqrt{2} = 0$$

$$3\sqrt{2} \cdot x = -\sqrt{2}$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Vậy  $x = -\frac{1}{3}$  là giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt{5} \cdot x + \sqrt{75} - \sqrt{45} = 0$$

$$\sqrt{5} \cdot x = \sqrt{45} - \sqrt{75}$$

$$\sqrt{5} \cdot x = 3\sqrt{5} - 5\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5} \cdot x = -2\sqrt{5}$$

$$x = \frac{-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$x = -2$$

Vậy  $x = -2$  là giá trị cần tìm.

c) Điều kiện  $2x+5 \geq 0$  và  $x-1 > 0$  hay  $x \geq -\frac{5}{2}$  và  $x > 1$ , do đó  $x > 1$

Ta có:

$$\frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{x-1}} = 3$$

$$\sqrt{\frac{2x+5}{x-1}} = 3$$

$$\frac{2x+5}{x-1} = 9$$

$$2x+5 = 9(x-1)$$

$$7x = 14$$

$x = 2$  (nhận)

Vậy  $x = 2$  là giá trị cần tìm.

**Bài 4.** Tìm số  $x$ , biết

$$a) \sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$b) \sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5 + \sqrt{x-2})$$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

Điều kiện:  $x \geq -\frac{1}{2}$

Ta có:

$$\sqrt{18x+9} - \sqrt{8x+4} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$\sqrt{9(2x+1)} - \sqrt{4(2x+1)} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$3\sqrt{2x+1} - 2\sqrt{2x+1} + \frac{1}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{2x+1} = 4$$

$$\sqrt{2x+1} = 6$$

$$2x+1 = 36$$

$$x = \frac{35}{2} \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x = \frac{35}{2}$  là giá trị cần tìm.

$$b) \sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5 + \sqrt{x-2})$$

Điều kiện:  $x \geq -\frac{1}{2}$

Ta có:

$$\sqrt{36x-72} - 15\sqrt{\frac{x-2}{25}} = 4(5 + \sqrt{x-2})$$

$$\sqrt{36(x-2)} - 15\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{25}} = 20 + 4\sqrt{x-2}$$

$$6\sqrt{x-2} - 3\sqrt{x-2} = 20 + 4\sqrt{x-2}$$

$$-\sqrt{x-2} = 20$$

$$\sqrt{x-2} = -20 \text{ vô lý}$$

Vậy không có giá trị  $x$  nào thỏa yêu cầu.

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\sqrt{(x-3)^2} = 9$

b)  $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

c)  $\sqrt{9(2-x)^2} - 3 = 0$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\sqrt{(x-3)^2} = 9$$

$$|x-3| = 3$$

$$x-3 = -3 \text{ hoặc } x-3 = 3$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 6$$

Vậy  $x = 0$  và  $x = 6$  là các giá trị cần tìm.

b) Ta có:

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$$

$$\sqrt{(2x+1)^2} = 6$$

$$|2x+1| = 6$$

$$2x+1 = -6 \text{ hoặc } 2x+1 = 6$$

$$x = -\frac{7}{2} \text{ hoặc } x = \frac{5}{2}$$

Vậy  $x = -\frac{7}{2}$  và  $x = \frac{5}{2}$  là các giá trị cần tìm.

c)  $\sqrt{9(2-x)^2} - 3 = 0$

$$\sqrt{[3(2-x)]^2} = 3$$

$$|3(2-x)| = 3$$

$$3|2-x| = 3$$

$$|2-x| = 1$$

$$2-x = -1 \text{ hoặc } 2-x = 1$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = 1$$

Vậy  $x = 1$  và  $x = 3$  là các giá trị cần tìm.**Bài 6.** Tìm số  $x$ , biết

a)  $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

b)  $\frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567} \ (x \neq 0)$

c)  $\frac{\sqrt{5x+7}}{\sqrt{x+3}} = 4$

**Lời giải**

a) Ta có:

$$\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$$

$$x^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$$

$$x^2 = \sqrt{100}$$

$$x^2 = 10$$

$$x = -\sqrt{10} \text{ hoặc } x = \sqrt{10}$$

Vậy  $x = -\sqrt{10}$  và  $x = \sqrt{10}$  là các giá trị cần tìm.

$$\text{b) } \frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567} \quad (x \neq 0)$$

Ta có:

$$\frac{\sqrt{7}}{x^2} = \sqrt{567}$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{567}}$$

$$x^2 = \sqrt{\frac{1}{81}}$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ hoặc } x = \frac{1}{3}$$

Vậy  $x = -\frac{1}{3}$  và  $x = \frac{1}{3}$  là các giá trị cần tìm.

$$\text{c) Điều kiện } 5x+7 \geq 0 \text{ và } x+3 > 0 \text{ hay } x \geq -\frac{7}{5} \text{ và } x > -3, \text{ do đó } x \geq -\frac{7}{5}$$

Ta có:

$$\frac{\sqrt{5x+7}}{\sqrt{x+3}} = 4$$

$$\sqrt{5x+7} = 4\sqrt{x+3}$$

$$5x+7 = 16(x+3)$$

$$5x+7 = 16x+48$$

$$11x = -41$$

$$x = -\frac{41}{11} \text{ (không thoả)}$$

Vậy không có giá trị  $x$  nào thoả.

**Bài 7.** Tìm số  $x$ , biết

$$\text{a) } \frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$$

$$\text{b) } \sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$$

**Lời giải**

$$a) \frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$$

Điều kiện:  $x \geq 2$

Ta có:

$$\frac{3}{2}\sqrt{4x-8} - 9\sqrt{\frac{x-2}{81}} = 6$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{4(x-2)} - 9\sqrt{\frac{x-2}{9^2}} = 6$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2 \cdot \sqrt{x-2} = 9 \cdot \frac{1}{9} \cdot \sqrt{x-2} = 6$$

$$\sqrt{x-2} = 3$$

$$x-2=9$$

$$x=11 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x=11$  là giá trị cần tìm.

$$b) \sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$$

Điều kiện:  $x \geq 1$

Ta có:

$$\sqrt{9x-9} - \sqrt{4x-4} + \sqrt{16x-16} - 3\sqrt{x-1} = 16$$

$$\sqrt{9(x-1)} - \sqrt{4(x-1)} + \sqrt{16(x-1)} - 3\sqrt{x-1} = 16$$

$$3\sqrt{x-1} - 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} - 3\sqrt{x-1} = 16$$

$$2\sqrt{x-1} = 16$$

$$\sqrt{x-1} = 8$$

$$x-1=64$$

$$x=65 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x=65$  là giá trị cần tìm.

## CHỦ ĐỀ 2

### TRỤC CĂN THỨC

$$\bullet \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B} \quad (B > 0)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A+B}} = \frac{C(\sqrt{A}-B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A-B}} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2} \quad (A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}-\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

$$\bullet \frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B} \quad (A, B \geq 0; A \neq B)$$

**Chú ý:** Để trục căn thức ở mẫu, bình thường ta nhân cả tử và mẫu của phân thức với lượng liên hợp của mẫu và cần các hằng đẳng thức sau:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Các dạng liên hợp cơ bản thường gặp

$$\bullet (\sqrt{A}-\sqrt{B})(\sqrt{A}+\sqrt{B}) = A-B$$

$$\bullet (A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B}) = A^2 - B$$

## DẠNG 1

### TRỤC CĂN THỨC BIỂU THỨC CHỨA SỐ THỰC

**Bài 1.** Khử căn thức ở mẫu số các phân số

a)  $\sqrt{\frac{7}{108}}$

b)  $\sqrt{\frac{5}{6}}$

c)  $\sqrt{\frac{10}{13}}$

d)  $\sqrt{\frac{4}{75}}$

**Lời giải**

$$a) \sqrt{\frac{7}{108}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{36 \cdot 3}} = \frac{\sqrt{7}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{18}$$

$$b) \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

$$c) \sqrt{\frac{10}{13}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}}{13} = \frac{\sqrt{130}}{13}$$

$$d) \sqrt{\frac{4}{75}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25 \cdot 3}} = \frac{2}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{15}$$

**Bài 2.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn

a)  $\frac{5}{3\sqrt{5}}$

b)  $\frac{3}{3-\sqrt{8}}$

c)  $\frac{1}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}}$

## Lời giải

$$a) \frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{3 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{3 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$b) \frac{3}{3-\sqrt{8}} = \frac{3(3+\sqrt{8})}{(3-\sqrt{8})(3+\sqrt{8})} = \frac{3(3+\sqrt{8})}{3^2 - (\sqrt{8})^2} = 9 + 3\sqrt{8}$$

$$c) \frac{-19}{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}} = \frac{-19}{\sqrt{8}-\sqrt{27}} = \frac{-19(\sqrt{8}+\sqrt{27})}{(\sqrt{8}-\sqrt{27})(\sqrt{8}+\sqrt{27})} = \frac{-19(\sqrt{8}+\sqrt{27})}{8-27} = \sqrt{8} + \sqrt{27} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$d) \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}} = \sqrt{\frac{(3-\sqrt{5})^2}{4}} = \frac{\sqrt{(3-\sqrt{5})^2}}{\sqrt{4}} = \frac{|3-\sqrt{5}|}{2} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

(vì  $3-\sqrt{5} > 0$  nên  $|3-\sqrt{5}| = 3-\sqrt{5}$ )

**Bài 3.** Rút gọn các biểu thức sau

$$a) \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{2-\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1} - \frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{24}}-1}$$

$$c) \left( \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6}+11)$$

$$d) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1}$$

## Lời giải

$$a) \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{2-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$b) \frac{1}{\sqrt{7-\sqrt{24}}+1} - \frac{1}{\sqrt{7+\sqrt{24}}-1} = \frac{1}{\sqrt{6-2\sqrt{6}}+1} - \frac{1}{\sqrt{6+2\sqrt{6}}-1} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{6}-1)^2}+1} - \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{6}+1)^2}-1}$$

$$= \frac{1}{|\sqrt{6}-1|+1} - \frac{1}{|\sqrt{6}+1|-1} = \frac{1}{\sqrt{6}-1+1} - \frac{1}{\sqrt{6}+1-1} = \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = 0$$

$$c) \left( \frac{15}{\sqrt{6}+1} + \frac{4}{\sqrt{6}-2} - \frac{12}{3-\sqrt{6}} \right) (\sqrt{6}+11) = \left[ \frac{15(\sqrt{6}-1)}{6-1} + \frac{4(\sqrt{6}+2)}{6-2} + \frac{12(3+\sqrt{6})}{9-6} \right] (\sqrt{6}+11) = -115$$

$$d) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}-1} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+1}+1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{\sqrt{3}+1}+1)}{\sqrt{3}+1-1} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{\sqrt{3}+1}-1)}{\sqrt{3}+1-1} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{\sqrt{3}+1}+1)}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}(\sqrt{\sqrt{3}+1}-1)}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{3}+1}+1 - (\sqrt{\sqrt{3}+1}-1) = 2$$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn:

a)  $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

b)  $\frac{-1}{\sqrt{24}-5}$

c)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

d)  $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

**Lời giải**

a) 
$$\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{7}} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{5}+\sqrt{7})} = \frac{2(\sqrt{5}+\sqrt{7})}{5-7} = -(\sqrt{5}+\sqrt{7})$$

b) 
$$\frac{-1}{\sqrt{24}-5} = \frac{-(\sqrt{24}+5)}{(\sqrt{24}-5)(\sqrt{24}+5)} = \frac{-(\sqrt{24}+5)}{24-25} = \sqrt{24}+5$$

c) 
$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \sqrt{10}+\sqrt{6}$$

d) 
$$\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$$

**Bài 5.** Khử căn thức ở mẫu số các phân số

a)  $\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{2}}$

b)  $\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{3}}$

c)  $\sqrt{\frac{4}{9+4\sqrt{5}}}$

d)  $\sqrt{\frac{9}{7-4\sqrt{3}}}$

**Lời giải**

a) 
$$\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}+1)\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

b) 
$$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{6}}{3}} = \frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = 1 - \frac{\sqrt{6}}{3}$$

c) 
$$\sqrt{\frac{4}{9+4\sqrt{5}}} = \sqrt{\frac{4}{5+2\cdot 2\sqrt{5}+4}} = \sqrt{\frac{4}{(\sqrt{5}+2)^2}} = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{5}+2}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{5}+2} = \frac{2(\sqrt{5}-2)}{5-4} = 2\sqrt{5}-4$$

d) 
$$\sqrt{\frac{9}{7-4\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{9}{4-2\cdot 2\sqrt{3}+3}} = \sqrt{\frac{9}{(2-\sqrt{3})^2}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2-\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{3}{2-\sqrt{3}} = \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3} = 6+3\sqrt{3}$$

**Bài 6.** Thực hiện phép tính

a) 
$$A = \left(1 - \frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}}\right) \left(\frac{5-\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}} - 1\right)$$

b) 
$$B = \left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{3-\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+2}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \left(1 - \frac{5 + \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}\right) \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}} - 1\right) = \left[1 - \frac{\sqrt{5}(1 + \sqrt{5})}{1 + \sqrt{5}}\right] \left[\frac{-\sqrt{5}(1 - \sqrt{5})}{1 - \sqrt{5}} - 1\right] = (1 - \sqrt{5})(-\sqrt{5} - 1) \\ &= -(1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) = -(1 - 5) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \left(\frac{2}{\sqrt{3} - 1} + \frac{3}{\sqrt{3} - 2} + \frac{6}{3 - \sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = \left[\frac{2(\sqrt{3} + 1)}{3 - 1} + \frac{3(\sqrt{3} + 2)}{3 - 4} + \frac{6(3 + \sqrt{3})}{9 - 3}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \\ &= [\sqrt{3} + 1 - 3(\sqrt{3} + 2) + 3 + \sqrt{3}] \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = (-\sqrt{3} - 2) \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = -(\sqrt{3} + 2) \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 2} = -1 \end{aligned}$$

## DẠNG 2

## TRỤC CĂN THỨC BIỂU THỨC CHỨA BIẾN

**Bài 1.** Trục căn thức ở mẫu và rút gọn

a)  $\frac{2025}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

b)  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 5$ .

c)  $\frac{1}{\sqrt{x-2}-1}$  với  $x \geq 2; x \neq 3$ .

d)  $\frac{7}{3+\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq -1; x \neq 2$ .

**Lời giải**

a)  $\frac{2025}{\sqrt{x}-2} = \frac{2025(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2025\sqrt{x}+4050}{x-4}$

b)  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{x}} = \frac{3(\sqrt{5}+\sqrt{x})}{(\sqrt{5}-\sqrt{x})(\sqrt{5}+\sqrt{x})} = \frac{3\sqrt{5}+3\sqrt{x}}{5-x}$

c)  $\frac{1}{\sqrt{x-2}-1} = \frac{\sqrt{x-2}+1}{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-2}+1)} = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x-2-1} = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x-3}$

d)  $\frac{7}{3+\sqrt{x+1}} = \frac{7(3-\sqrt{x+1})}{(3+\sqrt{x+1})(3-\sqrt{x+1})} = \frac{21-7\sqrt{x+1}}{3-(x+1)} = \frac{21-7\sqrt{x+1}}{2-x}$

**Bài 2.** Khử mẫu của mỗi biểu thức dưới dấu căn bậc hai sau

a)  $\sqrt{\frac{5x^3}{49y}}$  với  $x \geq 0; y > 0$ .

b)  $7xy\sqrt{\frac{-3}{xy}}$  với  $x < 0; y > 0$ .

**Lời giải**

a) Ta có:  $x \geq 0; y > 0$  nên  $|x| = x; |y| = y$

Do đó:  $\sqrt{\frac{5x^3}{49y}} = \sqrt{\frac{5x^2 \cdot x}{49y}} = \frac{|x|}{7} \sqrt{\frac{5x}{y}} = \frac{x}{7} \sqrt{\frac{5xy}{y^2}} = \frac{x}{7|y|} \sqrt{5xy} = \frac{x}{7y} \sqrt{5xy}$

b) Ta có:  $x < 0; y > 0$  nên  $xy < 0$

Do đó:  $7xy\sqrt{\frac{-3}{xy}} = 7xy\sqrt{\frac{-3xy}{x^2y^2}} = \frac{7xy}{|xy|} \sqrt{-3xy} = \frac{7xy}{-xy} \sqrt{-3xy} = -7\sqrt{-3xy}$

**Bài 3.** Rút gọn biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b}{a-b}$  với  $a > 0; b > 0; a \neq b$

**Lời giải**

$$A = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} - \frac{\sqrt{b}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} - \frac{a+b}{a-b}$$

$$= \frac{a + \sqrt{ab}}{a-b} - \frac{\sqrt{ab} - b}{a-b} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a + \sqrt{ab} - (\sqrt{ab} - b) - (a+b)}{a-b} = 0$$

**Bài 4.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của A với  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

### Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5(\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}+5)(\sqrt{x}-5)} \\ &= \frac{x+5\sqrt{x}}{x-25} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5\sqrt{x}-25}{x-25} = \frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-(5\sqrt{x}-25)}{x-25} = \frac{x-10\sqrt{x}+25}{x-25} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5}. \end{aligned}$$

$$\text{b) } x = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2$$

Thay  $x = (\sqrt{3}-1)^2$  vào biểu thức, ta được

$$A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}-5}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+5} = \frac{\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}-4} = \frac{(\sqrt{3}-6)(\sqrt{3}+4)}{-13} = \frac{21+2\sqrt{3}}{13}$$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 5.** Khử mẫu của mỗi biểu thức dưới dấu căn bậc hai sau

$$\text{a) } \sqrt{\frac{16b}{25a^3}} \text{ với } a > 0, b \geq 0.$$

$$\text{b) } \frac{-1}{4}ab\sqrt{\frac{16}{ab}} \text{ với } a < 0, b < 0.$$

### Lời giải

a) Ta có:  $a > 0$  nên  $|a| = a$

$$\text{Do đó: } \sqrt{\frac{16b}{25a^3}} = \sqrt{\frac{16b}{25a^2a}} = \frac{4}{5|a|}\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{4}{5a}\sqrt{\frac{ab}{a^2}} = \frac{4}{5a|a|}\sqrt{ab} = \frac{1}{5a^2}\sqrt{ab}$$

b) Ta có:  $a < 0, b < 0$  nên  $ab > 0$

$$\text{Do đó: } \frac{-1}{4}ab\sqrt{\frac{16}{ab}} = -ab\sqrt{\frac{1}{ab}} = -ab\sqrt{\frac{ab}{a^2b^2}} = \frac{-ab}{|ab|}\sqrt{ab} = \frac{-ab}{ab}\sqrt{ab} = -\sqrt{ab}$$

**Bài 6.** Chứng minh rằng

$$\text{a) } \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \text{ với } a > 0; b > 0.$$

$$b) \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b \text{ với } a > 0; b > 0; a \neq b.$$

**Lời giải**

$$a) \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = a - \sqrt{ab} + b - \sqrt{ab}$$

$$= a - 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

$$\text{Vậy } \frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

$$b) \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \sqrt{\frac{b[(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{ab} + (\sqrt{b})^2]}{a^2 + 2a\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2}}$$

$$= \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \sqrt{\frac{b(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{(a+\sqrt{b})^2}} = \frac{\sqrt{b}(a+\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(a-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} \cdot \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$$

$$\text{Vậy } \frac{(a\sqrt{b}+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b} \cdot \sqrt{\frac{ab+b^2-2\sqrt{ab^3}}{a(a+2\sqrt{b})+b}} = b$$

**CHỦ ĐỀ 3****RÚT GỌN BIỂU THỨC CÓ CHỨA CÂU HỎI PHỤ****1. Để rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, ta cần làm các bước sau:**

**Bước 1:** Điều kiện để biểu thức có nghĩa (căn thức xác định, mẫu khác không... nếu bài toán chưa cho)

**Bước 2:** Phân tích các mẫu thành nhân tử (áp dụng thành thạo các phép biến đổi căn thức)

+ đưa thừa số ra ngoài dấu căn,

+ đưa thừa số vào trong dấu căn,

+ khử căn ở mẫu và trục căn thức ở mẫu để làm xuất hiện các căn thức bậc hai có cùng một biểu thức dưới dấu căn.

+ Sử dụng các hằng đẳng thức đáng nhớ

+ Áp dụng quy tắc đổi dấu một cách hợp lý để làm xuất hiện nhân tử chung.

+ Thường xuyên để ý xem mẫu này có là bội hoặc ước của mẫu khác không.

**Bước 3:** Tiến hành quy đồng rút gọn, kết hợp với điều kiện của đề bài để kết luận.

**2. Các dạng câu hỏi phụ thường gặp**

**Bài toán 1.** Tính giá trị của biểu thức tại giá trị cho trước

- Rút gọn biểu thức

- Rút gọn giá trị của biến nếu cần

- Thay vào biểu thức rút gọn

**Bài toán 2.** Tìm  $x$  thoả mãn phương trình, bất phương trình chứa căn

- Rút gọn biểu thức

- Dựa vào phương trình, bất phương trình chứa căn để tìm  $x$ .

**Chú ý:**

• Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$

• Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :

+ nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$       + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài toán 3:** Tìm  $x$  nguyên để biểu thức nguyên

- Rút gọn biểu thức

- Lấy tử chia cho mẫu tách biểu thức thành tổng của một số nguyên và một biểu thức có tử là một số nguyên

- Cho mẫu là ước của tử suy ra  $x$

**Bài toán 4:** Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất

- Rút gọn biểu thức

- Biến đổi biểu thức về dạng  $A^2 + m$  hoặc  $-A^2 + m$

**DẠNG 1****TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN TẠI GIÁ TRỊ CHO TRƯỚC****Phương pháp:**

- Rút gọn biểu thức
- Rút gọn giá trị của biến nếu cần
- Thay vào biểu thức rút gọn

**Bài 1.** Cho biểu thức  $C = \frac{a}{a-16} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4}$  với  $a \geq 0, a \neq 16$ .

a) Rút gọn  $C$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $C$  khi  $a = 9 - 4\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

a) Với  $a \geq 0, a \neq 16$ , ta có:

$$\begin{aligned} C &= \frac{a}{a-16} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4} = \frac{a}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} - \frac{2}{\sqrt{a}-4} - \frac{2}{\sqrt{a}+4} \\ &= \frac{a-2(\sqrt{a}+4)-2(\sqrt{a}-4)}{(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)} = \frac{a-2\sqrt{a}-8-2\sqrt{a}+8}{(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)} = \frac{a-4\sqrt{a}}{(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}-4)} \\ &= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-4)}{(\sqrt{a}-4)(\sqrt{a}+4)} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+4}. \end{aligned}$$

b) Ta có:  $a = 9 - 4\sqrt{5} = 4 - 4\sqrt{5} + 5 = (2 - \sqrt{5})^2$ , suy ra  $\sqrt{a} = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 2$

Thay  $\sqrt{a} = \sqrt{5} - 2$  vào biểu thức, ta được:

$$C = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+4} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2+4} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = 9 - 4\sqrt{5}.$$

Vậy  $C = 9 - 4\sqrt{5}$  khi  $a = 9 - 4\sqrt{5}$

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right)$  với  $a > 0, a \neq 1$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $a = 4 + 2\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

a) Với  $a > 0, a \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{a-\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{a-1} \right) = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{a}+1} + \frac{2}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} \right) \\
 &= \frac{a-1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} \\
 &= \frac{(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}} : \frac{1}{(\sqrt{a}-1)} = \frac{(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)}{1} = \frac{a-1}{\sqrt{a}}
 \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{a-1}{\sqrt{a}}$

b) Ta có:  $a = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3}+1)^2$

Thay  $a = 4 + 2\sqrt{3}$  vào biểu thức, ta được:  $A = \frac{a-1}{\sqrt{a}} = \frac{2+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(1+\sqrt{3})}{\sqrt{3}+1} = 2$

Vậy  $A = 2$  khi  $a = 4 + 2\sqrt{3}$

**Bài 3.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$  với  $x > 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $P$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0, x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-1)}{x-1} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{x-1} \\
 &= \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

b) Ta có:  $x = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3}-1$

Khi đó:  $P = \frac{4-2\sqrt{3}+1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+1} = \frac{5-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}-6}{3}$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 4.** Cho biểu thức  $P = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{2x-x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 2$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0; x \neq 2$ , ta có:

$$P = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{2x-x}} = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{x}(\sqrt{2}-\sqrt{x})} = \frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}-\sqrt{2}}{\sqrt{x}(\sqrt{2}-\sqrt{x})} = \frac{-(\sqrt{2}-\sqrt{x})}{\sqrt{x}(\sqrt{2}-\sqrt{x})} = \frac{-1}{\sqrt{x}}$$

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

Thay  $x = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2$  vào biểu thức  $P = -\frac{1}{\sqrt{x}}$ , ta có:

$$P = -\frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}-1} = -\frac{\sqrt{3}+1}{3-1} = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$$

**Bài 5.** Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}$  với  $x \geq 1; x \neq 3$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 3 - 2\sqrt{2}$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 1; x \neq 3$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}} - \frac{x-3}{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})}{(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})} - \frac{(x-3)(\sqrt{x-1}+\sqrt{2})}{(\sqrt{x-1}-\sqrt{2})(\sqrt{x-1}+\sqrt{2})} \\ &= \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}{x-(x-1)} - \frac{(x-3)(\sqrt{x-1}+\sqrt{2})}{(x-1)-2} \\ &= \frac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}}{x-x+1} - \frac{(x-3)(\sqrt{x-1}+\sqrt{2})}{x-3} \\ &= \sqrt{x}+\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}-\sqrt{2} \\ &= \sqrt{x}-\sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy  $P = \sqrt{x} - \sqrt{2}$

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 3 - 2\sqrt{2}$ .

Thay  $x = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2}-1)^2$  vào biểu thức  $P = \sqrt{x} - \sqrt{2}$ , ta có:

$$P = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{2} = |\sqrt{2}-1| - \sqrt{2} = \sqrt{2}-1-\sqrt{2} = -1$$

Vậy  $P = -1$  khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$

**Bài 6.** Cho biểu thức  $M = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1}$  với  $a \geq 0, a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $M$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $M$  khi  $a = 16$ .

**Lời giải**

a) Với  $a \geq 0, a \neq 1$ , ta có:

$$M = \left( \frac{1}{a-\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right) : \frac{\sqrt{a}+1}{a-2\sqrt{a}+1} = \left[ \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} + \frac{1}{\sqrt{a}-1} \right] : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)^2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{\sqrt{a}+1} = \frac{(1+\sqrt{a})(\sqrt{a}-1)^2}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)} = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$$

Vậy  $M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}}$

b) Thay  $a = 16$  vào biểu thức, ta được:  $M = \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$

Vậy  $M = \frac{3}{4}$  khi  $a = 16$

**Bài 7.** Cho biểu thức  $C = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4+x+2}}$  với  $x \neq -2$

a) Rút gọn  $C$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $C$  khi  $x = 2\sqrt{6} + 3$ .

**Lời giải**

a) Với  $x \neq -2$ , ta có:

$$C = \frac{\sqrt{2x+2\sqrt{x^2-4}}}{\sqrt{x^2-4+x+2}} = \frac{\sqrt{x+2+x-2+2\sqrt{(x+2)(x-2)}}}{\sqrt{(x+2)(x-2)+x+2}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})^2}}{\sqrt{x+2}(\sqrt{x-2}+\sqrt{x+2})} = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

Vậy  $C = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

b) Thay  $x = 2\sqrt{6} + 3$  vào  $C = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$

Ta được:  $C = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{6}+2+3}} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

**Bài 8.** Cho biểu thức:  $P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 3 - \sqrt{8}$ .

**Lời giải**

a) Với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$ , ta có:

$$P = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}-9 - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}-9 - (x-9) + (2x-3\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$P = \frac{x-\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$$

b) Với  $x = 3 - \sqrt{8} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2} - 1)^2$ , ta có:

$$P = \frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + 1}{\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - 3} = \frac{|\sqrt{2}-1| + 1}{|\sqrt{2}-1| - 3} = \frac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1-3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+4)}{2-16} = \frac{-1-2\sqrt{2}}{7}$$

## DẠNG 2

TÌM  $x$  CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN.**Phương pháp:**

- Rút gọn biểu thức
- Dựa vào phương trình, bất phương trình chứa căn để tìm  $x$ .
- Sau đó đối chiếu điều kiện  $x$  để suy ra  $x$  cần tìm.

**Chú ý:**

- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ , nếu  $\sqrt{A} = B$  thì  $A = B^2$
- Với  $A \geq 0, B \geq 0$ :
  - + nếu  $\sqrt{A} > B$  thì  $A > B^2 \geq 0$
  - + nếu  $\sqrt{A} < B$  thì  $0 \leq A < B^2$

**Bài 1.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}} - \frac{3x+25}{x-25}$ , với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{5}{7}$ .

**Lời giải**

a) Với  $x \geq 0, x \neq 25$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}} - \frac{3x+25}{x-25} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-5}) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x+5}) - 3x - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} \\ &= \frac{x - 5\sqrt{x} + 2x + 10\sqrt{x} - 3x - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} = \frac{5\sqrt{x} - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} = \frac{5(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} = \frac{5}{\sqrt{x+5}} \end{aligned}$$

Vậy  $P = \frac{5}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

b) Ta có:  $P = \frac{5}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

$$P = \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{\sqrt{x+5}} = \frac{5}{7}$$

$$\sqrt{x+5} = 7$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 4$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$  ( $x \geq 0, x \neq 4$ ).

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tính giá trị của  $A$  với  $x = 3$ .

c) Tìm  $x$  để  $A = \frac{1}{3}$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x} \\ &= \frac{2-\sqrt{x}}{(2+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})} + \frac{2+\sqrt{x}}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x} \\ &= \frac{4}{4-x} - \frac{2\sqrt{x}}{4-x} = \frac{2(2-\sqrt{x})}{4-x} = \frac{2}{2+\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{2}{2+\sqrt{x}}$

b) Thay  $x = 3$  vào biểu thức, ta được:  $A = \frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2(2-\sqrt{3})}{4-3} = 4-2\sqrt{3}$

Vậy  $A = 4-2\sqrt{3}$  khi  $x = 3$

c) Điều kiện:  $x \geq 0, x \neq 4$

Với  $A = \frac{1}{3}$ , ta có:

$$\frac{2}{2+\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

$$6 = 2 + \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = 4$$

$x = 16$  (thỏa điều kiện).

Vậy  $x = 16$  là giá trị cần tìm.

**Bài 3.** Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}$  với  $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$

### Lời giải

a) Với  $x > 0$ , ta có:

$$B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-6 - (\sqrt{x}+3) + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$

b) với  $x > 0$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$  ta có:

$$B = -2$$

$$\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = -2$$

$$\sqrt{x}-3 = -2\sqrt{x}$$

$$3\sqrt{x} = 3$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$x = 1$  (thỏa điều kiện).

Vậy  $x = 1$  thì  $B = -2$

**Bài 4.** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left( \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tính giá trị của  $B$  với  $x = \frac{1}{121}$ .

c) Tìm  $x$  để  $B = 3$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ , ta có:

$$B = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left( \frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) = \frac{2x+1-\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \left[ \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} - \sqrt{x} \right]$$

$$= \frac{2x+1-x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot (1-2\sqrt{x}+x) = \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot (\sqrt{x}-1)^2 = \sqrt{x}-1$$

Vậy  $B = \sqrt{x}-1$

b) Thay  $x = \frac{1}{121}$  vào biểu thức, ta được:  $B = \sqrt{x}-1 = \sqrt{\frac{1}{121}}-1 = \frac{1}{11}-1 = -\frac{10}{11}$

Vậy  $B = -\frac{10}{11}$  khi  $x = \frac{1}{121}$

c) Điều kiện:  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

Ta có  $B = \sqrt{x} - 1$  và  $B = 3$ , tức là  $\sqrt{x} - 1 = 3$  hay  $\sqrt{x} = 4$  suy ra  $x = 16$  (thỏa điều kiện)

Vậy  $x = 16$  là giá trị cần tìm.

**Bài 5.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = \frac{25}{9}$ .

c) Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0; x \neq 1$ , ta có:

$$P = \left( \frac{x-2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \left( \frac{(\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$$

b) Thay  $x = \frac{25}{9}$  vào biểu thức, ta được:

$$P = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{\frac{25}{9}+1}}{\sqrt{\frac{25}{9}}} = \frac{\frac{5}{3}+1}{\frac{5}{3}} = \frac{8}{5}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{8}{5} \text{ khi } x = \frac{25}{9}$$

c) Điều kiện  $x > 0; x \neq 1$

Với  $2P = 2\sqrt{x} + 5$ , ta có:

$$\frac{2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}+5$$

$$2\sqrt{x}+2 = 2x+5\sqrt{x}$$

$$2x+3\sqrt{x}-2=0$$

$$(\sqrt{x}+2)\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\sqrt{x}+2=0 \text{ hoặc } \sqrt{x}-\frac{1}{2}=0$$

$$\bullet \sqrt{x}+2=0 \text{ vô lý vì } \sqrt{x}+2 > 0 \text{ với } x > 0; x \neq 1$$

$$\bullet \sqrt{x}-\frac{1}{2}=0$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Vậy  $x = \frac{1}{4}$  là giá trị cần tìm.

**Bài 6.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

a) Rút gọn biểu thức  $A$

b) Tìm  $x$  để  $A < \frac{1}{3}$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0; x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5} - \frac{10\sqrt{x}}{x-25} - \frac{5}{\sqrt{x}+5} = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x}+5) - 10\sqrt{x} - 5 \cdot (\sqrt{x}-5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{x+5\sqrt{x}-10\sqrt{x}-5\sqrt{x}+25}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \\ &= \frac{x-10\sqrt{x}+25}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{(\sqrt{x}-5)^2}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} \end{aligned}$$

b) điều kiện  $x \geq 0, x \neq 25$

$$A < \frac{1}{3}$$

$$\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} < \frac{1}{3}$$

$$3\sqrt{x}-15 < \sqrt{x}+5$$

$$\sqrt{x} < 10$$

$$x < 100$$

kết hợp điều kiện  $x \geq 0, x \neq 25$  suy ra  $0 \leq x < 100$  và  $x \neq 25$

**Bài 7.** Cho biểu thức  $P = \frac{3}{\sqrt{x-3}-\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x-3}+\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 3$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P > 2$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 3$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{\sqrt{x-3}-\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x-3}+\sqrt{x}} + \frac{x\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1} = \frac{3\sqrt{x-3}+3\sqrt{3}+3\sqrt{x-3}-3\sqrt{x}}{(x-3)-x} + \frac{x(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{6\sqrt{x-3}}{-3} + x = x - 2\sqrt{x-3}. \end{aligned}$$

b) Vì  $P > 2$  nên

$$x - 2\sqrt{x-3} > 2$$

$$(x-3) - 2\sqrt{x-3} + 1 > 0$$

$$(\sqrt{x-3} - 1)^2 > 0$$

$$\sqrt{x-3} - 1 \neq 0$$

$$\sqrt{x-3} \neq 1$$

$$x - 3 \neq 1$$

$$x \neq 4$$

Đổi chiều điều kiện suy ra  $x \geq 3$  và  $x \neq 4$ .

**Bài 8.** Cho biểu thức  $P = \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{x + \sqrt{x} - 12} - \frac{x - 5\sqrt{x}}{x + 4\sqrt{x}}$  với  $x > 0, x \neq 9$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  để  $P(\sqrt{x} - 3) \leq 0$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0, x \neq 9$ , ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{x + \sqrt{x} - 6}{x - 9} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{x + \sqrt{x} - 12} - \frac{x - 5\sqrt{x}}{x + 4\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{x - 7\sqrt{x} + 19}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 4)} - \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 4} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} - 8 + x - 7\sqrt{x} + 19 - x + 8\sqrt{x} - 15}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 4)} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 4)} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}$$

b) Điều kiện  $x > 0, x \neq 9$

$$P(\sqrt{x} - 3) \leq 0$$

$$\frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 3}(\sqrt{x} - 3) \leq 0$$

$$\sqrt{x} - 1 \leq 0$$

$$\sqrt{x} \leq 1$$

$$x \leq 1$$

Điều kiện điều kiện  $x > 0, x \neq 9$  suy ra giá cần tìm là  $0 < x \leq 1$

**Bài 9.** Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{x + 4}{4 - x} \right) : \frac{x}{x - 2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

a) Rút gọn  $B$

b) Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $B < -\sqrt{x}$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0; x \neq 4$ , ta có

$$\begin{aligned}
 B &= \left( \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}} = \left[ \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{x-2\sqrt{x}-x-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x} = \frac{-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x} = \frac{-2}{\sqrt{x}}.
 \end{aligned}$$

b) Vậy với  $x > 0; x \neq 4$  thì  $B = \frac{-2}{\sqrt{x}}$ .

$$B < -\sqrt{x}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{x}} < -\sqrt{x}$$

$$-2 < -x$$

$$x < 2$$

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  và  $x > 0; x \neq 4$  nên  $x = 1$ .

**Bài 10.** Cho biểu thức  $P = \left[ \frac{x+3\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right)$  ( $x > 0; x \neq 1$ )

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  với  $x = 64$ .

c) Với giá trị nào của  $x$  ta có  $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{x}+1}{8} \geq 1$

### Lời giải

a) Với  $x > 0; x \neq 4$ , ta có

$$\begin{aligned}
 P &= \left[ \frac{x+3\sqrt{x}+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{x+\sqrt{x}}{x-1} \right] : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) = \left[ \frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right] : \left( \frac{\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) \\
 &= \frac{x+3\sqrt{x}+2-x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}
 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}}$$

b) Thay  $x = 64$  vào biểu thức, ta được:  $P = \frac{\sqrt{64}+1}{2\sqrt{64}} = \frac{8+1}{2 \cdot 8} = \frac{9}{16}$

Vậy  $P = \frac{9}{16}$  khi  $x = 64$

c) Điều kiện:  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

$$\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{x+1}}{8} \geq 1$$

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{8} \geq 1$$

$$\frac{16\sqrt{x} - (\sqrt{x+1})^2}{8(\sqrt{x+1})} \geq 1$$

$$16\sqrt{x} - (\sqrt{x+1})^2 \geq 8(\sqrt{x+1})$$

$$16\sqrt{x} - (x + 2\sqrt{x+1}) - 8(\sqrt{x+1}) \geq 0$$

$$-x + 6\sqrt{x} - 9 \geq 0$$

$$x - 6\sqrt{x} + 9 \geq 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)^2 \leq 0$$

$$\sqrt{x} - 3 = 0$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 9$  là giá trị cần tìm.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 11.** Cho biểu thức  $B = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{2}{x-1}\right)$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $B = 3$ .

**Bài 12.** Cho biểu thức:  $D = \frac{1}{2\sqrt{x}-2} - \frac{1}{2\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{1-x}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $D$ .

b) Tính giá trị của  $D$  với  $x = \frac{4}{9}$ .

c) Tính giá trị của  $x$  để  $|D| = \frac{1}{3}$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức:  $P = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1}\right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1}\right)$  với  $x > 0; x \neq \frac{1}{9}$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{6}{5}$ .

**Bài 14.** Cho biểu thức:  $P = 1 : \left(\frac{1}{2+\sqrt{x}} + \frac{\frac{3x}{2}}{4-x} - \frac{2}{4-2\sqrt{x}}\right) : \frac{1}{4-2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 20$ .

**Bài 15.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$  với  $a > 0$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $a$  để  $P = 2$ .

**Bài 16.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{4a}{\sqrt{a} - 1} - \frac{\sqrt{a}}{a - \sqrt{a}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} - 1}{a^2}$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Với những giá trị nào của  $a$  thì  $P = 3$ .

**Bài 17.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a\sqrt{a} - 1}{a - \sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a} + 1}{a + \sqrt{a}} + \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left( \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} + \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} + 1} \right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P = 7$ .

**Bài 18.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}(1-a)^2}{1+a} : \left[ \left( \frac{1 - \sqrt{a^3}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \left( \frac{1 + \sqrt{a^3}}{1 + \sqrt{a}} - \sqrt{a} \right) \right]$  với  $a > 0; a \neq 1$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Xét dấu của biểu thức  $M = a \cdot \left( P - \frac{1}{2} \right)$ .

**Bài 19.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{y}}{x + \sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{y}}{x - \sqrt{xy}} \right) : \frac{2\sqrt{xy}}{x - y}$  (với  $x > 0, y > 0, x \neq y$ ).

a) Rút gọn biểu thức trên.

b) Tìm giá trị của  $x$  và  $y$  để  $P = 1$ .

**Bài 20.** Cho biểu thức:  $M = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 4\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}$  (với  $x > 0, y > 0$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $M$ .

b) Tìm  $x, y$  để  $M = 2\sqrt{2005}$ .

**Bài 21.** Cho hai biểu thức:  $A = \frac{3}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 1}; B = \frac{x + 2}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn  $A$  và  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $A = \frac{8}{3} \cdot B$ .

**Bài 22.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 5}; B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 4} - \frac{x + 12\sqrt{x}}{x - 16}$  với  $x > 0; x \neq 16$

a) Rút gọn  $A$  và  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $\frac{A}{B} = \frac{5}{6}$

**Bài 23.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ ;  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-\sqrt{x}}{x-25}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 25$

a) Rút gọn  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $A = B \cdot |x-4|$ .

**Bài 24.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \right)$ .

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn biểu thức  $P$ .

c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < 1$ .

**Bài 25.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \right)$ .

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 0$ .

d) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P < 0$ .

**Bài 26.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x-3\sqrt{x}}{x-9} - 1 \right) : \left( \frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} \right)$

a) Tìm điều kiện để  $P$  xác định.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị của  $x$  để  $P < 1$ .

**Bài 27.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{xy}-2y} - \frac{2x}{x+\sqrt{x}-2\sqrt{xy}-2\sqrt{y}} \cdot \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ ;  $y > 0$ ;  $x \neq 4y$ ;  $x \neq 1$

a) Rút gọn  $P$

b) Tìm tất cả các số nguyên dương  $x$  để  $y = 625$  và  $P < \frac{1}{5}$ .

**Bài 28.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}}{y-x} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$  với  $x > 0$ ;  $y > 0$ ;  $x \neq y$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Chứng minh  $P \geq 0$ .

**Bài 29.** Cho biểu thức:  $M = \left( 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$  với  $x > 0$ ;  $x \neq 4$ ;  $x \neq 9$

a) Rút gọn  $M$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $M < 0$ .

**Bài 30.** Cho biểu thức :  $M = \left( \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{2}$  với  $x > 0; x \neq 1$

- a) Rút gọn  $M$  .  
 b) Chứng minh rằng  $M > 0$ .

**Bài 31.** Cho biểu thức:  $M = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+3}$ , với  $x > 0; x \neq 1$

- a) Rút gọn  $M$  .  
 b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $M - \frac{1}{2} = 0$ .  
 c) Chứng minh  $M \leq \frac{2}{3}$ .

**Bài 32.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{a}-1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-2} - \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}-1} \right)$  với  $a > 1; x \neq 4$

- a) Rút gọn  $P$  .  
 b) Tìm giá trị của  $a$  để  $P > \frac{1}{6}$

**Bài 33.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{a}+2}{\sqrt{a}+3} - \frac{5}{a+\sqrt{a}-6} + \frac{1}{2-\sqrt{a}}$  với  $a > 0; a \neq 4; a \neq 9$

- a) Rút gọn  $P$  .  
 b) Tìm giá trị của  $a$  để  $P < 1$

**Bài 34.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right)^2 \left( \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} \right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

- a) Rút gọn  $P$  .  
 b) Tìm các giá trị của  $a$  để  $P < 0$   
 c) Tìm các giá trị của  $a$  để  $P = -2$

**Bài 35.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a\sqrt{a}+1}{a+\sqrt{a}} + \left( \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} + \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} \right)$  với  $a > 0; a \neq 1$

- a) Rút gọn  $P$   
 b) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P = 7$  .  
 c) Với giá trị nào của  $a$  thì  $P > 6$  .

## DẠNG 3

TÌM  $x$  ĐỂ BIỂU THỨC RÚT GỌN LÀ SỐ NGUYÊN

**Bài toán:** Cho biểu thức  $A = \frac{a}{cx+d}$  hoặc  $A = \frac{a}{c\sqrt{x+d}}$ . Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để  $A \in \mathbb{Z}$

**Phương pháp:**

- Lập luận:  $A \in \mathbb{Z}$  khi mẫu thức là ước của  $a$ .
- Liệt kê ước của  $a$ .
- Mẫu thức bằng ước của  $a$ , khi đó tìm ra  $x$ .

**Chú ý:** Giá trị  $x \in \mathbb{Z}$  tìm được phải thỏa mãn điều kiện của biểu thức rút gọn mới nhận.

**Bài 1.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}} + \frac{4}{\sqrt{x-4}} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x+2}}$  (với  $x \geq 0, x \neq 16$ ).

a) Rút gọn  $B$ .

b) Hãy tìm các giá trị nguyên của  $x$  để giá trị của biểu thức  $M = B(A-1)$  là số nguyên.

**Lời giải**

a) Với  $x \geq 0, x \neq 16$ , ta có:

$$B = \left( \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{x-16} + \frac{4(\sqrt{x}+4)}{x-16} \right) \frac{\sqrt{x+2}}{x+16} = \frac{(x+16)(\sqrt{x}+2)}{(x-16)(x+16)} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16}.$$

$$b) \text{ Biểu thức } M = B(A-1) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \left( \frac{\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) = \frac{2}{x-16}$$

$M = B(A-1)$  nguyên,  $x$  nguyên thì  $x-16$  là ước của 2, mà  $U(2) = \{\pm 1; \pm 2\}$ .

Hay

$$x-16 = -1 \Rightarrow x = 15$$

$$x-16 = 1 \Rightarrow x = 17$$

$$x-16 = -2 \Rightarrow x = 14$$

$$x-16 = 2 \Rightarrow x = 18$$

Kết hợp điều kiện  $x \geq 0, x \neq 16$ , để  $B(A-1)$  nguyên thì  $x \in \{14; 15; 17; 18\}$ .

**Bài 2.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$  ( $x > 0, x \neq 4$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tìm  $x$  sao cho  $A$  nhận giá trị là một số nguyên.

**Lời giải**

a) Với  $x > 0, x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{3}+3}{5x-10\sqrt{x}} \\
 &= \frac{2(2\sqrt{x}+1)+3(\sqrt{x}-2)-(5\sqrt{x}-7)}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}+3}{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{5\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}+3} = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}.
 \end{aligned}$$

Vậy với  $x > 0, x \neq 4$  thì  $A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ .

b) Ta có  $\sqrt{x} > 0, \forall x > 0, x \neq 4$  nên  $A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} > 0, x > 0, x \neq 4$

$A = \frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = \frac{5}{2} - \frac{5}{2(2\sqrt{x}+1)} < \frac{5}{2}, x > 0, x \neq 4 \Rightarrow 0 < A < \frac{5}{2}$ , kết hợp với  $A$  nhận giá trị là một số nguyên

thì  $A \in \{1, 2\}$ .

$A = 1$

$$\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = 1$$

$$5\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 1$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{3}$$

$x = \frac{1}{9}$  thỏa mãn điều kiện.

$A = 2$

$$\frac{5\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = 2$$

$$5\sqrt{x} = 4\sqrt{x} + 2$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$x = 4$  không thỏa mãn điều kiện.

Vậy với  $x = \frac{1}{9}$  thì  $A$  nhận giá trị là nguyên.

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 3.** Cho biểu thức:  $P = \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{x-4\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x \in \mathbb{Z}$  để biểu thức  $P$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 4.** Cho biểu thức  $P = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1+1} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}-1-1}$ , với  $x > 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  để  $P$  là một số nguyên

**Bài 5.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $x$  nguyên để  $P$  có giá trị nguyên.

**Bài 6.** Cho biểu thức:  $Q = \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Chứng minh rằng  $Q = \frac{2}{x-1}$

b) Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để  $Q$  có giá trị nguyên.

**Bài 7.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ , với  $x > 0, x \neq 4$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $A > \frac{1}{2}$

c) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B = \frac{7}{3}A$  đạt giá trị nguyên.

**Bài 8.** Cho biểu thức  $P = \left( 1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+\sqrt{x}-x-1} \right) - 1$

a) Tìm điều kiện để  $P$  có nghĩa và rút gọn  $P$ .

b) Tìm các giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P - \sqrt{x}$  nhận giá trị nguyên.

**Bài 9.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{3\sqrt{a}}{a+\sqrt{ab}+b} - \frac{3a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right) : \frac{(a-1) \cdot (\sqrt{a}-\sqrt{b})}{2a+2\sqrt{ab}+2b}$

a) Tìm điều kiện để  $P$  có nghĩa và rút gọn  $P$ .

b) Tìm những giá trị nguyên của  $a$  để  $P$  có giá trị nguyên

**Bài 10.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{2x+1}{x\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $A$  có giá trị nguyên.

\*c) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $A$  có giá trị nguyên.

**Bài 11.** Cho biểu thức:  $A = \left[ 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right] : \left[ \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right]$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A < 0$ .

c) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $A$  có giá trị nguyên.

\*d) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $A$  có giá trị nguyên.

**Bài 12.** Cho biểu thức :  $D = \left( \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x} \right) : \left( \frac{3\sqrt{x}+1}{x-3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$ .

a) Rút gọn  $D$ .

b) Tìm  $x$  sao cho  $D < -1$ .

c) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $D$  có giá trị nguyên.

\*d) Tìm giá trị  $x$  là số hữu tỉ để  $D$  có giá trị nguyên.

## DẠNG 4

## TÌM GTLN – GTNN CỦA BIỂU THỨC RÚT GỌN

## Phương pháp:

- Rút gọn biểu thức
- Biến đổi biểu thức về dạng  $A^2 + m$  hoặc  $-A^2 + m$

**Chú ý:** Bất đẳng thức Cauchy.

Cho hai số dương  $a, b$ , ta có:  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

Dấu "=" xảy ra khi  $a = b$

**Bài 1.** Cho biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} - \frac{3x+9}{x-9}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

- Rút gọn  $P$ .
- Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

## Lời giải

a) Với  $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-3}) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x+3}) - 3x - 9}{(\sqrt{x-3})(\sqrt{x+3})} = \frac{3}{\sqrt{x+3}}$$

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

Ta có:  $\sqrt{x+3} \geq 3$  với mọi  $x \geq 0, x \neq 9$

Hay  $\frac{1}{\sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{3}$  với mọi  $x \geq 0, x \neq 9$

Suy ra  $\frac{3}{\sqrt{x+3}} \leq 1$  với mọi  $x \geq 0, x \neq 9$

Nên  $P \leq 1$  với mọi  $x \geq 0, x \neq 9$

Do đó giá trị lớn nhất của  $P$  bằng 1 khi  $x = 0$

**Bài 2.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 12}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

- Rút gọn biểu thức  $P$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$

## Lời giải

a) Rút gọn biểu thức  $P$

$$P = \frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 3}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 12 - 2(\sqrt{x} - 3)^2 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{x\sqrt{x} + 5\sqrt{x} - 12 - 2x + 12\sqrt{x} - 18 - x - 5\sqrt{x} - 6}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x\sqrt{x} - 3x + 12\sqrt{x} - 36}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ &= \frac{x(\sqrt{x} - 3) + 12(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{(\sqrt{x} - 3)(x + 12)}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{x + 12}{\sqrt{x} + 2} \Rightarrow P = \frac{x + 12}{\sqrt{x} + 2} \end{aligned}$$

b) Vì  $x \geq 0, x \neq 9$  nên:  $P = \frac{x + 12}{\sqrt{x} + 2} = \sqrt{x} - 2 + \frac{16}{\sqrt{x} + 2} = \sqrt{x} + 2 + \frac{16}{\sqrt{x} + 2} - 4$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:  $\sqrt{x} + 2 + \frac{16}{\sqrt{x} + 2} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x} + 2) \cdot \frac{16}{\sqrt{x} + 2}} = 8$

Dấu đẳng thức xảy ra khi  $\sqrt{x} + 2 = \frac{16}{\sqrt{x} + 2}$  hay  $(\sqrt{x} + 2)^2 = 4^2$  suy ra  $x = 4$  (thỏa mãn)

Vậy GTNN của  $P = 4$  khi  $x = 4$

**Bài 3.** Cho biểu thức  $P = \frac{3x + 6\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{1 - \sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$  và giá trị  $x$  tương ứng.

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0; x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{3x + 6\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} + 2}{1 - \sqrt{x}} = \frac{3x + 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} + \frac{\sqrt{x^2} - 1}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} \end{aligned}$$

Vậy  $P = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $P = 1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$ .

Ta có:  $\sqrt{x} + 2 \geq 2$  với mọi  $x \geq 0; x \neq 1$ .

Hay  $\frac{1}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{1}{2}$  với mọi  $x \geq 0; x \neq 1$ .

Suy ra  $1 + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \leq \frac{3}{2}$  với mọi  $x \geq 0; x \neq 1$ .

Nên  $P \leq \frac{3}{2}$  với mọi  $x \geq 0; x \neq 1$ .

Do đó giá trị lớn nhất của  $P$  bằng  $\frac{3}{2}$  khi  $x=0$

**Bài 4.** Cho biểu thức  $A = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} + \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{xy}} + 1 \right) : \left( 1 - \frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{xy}+1} \right)$  với  $x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{xy} \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{xy} \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy}) + (\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1) + (\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})} \\ &= \frac{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy}) + (\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1) - (\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy}) + (\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1) + (\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy})}{(\sqrt{xy}+1)(1-\sqrt{xy}) + (\sqrt{xy}+\sqrt{x})(\sqrt{xy}+1) - (\sqrt{x}+1)(1-\sqrt{xy})} \\ &= \frac{1+\sqrt{x}}{x\sqrt{y}+\sqrt{xy}} = \frac{1}{\sqrt{xy}} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{1}{\sqrt{xy}}$ .

b) Cho  $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = 6$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $A$ .

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có:  $6 = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \geq 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$ , suy ra  $\frac{1}{\sqrt{xy}} \leq 9$

Dấu bằng xảy ra khi  $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{y}}$ , suy ra  $x = y = \frac{1}{9}$ .

Vậy: giá trị lớn nhất của  $A$  bằng 9, đạt được khi:  $x = y = \frac{1}{9}$

**Bài 5.** Cho biểu thức  $A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$  với  $x > 0, y > 0$

a) Rút gọn  $A$ .

b) Biết  $x \cdot y = 16$ . Tìm các giá trị của  $x, y$  để  $A$  có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị đó.

### Lời giải

a) Với  $x > 0, y > 0$ , ta có:

$$A = \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$$

$$= \left( \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{x+y}{xy} \right) : \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y) + \sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}$$

$$= \left( \frac{2}{\sqrt{xy}} + \frac{x+y}{xy} \right) : \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)}{\sqrt{xy}(x+y)} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{xy} \cdot \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}}$$

b) Ta có:

$$\left( \sqrt{\sqrt{x}} - \sqrt{\sqrt{y}} \right)^2 \geq 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} - 2\sqrt{\sqrt{xy}} \geq 0$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 2\sqrt{\sqrt{xy}}$$

Do đó  $A = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{xy}} \geq \frac{2\sqrt{\sqrt{xy}}}{\sqrt{xy}} = \frac{2\sqrt{\sqrt{16}}}{\sqrt{16}} = 1$  (vì  $xy = 16$ )

Vậy min  $A = 1$  khi  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$  và  $xy = 16$  suy ra  $x = y = 4$

### BÀI TẬP RÈN LUYỆN

**Bài 6.** Cho biểu thức:  $P = \frac{a^2 + \sqrt{a}}{a - \sqrt{a} + 1} - \frac{2a + \sqrt{a}}{\sqrt{a}} + 1$ , với  $a > 0$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm  $a$  để  $P = 2$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 7.** Cho biểu thức:  $A = \frac{15\sqrt{x} - 11}{x + 2\sqrt{x} - 3} + \frac{3\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 3}$ , với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 8.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}$ , với  $x > 0$

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 9.** Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{5}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{\sqrt{x} - 2}{3 - \sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Bài 10.** Cho biểu thức:  $P = \frac{x\sqrt{x} - 3}{x - 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2(\sqrt{x} - 3)}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 3}{3 - \sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $P$ .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

**Bài 11.** Cho biểu thức:  $A = \left( \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left( \frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$ , với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn  $A$ .

b) Tìm  $x$  để  $A < 0$ .

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $A$ .

**Bài 12.** Cho biểu thức:  $P = \left( \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{1-\sqrt{xy}} + \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{1+\sqrt{xy}} \right) : \left( 1 + \frac{x+y+2xy}{1-xy} \right)$

a) Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa.

b) Rút gọn  $P$ .

c) Tìm giá trị lớn nhất của  $P$ .

**Bài 13.** Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right)$ .

a) Tìm điều kiện để biểu thức có nghĩa.

b) Rút gọn  $B$ .

c) Tính giá trị của  $B$  nếu  $a = 2 - \sqrt{3}$  và  $b = \frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}$ .

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của  $B$  nếu  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 4$ .

**CHỦ ĐỀ 4****ỨNG DỤNG**

**Bài 1.** Áp suất  $P$  ( $\text{lb}/\text{in}^2$ ) cần thiết để ép nước qua một ống dài  $L$  (ft) và đường kính  $d$  (in) với tốc độ  $v$  (ft/s) được cho bởi công thức:  $P = 0,00161 \cdot \frac{v^2 L}{d}$

a) Hãy tính  $v$  theo  $P$ ,  $L$  và  $d$ .

b) Cho  $P = 198,5$ ;  $L = 11\,560$ ;  $d = 6$ . Hãy tính tốc độ  $v$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của feet trên giây).

$$1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm};$$

$$1 \text{ ft (feet)} = 0,3048 \text{ m};$$

$$1 \text{ lb (pound)} = 0,45359237 \text{ kg};$$

$$1 \text{ lb}/\text{in}^2 = 6\,894,75729 \text{ Pa (Pascal)}.$$

**Lời giải**

a) Từ công thức  $P = 0,00161 \cdot \frac{v^2 L}{d}$  ta có

$$P = 0,00161 \cdot \frac{v^2 L}{d}$$

$$v^2 L = \frac{Pd}{0,00161}$$

$$v^2 = \frac{Pd}{0,00161L}$$

$$v = \sqrt{\frac{Pd}{0,00161L}} \text{ (ft/s)}$$

b) Tốc độ khi  $P = 198,5$ ;  $L = 11\,560$ ;  $d = 6$  là:

$$v = \sqrt{\frac{Pd}{0,00161L}} = \sqrt{\frac{198,5 \cdot 6}{0,00161 \cdot 11560}} \approx 8 \text{ (ft/s)}$$

Vậy  $v \approx 8 \text{ (ft/s)}$ .

**Bài 2.** Trong thuyết tương đối, khối lượng  $m$  (kg) của một vật khi chuyển động với vận tốc  $v$  (m/s) được cho bởi công thức  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ , trong đó  $m_0$  (kg) là khối lượng của vật khi đứng yên,  $c$  (m/s) là vận tốc

của ánh sáng trong chân không

a) Viết lại công thức tính khối lượng  $m$  dưới dạng không có căn thức ở mẫu.

b) Tính khối lượng  $m$  theo  $m_0$  (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) khi vật chuyển động với vận

$$\text{tốc } v = \frac{1}{10} c.$$

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\text{Vậy } m = \frac{m_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\text{b) khi } v = \frac{1}{10}c, \text{ ta có } \frac{v}{c} = \frac{10}{c} = 10$$

$$\text{Suy ra } \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{1}{100}$$

$$\text{Thay } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ ta được}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{100}}} = \frac{m_0}{\sqrt{\frac{99}{100}}} = \frac{m_0}{\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 \cdot 11}} = \frac{m_0}{\frac{3}{10}\sqrt{11}} = \frac{10\sqrt{11} \cdot m_0}{33} \approx 1,005m_0$$

$$\text{Vậy } m \approx 1,005m_0$$

**Bài 3.** Khi bay vào không gian, trọng lượng P (N) của một phi hành gia ở vị trí cách mặt đất một độ cao

$$h \text{ (m) được tính theo công thức: } P = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{(64 \cdot 10^5 + h)^2}$$

a) Trọng lượng của phi hành gia là bao nhiêu Newton khi cách mặt đất 10 000 m (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Ở độ cao bao nhiêu mét thì trọng lượng của phi hành gia là 619 N (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

### Lời giải

a) Trọng lượng của phi hành gia khi cách mặt đất 10 000 m là:

$$P = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{(64 \cdot 10^5 + h)^2} = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{(64 \cdot 10^5 + 10000)^2} \approx 681,8(N)$$

b) Vì trọng lượng của phi hành gia là 619 N nên ta có:

$$619 = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{(64 \cdot 10^5 + h)^2}$$

$$(64 \cdot 10^5 + h)^2 = \frac{28014 \cdot 10^{12}}{619}$$

$$64 \cdot 10^5 + h = \sqrt{\frac{28014 \cdot 10^{12}}{619}}$$

$$h = \sqrt{\frac{28014 \cdot 10^{12}}{619}} - 64 \cdot 10^5 \approx 327322,3(m)$$

Vậy ở độ cao khoảng 327 322,3 mét thì trọng lượng của phi hành gia là 619 N.

**Bài 4.** Ngày 28/9/2018, sau trận động đất 7,5 độ Richter, cơn sóng thần (tiếng Anh là Tsunami) cao hơn 6 m đã tràn vào đảo Sulawesi (Indonesia) và tàn phá thành phố Palu gây thiệt hại vô cùng to lớn. Tốc độ cơn sóng thần  $v$  (m/s) và chiều sâu đại dương  $d$  (m) của nơi bắt đầu sóng thần liên hệ bởi công thức  $v = \sqrt{dg}$ , trong đó  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .



**Sóng thần**

- a) Hãy tính tốc độ cơn sóng thần xuất phát từ Thái Bình Dương, ở độ sâu trung bình 400 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét trên giây).
- b) Theo tính toán của các nhà khoa học địa chất, tốc độ cơn sóng thần ngày 28/9/2018 là 800 km/h, hãy tính chiều sâu đại dương của nơi tâm chấn động đất gây ra sóng thần (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

### Lời giải

- a) Tốc độ cơn sóng thần xuất phát từ Thái Bình Dương, ở độ sâu trung bình 400 m là:

$$v = \sqrt{dg} = \sqrt{400 \cdot 9,8} = \sqrt{3920} \approx 62,64 \text{ (m/s)}.$$

b) Đổi  $800(km/h) = \frac{800000}{3600} = \frac{2000}{9}(m/s) \Rightarrow v = \frac{2000}{9}(m/s)$

Khi đó:

$$\frac{2000}{9} = \sqrt{9,81d}$$

$$\left(\frac{2000}{9}\right)^2 = 9,81d$$

$$d = \frac{\left(\frac{2000}{9}\right)^2}{9,8} \approx 5,034(m)$$

Vậy chiều sâu đại dương của nơi tâm chấn động đất gây ra sóng thần là khoảng 5,034(m)

**Bài 5.** Biết rằng nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn được tính bởi công thức  $Q = I^2Rt$ , trong đó  $Q$  là nhiệt lượng tính bằng đơn vị Joule (J),  $R$  là điện trở tính bằng đơn vị Ohm ( $\Omega$ ),  $I$  là cường độ dòng điện tính bằng đơn vị Ampe (A),  $t$  là thời gian tính bằng giây (s). Dòng điện chạy qua một dây dẫn có  $R = 10 \Omega$  trong thời gian 5 giây.

a) Thay dấu "?" trong bảng sau bằng các giá trị thích hợp.

I (A)	1	1,5	2
Q (J)	?	?	?

b) Cường độ dòng điện là bao nhiêu Ampe để nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn đạt 800 J?

### Lời giải

Thay  $R = 10 (\Omega)$  và thời gian  $t = 5$  (giây) vào công thức  $Q = I^2Rt$ , ta được:  $Q = I^2 \cdot 10 \cdot 5 = 50I^2$  (J).

a) Thay  $I = 1$  (A) vào biểu thức trên, ta được:  $Q = 50 \cdot 1^2 = 50$  (J).

Thay  $I = 1,5$  (A) vào biểu thức trên, ta được:  $Q = 50 \cdot 1,5^2 = 112,5$  (J).

Thay  $I = 2$  (A) vào biểu thức trên, ta được:  $Q = 50 \cdot 2^2 = 200$  (J).

Vậy ta hoàn thành được bảng đã cho như sau:

I (A)	1	1,5	2
Q (J)	50	112,5	200

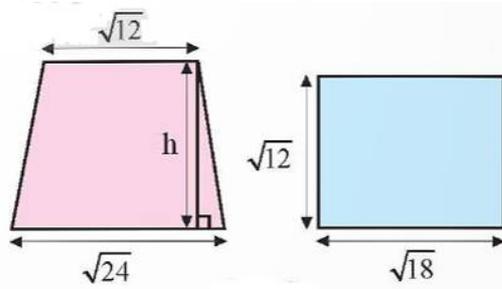
b) Để nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn đạt 800 J thì  $Q = 800$  (J)

Suy ra  $50I^2 = 800$ .

Do đó  $I^2 = 16$  nên  $I = \sqrt{16} = 4$  (A) (do  $I > 0$ ).

Vậy cường độ dòng điện là 4 Ampe thì nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn đạt 800 J.

**Bài 6.** Biết rằng hình thang và hình chữ nhật ở hình vẽ có diện tích bằng nhau. Tính chiều cao  $h$  của hình thang.

**Lời giải**

Diện tích hình chữ nhật là:  $\sqrt{18} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{18 \cdot 12} = \sqrt{36 \cdot 6} = 6\sqrt{6}$

Diện tích hình thang và hình chữ nhật bằng nhau nên

$$\frac{\sqrt{24} + \sqrt{12}}{2} \cdot h = 6\sqrt{6}$$

$$\frac{2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}{2} \cdot h = 6\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot h = 6\sqrt{6}$$

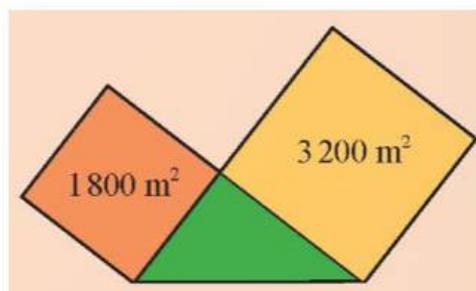
$$h = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$$

$$h = \frac{6\sqrt{6}(\sqrt{6} - \sqrt{3})}{6 - 3}$$

$$h = 12 - 6\sqrt{2}$$

Vậy chiều cao của hình thang là  $12 - 6\sqrt{2}$

**Bài 7.** Một khu đất hình tam giác vuông tiếp giáp hai thửa ruộng hình vuông có diện tích như hình vẽ bên dưới. Khu đất hình tam giác vuông có chu vi bằng chu vi thửa ruộng hình vuông bé không?

**Lời giải**

• Hình vuông bé (màu cam) có diện tích là  $1800 \text{ m}^2$ .

Khi đó, cạnh thửa ruộng bé hình vuông là:  $\sqrt{1800} = \sqrt{2 \cdot 900} = 30\sqrt{2} \text{ (m)}$

Chu vi thửa ruộng bé là:  $30\sqrt{2} \cdot 4 = 120\sqrt{2} \text{ (m)}$

• Hình vuông lớn có diện tích (màu vàng) là  $3200 \text{ m}^2$ .

Khi đó, cạnh thửa ruộng lớn hình vuông là:  $\sqrt{3200} = \sqrt{2 \cdot 1600} = 40\sqrt{2} \text{ (m)}$

• Hình tam giác vuông (màu xanh) có hai cạnh góc vuông là hai cạnh của của hai hình vuông trong hình vẽ trên.

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác vuông (màu xanh), ta có:

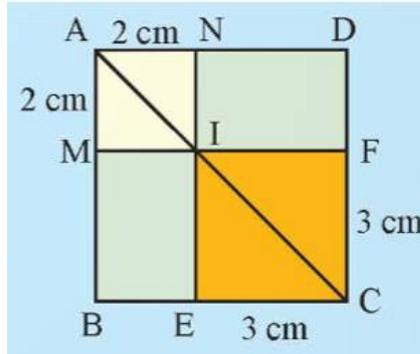
Độ dài cạnh huyền của tam giác vuông (màu xanh) là:

$$\sqrt{(30\sqrt{2})^2 + (40\sqrt{2})^2} = \sqrt{900 \cdot 2 + 1600 \cdot 2} = \sqrt{2500 \cdot 2} = 50\sqrt{2} (m)$$

Chu vi tam giác vuông là:  $30\sqrt{2} + 40\sqrt{2} + 50\sqrt{2} = 120\sqrt{2} (m)$

Vậy khu đất hình tam giác vuông có chu vi bằng chu vi thửa ruộng bé.

**Bài 8.** Hình vuông ABCD được chia thành hai hình vuông và hai hình chữ nhật như hình vẽ.



- Tính độ dài đường chéo của hai hình vuông AMIN và CEIF.
- Tính độ dài đường chéo của hình vuông ABCD theo hai cách khác nhau.

### Lời giải

a) Vì AMIN là hình vuông nên  $AM = IN = 2 \text{ cm}$ ,  $\widehat{ANI} = 90^\circ$

Xét tam giác ANI vuông tại N, áp dụng định lý Pythagore, ta có

$$AI^2 = AN^2 + IN^2 = 2^2 + 2^2 = 8.$$

Suy ra  $AI = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} (cm)$

Vì CEIF là hình vuông nên  $IE = CF = 3 \text{ cm}$ ,  $\widehat{AEC} = 90^\circ$

Xét tam giác IEC vuông tại E, áp dụng định lý Pythagore, ta có

$$IC^2 = IE^2 + EC^2 = 3^2 + 3^2 = 18.$$

Suy ra  $IC = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} (cm)$

Vậy độ dài đường chéo của hai hình vuông AMIN và CEIF lần lượt là  $2\sqrt{2} (cm)$  và  $3\sqrt{2} (cm)$

b)

*Cách 1:* Độ dài đường chéo hình vuông là:

$$AC = AI + IC = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} (cm)$$

*Cách 2:*

• Vì BMIE là hình chữ nhật nên  $BM = IE = 3 \text{ cm}$ .

• Vì DNIF là hình chữ nhật nên  $IN = DF = 2 \text{ cm}$ .

Độ dài cạnh AB là:  $AB = AM + BM = 2 + 3 = 5 (cm)$ .

Độ dài cạnh BC là:  $BC = BE + EC = 2 + 3 = 5 (cm)$ .

Vì ABCD là hình vuông nên  $\widehat{BAC} = 90^\circ$  suy ra tam giác ABC vuông tại B.

Xét tam giác ABC vuông tại B, áp dụng định lí Pythagore, ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 50.$$

$$\text{Suy ra } AC = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

Vậy độ dài đường chéo của hình vuông ABCD là  $5\sqrt{2}$  (cm)

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

## CHƯƠNG 3: CĂN THỨC

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho số thực  $a > 0$ . Số nào sau đây là căn bậc hai số học của  $a$ ?

- A.  $\sqrt{a}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{a}}{2}$ .                      C.  $\sqrt{2a}$ .                      D.  $2\sqrt{a}$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\sqrt{a^2} = |a|$ .
- B. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .
- C. Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .
- D. Với  $a > 0, b \geq 0$ , ta có:  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ .

**Câu 3.** Cho  $a, b$  là hai số không âm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$ .                      B.  $\sqrt{a}\sqrt{b} = b\sqrt{a}$ .                      C.  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .                      D.  $\sqrt{ab} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

**Câu 4.** Cho  $a$  là số không âm và  $b, c$  là số dương. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\sqrt{\frac{ac}{b}} = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{b}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$ .                      C.  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}}$ .

**Câu 5.** Cho số thực  $a$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Với  $a \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = a$ .
- B. Với  $a \geq 0$ , ta có:  $(\sqrt{a})^2 = a$ .
- C. Với  $a \leq 0$ , ta có:  $(-\sqrt{a})^2 = a$ .
- D. Với  $a \leq 0$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = -a$ .

**Câu 6.** Cho số thực  $a$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .
- B. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .
- C. Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ .
- D. Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .

**Câu 7.** Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\sqrt[3]{a} = x$  khi  $a = x^3$ .

B.  $\sqrt[3]{a} = -x$  khi  $a^3 = -x$ .

C.  $\sqrt[3]{a} = x$  khi  $a = -x^3$ .

D.  $\sqrt[3]{a} = -x$  khi  $a = x^3$ .

**Câu 8.** Cho ba biểu thức  $A, B, C$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Với  $A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{A \cdot B \cdot C} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C}$ .

B. Với  $A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{A \cdot B}{C}} = \frac{\sqrt{A} \cdot \sqrt{B}}{\sqrt{C}}$ .

C. Với  $A < 0; B \geq 0$ , ta có:  $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B}$ .

D. Với  $A \geq 0; B \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{A^2 B} = A\sqrt{B}$ .

**Câu 9.** Cho ba biểu thức  $A, B, C$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Với  $A \geq 0; B \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ .

B. Với  $A \geq 0; A \neq B^2$ , ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A} - B} = \frac{C(\sqrt{A} + B)}{A - B^2}$ .

C. Với  $A \geq 0; B \geq 0; A \neq B$ , ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} + \sqrt{B})}{A - B}$ .

D. Với  $B \geq 0$ , ta có:  $(A - \sqrt{B})(A + \sqrt{B}) = A^2 - B$ .

**Câu 10.** Số nào sau đây là căn bậc hai số học của số 0,64?

A. -0,8.

B. 0,8.

C. 0,32.

D. -0,32.

**Câu 11.** Căn bậc hai của 121 là:

A. -11.

B. 11.

C. -11 và 11.

D. 12.

**Câu 12.** Căn bậc hai của 0,025 là:

A. -0,05.

B. 0,05.

C. -0,05 và 0,05.

D. -0,5 và 0,5.

**Câu 13.** Căn bậc ba của  $\frac{1}{125}$  là:

A.  $-\frac{1}{5}$ .

B.  $\frac{1}{5}$ .

C.  $-\frac{1}{5}$  và  $\frac{1}{5}$ .

D. 5.

**Câu 14.** Chọn khẳng định đúng.

A.  $\sqrt[3]{27} = 9$ .

B.  $\sqrt[3]{27} = 3$ .

C.  $\sqrt[3]{27} = -3$ .

D.  $\sqrt[3]{27} = -9$ .

**Câu 15.** Tìm điều kiện xác định của  $\sqrt{5-3x}$

A.  $x \geq \frac{3}{5}$ .

B.  $x \geq \frac{5}{3}$ .

C.  $x \leq \frac{5}{3}$ .

D.  $x \leq \frac{3}{5}$ .

**Câu 16.** Tìm điều kiện xác định của  $\sqrt{125-5x}$

A.  $x > 25$ .

B.  $x \leq 25$ .

C.  $x \geq 25$ .

D.  $x < 25$ .

**Câu 17.** Biểu thức  $\sqrt{10+100x}$  có nghĩa khi

- A.  $x < -\frac{1}{10}$ .      B.  $x \leq \frac{1}{10}$ .      C.  $x \geq \frac{1}{10}$ .      D.  $x \geq -\frac{1}{10}$ .

**Câu 18.** Tìm  $x$  để  $\sqrt{\frac{(-2025)^2}{6-3x}}$  có nghĩa

- A.  $x < 2$ .      B.  $x > 2$ .      C.  $x \leq 2$ .      D.  $x \geq 2$ .

**Câu 19.** Tìm  $x$  để  $\sqrt{\frac{-2}{3x-1}}$  có nghĩa

- A.  $x < -\frac{1}{3}$ .      B.  $x \leq -\frac{1}{3}$ .      C.  $x < \frac{1}{3}$ .      D.  $x \leq \frac{1}{3}$ .

**Câu 20.** Biểu thức  $\sqrt{2025-x}$  có nghĩa khi

- A.  $x \leq \frac{1}{2025}$ .      B.  $x \geq 2025$ .      C.  $x \geq \frac{1}{2025}$ .      D.  $x \leq 2025$ .

**Câu 21.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{3-2x}}$  có nghĩa khi

- A.  $x < \frac{3}{2}$ .      B.  $x > \frac{3}{2}$ .      C.  $x \geq \frac{3}{2}$ .      D.  $x \leq \frac{3}{2}$ .

**Câu 22.** Biểu thức  $\frac{-2026}{\sqrt{4x-1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x < \frac{1}{4}$ .      B.  $x \leq \frac{1}{4}$ .      C.  $x > \frac{1}{4}$ .      D.  $x \geq \frac{1}{4}$ .

**Câu 23.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{4x-6}{-3}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > \frac{3}{2}$ .      B.  $x < \frac{3}{2}$ .      C.  $x \leq \frac{3}{2}$ .      D.  $x \geq \frac{3}{2}$ .

**Câu 24.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{2026}{x^2+6x+9}}$  có nghĩa khi

- A.  $x \geq -3$ .      B.  $x \neq -3$ .      C.  $x > -3$ .      D. với mọi  $x$ .

**Câu 25.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{-3}{-x^2+x-1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 0$ .      B.  $x < 0$ .      C.  $x \geq 0$ .      D. với mọi  $x$ .

**Câu 26.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{x^2+1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x \geq -1$ .      B.  $x > -1$ .      C.  $x \geq 1$ .      D. với mọi  $x$ .

**Câu 27.** Biểu thức  $5x + \sqrt{\frac{5x-10}{3}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 2$ .      B.  $x \geq 2$ .      C.  $x \geq 0$ .      D. với mọi  $x$ .

**Câu 28.** Biểu thức  $3-2x+\sqrt{\frac{1}{x^2-4x+5}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 0$ .                      B.  $x \geq 0$ .                      C.  $x \neq 0$ .                      D. với mọi  $x$ .

**Câu 29.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2+6x+9}=4-x$  là:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = \frac{1}{4}$ .                      C.  $x = \frac{1}{2}$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 30.** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{4x^2+4x+1}=3-4x$  là:

- A. 0.                      B. 4.                      C. 1.                      D. 2.

**Câu 31.** Tính giá trị biểu thức  $6\sqrt{(-2,5)^2}-8\sqrt{(-0,5)^2}$ .

- A. 15.                      B. -13.                      C. -11.                      D. -12.

**Câu 32.** Tính giá trị biểu thức  $9\sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2}+\sqrt{(-0,8)^2}$ .

- A. 24,64.                      B. 32.                      C. 28,8.                      D. 24,8.

**Câu 33.** Tìm giá trị biểu thức  $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ .

- A.  $3+2\sqrt{3}$ .                      B. 1.                      C.  $2\sqrt{3}$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 34.** Giá trị của biểu thức  $\frac{2}{5}\sqrt{25}-\frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}}+\sqrt{169}$  là:

- A. 12.                      B. 13.                      C. 15.                      D. 11.

**Câu 35.** Tính giá trị biểu thức  $\sqrt{19+8\sqrt{3}}+\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ .

- A.  $2\sqrt{3}$ .                      B.  $8+2\sqrt{3}$ .                      C. 6.                      D. 8.

**Câu 36.** Tính giá trị biểu thức  $\sqrt{15+6\sqrt{6}}-\sqrt{15-6\sqrt{6}}$

- A.  $2\sqrt{6}$ .                      B.  $\sqrt{6}$ .                      C. 6.                      D. 12.

**Câu 37.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\sqrt{2024}.\sqrt{2025}=\sqrt{2024}+\sqrt{2025}$ .                      B.  $\sqrt{2024}.\sqrt{2025}=\frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}}$ .  
 C.  $\sqrt{2024}.\sqrt{2025}=\sqrt{2024.2025}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}}=\sqrt{\frac{2025}{2024}}$ .

**Câu 38.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{1,25}.\sqrt{51,2}$  là?

- A. 16.                      B. 64.                      C. 32.                      D. 8.

**Câu 39.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{2,5}.\sqrt{14,4}$  là?

- A. 36.                      B. 6.                      C. 18.                      D. 3.

**Câu 40.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{81}{169}}$  là?

A.  $\frac{9}{13}$ .                      B.  $\frac{13}{9}$ .                      C.  $\frac{3}{13}$ .                      D.  $\frac{9}{169}$ .

**Câu 41.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{1,21}{576}}$  là?

A.  $\frac{240}{11}$ .                      B.  $\frac{24}{11}$ .                      C.  $\frac{11}{240}$ .                      D.  $\frac{11}{24}$ .

**Câu 42.** Kết quả phép tính:  $\sqrt{\frac{625}{-729}}$

A.  $-\frac{25}{27}$ .                      B.  $\frac{25}{27}$ .                      C.  $-\frac{5}{7}$ .                      D. Không tồn tại.

**Câu 43.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{-999}{111}}$  là?

A. 3.                      B. -9.                      C. -3.                      D. Không tồn tại.

**Câu 44.** Phép tính  $\sqrt{12^2 \cdot (-11)^2}$  có kết quả là?

A. 13.                      B. -132.                      C. 132.                      D. Không tồn tại.

**Câu 45.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$  là:

A.  $5\sqrt{7}$ .                      B. 0.                      C.  $2\sqrt{7}$ .                      D.  $\sqrt{7}$ .

**Câu 46.** Giá trị biểu thức  $\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}$  là giá trị nào sau đây?

A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .                      D.  $\sqrt{6}$ .

**Câu 47.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{20}} + \sqrt{\frac{1}{60}} - 2\sqrt{\frac{1}{15}}$  là:

A. 1.                      B. 0.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 48.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{32} + \sqrt{50} - 3\sqrt{8} - \sqrt{18}$  là:

A. 1.                      B. 0.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 49.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$  là:

A.  $\sqrt{5}$ .                      B.  $5\sqrt{5}$ .                      C.  $10\sqrt{5}$ .                      D.  $-5\sqrt{5}$ .

**Câu 50.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{(4-\sqrt{5})^2} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$  là:

A.  $5-2\sqrt{5}$ .                      B. 4.                      C.  $2+2\sqrt{5}$ .                      D. 1.

**Câu 51.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7-2\sqrt{10}}$  là:

A.  $\sqrt{2}$ .                      B. 0.                      C.  $2\sqrt{2}$ .                      D.  $2\sqrt{5}$ .

**Câu 52.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7-2\sqrt{10}}$  là:

A. 2.                      B. 3.                      C. 7.                      D. 6.

**Câu 53.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5}-1)\sqrt{6+2\sqrt{5}}$  là:

- A. 8.                                    **B. 4.**                                    C. 7.                                    D. 6.

**Câu 54.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt[3]{17\sqrt{5}+38}-\sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}$  ta được

- A.  $-2\sqrt{5}$ .                                **B.  $\sqrt{5}$ .**                                C.  $2\sqrt{5}$ .                                **D. 4.**

**Câu 55.** Sau khi rút gọn biểu thức  $\frac{1}{5+3\sqrt{2}}+\frac{1}{5-3\sqrt{2}}$  ta được phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó  $a+b$  có giá trị:

- A. 18.                                    **B. 12.**                                    C. 20.                                    **D. 17.**

**Câu 56.** Rút gọn biểu thức  $\frac{2}{7+3\sqrt{5}}+\frac{2}{7-3\sqrt{5}}$  ta được:

- A. 7.**                                    **B. 8.**                                    C. 12.                                    **D. 6.**

**Câu 57.** Tính giá trị của biểu thức  $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right):\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ .

- A. 2.                                    **B. -2.**                                    C. 4.                                    **D. -4.**

**Câu 58.** Tính giá trị biểu thức  $\left(\frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{30}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-1}\right):\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}$

- A. 12.                                    **B. 16.**                                    **C. 14.**                                    **D. 15.**

**Câu 59.** Cho  $A=2\sqrt[3]{3}$  và  $B=\sqrt[3]{25}$ . Chọn khẳng định đúng

- A.  $A+B=0$ .                                **B.  $A>B$ .**                                C.  $A\geq B$ .                                **D.  $A<B$ .**

**Câu 60.** Cho  $A=3\sqrt[3]{2}$  và  $B=\sqrt[3]{42}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $A+B=0$ .                                **B.  $A>B$ .**                                C.  $A\geq B$ .                                **D.  $A<B$ .**

**Câu 61.** So sánh hai số 5 và  $\sqrt{50}-2$

- A.  $5>\sqrt{50}-2$ .                                **B.  $5=\sqrt{50}-2$ .**  
**C.  $5<\sqrt{50}-2$ .**                                **D. Không so sánh được.**

**Câu 62.** So sánh hai số  $5\sqrt{3}$  và  $4\sqrt{5}$

- A.  $5\sqrt{3}<4\sqrt{5}$ .**                                **B.  $5\sqrt{3}=4\sqrt{5}$ .**                                C.  $5\sqrt{3}\geq 4\sqrt{5}$ .                                **D.  $5\sqrt{3}>4\sqrt{5}$ .**

**Câu 63.** So sánh hai số  $9\sqrt{7}$  và  $8\sqrt{8}$

- A.  $8\sqrt{8}>9\sqrt{7}$ .                                **B.  $8\sqrt{8}=9\sqrt{7}$ .**                                C.  $8\sqrt{8}\geq 9\sqrt{7}$ .                                **D.  $8\sqrt{8}<9\sqrt{7}$ .**

**Câu 64.** Rút gọn biểu thức  $A=\sqrt{144a^2}-9a$  với  $a>0$ .

- A.  $-6a$ .                                    **B.  $3a$ .**                                    C.  $6a$ .                                    **D.  $-3a$ .**

**Câu 65.** Rút gọn biểu thức  $A=\sqrt{a^2+8a+16}$  với  $a\geq -4$  ta được:

- A.  $-a-4$ .                                    **B.  $a+4$ .**                                    C.  $a+8$ .                                    **D.  $-a-8$ .**

**Câu 66.** Rút gọn biểu thức  $A=\sqrt{a^2-8a+16}$  với  $a\leq 4$  ta được:

A.  $a - 4$ .                      B.  $-a + 4$ .                      C.  $-a + 8$ .                      D.  $a - 8$ .

**Câu 67.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{4a^2 + 12a + 9}$  với  $a \leq \frac{3}{2}$  ta được:

A.  $4a + 9$ .                      B.  $-4a - 9$ .                      C.  $2a + 3$ .                      D.  $-2a - 3$ .

**Câu 68.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{x^2 + 10x + 25}}{-5 - x}$  với  $x < -5$  ta được:

A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-1$ .

**Câu 69.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{a^4 \cdot (2a - 1)^2}$  với  $a \geq \frac{1}{2}$  ta được

A.  $(1 - 2a)a$ .                      B.  $(2a - 1)a^2$ .                      C.  $(1 - 2a)a^2$ .                      D.  $a(2a - 1)$ .

**Câu 70.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{a^2 \cdot (2a - 3)^2}$  với  $0 \leq a < \frac{3}{2}$  ta được

A.  $(2a - 3)a^2$ .                      B.  $(3 - 2a)a^2$ .                      C.  $a(2a - 3)$ .                      D.  $(3 - 2a)a$ .

**Câu 71.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{0,9 \cdot 0,1 \cdot (3 - x)^2}$  với  $x > 3$ .

A.  $0,9(x - 3)$ .                      B.  $-0,3(3 + x)$ .                      C.  $0,3(x - 3)$ .                      D.  $0,3(3 - x)$ .

**Câu 72.** Với  $a \neq 0$ , chọn khẳng định đúng.

A.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = \frac{1}{2a}$ .                      B.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = -\frac{1}{2a}$ .                      C.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = -\frac{1}{2a^2}$ .                      D.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = \frac{1}{4a}$ .

**Câu 73.** Thu gọn  $\sqrt[3]{-\frac{1}{27a^3}}$  với  $a \neq 0$  ta được

A.  $-\frac{1}{27a}$ .                      B.  $-\frac{1}{3a}$ .                      C.  $\frac{1}{3a}$ .                      D.  $\frac{1}{27a}$ .

**Câu 74.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}a^3} + \sqrt[3]{64a^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{1000a^3}$  ta được

A.  $-\frac{7a}{24}$ .                      B.  $-\frac{5a}{24}$ .                      C.  $\frac{5a}{24}$ .                      D.  $\frac{7a}{24}$ .

**Câu 75.** Rút gọn biểu thức  $2\sqrt[3]{27a^3} - 3\sqrt[3]{8a^3} + 4\sqrt[3]{125a^3}$  ta được

A.  $-8a$ .                      B.  $8a$ .                      C.  $20a$ .                      D.  $32a$ .

**Câu 76.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-125}}$  ta được:

A.  $\frac{7ab^2}{5}$ .                      B.  $-\frac{7ab^2}{5}$ .                      C.  $\frac{-7a^3b^6}{5}$ .                      D.  $-\frac{343ab^2}{125}$ .

**Câu 77.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt[3]{-64a^5b^5}}{\sqrt[3]{a^2b^2}}$  ta được:

A.  $4a^3b^3$ .                      B.  $-4a^3b^3$ .                      C.  $-4ab$ .                      D.  $4ab$ .

**Câu 78.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}$  ta được:

- A.  $-x$ .                      B.  $x$ .                      C.  $3x + 2$ .                      D.  $-3x + 2$ .

**Câu 79.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} - \sqrt{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1}$  ta được

- A.  $-6x$ .                      B.  $6x$ .                      C.  $4x$ .                      D.  $-4x$ .

**Câu 80.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{32x} + \sqrt{50x} - 2\sqrt{8x} + \sqrt{18x}$  với  $x \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $16\sqrt{2x}$ .                      B.  $8\sqrt{2x}$ .                      C.  $12\sqrt{2x}$ .                      D.  $6\sqrt{2x}$ .

**Câu 81.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{27x} - \sqrt{48x} + 4\sqrt{75x} + \sqrt{243x}$  với  $x \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $32\sqrt{3x}$ .                      B.  $26\sqrt{3x}$ .                      C.  $28\sqrt{3x}$ .                      D.  $36\sqrt{3x}$ .

**Câu 82.** Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - \sqrt{9a}$  với  $a \geq 0, b \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $8\sqrt{a}$ .                      B.  $2\sqrt{a}$ .                      C.  $9\sqrt{a}$ .                      D.  $7\sqrt{a}$ .

**Câu 83.** Rút gọn biểu thức  $7\sqrt{x} + 11y\sqrt{36x^5} - 2x^2\sqrt{16xy^2} - \sqrt{25x}$  với  $x \geq 0, y \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $12\sqrt{x} + 58x^2y\sqrt{x}$ .                      B.  $2\sqrt{x} - 58x^2y\sqrt{x}$ .                      C.  $2\sqrt{x} + 58x^2y\sqrt{x}$ .                      D.  $2\sqrt{x} + 66x^2y\sqrt{x}$ .

**Câu 84.** Giá trị của biểu thức  $2\sqrt{\frac{16a}{3}} - 3\sqrt{\frac{a}{27}} - 6\sqrt{\frac{4a}{75}}$  là

- A.  $\frac{\sqrt{3a}}{15}$ .                      B.  $\frac{23\sqrt{3a}}{15}$ .                      C.  $\frac{23\sqrt{a}}{15}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3a}}{5}$ .

**Câu 85.** Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + 5\sqrt{\frac{4a}{25}}$  với  $a > 0$ , ta được kết quả là:

- A.  $5\sqrt{a}$ .                      B.  $6\sqrt{a}$ .                      C.  $8\sqrt{a}$ .                      D.  $12\sqrt{a}$ .

**Câu 86.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{\frac{a^4}{b^2}}$  với  $b \neq 0$  ta được

- A.  $-\frac{a^2}{b}$ .                      B.  $\frac{a}{b}$ .                      C.  $\frac{a^2}{|b|}$ .                      D.  $\frac{a^2}{b}$ .

**Câu 87.** Rút gọn biểu thức  $\frac{3m}{8n}\sqrt{\frac{64n^2}{9m^2}}$  với  $m > 0; n < 0$  ta được:

- A.  $\frac{8}{9}$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $-\frac{8}{9}$ .                      D.  $2$ .

**Câu 88.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a^2}{11} \cdot \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^{10}}}$  với  $ab \neq 0$  ta được:

- A.  $\frac{1}{|b^{10}|}$ .                      B.  $\frac{a^4}{|b^{10}|}$ .                      C.  $\frac{a^4}{|b^5|}$ .                      D.  $\frac{1}{|b^5|}$ .

**Câu 89.** Rút gọn biểu thức  $4a^4b^2 \cdot \sqrt{\frac{9}{a^8b^4}}$  với  $ab \neq 0$  ta được.

- A.  $12a$ .                      B.  $b$ .                      C.  $12$ .                      D.  $12b$ .

**Câu 90.** Đưa thừa số  $\sqrt{81(2-y)^4}$  ra ngoài dấu căn ta được?

- A.  $9(2-y)^2$ .                      B.  $81(2-y)^2$ .                      C.  $-9(2-y)^2$ .                      D.  $-81(2-y)^2$ .

**Câu 91.** Đưa thừa số  $\sqrt{144(3+2a)^4}$  ra ngoài dấu căn ta được?

- A.  $144(3+2a)^2$ .                      B.  $-144(3+2a)^2$ .                      C.  $12(3+2a)^2$ .                      D.  $-12(3+2a)^2$ .

**Câu 92.** Đưa thừa số  $5y\sqrt{y}$  ( $y \geq 0$ ) vào trong dấu căn ta được.

- A.  $\sqrt{5y^3}$ .                      B.  $\sqrt{25y^2}$ .                      C.  $\sqrt{25y^3}$ .                      D.  $\sqrt{5y^2}$ .

**Câu 93.** Đưa thừa số  $x\sqrt{\frac{-35}{x}}$  ( $x < 0$ ) vào trong dấu căn ta được.

- A.  $-\sqrt{-35x}$ .                      B.  $\sqrt{-35x}$ .                      C.  $\sqrt{35}$ .                      D.  $-\sqrt{35x}$ .

**Câu 94.** Đưa thừa số  $5x\sqrt{\frac{-12}{x^3}}$  ( $x < 0$ ) vào trong dấu căn ta được:

- A.  $-\sqrt{\frac{300}{x}}$ .                      B.  $-\sqrt{300}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{-300}{x}}$ .                      D.  $-\sqrt{\frac{-300}{x}}$ .

**Câu 95.** Rút gọn biểu thức  $\frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b}{a^2+2ab+b^2}}$  với  $a, b > 0$  ta được

- A.  $2\sqrt{b}$ .                      B.  $(a+b)^2$ .                      C.  $2$ .                      D.  $a+b$ .

**Câu 96.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a-b}{2\sqrt{a}} \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}}$  với  $0 < a < b$  ta được

- A.  $\frac{-\sqrt{b}}{2}$ .                      B.  $2\sqrt{b}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{b}}{2}$ .                      D.  $-2\sqrt{b}$ .

**Câu 97.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{x^3+2x^2}}{\sqrt{x+2}}$  với  $x > 0$  ta được

- A.  $x$ .                      B.  $x(x+2)$ .                      C.  $\frac{x}{x+2}$ .                      D.  $\frac{x+2}{x}$ .

**Câu 98.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{9x^5+33x^4}}{\sqrt{3x+11}}$  với  $x > 0$  ta được:

- A.  $3x^2$ .                      B.  $\sqrt{3x^2}$ .                      C.  $3x^4$ .                      D.  $\sqrt{3x^4}$ .

**Câu 99.** Với  $x, y \geq 0; x \neq y$ , rút gọn biểu thức  $\frac{x-\sqrt{xy}}{x-y}$  ta được

- A.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .

**Câu 100.** Với  $x, y \geq 0; 3x \neq y$ , rút gọn biểu thức  $\frac{3x-\sqrt{3xy}}{3x-y}$  ta được:

A.  $\frac{3\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .      B.  $\frac{1}{3\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}+\sqrt{y}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}-\sqrt{y}}$ .

**Câu 101.** Với  $a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$ , rút gọn biểu thức  $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{a-b}$  ta được.

A.  $\frac{2b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      B.  $\frac{\sqrt{ab}-2a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      C.  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{ab}-2b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .

**Câu 102.** Khử mẫu biểu thức sau  $xy\sqrt{\frac{4}{x^2y^2}}$  với  $x > 0; y > 0$  ta được

A.  $\frac{1}{\sqrt{xy}}$ .      B.  $-\sqrt{xy}$ .      C. 2.      D.  $\sqrt{xy}$ .

**Câu 103.** Khử mẫu biểu thức sau  $-2x^2y\sqrt{\frac{-9}{x^3y^2}}$  với  $x < 0; y > 0$  ta được:

A.  $6\sqrt{-x}$ .      B.  $-6\sqrt{x}$ .      C.  $-6\sqrt{-x}$ .      D.  $6\sqrt{x}$ .

**Câu 104.** Khử mẫu biểu thức sau  $-xy\sqrt{\frac{3}{xy}}$  với  $x < 0; y < 0$  ta được

A.  $-\sqrt{3xy}$ .      B.  $\sqrt{-3xy}$ .      C.  $-\sqrt{-3xy}$ .      D.  $\sqrt{3xy}$ .

**Câu 105.** Trong căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{2a}{2-\sqrt{a}}$  với  $a \geq 0; a \neq 4$  ta được:

A.  $-\frac{2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$ .      B.  $\frac{2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$ .      C.  $\frac{2a\sqrt{a}-4a}{4-a}$ .      D.  $\frac{-2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$ .

**Câu 106.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{3}{6+\sqrt{3a}}$  với  $a \geq 0; a \neq 12$  ta được:

A.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12-a}$ .      B.  $\frac{6+\sqrt{3a}}{12-a}$ .      C.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12+a}$ .      D.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12+a}$ .

**Câu 107.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{6}{\sqrt{x}+\sqrt{2y}}$  với  $x \geq 0; y \geq 0$  ta được

A.  $\frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{x-4y}$ .      B.  $\frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{x-2y}$ .      C.  $\frac{6(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{x-2y}$ .      D.  $\frac{6(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{x+2y}$ .

**Câu 108.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{4}{3\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$  với  $x \geq 0; y \geq 0; x \neq \frac{4}{9}y$  ta được:

A.  $\frac{12\sqrt{x}-8\sqrt{y}}{9x-4y}$ .      B.  $\frac{12\sqrt{x}+8\sqrt{y}}{9x+4y}$ .      C.  $\frac{12\sqrt{x}-8\sqrt{y}}{3x+2y}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{9x-4y}$ .

**Câu 109.** Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a}+2\sqrt{\frac{a}{4}}-a\sqrt{\frac{4}{a}}-\sqrt{25a}$  với  $a > 0$  ta được

A.  $\sqrt{a}$ .      B.  $-\sqrt{a}$ .      C.  $-2\sqrt{a}$ .      D.  $2\sqrt{a}$ .

**Câu 110.** Rút gọn biểu thức  $3\sqrt{8a} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{32a}{25}} - \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{2a}} - \sqrt{2a}$  với  $a > 0$  ta được:

- A.  $\frac{47}{10}\sqrt{a}$ .                      B.  $\frac{21}{5}\sqrt{a}$ .                      C.  $\frac{47}{5}\sqrt{2a}$ .                      D.  $\frac{47}{10}\sqrt{2a}$ .

**Câu 111.** Rút gọn biểu thức  $2\sqrt{a} - \sqrt{9a^3} + a^2\sqrt{\frac{16}{a}} + \frac{2}{a^2}\sqrt{36a^5}$  với  $a > 0$  ta được

- A.  $14\sqrt{a} - a\sqrt{a}$ .                      B.  $14\sqrt{a} + a\sqrt{a}$ .                      C.  $7\sqrt{a} + 2a\sqrt{a}$ .                      D.  $7\sqrt{a} - 2a\sqrt{a}$ .

**Câu 112.** Rút gọn biểu thức  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2a} + \frac{4}{5}\sqrt{200a}\right) : \frac{1}{8}$  ta được

- A.  $52\sqrt{2a}$ .                      B.  $52\sqrt{a}$ .                      C.  $54\sqrt{2a} - 54\sqrt{a}$ .                      D.  $54\sqrt{a}$ .

**Câu 113.** Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A.  $\frac{a-b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = a$ .                      B.  $\frac{a-b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = |a|$ .  
 C.  $\frac{a-b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = ab$ .                      D.  $\frac{a-b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = a-b$ .

**Câu 114.** Với đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A.  $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 2\sqrt{b}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a}$ .  
 C.  $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 2$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = 2\sqrt{a}$ .

**Câu 115.** Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{a}{2}$ .                      B.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{-a}{2}$ .  
 C.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{3a}{2}$ .                      D.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{-3a}{2}$ .

**Câu 116.** Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = -\frac{a}{2}$ .                      B.  $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = -2a$ .  
 C.  $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{2}{a}$ .                      D.  $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = 2a$ .

**Câu 117.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a}{\sqrt{5}+1} + \frac{a}{\sqrt{5}-2} - \frac{a}{3-\sqrt{5}} - \sqrt{5}a$  ta được:

- A.  $a$ .                      B.  $2a$ .                      C.  $\frac{a}{2}$ .                      D.  $\frac{3a}{2}$ .

**Câu 118.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ . Rút gọn biểu thức  $A$  ta được:

- A.  $\frac{3}{\sqrt{x}+2}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .

**Câu 119.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ . Rút gọn  $P$  ta được:

- A.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ .      B.  $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .      D.  $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .

**Câu 120.** Giá trị biểu thức  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2}$  khi  $x = \sqrt{29}$  là

- A. 25.      B. 5.      C. 29.      D. 4.

**Câu 121.** Cho biểu thức  $P = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{x}+1}$ . Giá trị của  $P$  khi  $x = 9$  là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{9}{2}$ .      D.  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 122.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ ). Giá trị của  $P$  khi  $x = 4$  là:

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 123.** Cho biểu thức  $P = \frac{x}{\sqrt{x}+1}$ . Giá trị của  $P$  khi  $x = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$  là

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 124.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ . Giá trị của  $P$  khi  $x = 3 + 2\sqrt{2}$  là:

- A. 4.      B.  $4 - 3\sqrt{2}$ .      C.  $3\sqrt{2}$ .      D.  $4 + 3\sqrt{2}$ .

**Câu 125.** Cho biểu thức  $P = \frac{x+2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ . So sánh  $P$  với 4

- A.  $P \leq 4$ .      B.  $P = 4$ .  
C.  $P > 4$ .      D. Không so sánh được.

**Câu 126.** Cho biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0$ . So sánh  $B$  với 1

- A.  $B > 1$ .      B.  $B < 1$ .  
C.  $B = 1$ .      D. Không so sánh được.

**Câu 127.** Cho  $P = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$  với  $x \geq 0$ . Có bao nhiêu giá trị  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P$  thuộc số nguyên?

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Câu 128.** Cho biểu thức:  $A = \sqrt{4a^2 - 4a + 1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = \frac{1}{2}$ .

B. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{1}{2}$ .

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = \frac{1}{2}$ .

D. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 129.** Cho biểu thức:  $A = \sqrt{4a^2 - 12a + 9}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = \frac{3}{2}$ .

B. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{3}{2}$ .

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = \frac{3}{2}$ .

D. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 130.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \sqrt{m^2 + 2m + 1} + \sqrt{m^2 - 8m + 16}$

A. 1.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 131.** Cho hai biểu thức  $M = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3}$  và  $N = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a}{b} + \frac{c\sqrt{2}}{d}$ , với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a + b + c + d = 10$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = e\sqrt{5} + f$ , với  $e, f \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e + f = 0$ .

c) Với  $P = \left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot M$ , ta có  $P = \frac{7}{9}$ .

d) Với  $Q = \frac{N}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$ , ta có  $Q = \sqrt{2}$ .

**Câu 132.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$  và  $N = \sqrt{24 + 8\sqrt{5}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{21}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a \cdot b = -7$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = c\sqrt{5} + d$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c \cdot d = -4$ .

c) Với  $P = \left(1 + \frac{\sqrt{21}}{7}\right) \cdot (1 + M)$ , ta có  $P = -\frac{4}{7}$ .

d) Với  $Q = (\sqrt{20} - 2) \cdot N$ , ta có  $Q = 16$ .

**Câu 133.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$  và  $N = \sqrt{54 - 18\sqrt{10}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{10}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a + b = 2$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = 3\sqrt{c} + d\sqrt{2}$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c \cdot d = 15$ .

c) Với  $P = \frac{N}{2M}$ , ta có  $P = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5}$ .

d) Với  $Q = (\sqrt{45} + \sqrt{18}) \cdot N$ , ta có  $Q = -27$ .

**Câu 134.** Cho hai biểu thức  $M = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$  và  $N = \frac{\sqrt{36 - 12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = a\sqrt{6} + b$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $6a + b = 0$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \sqrt{c} + d$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c - d = 4$ .

c) Với  $P = (\sqrt{6} + 1) \cdot M$ , ta có  $P = 5\sqrt{6}$ .

d) Với  $Q = \frac{4}{N}$ , ta có  $Q = \sqrt{5} - 1$ .

**Câu 135.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72}$  và  $N = \sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a \cdot b = -6$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \sqrt{c+d}$  với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c - d = 4$ .

c) Với  $P = \frac{4}{N}$ , ta có  $P = \sqrt{5} + 1$ .

d) Với  $Q = \frac{N}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$ , ta có  $Q = \sqrt{2}$ .

**Câu 136.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) : \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$  và  $N = \frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{2}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = 4\sqrt{2}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{a\sqrt{7}}{b} - \frac{c}{d}$ , với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 4$ .

c) Với  $P = (\sqrt{7} + 1) \cdot N$ , ta có  $P = \frac{3}{2}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{1}{N}$  ta được  $Q = \frac{e\sqrt{7} + f}{g}$ , với  $\frac{e}{g}; \frac{f}{g}$  là phân số tối giản và  $e, f, g \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e + f + g = 4$ .

**Câu 137.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$  và  $N = \sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{2}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có

$$2025a + b = 2029.$$

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = 2\sqrt{c}$  với  $c \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c^2 - 3c = 18$ .

c) Với  $P = M \cdot N$ , ta có  $P = 2\sqrt{3}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{1}{N-5}$  ta được  $Q = d\sqrt{6} + e$ , với  $d, e \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $d \cdot e = 10$ .

**Câu 138.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$  và  $N = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{5}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $2a + 3b = 10$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = c\sqrt{6} - \sqrt{d} + \sqrt{2} + e$  với  $c, d, e \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c + d + e = 4$ .

c) Với  $P = \sqrt[3]{\frac{45}{4}} \cdot M$ , ta có  $P = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{44}{2M-1}$  ta được  $Q = f\sqrt{5} + g$ , với  $f, g \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $f \cdot g = 2$ .

**Câu 139.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$  và  $N = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{5}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $2026a - 3b = 2000$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{c}{d}$  với  $\frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c \cdot d = 6$ .

c) Với  $P = \left(M - \frac{1}{2}\right)(\sqrt{5} + 1)$ , ta có  $P = 2$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \sqrt{\frac{3}{2} - M}$  ta được  $Q = \frac{e\sqrt{5} + f}{g}$ , với  $\frac{e}{g}; \frac{f}{g}$  là phân số tối giản và  $e, f, g \in \mathbb{Z}$ .

Ta có  $e - 2f + 3g = 9$ .

**Câu 140.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$  và  $B = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} + 2025$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$  ta được  $A = \frac{a}{b} - \frac{c\sqrt{3}}{d}$  với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a + b + c + d = 8$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$  ta được  $B = e + f \cdot \sqrt{5}$  với  $e, f \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e - 5f = 2000$ .

c) Với  $C = \left(\frac{-1 - 3\sqrt{3}}{2}\right) \cdot A$ , ta có  $C = -6$ .

d) Với  $D = \frac{B}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}}$ , ta có  $D = \sqrt[3]{2025} + \sqrt[3]{\sqrt{5}}$ .

**Câu 141.** Cho biểu thức  $P = \frac{x}{\sqrt{x}+1} + \sqrt{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) + \frac{2}{\sqrt{x}+2}$

a) Điều kiện xác định của biểu thức là  $x \geq 0$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \sqrt{x} + 1$ .

c) Với  $P = 5$ , khi đó:  $x = 4$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  bằng 0 tại  $x = 0$ .

**Câu 142.** Cho biểu thức  $M = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$

a) Khi  $x = 4$  thì  $M = -\frac{4}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $M = \frac{4}{x-1}$ .

d) Bất phương trình  $M \geq 0$  có nghiệm là  $0 < x < 1$ .

**Câu 143.** Cho biểu thức  $M = \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-4}{\sqrt{x+2}}$ .

a) Khi  $x = 9$  thì  $M = 5$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$  và  $x \neq 4$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $M = \sqrt{x} - 1$ .

d) Bất phương trình  $M < 0$  có nghiệm là  $x > \frac{1}{4}$ .

**Câu 144.** Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ , với  $x > 0, y > 0$ .

a) Khi  $x = 4$  và  $y = 9$  thì  $P = 6$

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \sqrt{xy}$ .

c) Với  $x = \frac{1}{16}$  và  $P = \frac{1}{2}$  thì  $y = 4$ .

d) Biết  $y = 25$ , khi đó bất phương trình  $P \leq 3$  có nghiệm là  $0 \leq x \leq \frac{9}{4}$ .

**Câu 145.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} + \frac{3}{\sqrt{x+1}} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$ .

a) Khi  $x = 9$  thì  $P = \frac{1}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \frac{1}{x-1}$ .

d) Có 4 giá trị  $x$  thỏa mãn biểu thức  $P$  là số nguyên.

**Câu 146.** Cho biểu thức  $P = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$ .

a) Khi  $a = 25$  thì  $P = -16$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = a - 9$ .

d) Bất phương trình  $P < -2026$  có nghiệm là  $0 \leq a < 2035$ .

**Câu 147.** Cho biểu thức  $P = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1}\right) : \frac{1}{1-4x}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 4\sqrt{x}$ .

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{15}$ , khi đó  $P = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

d) Với  $P = -\frac{1}{2}$ , khi đó  $x = \frac{1}{8}$

**Câu 148.** Cho biểu thức  $P = \frac{a - \sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a} + 1} \cdot (1 - \sqrt{a})$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a > 1$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = -\sqrt{a}$ .

c) Với  $a = 4 - \sqrt{12}$ , khi đó  $P = 1 - \sqrt{3}$

d) Với  $P \geq -3$ , khi đó  $1 < a \leq 9$

**Câu 149.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4\sqrt{x} + 4}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0; x \neq 4$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$ .

c) Với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$ , khi đó  $P = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

d) Với  $P = -1$ , khi đó  $x = 2$ .

**Câu 150.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} - 2\sqrt{x} \right) : \frac{1}{(\sqrt{x} - 2)}$ .

a) Khi  $x = 16$  thì  $P = 12$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0; x \neq 4$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = x + 4$ .

d) Với  $P \geq -1$ , khi đó  $0 \leq x \leq 5$

**Câu 151.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{2}{x - 1}$ .

a) Khi  $x = \frac{1}{16}$  thì  $P = \frac{1}{2}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 2\sqrt{x}$ .

d) Với  $P \geq \frac{1}{2}$ , khi đó  $x \geq \frac{1}{4}$  và  $x \neq 1$ .

**Câu 152.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3 - \sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3 - \sqrt{x}}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0, x \neq 9$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{7}$ , khi đó  $P = \sqrt{7} + 1$

d) Với  $P = 1$ , khi đó  $x = 3$ .

**Câu 153.** Cho biểu thức  $P = \frac{a + 6\sqrt{a} + 9}{\sqrt{a} + 3} + \frac{a - 9}{\sqrt{a} - 3}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0, a \neq 9$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 2\sqrt{a} + 6$ .

c) Với  $a = 19 - 6\sqrt{10}$ , khi đó  $P = 2\sqrt{10}$

d) Với  $P = 20$ , khi đó  $a = 49$ .

**Câu 154.** Cho biểu thức  $A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $A$  là  $x \geq 0$ .

b) Với  $x = 16$ , khi đó  $A = \frac{1}{3}$

b) Rút gọn biểu thức ta được  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$ .

d) Với  $A = \frac{1}{2}$ , khi đó  $x = 8$ .

**Câu 155.** Cho hai biểu thức  $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$ ;  $B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x - 1} + \frac{x - 1}{\sqrt{x} + 1}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ , ta được  $A = 2$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ , ta được  $B = 2\sqrt{x} - 1$ .

c) Với  $B = 3$ , khi đó  $x = 2$

d) Với  $A \leq B$ , khi đó  $x > 1$ .

**Câu 156.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$  và  $B = \frac{x + 4}{x - 4} - \frac{2}{\sqrt{x} - 2}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$

a) Với  $x = 9$ , khi đó  $A = \frac{9}{5}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ , ta được  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4}$ .

c) Với  $B - \frac{1}{2} = 0$ , khi đó  $x = 4$

d) Với  $A - B < \frac{3}{2}$ , khi đó số nguyên dương  $x$  lớn nhất bằng  $x = 34$ .

**Câu 157.** Cho ba biểu thức  $P = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ ;  $Q = x\sqrt{x} + y\sqrt{y}$ ;  $R = x - y$  với  $x, y$  không âm.

a) Biểu thức  $R$  bằng với biểu thức  $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$ , với  $x, y$  không âm.

b) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{Q}{P}$  ta được  $A = \frac{\sqrt{xy}(x+\sqrt{xy}+y)}{xy}$ , với  $x > 0, y > 0$ .

c) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{P}{R}$  ta được  $B = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ , với  $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$ .

d) Rút gọn biểu thức  $C = \frac{Q}{R}$  ta được  $C = \frac{x-\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ , với  $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$ .

**Câu 158.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{8x}{4-x} \right)$  và  $N = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{3-\sqrt{x}}$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

c) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{M}{N}$  ta được  $P = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

d) Với  $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ , khi đó  $P = \frac{M}{N} = \frac{a\sqrt{5}+b}{c}$ , với  $\frac{a}{c}; \frac{b}{c}$  là phân số tối giản và  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a+b+c=1$ .

**Câu 159.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}$  và  $N = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ , với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

b) Trục căn thức dưới mẫu của biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức  $P = M : N$  ta được  $P = \frac{x+2}{x}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

d) Với  $x > 0; x \neq 1$ , giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = M : N$  bằng  $\sqrt{2}$  tại  $x = 2$ .

**Câu 160.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}$  và  $N = \frac{(1-x)^2}{2}$ , với  $x \geq 0; x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2}$ , với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

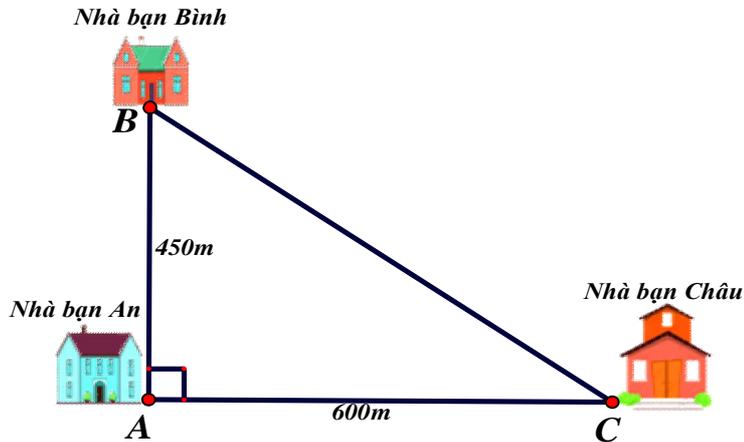
b) Rút gọn biểu thức  $P = M.N$  ta được  $P = x - \sqrt{x}$ , với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

c) Với  $x = 11 - 6\sqrt{2}$ , khi đó:  $P = M.N = 5\sqrt{2} - 8$ .

d) Với  $x \geq 0; x \neq 1$ , giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = M.N$  bằng  $\frac{1}{4}$  tại  $x = \frac{1}{4}$ .

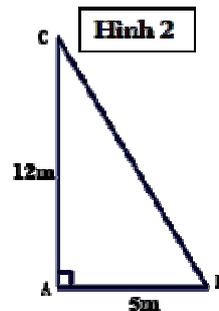
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 161.** Nhà bạn An (vị trí A trên hình vẽ) cách nhà bạn Châu (vị trí C trên hình vẽ) 600m và cách nhà bạn Bình (vị trí B trên hình vẽ) 450m. Biết rằng 3 vị trí: nhà An, nhà Bình và nhà Châu là 3 đỉnh của một tam giác vuông (xem hình vẽ). Khoảng cách từ nhà Bình đến nhà Châu bằng bao nhiêu mét?



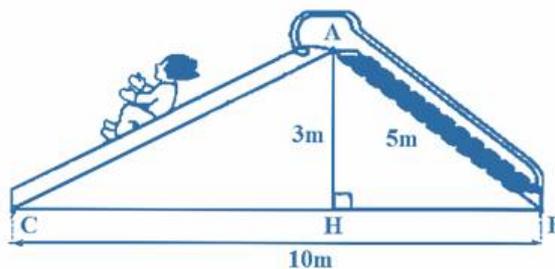
Trả lời: .....

**Câu 162.** Một cây cao 12m mọc cạnh bờ sông. Trên đỉnh cây có một con chim đang đậu và chuẩn bị sà xuống bắt con cá trên mặt nước (như hình 1 và được mô phỏng như hình 2). Hỏi con chim sẽ bay một đoạn ngắn nhất bằng bao nhiêu mét thì bắt được con cá? (Biết con cá cách gốc cây 5m và nước cao mấp mé bờ sông)



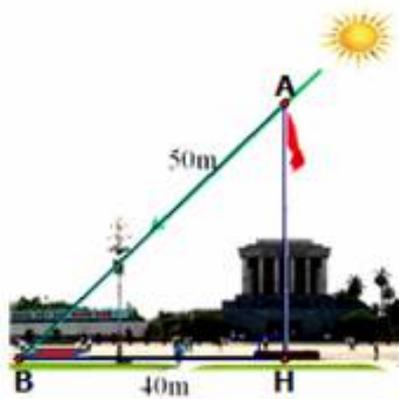
Trả lời: .....

**Câu 163.** Trong công viên thiếu nhi của thành phố Nha Trang có cầu trượt trẻ em được mô phỏng như hình vẽ bên dưới. Chiều dài đường trượt AC bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn hàng phần mười).



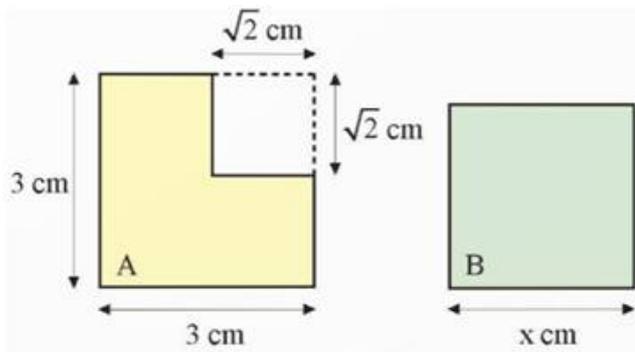
Trả lời: .....

**Câu 164.** Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (Lăng Bác) tại Quảng trường Ba Đình - Hà Nội là nơi hội tụ tình cảm, niềm tin của đồng bào và bầu bạn Quốc tế đối với Chủ tịch Hồ Chí Minh và đất nước, con người Việt Nam. Ngay từ ngày khánh thành công trình Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (29/8/1975), trước Lăng Bác đã có một cột cờ rất cao, trên đỉnh cột cờ luôn tung bay lá cờ Tổ quốc Việt Nam. Vào một thời điểm có tia nắng mặt trời chiếu xuống ta thường nhìn thấy bóng của cột cờ dưới sân Quảng trường Ba Đình, bằng kiến thức hình học người ta đo được chiều dài cái bóng của cột cờ này là đoạn  $BH = 40\text{m}$  và tính được khoảng cách từ đỉnh cột cờ đến đỉnh cái bóng của nó là đoạn  $AB = 50\text{m}$  (như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của cột cờ trước Lăng Bác (độ dài đoạn  $AH$ ) bằng bao nhiêu mét? Biết rằng cột cờ được dựng vuông góc với mặt đất.



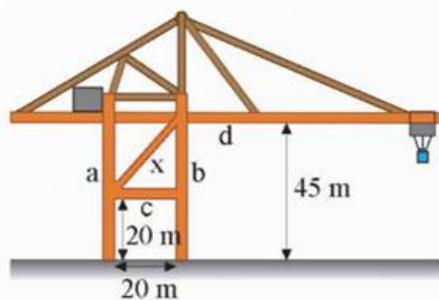
Trả lời: .....

**Câu 165.** Biết rằng hình A (phần tô vàng) và hình vuông B trong hình vẽ dưới có diện tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh  $x(\text{cm})$  của hình vuông B (kết quả lấy tròn đến phần trăm).



Trả lời: .....

**Câu 166.** Trên cân trục ở hình vẽ, hai trụ  $a$  và  $b$  đứng cách nhau  $20\text{ m}$ , hai xà ngang  $c$  và  $d$  lần lượt có độ cao  $20\text{ m}$  và  $45\text{ m}$  so với mặt đất. Xà chéo  $x$  có độ dài bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Trả lời: .....

**Câu 167.** Đại Kim tự tháp Giza là Kim tự tháp Ai Cập lớn nhất và là lăng mộ của Vương triều thứ Tư của pharaoh Khufu. Nền kim tự tháp có dạng hình vuông với diện tích khoảng  $53052 \text{ m}^2$ . Hỏi độ dài cạnh của nền kim tự tháp đó là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Trả lời: .....

**Câu 168.** Thể tích của một khối bê tông có dạng hình lập phương là khoảng  $220348 \text{ cm}^3$ . Hỏi độ dài cạnh của khối bê tông đó là bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Trả lời: .....

**Câu 169.** Bạn Minh Hiền xếp 125 khối lập phương đơn vị (có cạnh bằng 1 cm) thành một khối lập phương lớn có cạnh bằng  $x$ . Tính  $x(\text{cm})$ .

Trả lời: .....

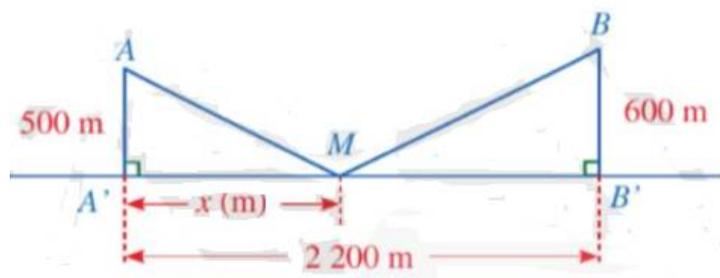
**Câu 170.** Bạn Loan cần làm một chiếc hộp giấy có dạng hình lập phương với thể tích là  $64 \text{ dm}^3$ . Hỏi cạnh của chiếc hộp giấy đó là bao nhiêu decimet? Biết rằng độ dày của tờ giấy để làm hộp là không đáng kể.

Trả lời: .....

**Câu 171.** Vận tốc  $m/s$  của một vật đang bay được cho bởi công thức  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ , trong đó  $E$  là động năng của vật (tính bằng Joule, kí hiệu là  $J$ ) và  $m$  (kg) là khối lượng của vật. Vận tốc bay của một vật bao nhiêu mét/giây? Biết vật đó có khối lượng  $2,5 \text{ kg}$  và động năng  $281,25 \text{ J}$ .

Trả lời: .....

**Câu 172.** Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm  $A, B$  của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500 \text{ m}$ ,  $BB' = 600 \text{ m}$  và khoảng cách  $A'B' = 2\,200 \text{ m}$  (minh họa ở Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Giả sử vị trí của trạm cung cấp nước sạch đó là điểm  $M$  trên đoạn  $A'B'$  với  $MA' = x$  (m),  $0 < x < 2\,200$



Tổng khoảng cách  $MA + MB$  bằng bao nhiêu mét khi  $x = 1200$  (m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

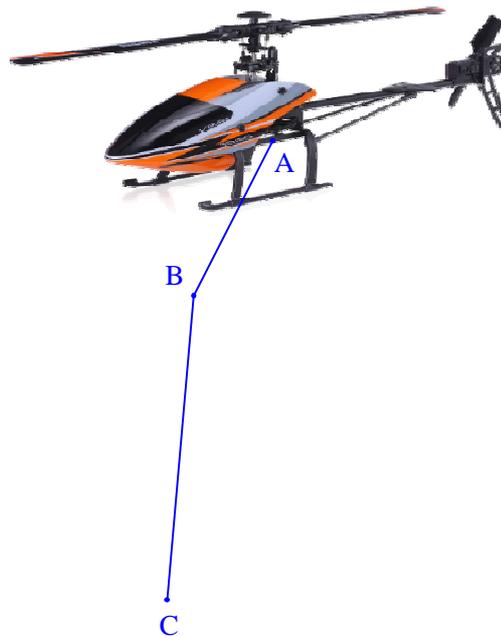
Trả lời: .....

**Câu 173.** Trò chơi “tìm kho báu” là một trò chơi quốc tế, rất phổ biến trong sinh hoạt Đoàn Đội. Ai đã một lần chơi sẽ cảm nhận được tính thú vị, hấp dẫn và lôi cuốn của nó, nhất là với các bạn yêu thích khám phá. Trong trò chơi bạn Nam phải giải bài toán có nội dung sau: “Số để bấm vào khóa mở được cửa kho báu bằng giá trị  $\sqrt{(n^2 + 2)(n^2 + 4)} + 1$  khi  $n = 10$ ”. Số để bạn Nam bấm vào ổ khóa số mở cửa kho báu là số bao nhiêu?



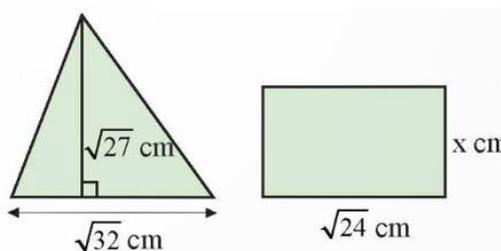
Trả lời: .....

**Câu 174.** Quỹ đường đi của một vật rơi tự do không vận tốc đầu cho bởi công thức  $S = \frac{1}{2}gt^2$  (trong đó  $g$  là gia tốc trọng trường  $g \approx 9,8m/s^2$ ,  $t$  là thời gian rơi tự do,  $S$  là quãng đường rơi tự do). Một vận động viên nhảy dù, nhảy khỏi máy bay ở độ cao 3500 mét (vị trí A) với vận tốc ban đầu không đáng kể. Hỏi sau thời gian bao nhiêu giây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) vận động viên phải mở dù để khoảng cách từ (vị trí B) đến mặt đất (vị trí C) trong hình vẽ là 1500 mét.



Trả lời: .....

**Câu 175.** Biết rằng hình tam giác và hình chữ nhật ở hình vẽ có diện tích bằng nhau. Tính chiều rộng  $x$ (cm) của hình chữ nhật.



Trả lời: .....

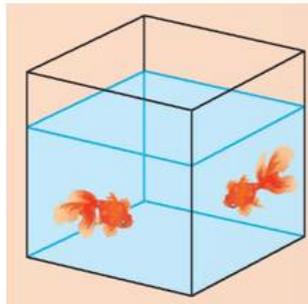
**Câu 176.** Thể tích  $V$  của một khối lập phương được tính bởi công thức:  $V = a^3$  với  $a$  là độ dài cạnh của khối lập phương. Hỏi độ dài cạnh của khối lập phương bằng bao nhiêu centimet, biết thể tích của nó là  $125\text{cm}^3$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 177.** Một khối gỗ hình lập phương có thể tích  $864(\text{cm}^3)$ . Chia khối gỗ này thành 4 khối gỗ hình lập phương nhỏ có thể tích bằng nhau. Hỏi độ dài của mỗi khối gỗ hình lập phương nhỏ bằng bao nhiêu centimet?

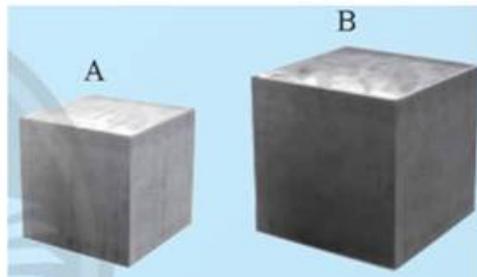
**Trả lời:** .....

**Câu 178.** Một bể cá hình lập phương có sức chứa  $729(\text{dm}^3)$ . Muốn tăng sức chứa của bể lên 6 lần (giữ nguyên hình dạng lập phương) thì phải tăng chiều dài của mỗi cạnh lên bao nhiêu lần? (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất)



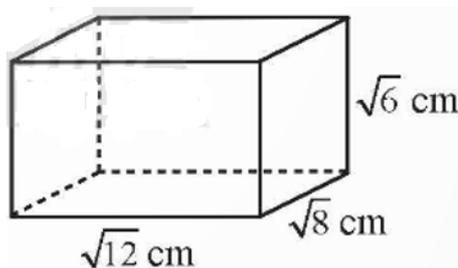
**Trả lời:** .....

**Câu 179.** Có hai khối bê tông hình lập phương  $A$  và  $B$  như hình vẽ. Biết thể tích khối bê tông  $A$  là  $32(\text{dm}^3)$  và khối bê tông  $B$  có thể tích gấp đôi khối bê tông  $A$ . Hỏi cạnh của khối bê tông hình lập phương  $B$  bằng bao nhiêu decimet?



**Trả lời:** .....

**Câu 180.** Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài  $\sqrt{12}$  cm, chiều rộng  $\sqrt{8}$  cm, chiều cao  $\sqrt{6}$  cm, như hình vẽ. Thể tích của hình hộp chữ nhật đó bằng bao nhiêu centimet khối?



**Trả lời:** .....

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.**

**Câu 181.** So sánh cặp số sau: 12 và  $\sqrt{143}$

**Câu 182.** So sánh cặp số sau:  $\frac{5}{4}\sqrt{2}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

**Câu 183.** So sánh cặp số sau:  $\frac{1}{2}$  và  $\sqrt{\frac{3}{32}}$

**Câu 184.** So sánh cặp số sau:  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{2}}$

**Câu 185.** Tìm số lớn hơn trong hai cặp số sau:  $\frac{2}{5}\sqrt{6}$  và  $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}$

**Câu 186.** Tìm số bé hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{23}$  và  $3\sqrt{10}$

**Câu 187.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:  $5\sqrt{2}; 2\sqrt{13}; 4\sqrt{3}; 7$

**Câu 188.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \sqrt{0,04} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{121} \right) \sqrt{81}$

**Câu 189.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \left( \frac{\sqrt{2024} + \sqrt{2026}}{2} \right)$

**Câu 190.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = (5 - \sqrt{24})(5 + \sqrt{24}) + \sqrt{(6 - \sqrt{35})^2} + \sqrt{35}$

**Câu 191.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$

**Câu 192.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$

**Câu 193.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

**Câu 194.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

**Câu 195.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{24 + 8\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

**Câu 196.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{41 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{41 + 12\sqrt{5}}$

**Câu 197.** Rút gọn biểu thức sau :  $C = \sqrt{13 + 30\sqrt{2} + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}$

**Câu 198.** Rút gọn biểu thức sau :  $C = \sqrt{6 + 2\sqrt{5} - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}$

**Câu 199.** Rút gọn biểu thức sau :  $D = \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + \sqrt{48} - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}$

**Câu 200.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{1}{2}\sqrt{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt{\sqrt{21} + 5} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$

**Câu 201.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8} - 2\sqrt{5}$

**Câu 202.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{117,5^2 - 26,5^2} - 1440$

**Câu 203.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}}$

**Câu 204.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = \sqrt{4 + \sqrt{8}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$

**Câu 205.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{\frac{13^2 - 12^2}{36}} - \sqrt{\frac{2,5}{6,4}}$

**Câu 206.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = (12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10}$

**Câu 207.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{3} - 2} - \frac{1}{\sqrt{3} + 2} \right) \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$

**Câu 208.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$

**Câu 209.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{63} - \sqrt{252} - \sqrt{343} + \sqrt{175}}{5\sqrt{7}}$

**Câu 210.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{54 - 18\sqrt{10}} + 3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}}$

**Câu 211.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$

**Câu 212.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$

**Câu 213.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$

**Câu 214.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$

**Câu 215.** Tính giá trị của biểu thức sau :

$$C = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

**Câu 216.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

**Câu 217.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = (3 - \sqrt{5})\sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}}$

**Câu 218.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

**Câu 219.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

**Câu 220.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = \frac{6 + 8\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} - \sqrt{5}} - (\sqrt{24} + \sqrt{8} + \sqrt{20})$

**Câu 221.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2} \cdot x^2 = 3$

**Câu 222.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} = 5$

**Câu 223.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{1 - 12x + 36x^2} = 5$

**Câu 224.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{9x^2 - 12x + 4} = \sqrt{x^2}$

**Câu 225.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

**Câu 226.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = 2$

**Câu 227.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

**Câu 228.** Tìm số  $x$ , biết:  $5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} + 6\sqrt{12x} - 7\sqrt{75x} = -120$

**Câu 229.** Tìm số  $u$ , biết:  $\sqrt{4u - 20} + 3\sqrt{\frac{u-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9u - 45} = 4$

**Câu 230.** Tìm số  $u$ , biết:  $\frac{2}{3}\sqrt{9u-9} - \frac{1}{4}\sqrt{16u-16} + 27\sqrt{\frac{u-1}{81}} = 4$

**Câu 231.** Tìm số  $a$ , biết:  $25\sqrt{\frac{a-3}{25}} - 7\sqrt{\frac{4a-12}{9}} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\sqrt{\frac{9a^2-81}{81}} = 0$

**Câu 232.** Tìm số  $x$ , biết:  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1+1}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1-1}} + 2 = 0$ , với  $x \geq -1; x \neq 0$

**Câu 233.** Tìm số  $x$ , biết:  $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$ , với  $x \geq 0$

**Câu 234.** Tìm số  $x, y, z$ , biết:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

**Câu 235.** Chứng minh rằng:  $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n} - 1$

**Câu 236.** Thu gọn các biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2026}}$$

**Câu 237.** Tính biểu thức  $M = \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2021}} + \frac{1}{\sqrt{2021}-\sqrt{2022}}$

**Câu 238.** Tính giá trị biểu thức sau:  $M = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021}+2021\sqrt{2022}}$

**Câu 239.** Cho ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $xy + yz + zx = 1$

Tính:  $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$

**Câu 240.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{1-4y+4y^2} - \frac{3}{2}$  với  $y < \frac{1}{2}$ .

**Câu 241.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{x-1}{\sqrt{y-1}} \sqrt{\frac{y-2\sqrt{y}+1}{(x-1)^4}}$  với  $x \neq 1; y > 1$ .

**Câu 242.** Cho biểu thức sau:  $P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1+\sqrt{x}}\right) \cdot \frac{x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ , với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ . Chứng minh biểu thức  $P$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 243.** Cho biểu thức sau:  $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{5}{\sqrt{x-3}} + \frac{6}{x-9}\right) : \frac{2}{\sqrt{x-3}}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ . Chứng minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 244.** Cho biểu thức sau:  $B = \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ . Chứng minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 245.** Cho biểu thức sau:  $A = \left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right) : \sqrt{x}$ , với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ . Chứng minh biểu thức  $A$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 246.** Cho biểu thức sau:  $B = \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x}$ , với  $x \geq -1, x \neq 0$ . Chứng minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 247.** Cho biểu thức sau:  $B = \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + 1\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{4}$ , với  $x \geq 0$ . Chứng minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 248.** Cho biểu thức:  $B = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}}$  với  $a^2 \geq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tính  $B$  tại  $a = \sqrt{5}$ .

**Câu 249.** Cho biểu thức  $A = \frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{y-4\sqrt{y}+4}{(x+3)^4}}$  với  $x \neq -3; y \geq 0; y \neq 4$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị  $A$ , biết  $x=2$  và  $y=16$

**Câu 250.** Rút biểu thức:  $A = \frac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{u-v}$  với  $u > 0; v > 0; u \neq v$ .

a) Rút biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị biểu thức  $A$  tại  $u = \frac{1}{4}; v = \frac{4}{9}$ .

**Câu 251.** Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

- a) Rút gọn biểu thức  $B$ .  
b) Tìm  $x$  để  $B > 1$ .

**Câu 252.** Cho  $A = \left( \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{x-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

- a) Rút gọn  $A$   
b) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $\frac{1}{A}$  là số nguyên dương

**Câu 253.** Cho hai biểu thức:  $A = (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5}$  và  $B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

- a) Rút gọn các biểu thức  $A, B$   
b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A+B=2$

**Câu 254.** Với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ , cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}$

- a) Tính giá trị biểu thức  $P$  khi  $x=9$ .  
b) Rút gọn biểu thức  $P$ .  
c) Tìm  $x$  để  $P=2$ .

**Câu 255.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

- a) Rút gọn biểu thức  $P$   
b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < 2$

**Câu 256.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức  $P$   
b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$

**Câu 257.** Cho biểu thức:  $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x}{x-4}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

- a) Rút gọn biểu thức  $B$ .  
b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 1$ .

**Câu 258.** Cho biểu thức  $C = \frac{-2x+13}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}-2}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

- a) Rút gọn biểu thức  $C$ .  
b) Tìm  $x$  để  $C=1$ .

**Câu 259.** Cho biểu thức  $P = \frac{x-4}{\sqrt{x+2}} + \frac{x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

- Rút gọn biểu thức  $P$ .
- Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 5$ .

**Câu 260.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  ( với  $x > 0; x \neq 1$  )

- Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$
- Rút gọn biểu thức  $B$
- Tìm  $x$  để giá trị của  $A$  và  $B$  trái dấu.

## TRẮC NGHIỆM VÀ TỰ LUẬN TỔNG HỢP GỒM BỐN PHẦN

## CHƯƠNG 3: CĂN THỨC

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho số thực  $a > 0$ . Số nào sau đây là căn bậc hai số học của  $a$ ?

- A.  $\sqrt{a}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{a}}{2}$ .                      C.  $\sqrt{2a}$ .                      D.  $2\sqrt{a}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Với số dương  $a$ , số  $\sqrt{a}$  được gọi là căn bậc hai số học của  $a$ .

**Câu 2.** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\sqrt{a^2} = |a|$ .  
 B. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .  
 C. Với  $a \geq 0, b > 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .  
 D. Với  $a > 0, b \geq 0$ , ta có:  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì  $\sqrt{a}$  nằm dưới mẫu nên điều kiện của  $\sqrt{a}$  là  $a > 0$ , do đó D là đáp án sai.

**Câu 3.** Cho  $a, b$  là hai số không âm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\sqrt{ab} = a\sqrt{b}$ .                      B.  $\sqrt{a}\sqrt{b} = b\sqrt{a}$ .                      C.  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ .                      D.  $\sqrt{ab} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Với hai số  $a, b$  không âm, ta có  $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

**Câu 4.** Cho  $a$  là số không âm và  $b, c$  là số dương. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\sqrt{\frac{ac}{b}} = \frac{\sqrt{ac}}{\sqrt{b}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}} = \sqrt{\frac{ab}{c}}$ .                      C.  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c} = \sqrt{abc}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{c}}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Với số  $a$  không âm và số  $b, c$  dương, ta có  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{bc}} = \sqrt{\frac{a}{bc}}$ . Nên D là đáp án sai.

**Câu 5.** Cho số thực  $a$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Với  $a \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = a$ .

B. Với  $a \geq 0$ , ta có:  $(\sqrt{a})^2 = a$ .

C. Với  $a \leq 0$ , ta có:  $(-\sqrt{a})^2 = a$ .

D. Với  $a \leq 0$ , ta có:  $\sqrt{a^2} = -a$ .

### Lời giải

#### Chọn C.

Với  $a \leq 0$  thì  $\sqrt{a}$  không xác định, do đó C là đáp án sai.

**Câu 6.** Cho số thực  $a$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , nếu  $a < b$  thì  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ .

B. Với  $a \geq 0, b \geq 0$ , nếu  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  thì  $a < b$ .

C. Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ .

D. Nếu  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$  thì  $a < b$ .

### Lời giải

#### Chọn C.

Nếu  $a < b$  thì  $\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ , do đó C là đáp án sai.

**Câu 7.** Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\sqrt[3]{a} = x$  khi  $a = x^3$ .

B.  $\sqrt[3]{a} = -x$  khi  $a^3 = -x$ .

C.  $\sqrt[3]{a} = x$  khi  $a = -x^3$ .

D.  $\sqrt[3]{a} = -x$  khi  $a = x^3$ .

### Lời giải

#### Chọn A.

ta có  $\sqrt[3]{a} = x$  khi  $a = x^3$ .

Và  $\sqrt[3]{a} = -x$  khi  $a = (-x)^3$  hay  $a = -x^3$

**Câu 8.** Cho ba biểu thức  $A, B, C$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Với  $A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{A.B.C} = \sqrt{A}.\sqrt{B}.\sqrt{C}$ .

B. Với  $A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{A.B}{C}} = \frac{\sqrt{A}.\sqrt{B}}{\sqrt{C}}$ .

C. Với  $A < 0; B \geq 0$ , ta có:  $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$ .

D. Với  $A \geq 0; B \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{A^2B} = A\sqrt{B}$ .

### Lời giải

#### Chọn B.

Vì biểu thức  $\sqrt{C}$  nằm dưới mẫu nên điều kiện của  $\sqrt{C}$  là  $C > 0$ , do đó B là đáp án sai.

**Câu 9.** Cho ba biểu thức  $A, B, C$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

**A.** Với  $A \geq 0; B \geq 0$ , ta có:  $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ .

**B.** Với  $A \geq 0; A \neq B^2$ , ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A}-B} = \frac{C(\sqrt{A}+B)}{A-B^2}$ .

**C.** Với  $A \geq 0; B \geq 0; A \neq B$ , ta có:  $\frac{C}{\sqrt{A}-\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A}+\sqrt{B})}{A-B}$ .

**D.** Với  $B \geq 0$ , ta có:  $(A-\sqrt{B})(A+\sqrt{B}) = A^2 - B$ .

### Lời giải

#### Chọn A.

Vì biểu thức  $\sqrt{B}$  nằm dưới mẫu nên điều kiện của  $\sqrt{B}$  là  $B > 0$ , do đó A là đáp án sai.

**Câu 10.** Số nào sau đây là căn bậc hai số học của số 0,64 ?

- A.** -0,8 .                      **B.** 0,8 .                      **C.** 0,32 .                      **D.** -0,32 .

### Lời giải

#### Chọn B.

Căn bậc hai số học của 0,64 là  $\sqrt{0,64} = 0,8$ .

**Câu 11.** Căn bậc hai của 121 là:

- A.** -11 .                      **B.** 11.                      **C.** -11 và 11.                      **D.** 12.

### Lời giải

#### Chọn C.

Ta thấy  $11^2 = 121$  và  $(-11)^2 = 121$  nên số -11 và 11 là căn bậc hai của 121.

**Câu 12.** Căn bậc hai của 0,025 là:

- A.** -0,05 .                      **B.** 0,05.                      **C.** -0,05 và 0,05.                      **D.** -0,5 và 0,5.

### Lời giải

#### Chọn D.

Ta thấy  $(0,5)^2 = 0,025$  và  $(-0,5)^2 = 0,025$  nên số -0,5 và 0,5 là căn bậc hai của 0,025.

**Câu 13.** Căn bậc ba của  $\frac{1}{125}$  là:

- A.**  $-\frac{1}{5}$  .                      **B.**  $\frac{1}{5}$  .                      **C.**  $-\frac{1}{5}$  và  $\frac{1}{5}$  .                      **D.** 5 .

### Lời giải

#### Chọn B.

Ta có  $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$  nên số  $\frac{1}{5}$  là căn bậc ba của  $\frac{1}{125}$ .

**Câu 14.** Chọn khẳng định đúng.

A.  $\sqrt[3]{27} = 9$ .

B.  $\sqrt[3]{27} = 3$ .

C.  $\sqrt[3]{27} = -3$ .

D.  $\sqrt[3]{27} = -9$ .

Lời giải

**Chọn B.**Ta có  $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ .**Câu 15.** Tìm điều kiện xác định của  $\sqrt{5-3x}$ 

A.  $x \geq \frac{3}{5}$ .

B.  $x \geq \frac{5}{3}$ .

C.  $x \leq \frac{5}{3}$ .

D.  $x \leq \frac{3}{5}$ .

Lời giải

**Chọn C.**Ta có  $\sqrt{5-3x}$  có nghĩa khi  $5-3x \geq 0$  hay  $3x \leq 5$  nên  $x \leq \frac{5}{3}$ .**Câu 16.** Tìm điều kiện xác định của  $\sqrt{125-5x}$ 

A.  $x > 25$ .

B.  $x \leq 25$ .

C.  $x \geq 25$ .

D.  $x < 25$ .

Lời giải

**Chọn B.**Ta có:  $\sqrt{125-5x}$  có nghĩa khi  $125-5x \geq 0$  hay  $5x \leq 125$  nên  $x \leq 25$ .**Câu 17.** Biểu thức  $\sqrt{10+100x}$  có nghĩa khi

A.  $x < -\frac{1}{10}$ .

B.  $x \leq \frac{1}{10}$ .

C.  $x \geq \frac{1}{10}$ .

D.  $x \geq -\frac{1}{10}$ .

Lời giải

**Chọn D.**Ta có:  $\sqrt{10+100x}$  có nghĩa khi  $10+100x \geq 0$  hay  $100x \geq -10$  nên  $x \geq -\frac{1}{10}$ .**Câu 18.** Tìm  $x$  để  $\sqrt{\frac{(-2025)^2}{6-3x}}$  có nghĩa

A.  $x < 2$ .

B.  $x > 2$ .

C.  $x \leq 2$ .

D.  $x \geq 2$ .

Lời giải

**Chọn A.**Ta có:  $\sqrt{\frac{(-2025)^2}{6-3x}}$  có nghĩa khi  $\frac{(-2025)^2}{6-3x} \geq 0$  hay  $6-3x > 0$  suy ra  $x < 2$ .**Câu 19.** Tìm  $x$  để  $\sqrt{\frac{-2}{3x-1}}$  có nghĩa

A.  $x < -\frac{1}{3}$ .

B.  $x \leq -\frac{1}{3}$ .

C.  $x < \frac{1}{3}$ .

D.  $x \leq \frac{1}{3}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có  $\sqrt{\frac{-2}{3x-1}}$  có nghĩa khi  $\frac{-2}{3x-1} \geq 0$  mà  $-2 < 0$  suy ra  $3x-1 < 0$  nên  $x < \frac{1}{3}$ .

**Câu 20.** Biểu thức  $\sqrt{2025-x}$  có nghĩa khi

- A.  $x \leq \frac{1}{2025}$ .      B.  $x \geq 2025$ .      C.  $x \geq \frac{1}{2025}$ .      D.  $x \leq 2025$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$\sqrt{2025-x}$  xác định khi  $2025-x \geq 0$  hay  $x \leq 2025$ .

**Câu 21.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{3-2x}}$  có nghĩa khi

- A.  $x < \frac{3}{2}$ .      B.  $x > \frac{3}{2}$ .      C.  $x \geq \frac{3}{2}$ .      D.  $x \leq \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Do  $3 > 0$  nên  $\sqrt{\frac{3}{3-2x}}$  xác định khi  $3-2x > 0$  hay  $x < \frac{3}{2}$ .

**Câu 22.** Biểu thức  $\frac{-2026}{\sqrt{4x-1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x < \frac{1}{4}$ .      B.  $x \leq \frac{1}{4}$ .      C.  $x > \frac{1}{4}$ .      D.  $x \geq \frac{1}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$\frac{-2026}{\sqrt{4x-1}}$  xác định khi  $4x-1 > 0$  hay  $x > \frac{1}{4}$

**Câu 23.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{4x-6}{-3}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > \frac{3}{2}$ .      B.  $x < \frac{3}{2}$ .      C.  $x \leq \frac{3}{2}$ .      D.  $x \geq \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$\sqrt{\frac{4x-6}{-3}}$  xác định khi  $4x-6 \leq 0$  (Do  $-3 < 0$ ) hay  $x \leq \frac{3}{2}$ .

**Câu 24.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{2026}{x^2+6x+9}}$  có nghĩa khi

- A.  $x \geq -3$ .      B.  $x \neq -3$ .      C.  $x > -3$ .      D. với mọi  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Do  $2026 > 0$  nên  $\sqrt{\frac{2026}{x^2+6x+9}}$  xác định khi  $x^2+6x+9 > 0$

Ta có  $x^2+6x+9 = (x+3)^2 \geq 0$  mọi  $x$ , do đó  $x^2+6x+9 > 0$  khi  $x \neq -3$

Vậy  $\sqrt{\frac{2026}{x^2+6x+9}}$  xác định với mọi  $x \neq -3$

**Câu 25.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{-3}{-x^2+x-1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 0$ .                      B.  $x < 0$ .                      C.  $x \geq 0$ .                      D. với mọi  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do  $-3 < 0$  nên  $\sqrt{\frac{-3}{-x^2+x-1}}$  xác định khi  $-x^2+x-1 < 0$

Ta có  $-x^2+x-1 = -(x^2-x)-1 = -\left(x^2-2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) - 1 = -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} < 0$  với mọi  $x$ , do đó  $-x^2+x-1 < 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $\sqrt{\frac{-3}{-x^2+x-1}}$  xác định với mọi  $x$ .

**Câu 26.** Biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{x^2+1}}$  có nghĩa khi

- A.  $x \geq -1$ .                      B.  $x > -1$ .                      C.  $x \geq 1$ .                      D. với mọi  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do  $3 > 0$  nên  $\sqrt{\frac{3}{x^2+1}}$  xác định khi  $x^2+1 > 0$

Ta có  $x^2 \geq 0$  với mọi  $x$ , nên  $x^2+1 > 0$  với mọi  $x$ .

**Câu 27.** Biểu thức  $5x + \sqrt{\frac{5x-10}{3}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 2$ .                      B.  $x \geq 2$ .                      C.  $x \geq 0$ .                      D. với mọi  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Do  $3 > 0$  nên  $5x + \sqrt{\frac{5x-10}{3}}$  xác định khi  $5x-10 \geq 0$  hay  $x \geq 2$ .

**Câu 28.** Biểu thức  $3-2x + \sqrt{\frac{1}{x^2-4x+5}}$  có nghĩa khi

- A.  $x > 0$ .                      B.  $x \geq 0$ .                      C.  $x \neq 0$ .                      D. với mọi  $x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do  $1 > 0$  nên  $3 - 2x + \sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 5}}$  xác định khi  $x^2 - 4x + 5 > 0$

Ta có  $x^2 - 4x + 5 = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x - 2)^2 + 1 > 0$  với mọi  $x$ .

Vậy  $3 - 2x + \sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 5}}$  xác định với mọi  $x$

**Câu 29.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 4 - x$  là:

- A.  $x = 2$ .                      B.  $x = \frac{1}{4}$ .                      C.  $x = \frac{1}{2}$ .                      D.  $x = 3$ .

**Lời giải****Chọn C.**

$\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 4 - x$  hay  $\sqrt{(x + 3)^2} = 4 - x$  khi đó  $|x + 3| = 4 - x$

TH1:  $x + 3 = 4 - x$  suy ra  $x = \frac{1}{2}$  (thỏa mãn)

TH2:  $x + 3 = x - 4$  (vô nghiệm)

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{1}{2}$ .

**Câu 30.** Số nghiệm của phương trình  $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 3 - 4x$  là:

- A. 0.                      B. 4.                      C. 1.                      D. 2.

**Lời giải****Chọn D.**

$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 3 - 4x$

hay  $\sqrt{(2x + 1)^2} = 3 - 4x$

$|2x + 1| = 3 - 4x$

TH1:  $2x + 1 = 3 - 4x$  ta có  $6x = 2$  nên  $x = \frac{1}{3}$

TH2:  $2x + 1 = 4x - 3$  ta có  $2x = 4$  nên  $x = 2$

Vậy phương trình có hai nghiệm  $x = \frac{1}{3}; x = 2$ .

**Câu 31.** Tính giá trị biểu thức  $6\sqrt{(-2,5)^2} - 8\sqrt{(-0,5)^2}$ .

- A. 15.                      B. -13.                      C. -11.                      D. -12.

**Lời giải****Chọn C.**

Ta có  $6\sqrt{(-2,5)^2} - 8\sqrt{(-0,5)^2} = 6 \cdot |-2,5| - 8 \cdot |-0,5| = 6 \cdot 2,5 - 8 \cdot 0,5 = 15 - 4 = 11$ .

**Câu 32.** Tính giá trị biểu thức  $9\sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2} + \sqrt{(-0,8)^2}$ .

A. 24,64.

B. 32.

C. 28,8.

D. 24,8.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } 9\sqrt{\left(-\frac{8}{3}\right)^2} + \sqrt{(-0,8)^2} = 9\left|-\frac{8}{3}\right| + |-0,8| = 9\cdot\frac{8}{3} + 0,8 = 24 + 0,8 = 24,8.$$

**Câu 33.** Tìm giá trị biểu thức  $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ .

A.  $3+2\sqrt{3}$ .

B. 1.

C.  $2\sqrt{3}$ .D.  $\sqrt{3}$ .

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| + |1-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3} - (1-\sqrt{3}) = 1$$

(vì  $2-\sqrt{3} > 0$  và  $1-\sqrt{3} < 0$ )

**Câu 34.** Giá trị của biểu thức  $\frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169}$  là:

A. 12.

B. 13.

C. 15.

D. 11.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{169} = \frac{2}{5}\cdot|5| - \frac{9}{2}\cdot\left|\frac{4}{9}\right| + |13| = \frac{2}{5}\cdot 5 - \frac{9}{2}\cdot\frac{4}{9} + 13 = 2 - 2 + 13 = 13$$

**Câu 35.** Tính giá trị biểu thức  $\sqrt{19+8\sqrt{3}} + \sqrt{19-8\sqrt{3}}$ .

A.  $2\sqrt{3}$ .B.  $8+2\sqrt{3}$ .

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \sqrt{19+8\sqrt{3}} = \sqrt{4^2 + 2\cdot 4\cdot\sqrt{3} + 3} = \sqrt{(4+\sqrt{3})^2} = |4+\sqrt{3}| = 4+\sqrt{3}$$

$$\text{Và } \sqrt{19-8\sqrt{3}} = \sqrt{4^2 - 2\cdot 4\cdot\sqrt{3} + 3} = \sqrt{(4-\sqrt{3})^2} = |4-\sqrt{3}| = 4-\sqrt{3}$$

(vì  $4 = \sqrt{16} > \sqrt{3}$  suy ra  $4-\sqrt{3} > 0$ )

$$\text{Nên } \sqrt{19+8\sqrt{3}} + \sqrt{19-8\sqrt{3}} = 4+\sqrt{3} + 4-\sqrt{3} = 8.$$

**Câu 36.** Tính giá trị biểu thức  $\sqrt{15+6\sqrt{6}} - \sqrt{15-6\sqrt{6}}$

A.  $2\sqrt{6}$ .B.  $\sqrt{6}$ .

C. 6.

D. 12.

Lời giải

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } \sqrt{15+6\sqrt{6}} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{6} + 6} = \sqrt{(3+\sqrt{6})^2} = |3+\sqrt{6}| = 3+\sqrt{6}$$

$$\text{Và } \sqrt{15-6\sqrt{6}} = \sqrt{3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{6} + 6} = \sqrt{(3-\sqrt{6})^2} = |3-\sqrt{6}| = 3-\sqrt{6} \quad (\text{vì } 3 = \sqrt{9} > \sqrt{6} \text{ suy ra } 3-\sqrt{6} > 0)$$

$$\text{Nên } \sqrt{15+6\sqrt{6}} - \sqrt{15-6\sqrt{6}} = 3+\sqrt{6} - (3-\sqrt{6}) = 3+\sqrt{6} - 3 + \sqrt{6} = 2\sqrt{6}.$$

**Câu 37.** Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A.  $\sqrt{2024} \cdot \sqrt{2025} = \sqrt{2024 + 2025}$  .

B.  $\sqrt{2024} \cdot \sqrt{2025} = \frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}}$  .

C.  $\sqrt{2024} \cdot \sqrt{2025} = \sqrt{2024 \cdot 2025}$  .

D.  $\frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}} = \sqrt{\frac{2025}{2024}}$  .

**Lời giải****Chọn C.**

$$\text{Ta có } \sqrt{2024} \cdot \sqrt{2025} = \sqrt{2024 \cdot 2025}$$

$$\frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{2025}} = \sqrt{\frac{2024}{2025}}$$

**Câu 38.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{1,25} \cdot \sqrt{51,2}$  là?

A. 16.

B. 64.

C. 32.

D. 8.

**Lời giải****Chọn D.**

$$\sqrt{1,25} \cdot \sqrt{51,2} = \sqrt{1,25 \cdot 51,2} = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8.$$

**Câu 39.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4}$  là?

A. 36.

B. 6.

C. 18.

D. 3.

**Lời giải****Chọn B.**

$$\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{14,4} = \sqrt{2,5 \cdot 14,4} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6.$$

**Câu 40.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{81}{169}}$  là?A.  $\frac{9}{13}$  .B.  $\frac{13}{9}$  .C.  $\frac{3}{13}$  .D.  $\frac{9}{169}$  .**Lời giải****Chọn A.**

$$\sqrt{\frac{81}{169}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{9^2}}{\sqrt{13^2}} = \frac{9}{13}.$$

**Câu 41.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{1,21}{576}}$  là?

A.  $\frac{240}{11}$ .

B.  $\frac{24}{11}$ .

C.  $\frac{11}{240}$ .

D.  $\frac{11}{24}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\sqrt{\frac{1,21}{576}} = \frac{\sqrt{1,21}}{\sqrt{576}} = \frac{\sqrt{1,1^2}}{\sqrt{24^2}} = \frac{1,1}{24} = \frac{11}{240}.$$

**Câu 42.** Kết quả phép tính:  $\sqrt{\frac{625}{-729}}$

A.  $-\frac{25}{27}$ .

B.  $\frac{25}{27}$ .

C.  $-\frac{5}{7}$ .

**D. Không tồn tại.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì  $\frac{625}{-729} < 0$  nên không tồn tại căn bậc hai của số âm.

**Câu 43.** Kết quả của phép tính  $\sqrt{\frac{-999}{111}}$  là?

A. 3.

B. -9.

C. -3.

**D. Không tồn tại.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Vì  $\frac{-999}{111} < 0$  nên không tồn tại căn bậc hai của số âm

**Câu 44.** Phép tính  $\sqrt{12^2 \cdot (-11)^2}$  có kết quả là?

A. 13.

B. -132.

C. 132.

**D. Không tồn tại.**

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\sqrt{12^2 \cdot (-11)^2} = \sqrt{12^2} \cdot \sqrt{(-11)^2} = |12| \cdot |-11| = 12 \cdot 11 = 132.$$

**Câu 45.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448}$  là:

A.  $5\sqrt{7}$ .

B. 0.

C.  $2\sqrt{7}$ .

D.  $\sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\begin{aligned} \sqrt{252} - \sqrt{700} + \sqrt{1008} - \sqrt{448} &= \sqrt{36 \cdot 7} - \sqrt{100 \cdot 7} + \sqrt{144 \cdot 7} - \sqrt{64 \cdot 7} = 6\sqrt{7} - 10\sqrt{7} + 12\sqrt{7} - 8\sqrt{7} \\ &= \sqrt{7}(6 - 10 + 12 - 8) = 0 \end{aligned}$$

**Câu 46.** Giá trị biểu thức  $\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}}$  là giá trị nào sau đây?

A.  $\frac{\sqrt{6}}{6}$ .

B.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

C.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

D.  $\sqrt{6}$ .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} - 4 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6} \left( \frac{3}{2} + \frac{2}{3} - 4 \right) = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

**Câu 47.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{\frac{3}{20}} + \sqrt{\frac{1}{60}} - 2\sqrt{\frac{1}{15}}$  là:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \sqrt{\frac{3}{20}} + \sqrt{\frac{1}{60}} - 2\sqrt{\frac{1}{15}} = \frac{\sqrt{3 \cdot 20}}{20} + \frac{\sqrt{60}}{60} - \frac{2\sqrt{15}}{15} = \frac{3\sqrt{60} + \sqrt{60} - 4 \cdot \sqrt{4 \cdot 15}}{60} = \frac{4\sqrt{60} - 4\sqrt{60}}{60} = 0$$

**Câu 48.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{32} + \sqrt{50} - 3\sqrt{8} - \sqrt{18}$  là:

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\sqrt{32} + \sqrt{50} - 3\sqrt{8} - \sqrt{18} = \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - 3\sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{9 \cdot 2} = 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 0.$$

**Câu 49.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80}$  là:

A.  $\sqrt{5}$ .

B.  $5\sqrt{5}$ .

C.  $10\sqrt{5}$ .

D.  $-5\sqrt{5}$ .

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \sqrt{125} - 4\sqrt{45} + 3\sqrt{20} - \sqrt{80} &= \sqrt{25 \cdot 5} - 4\sqrt{9 \cdot 5} + 3\sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{16 \cdot 5} = 5\sqrt{5} - 4 \cdot 3\sqrt{5} + 3 \cdot 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5} - 12\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 4\sqrt{5} = -5\sqrt{5} \end{aligned}$$

**Câu 50.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{(4-\sqrt{5})^2} - \sqrt{6-2\sqrt{5}}$  là:

A.  $5 - 2\sqrt{5}$ .

B. 4.

C.  $2 + 2\sqrt{5}$ .

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \sqrt{(4-\sqrt{5})^2} - \sqrt{6-2\sqrt{5}} &= \sqrt{(4-\sqrt{5})^2} - \sqrt{5-2\sqrt{5}+1} = \sqrt{(4-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} \\ &= |4-\sqrt{5}| - |\sqrt{5}-1| = 4-\sqrt{5} - \sqrt{5}+1 = 5-2\sqrt{5} \end{aligned}$$

**Câu 51.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7-2\sqrt{10}}$  là:

A.  $\sqrt{2}$ .

B. 0.

C.  $2\sqrt{2}$ .

D.  $2\sqrt{5}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2} - \sqrt{7 - 2\sqrt{10}} &= \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2} - \sqrt{5 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + 2} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \\ &= |\sqrt{2} + \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - \sqrt{2}| = \sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

**Câu 52.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$  là:

A. 2.

B. 3.

C. 7.

D. 6.

**Lời giải****Chọn B.**

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{7 - 2\sqrt{10}} &= (\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{5 - 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + 2} = (\sqrt{5} + \sqrt{2})\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{2})|\sqrt{5} - \sqrt{2}| = (\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = 5 - 2 = 3. \end{aligned}$$

**Câu 53.** Giá trị của biểu thức  $(\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$  là:

A. 8.

B. 4.

C. 7.

D. 6.

**Lời giải****Chọn B.**

$$(\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{5 + 2\sqrt{5} \cdot 1 + 1} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 5 - 1 = 4$$

**Câu 54.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt[3]{17\sqrt{5} + 38} - \sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38}$  ta đượcA.  $-2\sqrt{5}$ .B.  $\sqrt{5}$ .C.  $2\sqrt{5}$ .

D. 4.

**Lời giải****Chọn D.**

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{17\sqrt{5} + 38} - \sqrt[3]{17\sqrt{5} - 38} &= \sqrt[3]{2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5} + 3 \cdot 2 \cdot (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^3} - \sqrt[3]{(\sqrt{5})^3 - 3 \cdot (\sqrt{5})^2 \cdot 2 + 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 2^2 - 2^3} \\ &= \sqrt[3]{(2 + \sqrt{5})^3} - \sqrt[3]{(\sqrt{5} - 2)^3} = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 2 = 4 \end{aligned}$$

**Câu 55.** Sau khi rút gọn biểu thức  $\frac{1}{5 + 3\sqrt{2}} + \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}}$  ta được phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}$ ). Khi đó $a + b$  có giá trị:

A. 18.

B. 12.

C. 20.

D. 17.

**Lời giải****Chọn D.**

$$\frac{1}{5 + 3\sqrt{2}} + \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}} = \frac{5 - 3\sqrt{2}}{(5 + 3\sqrt{2})(5 - 3\sqrt{2})} + \frac{5 + 3\sqrt{2}}{(5 + 3\sqrt{2})(5 - 3\sqrt{2})} = \frac{10}{5^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{10}{25 - 18} = \frac{10}{7}$$

Suy ra  $a = 10; b = 7 \Rightarrow a + b = 17$ .

**Câu 56.** Rút gọn biểu thức  $\frac{2}{7+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7-3\sqrt{5}}$  ta được:

A. 7.

B. 8.

C. 12.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \frac{2}{7+3\sqrt{5}} + \frac{2}{7-3\sqrt{5}} &= \frac{2(7-3\sqrt{5})}{(7+3\sqrt{5})(7-3\sqrt{5})} + \frac{2(7+3\sqrt{5})}{(7-3\sqrt{5})(7+3\sqrt{5})} = \frac{14-6\sqrt{5}}{7^2-(3\sqrt{5})^2} + \frac{14+6\sqrt{5}}{7^2-(3\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{14-6\sqrt{5}+14+6\sqrt{5}}{49-9.5} = \frac{28}{4} = 7 \end{aligned}$$

**Câu 57.** Tính giá trị của biểu thức  $\left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ .

A. 2.

B. -2.

C. 4.

D. -4.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} &= \left( \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \\ &= \left( \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-1)}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}} \right) \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{5}) = (-\sqrt{7}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{5}) \\ &= -(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = -(7-5) = -2 \end{aligned}$$

**Câu 58.** Tính giá trị biểu thức  $\left( \frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{30}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}$

A. 12.

B. 16.

C. 14.

D. 15.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \left( \frac{10+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{30}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{6}} &= \left( \frac{\sqrt{100}-\sqrt{40}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{6}} \\ &= \left( \frac{\sqrt{20}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{6}\cdot(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}-1} \right) : \frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{6}} = (2\sqrt{5}+\sqrt{6})(2\sqrt{5}-\sqrt{6}) = (2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{6})^2 = 20-6=14 \end{aligned}$$

**Câu 59.** Cho  $A = 2\sqrt[3]{3}$  và  $B = \sqrt[3]{25}$ . Chọn khẳng định đúng

A.  $A+B=0$ .B.  $A > B$ .C.  $A \geq B$ .D.  $A < B$ .

Lời giải

Chọn D.

$$A = 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{8 \cdot 3} = \sqrt[3]{24}$$

Vì  $24 < 25$  suy ra  $\sqrt[3]{24} < \sqrt[3]{25}$  nên  $2\sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{25}$  hay  $A < B$

**Câu 60.** Cho  $A = 3\sqrt[3]{2}$  và  $B = \sqrt[3]{42}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $A + B = 0$ .                      B.  $A > B$ .                      C.  $A \geq B$ .                      D.  $A < B$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } A = 3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$$

Vì  $54 > 42$  nên  $\sqrt[3]{54} > \sqrt[3]{42}$  suy ra  $3\sqrt[3]{2} > \sqrt[3]{42}$  hay  $A > B$

**Câu 61.** So sánh hai số 5 và  $\sqrt{50} - 2$

- A.  $5 > \sqrt{50} - 2$ .                      B.  $5 = \sqrt{50} - 2$ .  
C.  $5 < \sqrt{50} - 2$ .                      D. Không so sánh được.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{Tách } 5 = 7 - 2 = \sqrt{49} - 2$$

Vì  $49 < 50$  nên  $\sqrt{49} < \sqrt{50}$  hay  $7 < \sqrt{50}$  suy ra  $7 - 2 < \sqrt{50} - 2$ .

Vậy  $5 < \sqrt{50} - 2$ .

**Câu 62.** So sánh hai số  $5\sqrt{3}$  và  $4\sqrt{5}$

- A.  $5\sqrt{3} < 4\sqrt{5}$ .                      B.  $5\sqrt{3} = 4\sqrt{5}$ .                      C.  $5\sqrt{3} \geq 4\sqrt{5}$ .                      D.  $5\sqrt{3} > 4\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có :

$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

$$4\sqrt{5} = \sqrt{4^2 \cdot 5} = \sqrt{16 \cdot 5} = \sqrt{80}$$

Vì  $75 < 80$  nên  $\sqrt{75} < \sqrt{80}$  suy ra  $5\sqrt{3} < 4\sqrt{5}$ .

**Câu 63.** So sánh hai số  $9\sqrt{7}$  và  $8\sqrt{8}$

- A.  $8\sqrt{8} > 9\sqrt{7}$ .                      B.  $8\sqrt{8} = 9\sqrt{7}$ .                      C.  $8\sqrt{8} \geq 9\sqrt{7}$ .                      D.  $8\sqrt{8} < 9\sqrt{7}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có

$$9\sqrt{7} = \sqrt{9^2 \cdot 7} = \sqrt{81 \cdot 7} = \sqrt{567}$$

$$8\sqrt{8} = \sqrt{8^2 \cdot 8} = \sqrt{64 \cdot 8} = \sqrt{512}$$

Ta có  $512 < 567$  nên  $\sqrt{512} < \sqrt{567}$  suy ra  $8\sqrt{8} < 9\sqrt{7}$

**Câu 64.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{144a^2} - 9a$  với  $a > 0$ .

- A.  $-6a$ .                      B.  $3a$ .                      C.  $6a$ .                      D.  $-3a$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $\sqrt{144a^2} = \sqrt{(12a)^2} = |12a|$  mà  $a > 0 \Rightarrow 12a > 0$  nên  $|12a| = 12a$  hay  $\sqrt{144a^2} = 12a$

Từ đó:  $A = \sqrt{144a^2} - 9a = 12a - 9a = 3a$ .

**Câu 65.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{a^2 + 8a + 16}$  với  $a \geq -4$  ta được:

- A.  $-a - 4$ .                      B.  $a + 4$ .                      C.  $a + 8$ .                      D.  $-a - 8$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $A = \sqrt{a^2 + 8a + 16} = \sqrt{(a+4)^2} = |a+4|$

Mà  $a \geq -4$  suy ra  $a+4 \geq 0$ .

Vậy  $A = |a+4| = a+4$

**Câu 66.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{a^2 - 8a + 16}$  với  $a \leq 4$  ta được:

- A.  $a - 4$ .                      B.  $-a + 4$ .                      C.  $-a + 8$ .                      D.  $a - 8$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $A = \sqrt{a^2 - 8a + 16} = \sqrt{(a-4)^2} = |a-4|$

Mà  $a \leq 4$  suy ra  $a-4 \leq 0$ .

Vậy  $A = |a-4| = -a+4$

**Câu 67.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{4a^2 + 12a + 9}$  với  $a \leq \frac{3}{2}$  ta được:

- A.  $4a + 9$ .                      B.  $-4a - 9$ .                      C.  $2a + 3$ .                      D.  $-2a - 3$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $A = \sqrt{4a^2 + 12a + 9} = \sqrt{(2a)^2 + 2 \cdot 3 \cdot 2a + 3^2} = \sqrt{(2a+3)^2} = |2a+3|$

Mà  $a \leq \frac{3}{2}$  suy ra  $2a+3 \leq 0$ .

Vậy  $A = |2a+3| = -2a-3$

**Câu 68.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{x^2 + 10x + 25}}{-5 - x}$  với  $x < -5$  ta được:

- A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-1$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $\sqrt{x^2 + 10x + 25} = \sqrt{(x+5)^2} = |x+5| = -(x+5)$  (vì  $x < -5$ ).

Nên  $\frac{\sqrt{x^2 + 10x + 25}}{-5-x} = \frac{-(x+5)}{-(x+5)} = 1$ .

**Câu 69.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{a^4 \cdot (2a-1)^2}$  với  $a \geq \frac{1}{2}$  ta được

- A.  $(1-2a)a$ .      B.  $(2a-1)a^2$ .      C.  $(1-2a)a^2$ .      D.  $a(2a-1)$ .

**Lời giải****Chọn B.**

$\sqrt{a^4 \cdot (2a-1)^2} = \sqrt{a^4} \cdot \sqrt{(2a-1)^2} = \sqrt{(a^2)^2} \cdot \sqrt{(2a-1)^2} = |a^2| \cdot |2a-1| = a^2 \cdot (2a-1)$

(vì  $a \geq \frac{1}{2}$  suy ra  $2a-1 \geq 0$  nên  $|2a-1| = 2a-1$ )

**Câu 70.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{a^2 \cdot (2a-3)^2}$  với  $0 \leq a < \frac{3}{2}$  ta được

- A.  $(2a-3)a^2$ .      B.  $(3-2a)a^2$ .      C.  $a(2a-3)$ .      D.  $(3-2a)a$ .

**Lời giải****Chọn D.**

$\sqrt{a^2 \cdot (2a-3)^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(2a-3)^2} = |a| \cdot |2a-3| = a \cdot (3-2a)$

(vì  $0 \leq a < \frac{3}{2}$  suy ra  $2a-3 \leq 0$  nên  $|2a-3| = 3-2a$ )

**Câu 71.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{0,9 \cdot 0,1 \cdot (3-x)^2}$  với  $x > 3$ .

- A.  $0,9(x-3)$ .      B.  $-0,3(3+x)$ .      C.  $0,3(x-3)$ .      D.  $0,3(3-x)$ .

**Lời giải****Chọn C.**

Ta có  $\sqrt{0,9 \cdot 0,1 \cdot (3-x)^2} = \sqrt{0,09 \cdot (3-x)^2} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{(3-x)^2} = 0,3 \cdot |3-x| = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{(3-x)^2} = 0,3 \cdot |3-x|$

Mà  $x > 3$  suy ra  $3-x < 0$  nên  $|3-x| = x-3$

Vậy:  $\sqrt{0,9 \cdot 0,1 \cdot (3-x)^2} = 0,3 \cdot (x-3)$ .

**Câu 72.** Với  $a \neq 0$ , chọn khẳng định đúng.

- A.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = \frac{1}{2a}$ .      B.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = -\frac{1}{2a}$ .      C.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = -\frac{1}{2a^2}$ .      D.  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = \frac{1}{4a}$ .

**Lời giải****Chọn B.**

Ta có  $\sqrt[3]{-\frac{1}{8a^3}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{2a}\right)^3} = -\frac{1}{2a}$

**Câu 73.** Thu gọn  $\sqrt[3]{-\frac{1}{27a^3}}$  với  $a \neq 0$  ta được

- A.  $-\frac{1}{27a}$ .      B.  $-\frac{1}{3a}$ .      C.  $\frac{1}{3a}$ .      D.  $\frac{1}{27a}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{27a^3}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{1}{3a}\right)^3} = -\frac{1}{3a}$$

**Câu 74.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt[3]{\frac{-27}{512}a^3} + \sqrt[3]{64a^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{1000a^3}$  ta được

- A.  $-\frac{7a}{24}$ .      B.  $-\frac{5a}{24}$ .      C.  $\frac{5a}{24}$ .      D.  $\frac{7a}{24}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\sqrt[3]{\frac{-27}{512}a^3} + \sqrt[3]{64a^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{1000a^3} = \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{8}a\right)^3} + \sqrt[3]{(4a)^3} - \frac{1}{3}\sqrt[3]{(10a)^3} = -\frac{3}{8}a + 4a - \frac{10}{3}a = \frac{7a}{24}$$

**Câu 75.** Rút gọn biểu thức  $2\sqrt[3]{27a^3} - 3\sqrt[3]{8a^3} + 4\sqrt[3]{125a^3}$  ta được

- A.  $-8a$ .      B.  $8a$ .      C.  $20a$ .      D.  $32a$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$2\sqrt[3]{27a^3} - 3\sqrt[3]{8a^3} + 4\sqrt[3]{125a^3} = 2\sqrt[3]{(3a)^3} - 3\sqrt[3]{(2a)^3} + 4\sqrt[3]{(5a)^3} = 2.3a - 3.2a + 4.5a = 20a$$

**Câu 76.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-125}}$  ta được:

- A.  $\frac{7ab^2}{5}$ .      B.  $-\frac{7ab^2}{5}$ .      C.  $\frac{-7a^3b^6}{5}$ .      D.  $-\frac{343ab^2}{125}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \sqrt[3]{\frac{343a^3b^6}{-125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7ab^2}{-5}\right)^3} = -\frac{7ab^2}{5}$$

**Câu 77.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt[3]{-64a^5b^5}}{\sqrt[3]{a^2b^2}}$  ta được:

- A.  $4a^3b^3$ .      B.  $-4a^3b^3$ .      C.  $-4ab$ .      D.  $4ab$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có } \frac{\sqrt[3]{-64a^5b^5}}{\sqrt[3]{a^2b^2}} = \sqrt[3]{\frac{-64a^5b^5}{a^2b^2}} = \sqrt[3]{-64a^3b^3} = \sqrt[3]{(-4ab)^3} = -4ab$$

**Câu 78.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}$  ta được:

- A.  $-x$ .                      B.  $x$ .                      C.  $3x + 2$ .                      D.  $-3x + 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} - \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1} = \sqrt[3]{(x+1)^3} - \sqrt[3]{(2x+1)^3} = x+1 - (2x+1) = -x$$

**Câu 79.** Thu gọn biểu thức  $\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} - \sqrt[3]{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1}$  ta được

- A.  $-6x$ .                      B.  $6x$ .                      C.  $4x$ .                      D.  $-4x$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} - \sqrt[3]{125x^3 + 75x^2 + 15x + 1} = \sqrt[3]{(x-1)^3} - \sqrt[3]{(5x+1)^3} = x-1 - (5x+1) = -4x.$$

**Câu 80.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{32x} + \sqrt{50x} - 2\sqrt{8x} + \sqrt{18x}$  với  $x \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $16\sqrt{2x}$ .                      B.  $8\sqrt{2x}$ .                      C.  $12\sqrt{2x}$ .                      D.  $6\sqrt{2x}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{32x} + \sqrt{50x} - 2\sqrt{8x} + \sqrt{18x} &= \sqrt{16 \cdot 2x} + \sqrt{25 \cdot 2x} - 2\sqrt{4 \cdot 2x} + \sqrt{9 \cdot 2x} \\ &= \sqrt{4^2 \cdot 2x} + \sqrt{5^2 \cdot 2x} - 2\sqrt{2^2 \cdot 2x} + \sqrt{3^2 \cdot 2x} = 4\sqrt{2x} + 5\sqrt{2x} - 4\sqrt{2x} + 3\sqrt{2x} = \sqrt{2x}(4+5-4+3) = 8\sqrt{2x} \end{aligned}$$

**Câu 81.** Rút gọn biểu thức  $\sqrt{27x} - \sqrt{48x} + 4\sqrt{75x} + \sqrt{243x}$  với  $x \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $32\sqrt{3x}$ .                      B.  $26\sqrt{3x}$ .                      C.  $28\sqrt{3x}$ .                      D.  $36\sqrt{3x}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{27x} - \sqrt{48x} + 4\sqrt{75x} + \sqrt{243x} &= \sqrt{9 \cdot 3x} - \sqrt{16 \cdot 3x} + 4\sqrt{25 \cdot 3x} + \sqrt{81 \cdot 3x} \\ &= \sqrt{3^2 \cdot 3x} - \sqrt{4^2 \cdot 3x} + 4\sqrt{5^2 \cdot 3x} + \sqrt{9^2 \cdot 3x} = 3\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + 4 \cdot 5\sqrt{3x} + 9\sqrt{3x} = \sqrt{3x}(3-4+20+9) = 28\sqrt{3x} \end{aligned}$$

**Câu 82.** Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - \sqrt{9a}$  với  $a \geq 0, b \geq 0$  ta được kết quả là:

- A.  $8\sqrt{a}$ .                      B.  $2\sqrt{a}$ .                      C.  $9\sqrt{a}$ .                      D.  $7\sqrt{a}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - \sqrt{9a} &= 5\sqrt{a} - 4\sqrt{25a^3b^2} + 5\sqrt{16ab^2 \cdot a^2} - \sqrt{9 \cdot a} \\ &= 5\sqrt{a} - 4\sqrt{25 \cdot \sqrt{a^3b^2}} + 5\sqrt{16 \cdot \sqrt{a^3b^2}} - 3\sqrt{a} = (5\sqrt{a} - 3\sqrt{a}) - (4 \cdot 5\sqrt{a^3b^2} - 5 \cdot 4\sqrt{a^3b^2}) = 2\sqrt{a} \end{aligned}$$

**Câu 83.** Rút gọn biểu thức  $7\sqrt{x} + 11y\sqrt{36x^5} - 2x^2\sqrt{16xy^2} - \sqrt{25x}$  với  $x \geq 0, y \geq 0$  ta được kết quả là:

A.  $12\sqrt{x} + 58x^2y\sqrt{x}$ .    B.  $2\sqrt{x} - 58x^2y\sqrt{x}$ .    C.  $2\sqrt{x} + 58x^2y\sqrt{x}$ .    D.  $2\sqrt{x} + 66x^2y\sqrt{x}$ .

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} 7\sqrt{x} + 11y\sqrt{36x^5} - 2x^2\sqrt{16xy^2} - \sqrt{25x} &= 7\sqrt{x} + 11y\sqrt{6^2x^4 \cdot x} - 2x^2\sqrt{4^2xy^2} - \sqrt{5^2x} \\ &= 7\sqrt{x} + 11y \cdot 6x^2\sqrt{x} - 2x^2 \cdot 4 \cdot y\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = 7\sqrt{x} + 66x^2y\sqrt{x} - 8x^2y\sqrt{x} - 5\sqrt{x} \\ &= (7\sqrt{x} - 5\sqrt{x}) + (66x^2y\sqrt{x} - 8x^2y\sqrt{x}) = 2\sqrt{x} + 58x^2y\sqrt{x}. \end{aligned}$$

Câu 84. Giá trị của biểu thức  $2\sqrt{\frac{16a}{3}} - 3\sqrt{\frac{a}{27}} - 6\sqrt{\frac{4a}{75}}$  là

A.  $\frac{\sqrt{3a}}{15}$ .    B.  $\frac{23\sqrt{3a}}{15}$ .    C.  $\frac{23\sqrt{a}}{15}$ .    D.  $\frac{\sqrt{3a}}{5}$ .

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} 2\sqrt{\frac{16a}{3}} - 3\sqrt{\frac{a}{27}} - 6\sqrt{\frac{4a}{75}} &= 2\sqrt{4^2 \cdot \frac{a}{3}} - 3\sqrt{\frac{1}{9} \cdot \frac{a}{3}} - 6\sqrt{\frac{4}{25} \cdot \frac{a}{3}} = 2 \cdot 4\sqrt{\frac{a}{3}} - 3 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{3}} - 6 \cdot \frac{2}{5}\sqrt{\frac{a}{3}} \\ &= \sqrt{\frac{a}{3}} \cdot \left(8 - 1 - \frac{12}{5}\right) = \frac{23}{5}\sqrt{\frac{a}{3}} = \frac{23}{5} \cdot \frac{\sqrt{3a}}{3} = \frac{23\sqrt{3a}}{15}. \end{aligned}$$

Câu 85. Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + 5\sqrt{\frac{4a}{25}}$  với  $a > 0$ , ta được kết quả là:

A.  $5\sqrt{a}$ .    B.  $6\sqrt{a}$ .    C.  $8\sqrt{a}$ .    D.  $12\sqrt{a}$ .

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} + 5\sqrt{\frac{4a}{25}} &= 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\frac{1}{4} \cdot a} - a\sqrt{4 \cdot \frac{1}{a}} + 5\sqrt{\frac{4}{25} \cdot a} = 5\sqrt{a} + 6\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot a} - a\sqrt{2^2 \cdot \frac{1}{a}} + 5\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot a} \\ &= 5\sqrt{a} + 6 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{a} - 2a\sqrt{\frac{1}{a}} + 5 \cdot \frac{2}{5}\sqrt{a} = 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2a \cdot \frac{\sqrt{a}}{a} + 2\sqrt{a} = 5\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - 2\sqrt{a} + 2\sqrt{a} = 8\sqrt{a} \end{aligned}$$

Câu 86. Rút gọn biểu thức  $\sqrt{\frac{a^4}{b^2}}$  với  $b \neq 0$  ta được

A.  $-\frac{a^2}{b}$ .    B.  $\frac{a}{b}$ .    C.  $\frac{a^2}{|b|}$ .    D.  $\frac{a^2}{b}$ .

Lời giải

Chọn C.

Ta có  $\sqrt{\frac{a^4}{b^2}} = \frac{\sqrt{a^4}}{\sqrt{b^2}} = \frac{\sqrt{(a^2)^2}}{\sqrt{b^2}} = \frac{|a^2|}{|b|} = \frac{a^2}{|b|}$

**Câu 87.** Rút gọn biểu thức  $\frac{3m}{8n} \sqrt{\frac{64n^2}{9m^2}}$  với  $m > 0; n < 0$  ta được:

- A.  $\frac{8}{9}$ .                      B.  $-1$ .                      C.  $-\frac{8}{9}$ .                      D.  $2$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \frac{3m}{8n} \sqrt{\frac{64n^2}{9m^2}} = \frac{3m}{8n} \sqrt{\frac{(8n)^2}{(3m)^2}} = \frac{3m}{8n} \cdot \frac{|8n|}{|3m|} = \frac{3m \cdot (-8n)}{8n \cdot 3m} = -1 \quad (\text{vì } m > 0; n < 0).$$

**Câu 88.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a^2}{11} \cdot \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^{10}}}$  với  $ab \neq 0$  ta được:

- A.  $\frac{1}{|b^{10}|}$ .                      B.  $\frac{a^4}{|b^{10}|}$ .                      C.  $\frac{a^4}{|b^5|}$ .                      D.  $\frac{1}{|b^5|}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } \frac{a^2}{11} \cdot \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{a^4} \cdot \sqrt{b^{10}}} = \frac{a^2}{11} \cdot \frac{\sqrt{11^2}}{\sqrt{(a^2)^2} \cdot \sqrt{(b^5)^2}} = \frac{a^2}{11} \cdot \frac{11}{a^2 \cdot |b^5|} = \frac{1}{|b^5|}$$

**Câu 89.** Rút gọn biểu thức  $4a^4b^2 \cdot \sqrt{\frac{9}{a^8b^4}}$  với  $ab \neq 0$  ta được.

- A.  $12a$ .                      B.  $b$ .                      C.  $12$ .                      D.  $12b$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có: } 4a^4b^2 \cdot \sqrt{\frac{9}{a^8b^4}} = 4a^4b^2 \cdot \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{a^8b^4}} = 4a^4b^2 \cdot \frac{3}{\sqrt{a^8} \cdot \sqrt{b^4}} = \frac{12a^4b^2}{\sqrt{(a^4)^2} \cdot \sqrt{(b^2)^2}} = \frac{12a^4b^2}{a^4b^2} = 12$$

**Câu 90.** Đưa thừa số  $\sqrt{81(2-y)^4}$  ra ngoài dấu căn ta được?

- A.  $9(2-y)^2$ .                      B.  $81(2-y)^2$ .                      C.  $-9(2-y)^2$ .                      D.  $-81(2-y)^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } \sqrt{81(2-y)^4} = \sqrt{81 \cdot [(2-y)^2]^2} = |(2-y)^2| \sqrt{81} = 9(2-y)^2.$$

**Câu 91.** Đưa thừa số  $\sqrt{144(3+2a)^4}$  ra ngoài dấu căn ta được?

- A.  $144(3+2a)^2$ .                      B.  $-144(3+2a)^2$ .                      C.  $12(3+2a)^2$ .                      D.  $-12(3+2a)^2$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{Ta có: } \sqrt{144(3+2a)^4} = \sqrt{12^2 \cdot [(3+2a)^2]^2} = 12 \cdot |(3+2a)^2| = 12(3+2a)^2$$

**Câu 92.** Đưa thừa số  $5y\sqrt{y}$  ( $y \geq 0$ ) vào trong dấu căn ta được.

- A.  $\sqrt{5y^3}$ .                      B.  $\sqrt{25y^2}$ .                      C.  $\sqrt{25y^3}$ .                      D.  $\sqrt{5y^2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $5y\sqrt{y} = \sqrt{(5y)^2 y} = \sqrt{25y^2 \cdot y} = \sqrt{25y^3}$ .

**Câu 93.** Đưa thừa số  $x\sqrt{\frac{-35}{x}}$  ( $x < 0$ ) vào trong dấu căn ta được.

- A.  $-\sqrt{-35x}$ .                      B.  $\sqrt{-35x}$ .                      C.  $\sqrt{35}$ .                      D.  $-\sqrt{35x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $x\sqrt{\frac{-35}{x}} = -\sqrt{x^2 \cdot \frac{-35}{x}} = -\sqrt{-35x}$

**Câu 94.** Đưa thừa số  $5x\sqrt{\frac{-12}{x^3}}$  ( $x < 0$ ) vào trong dấu căn ta được:

- A.  $-\sqrt{\frac{300}{x}}$ .                      B.  $-\sqrt{300}$ .                      C.  $\sqrt{\frac{-300}{x}}$ .                      D.  $-\sqrt{\frac{-300}{x}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $5x\sqrt{\frac{-12}{x^3}} = -\sqrt{(5x)^2 \cdot \frac{-12}{x^3}} = \sqrt{25x^2 \left(\frac{-12}{x}\right)} = -\sqrt{\frac{-300}{x}}$

**Câu 95.** Rút gọn biểu thức  $\frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b}{a^2+2ab+b^2}}$  với  $a, b > 0$  ta được

- A.  $2\sqrt{b}$ .                      B.  $(a+b)^2$ .                      C. 2.                      D.  $a+b$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \sqrt{\frac{b}{a^2+2ab+b^2}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2+2ab+b^2}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{(a+b)^2}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{|a+b|}$$

$$= \frac{2(a+b)}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{a+b} = 2$$

(vì  $a, b > 0$  suy ra  $a+b > 0$  nên  $|a+b| = a+b$ )

**Câu 96.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a-b}{2\sqrt{a}} \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}}$  với  $0 < a < b$  ta được

- A.  $\frac{-\sqrt{b}}{2}$ .                      B.  $2\sqrt{b}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{b}}{2}$ .                      D.  $-2\sqrt{b}$ .

## Lời giải

**Chọn A.**

$$\frac{a-b}{2\sqrt{a}} \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}} = \frac{a-b}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{(a-b)^2}} = \frac{a-b}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{|a-b|} = \frac{(a-b)\sqrt{b}}{2|a-b|} = \frac{(a-b)\sqrt{b}}{-2(a-b)} = \frac{-\sqrt{b}}{2}$$

Mà  $0 < a < b$  nên  $a-b < 0$  suy ra  $|a-b| = -(a-b)$ .

**Câu 97.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{x^3+2x^2}}{\sqrt{x+2}}$  với  $x > 0$  ta được

- A.  $x$ .                      B.  $x(x+2)$ .                      C.  $\frac{x}{x+2}$ .                      D.  $\frac{x+2}{x}$ .

## Lời giải

**Chọn A.**

Ta có  $\frac{\sqrt{x^3+2x^2}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x^2(x+2)}}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} = \sqrt{x^2} = |x| = x$  (vì  $x > 0$  nên  $|x| = x$ )

**Câu 98.** Rút gọn biểu thức  $\frac{\sqrt{9x^5+33x^4}}{\sqrt{3x+11}}$  với  $x > 0$  ta được:

- A.  $3x^2$ .                      B.  $\sqrt{3x^2}$ .                      C.  $3x^4$ .                      D.  $\sqrt{3x^4}$ .

## Lời giải

**Chọn B.**

Ta có  $\frac{\sqrt{9x^5+33x^4}}{\sqrt{3x+11}} = \frac{\sqrt{3x^4(3x+11)}}{\sqrt{3x+11}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{x^4} \cdot \sqrt{3x+11}}{\sqrt{3x+11}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{(x^2)^2} = \sqrt{3} \cdot |x^2| = \sqrt{3x^2}$

**Câu 99.** Với  $x, y \geq 0; x \neq y$ , rút gọn biểu thức  $\frac{x-\sqrt{xy}}{x-y}$  ta được

- A.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .                      D.  $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .

## Lời giải

**Chọn B.**

$$\frac{x-\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{(\sqrt{x})^2 - \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{y})}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$$

**Câu 100.** Với  $x, y \geq 0; 3x \neq y$ , rút gọn biểu thức  $\frac{3x-\sqrt{3xy}}{3x-y}$  ta được:

- A.  $\frac{3\sqrt{x}}{3\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ .                      B.  $\frac{1}{3\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}+\sqrt{y}}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x}-\sqrt{y}}$ .

## Lời giải

**Chọn C.**

$$\frac{3x - \sqrt{3xy}}{3x - y} = \frac{(\sqrt{3x})^2 - \sqrt{3x} \cdot \sqrt{y}}{(\sqrt{3x})^2 - (\sqrt{y})^2} = \frac{\sqrt{3x}(\sqrt{3x} - \sqrt{y})}{(\sqrt{3x} - \sqrt{y})(\sqrt{3x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{3x} + \sqrt{y}}$$

**Câu 101.** Với  $a \geq 0, b \geq 0, a \neq b$ , rút gọn biểu thức  $\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{a-b}$  ta được.

- A.  $\frac{2b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      B.  $\frac{\sqrt{ab}-2a}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      C.  $\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .      D.  $\frac{\sqrt{ab}-2b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}}{a-b} &= \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})[(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + (\sqrt{b})^2]}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} \\ &= \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(a - \sqrt{ab} + b)}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{a - \sqrt{ab} + b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{a-b-a+\sqrt{ab}-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}-2b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \end{aligned}$$

**Câu 102.** Khử mẫu biểu thức sau  $xy\sqrt{\frac{4}{x^2y^2}}$  với  $x > 0; y > 0$  ta được

- A.  $\frac{1}{\sqrt{xy}}$ .      B.  $-\sqrt{xy}$ .      C. 2.      D.  $\sqrt{xy}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì  $x > 0; y > 0$  nên  $xy > 0$ .

$$\text{Từ đó ta có } xy\sqrt{\frac{4}{x^2y^2}} = xy \cdot \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{x^2y^2}} = xy \cdot \frac{2}{xy} = 2.$$

**Câu 103.** Khử mẫu biểu thức sau  $-2x^2y\sqrt{\frac{-9}{x^3y^2}}$  với  $x < 0; y > 0$  ta được:

- A.  $6\sqrt{-x}$ .      B.  $-6\sqrt{x}$ .      C.  $-6\sqrt{-x}$ .      D.  $6\sqrt{x}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Vì  $x < 0; y > 0$  nên ta có:

$$-2x^2y\sqrt{\frac{-9}{x^3y^2}} = -2x^2y \frac{\sqrt{-9x^3y^2}}{|x^3y^2|} = -2x^2y \frac{\sqrt{-9x \cdot x^2} \cdot \sqrt{y^2}}{(-x^3y^2)} = 2 \cdot \frac{\sqrt{-3^2x} \cdot |x| \cdot |y|}{xy} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{-x} \cdot (-x) \cdot y}{xy} = -6\sqrt{-x}$$

**Câu 104.** Khử mẫu biểu thức sau  $-xy\sqrt{\frac{3}{xy}}$  với  $x < 0; y < 0$  ta được

- A.  $-\sqrt{3xy}$ .      B.  $\sqrt{-3xy}$ .      C.  $-\sqrt{-3xy}$ .      D.  $\sqrt{3xy}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**Vì  $x < 0; y < 0$  nên  $xy > 0$ .

$$\text{Từ đó ta có: } -xy\sqrt{\frac{3}{xy}} = -xy \cdot \frac{\sqrt{3xy}}{xy} = -\sqrt{3xy}.$$

**Câu 105.** Trong căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{2a}{2-\sqrt{a}}$  với  $a \geq 0; a \neq 4$  ta được:

A.  $-\frac{2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$       B.  $\frac{2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$       C.  $\frac{2a\sqrt{a}-4a}{4-a}$       D.  $\frac{-2a\sqrt{a}+4a}{4-a}$ .

**Lời giải****Chọn B.**

$$\text{Ta có } \frac{2a}{2-\sqrt{a}} = \frac{2a(2+\sqrt{a})}{(2-\sqrt{a})(2+\sqrt{a})} = \frac{2a\sqrt{a}+4a}{4-a}.$$

**Câu 106.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{3}{6+\sqrt{3a}}$  với  $a \geq 0; a \neq 12$  ta được:

A.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12-a}$       B.  $\frac{6+\sqrt{3a}}{12-a}$       C.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12+a}$       D.  $\frac{6-\sqrt{3a}}{12+a}$ .

**Lời giải****Chọn A.**

$$\text{Ta có: } \frac{3}{6+\sqrt{3a}} = \frac{3(6-\sqrt{3a})}{(6+\sqrt{3a})(6-\sqrt{3a})} = \frac{3(6-\sqrt{3a})}{6^2-(\sqrt{3a})^2} = \frac{3(6-\sqrt{3a})}{36-3a} = \frac{6-\sqrt{3a}}{12-a}.$$

**Câu 107.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{6}{\sqrt{x}+\sqrt{2y}}$  với  $x \geq 0; y \geq 0$  ta được

A.  $\frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{x-4y}$       B.  $\frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{x-2y}$       C.  $\frac{6(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{x-2y}$       D.  $\frac{6(\sqrt{x}+\sqrt{2y})}{x+2y}$ .

**Lời giải****Chọn B.**

$$\text{Ta có } \frac{6}{\sqrt{x}+\sqrt{2y}} = \frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{2y})(\sqrt{x}-\sqrt{2y})} = \frac{6(\sqrt{x}-\sqrt{2y})}{x-2y}$$

**Câu 108.** Trục căn thức ở mẫu biểu thức  $\frac{4}{3\sqrt{x}+2\sqrt{y}}$  với  $x \geq 0; y \geq 0; x \neq \frac{4}{9}y$  ta được:

A.  $\frac{12\sqrt{x}-8\sqrt{y}}{9x-4y}$       B.  $\frac{12\sqrt{x}+8\sqrt{y}}{9x+4y}$       C.  $\frac{12\sqrt{x}-8\sqrt{y}}{3x+2y}$       D.  $\frac{3\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{9x-4y}$ .

**Lời giải****Chọn A.**

Ta có 
$$\frac{4}{3\sqrt{x}+2\sqrt{y}} = \frac{4(3\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{(3\sqrt{x}+2\sqrt{y})(3\sqrt{x}-2\sqrt{y})} = \frac{4(3\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{(3\sqrt{x})^2 - (2\sqrt{y})^2} = \frac{12\sqrt{x}-8\sqrt{y}}{9x-4y}.$$

**Câu 109.** Rút gọn biểu thức  $5\sqrt{a} + 2\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} - \sqrt{25a}$  với  $a > 0$  ta được

- A.  $\sqrt{a}$ .                      B.  $-\sqrt{a}$ .                      C.  $-2\sqrt{a}$ .                      D.  $2\sqrt{a}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$5\sqrt{a} + 2\sqrt{\frac{a}{4}} - a\sqrt{\frac{4}{a}} - \sqrt{25a} = 5\sqrt{a} + 2 \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{4}} - a \cdot \frac{\sqrt{4a}}{a} - 5\sqrt{a} = 5\sqrt{a} + \sqrt{a} - 2\sqrt{a} - 5\sqrt{a} = -\sqrt{a}.$$

**Câu 110.** Rút gọn biểu thức  $3\sqrt{8a} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{32a}{25}} - \frac{a}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3}{2a}} - \sqrt{2a}$  với  $a > 0$  ta được:

- A.  $\frac{47}{10}\sqrt{a}$ .                      B.  $\frac{21}{5}\sqrt{a}$ .                      C.  $\frac{47}{5}\sqrt{2a}$ .                      D.  $\frac{47}{10}\sqrt{2a}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\begin{aligned} 3\sqrt{8a} + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{32a}{25}} - \frac{a}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3}{2a}} - \sqrt{2a} &= 3\sqrt{4 \cdot 2a} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{16 \cdot 2a}}{\sqrt{25}} - \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2a}} - \sqrt{2a} \\ &= 3 \cdot 2\sqrt{2a} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4\sqrt{2a}}{5} - \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2a}}{2a} - \sqrt{2a} = 6\sqrt{2a} + \frac{1}{5}\sqrt{2a} - \frac{1}{2}\sqrt{2a} - \sqrt{2a} \\ &= \sqrt{2a} \cdot \left( 6 + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{47}{10}\sqrt{2a} \end{aligned}$$

**Câu 111.** Rút gọn biểu thức  $2\sqrt{a} - \sqrt{9a^3} + a^2\sqrt{\frac{16}{a}} + \frac{2}{a^2}\sqrt{36a^5}$  với  $a > 0$  ta được

- A.  $14\sqrt{a} - a\sqrt{a}$ .                      B.  $14\sqrt{a} + a\sqrt{a}$ .                      C.  $7\sqrt{a} + 2a\sqrt{a}$ .                      D.  $7\sqrt{a} - 2a\sqrt{a}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Với  $a > 0$  ta có

$$\begin{aligned} 2\sqrt{a} - \sqrt{9a^3} + a^2\sqrt{\frac{16}{a}} + \frac{2}{a^2}\sqrt{36a^5} &= 2\sqrt{a} - \sqrt{9a^2 \cdot a} + a^2 \frac{\sqrt{16a}}{a} + \frac{2}{a^2} \cdot \sqrt{36a^4 \cdot a} \\ &= 2\sqrt{a} - 3a\sqrt{a} + 4a\sqrt{a} + \frac{2}{a^2} \cdot 6a^2\sqrt{a} = 2\sqrt{a} - 3a\sqrt{a} + 4a\sqrt{a} + 12\sqrt{a} = 14\sqrt{a} + a\sqrt{a}. \end{aligned}$$

**Câu 112.** Rút gọn biểu thức  $\left( \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2a} + \frac{4}{5}\sqrt{200a} \right) : \frac{1}{8}$  ta được

- A.  $52\sqrt{2a}$ .                      B.  $52\sqrt{a}$ .                      C.  $54\sqrt{2a} - 54\sqrt{a}$ .                      D.  $54\sqrt{a}$ .

## Lời giải

## Chọn C.

Ta có:

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2a} + \frac{4}{5}\sqrt{200a}\right) : \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} \cdot \sqrt{a} + \frac{4}{5}\sqrt{100} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a}\right) \cdot 8$$

$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{2}} - 12\sqrt{2} \cdot \sqrt{a} + \frac{32}{5} \cdot 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a}}{2} - 12\sqrt{2} \cdot \sqrt{a} + 64\sqrt{2} \cdot \sqrt{a} = 2\sqrt{2a} - 12\sqrt{2a} + 64\sqrt{2a} = 54\sqrt{2a}$$

Câu 113. Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A.  $\frac{a-b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = a.$

B.  $\frac{a-b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = |a|.$

C.  $\frac{a-b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = ab.$

D.  $\frac{a-b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = a-b.$

## Lời giải

## Chọn B.

$$\frac{a-b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2-2ab+b^2}} = \frac{a-b}{b^2} \cdot \frac{\sqrt{a^2b^4}}{\sqrt{(a-b)^2}} = \frac{(a-b)}{b^2} \cdot \frac{|a|b^2}{|a-b|} = \frac{(a-b)}{b^2} \cdot \frac{|a|b^2}{(a-b)} = |a|$$

Câu 114. Với đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A.  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = 2\sqrt{b}.$

B.  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}.$

C.  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = 2.$

D.  $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = 2\sqrt{a}.$

## Lời giải

## Chọn D.

$$\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} + \sqrt{b} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} + \frac{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$= \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}} + \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}+\sqrt{b} + \sqrt{a}-\sqrt{b} = 2\sqrt{a}.$$

Câu 115. Chọn khẳng định đúng?

A.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{a}{2}.$

B.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{-a}{2}.$

C.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{3a}{2}.$

D.  $\left(\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \left(\frac{-a}{\sqrt{6}}\right) = \frac{-3a}{2}.$

## Lời giải

## Chọn C.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2} - \frac{\sqrt{216}}{3} \right) \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) = \left( \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{4}\cdot 2-2} - \frac{\sqrt{36\cdot 6}}{3} \right) \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) = \left[ \frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{2})}{2\sqrt{2}-2} - \frac{6\sqrt{6}}{3} \right] \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) \\ & = \left[ \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)}{2(\sqrt{2}-1)} - 2\sqrt{6} \right] \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) = \left( \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} \right) \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) = \left( -\frac{3\sqrt{6}}{2} \right) \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) = \frac{3a}{2} \end{aligned}$$

**Câu 116.** Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = -\frac{a}{2}$ .      B.  $\left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = -2a$ .
- C.  $\left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{2}{a}$ .      D.  $\left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = 2a$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{a(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \left( \frac{\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) \cdot a(\sqrt{7}-\sqrt{5}) \\ & = \left( \frac{-\sqrt{7}(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} \right) \cdot a(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = \left[ \frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)}{2(\sqrt{2}-1)} - 2\sqrt{6} \right] \cdot \left( \frac{-a}{\sqrt{6}} \right) \\ & = (-\sqrt{7}-\sqrt{5}) \cdot a(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = -a(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5}) = -2a. \end{aligned}$$

**Câu 117.** Rút gọn biểu thức  $\frac{a}{\sqrt{5}+1} + \frac{a}{\sqrt{5}-2} - \frac{a}{3-\sqrt{5}} - \sqrt{5}a$  ta được:

- A.  $a$ .      B.  $2a$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $\frac{3a}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\begin{aligned} & \frac{a}{\sqrt{5}+1} + \frac{a}{\sqrt{5}-2} - \frac{a}{3-\sqrt{5}} - \sqrt{5}a = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} + \frac{a(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} - \frac{a(3+\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} - \sqrt{5}a \\ & = \frac{a(\sqrt{5}-1)}{4} + \frac{a(\sqrt{5}+2)}{1} - \frac{a(3+\sqrt{5})}{4} - \sqrt{5}a = \frac{a(\sqrt{5}-1)+4a(2+\sqrt{5})-a(3+\sqrt{5})-4\sqrt{5}a}{4} \\ & = \frac{a(\sqrt{5}-1+8+4\sqrt{5}-3-\sqrt{5}-4\sqrt{5})}{4} = \frac{4a}{4} = a \end{aligned}$$

**Câu 118.** Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ . Rút gọn biểu thức  $A$  ta được:

- A.  $\frac{3}{\sqrt{x}+2}$ .      B.  $\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .      D.  $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ .

## Lời giải

Chọn D.

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)+2\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2+5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x+3\sqrt{x}+2+2x-4\sqrt{x}-2-5\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

**Câu 119.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ . Rút gọn  $P$  ta được:

A.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ .      B.  $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .      D.  $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .

## Lời giải

Chọn C.

$$P = \left( \frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( 1 - \frac{x+4}{x+\sqrt{x}+1} \right) = \left( \frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \left( \frac{x+\sqrt{x}+1-x-4}{x+\sqrt{x}+1} \right)$$

$$= \frac{2x+1-x-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-3}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

**Câu 120.** Giá trị biểu thức  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2}$  khi  $x = \sqrt{29}$  là

A. 25.      B. 5.      C. 29.      D. 4.

## Lời giải

Chọn B.

Ta có  $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = \sqrt{x^2-4}$

Thay  $x = \sqrt{29}$  vào biểu thức ta được  $\sqrt{x^2-4} = \sqrt{(\sqrt{29})^2-4} = \sqrt{25} = 5$ .

**Câu 121.** Cho biểu thức  $P = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{x}+1}$ . Giá trị của  $P$  khi  $x = 9$  là

A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $-\frac{9}{2}$ .      D.  $\frac{9}{2}$ .

## Lời giải

Chọn D.

Ta có  $P = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{x}+1} = \frac{2 \cdot 9}{\sqrt{9}+1} = \frac{18}{3+1} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ .

**Câu 122.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ ). Giá trị của  $P$  khi  $x = 4$  là:

A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 4.



**Câu 126.** Cho biểu thức  $B = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}}$  với  $x \geq 0$ . So sánh  $B$  với 1

A.  $B > 1$ .

B.  $B < 1$ .

C.  $B = 1$ .

D. Không so sánh được.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $B = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+2}} = \frac{(\sqrt{x+2})+1}{\sqrt{x+2}} = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} = 1 + \frac{1}{\sqrt{x+2}} > 1$  với mọi  $x \geq 0$

**Câu 127.** Cho  $P = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$  với  $x \geq 0$ . Có bao nhiêu giá trị  $x \in \mathbb{Z}$  để  $P$  thuộc số nguyên?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Để  $P$  thuộc số nguyên thì  $2:(\sqrt{x+1})$  hay  $(\sqrt{x+1}) \in U(2) = \{1; -1; 2; -2\}$ .

Mà  $\sqrt{x+1} > 0$  với  $x \geq 0$  nên  $\sqrt{x+1} \in \{1; 2\}$

+  $\sqrt{x+1} = 1$  suy ra  $x = 0$

+  $\sqrt{x+1} = 2$  suy ra  $x = 1$

Vậy có hai giá trị của  $x$  thỏa mãn điều kiện.

**Câu 128.** Cho biểu thức:  $A = \sqrt{4a^2 - 4a + 1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 tại  $a = \frac{1}{2}$ .

B. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 tại  $a = -\frac{1}{2}$ .

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 tại  $a = \frac{1}{2}$ .

D. Giá trị lớn nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 tại  $a = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $A = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} = \sqrt{(2a-1)^2} \geq 0$  với mọi  $a$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 khi  $2a-1=0$  hay  $a = \frac{1}{2}$ .

**Câu 129.** Cho biểu thức:  $A = \sqrt{4a^2 - 12a + 9}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A$  bằng 0 tại  $a = \frac{3}{2}$ .

B. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{3}{2}$ .

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = \frac{3}{2}$ .

D. Giá trị lớn nhất của biểu thức A bằng 0 tại  $a = -\frac{3}{2}$ .

### Lời giải

#### Chọn A.

Ta có  $A = \sqrt{4a^2 - 12a + 9} = \sqrt{(2a - 3)^2} \geq 0$  với mọi  $a$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A bằng 0 khi  $2a - 3 = 0$  hay  $a = \frac{3}{2}$ .

**Câu 130.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $A = \sqrt{m^2 + 2m + 1} + \sqrt{m^2 - 8m + 16}$

A. 1.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

### Lời giải

#### Chọn B.

Ta có  $A = \sqrt{m^2 + 2m + 1} + \sqrt{m^2 - 8m + 16} = \sqrt{(m+1)^2} + \sqrt{(m-4)^2} = |m+1| + |m-4|$ .

Ta có  $|m+1| + |m-4| = |m+1| + |4-m| \geq |m+1+4-m| = 5$

Dấu “=” xảy ra khi  $m+1 = 4-m$  hay  $2m = 3$  suy ra  $m = \frac{3}{2}$ . Suy ra GTNN của A là 5 khi  $m = \frac{3}{2}$ .

**Chú ý:**  $|A| + |B| \geq |A+B|$ , Dấu “=” xảy ra khi  $A = B$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 131.** Cho hai biểu thức  $M = (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3}$  và  $N = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a}{b} + \frac{c\sqrt{2}}{d}$ , với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có

$$a + b + c + d = 10.$$

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = e\sqrt{5} + f$ , với  $e, f \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e + f = 0$ .

c) Với  $P = \left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot M$ , ta có  $P = \frac{7}{9}$ .

d) Với  $Q = \frac{N}{\sqrt{10} - \sqrt{2}}$ , ta có  $Q = \sqrt{2}$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } M &= (\sqrt{27} - \sqrt{12} + 2\sqrt{6}) : 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{27}{3}} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{12}{3}} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{6}{3}} = \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

Do đó:  $a = 1; b = 3; c = 2; d = 3$ , suy ra  $a + b + c + d = 9$ .

b) Ta có:

$$N = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{(3 - \sqrt{5}) \cdot 8} = \sqrt{24 - 8\sqrt{5}} = \sqrt{20 - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2 + 4} = \sqrt{(2\sqrt{5} - 2)^2} = |2\sqrt{5} - 2| = 2\sqrt{5} - 2$$

Do đó:  $e = 2; f = -2$ , suy ra  $e + f = 0$ .

$$\text{c) Ta có: } M = \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó: } P = \left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot M = \left(\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{1}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{7}{9}$$

$$\text{d) Ta có: } N = 2\sqrt{5} - 2 = \sqrt{20} - 2$$

$$\text{Do đó: } Q = \frac{N}{\sqrt{10} - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5} - 2}{\sqrt{10} - \sqrt{2}} = \frac{2(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)} = \sqrt{2}$$

**Câu 132.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}}$  và  $N = \sqrt{24 + 8\sqrt{5}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{21}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a \cdot b = -7$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = c\sqrt{5} + d$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c.d = -4$ .

c) Với  $P = \left(1 + \frac{\sqrt{21}}{7}\right) \cdot (1 + M)$ , ta có  $P = -\frac{4}{7}$ .

d) Với  $Q = (\sqrt{20} - 2) \cdot N$ , ta có  $Q = 16$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{15}}{\sqrt{35} - \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2} - \sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{7}\sqrt{5} - \sqrt{7}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{2} - \sqrt{5})}{\sqrt{7}(\sqrt{5} - \sqrt{2})} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{21}}{7}$

Do đó:  $a = -1; b = 7$  hoặc  $a = 1; b = -7$ , suy ra  $a.b = -7$ .

b) Ta có:  $N = \sqrt{24 + 8\sqrt{5}} = \sqrt{2^2(6 + 2\sqrt{5})} = 2\sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1} = 2\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} = 2|\sqrt{5} + 1| = 2\sqrt{5} + 2$

Do đó:  $c = 2; d = 2$ , suy ra  $c.d = 4$ .

c) Ta có:  $M = -\frac{\sqrt{21}}{7}$

Do đó:  $P = \left(1 + \frac{\sqrt{21}}{7}\right) \cdot (1 + M) = \left(1 + \frac{\sqrt{21}}{7}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{21}}{7}\right) = 1 - \frac{21}{49} = \frac{4}{7}$

d) Ta có:  $N = 2\sqrt{5} + 2 = \sqrt{20} + 2$

Do đó:  $Q = (\sqrt{20} - 2) \cdot N = (\sqrt{20} - 2) \cdot (\sqrt{20} + 2) = 20 - 4 = 16$

**Câu 133.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$  và  $N = \sqrt{54 - 18\sqrt{10}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{10}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a + b = 2$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = 3\sqrt{c} + d\sqrt{2}$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c.d = 15$ .

c) Với  $P = \frac{N}{2M}$ , ta có  $P = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5}$ .

d) Với  $Q = (\sqrt{45} + \sqrt{18}) \cdot N$ , ta có  $Q = -27$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có:  $M = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} + 1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5} + 1)} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

Do đó:  $a = 1; b = 2$ , suy ra  $a + b = 3$ .

$$b) \text{ Ta có: } N = \sqrt{54 - 18\sqrt{10}} = \sqrt{3^2(7 - 2\sqrt{10})} = 3\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} = 3|\sqrt{5} - \sqrt{2}| = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$$

Do đó:  $c = 5; d = -3$ , suy ra  $c.d = -15$ .

$$c) \text{ Ta có: } M = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ và } N = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$$

$$\text{Do đó: } P = \frac{N}{2M} = \frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{10}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$d) \text{ Ta có: } N = 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} = \sqrt{45} - \sqrt{18}$$

$$\text{Do đó: } Q = (\sqrt{45} + \sqrt{18}).(\sqrt{45} - \sqrt{18}) = 45 - 18 = 27$$

**Câu 134.** Cho hai biểu thức  $M = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}).\frac{\sqrt{2}}{2}$  và  $N = \frac{\sqrt{36 - 12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = a\sqrt{6} + b$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $6a + b = 0$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \sqrt{c} + d$ , với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c - d = 4$ .

c) Với  $P = (\sqrt{6} + 1).M$ , ta có  $P = 5\sqrt{6}$ .

d) Với  $Q = \frac{4}{N}$ , ta có  $Q = \sqrt{5} - 1$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$a) \text{ Ta có: } M = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}).\frac{\sqrt{2}}{2} = (\sqrt{12} - 2\sqrt{18}).\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{12}{2}} - 2\sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{6} - 2\sqrt{9} = \sqrt{6} - 6$$

Do đó:  $a = 1; b = -6$ , suy ra  $6a + b = 0$ .

b) Ta có:

$$N = \frac{\sqrt{36 - 12\sqrt{5}}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{6(6 - 2\sqrt{5})}{6}} = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5 - 2\sqrt{5}.1 + 1} = \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = \sqrt{5} - 1$$

Do đó:  $c = 5; d = -1$ , suy ra  $c - d = 6$ .

$$c) \text{ Ta có: } M = \sqrt{6} - 6 = \sqrt{6}(1 - \sqrt{6})$$

$$\text{Do đó: } P = (\sqrt{6} + 1).M = (\sqrt{6} + 1).\sqrt{6}(1 - \sqrt{6}) = \sqrt{6}(1 + \sqrt{6})(1 - \sqrt{6}) = \sqrt{6}(1 - 6) = -5\sqrt{6}$$

$$d) \text{ Ta có: } N = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{Do đó: } Q = \frac{4}{N} = \frac{4}{\sqrt{5}-1} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{4(\sqrt{5}+1)}{5-1} = \sqrt{5}+1$$

**Câu 135.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72}$  và  $N = \sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a \cdot b = -6$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \sqrt{c+d}$  với  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c-d = 4$ .

c) Với  $P = \frac{4}{N}$ , ta có  $P = \sqrt{5}+1$ .

d) Với  $Q = \frac{N}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$ , ta có  $Q = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có:

$$M = \left( \frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} - \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \right) : \sqrt{72} = \frac{(1-\sqrt{2})^2 - (1+\sqrt{2})^2}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})} : \sqrt{72} = \frac{-2\sqrt{2} \cdot 2}{1-2} : \sqrt{72} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{72}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Do đó:  $a = 2; b = 3$ , suy ra  $a \cdot b = 6$ .

b) Ta có:  $N = \sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3 \cdot 2 + 2\sqrt{5}} = \sqrt{5+2\sqrt{5}+1} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \sqrt{5}+1$

Do đó:  $c = 5; d = 1$ , suy ra  $c-d = 4$ .

c) Ta có:  $N = \sqrt{5}+1$

Do đó:  $P = \frac{4}{N} = \frac{4}{\sqrt{5}+1} = \frac{4(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{4(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \sqrt{5}-1$

d) Ta có:  $N = \sqrt{5}+1$

Do đó:  $Q = \frac{N}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}(\sqrt{5}+1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 136.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) : \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$  và  $N = \frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{2}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = 4\sqrt{2}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{a\sqrt{7}}{b} - \frac{c}{d}$ , với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có

$a \cdot b \cdot c \cdot d = 4$ .

c) Với  $P = (\sqrt{7} + 1) \cdot N$ , ta có  $P = \frac{3}{2}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{1}{N}$  ta được  $Q = \frac{e\sqrt{7} + f}{g}$ , với  $\frac{e}{g}; \frac{f}{g}$  là phân số tối giản và  $e, f, g \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e + f + g = 4$ .

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có:  $M = \left( \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{4}{3-4} \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = 4\sqrt{2}$

b) Ta có:  $N = \frac{\sqrt{4-\sqrt{7}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{4-\sqrt{7}}{2}} = \sqrt{\frac{8-2\sqrt{7}}{4}} = \sqrt{\frac{7-2\sqrt{7} \cdot 1 + 1}{4}} = \sqrt{\left( \frac{\sqrt{7}-1}{2} \right)^2} = \frac{\sqrt{7}-1}{2} = \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{1}{2}$

Do đó:  $a = 1; b = 2; c = 1; d = 2$ , suy ra  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 4$ .

c) Ta có:  $N = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$

Do đó:  $P = (\sqrt{7} + 1) \cdot N = (\sqrt{7} + 1) \cdot \frac{\sqrt{7}-1}{2} = \frac{1}{2}(\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) = \frac{1}{2}(7 - 1) = 3$

d) Ta có:  $N = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$

Do đó:  $Q = \frac{1}{N} = \frac{1}{\frac{\sqrt{7}-1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{7}-1} = \frac{2(\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)} = \frac{2(\sqrt{7}+1)}{7-1} = \frac{\sqrt{7}+1}{3}$

Khi đó:  $e = 1; f = 1; g = 3$ , suy ra  $e + f + g = 5$ .

**Câu 137.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}}$  và  $N = \sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{2}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có

$2025a + b = 2029$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = 2\sqrt{c}$  với  $c \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c^2 - 3c = 18$ .

c) Với  $P = M \cdot N$ , ta có  $P = 2\sqrt{3}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{1}{N-5}$  ta được  $Q = d\sqrt{6} + e$ , với  $d, e \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $d \cdot e = 10$ .

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
-----	------	------	------

a) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Do đó:  $a = 1; b = 2$ , suy ra  $2025a + b = 2027$ .

b) Ta có:  $N = \sqrt{6,5 + \sqrt{12}} + \sqrt{6,5 - \sqrt{12}} = \sqrt{\frac{13}{2} + \sqrt{12}} + \sqrt{\frac{13}{2} - \sqrt{12}} = \sqrt{\frac{13 + 2\sqrt{12}}{2}} + \sqrt{\frac{13 - 2\sqrt{12}}{2}}$   
 $= \sqrt{\frac{(\sqrt{12} + 1)^2}{2}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{12} - 1)^2}{2}} = \frac{\sqrt{12} + 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{12} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12} + 1 + \sqrt{12} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6}$

Do đó:  $c = 6$ , suy ra  $c^2 - 3c = 18$ .

c) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{2}}{2}$  và  $N = 2\sqrt{6}$

Do đó:  $P = M \cdot N = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2\sqrt{6} = 2\sqrt{3}$

d) Ta có:  $N = 2\sqrt{6}$

Do đó:  $Q = \frac{1}{N - 5} = \frac{1}{2\sqrt{6} - 5} = \frac{2\sqrt{6} + 5}{(2\sqrt{6} - 5)(2\sqrt{6} + 5)} = \frac{2\sqrt{6} + 5}{24 - 25} = -2\sqrt{6} - 5$

Vì thế:  $d = -2; e = -5$ , suy ra  $d \cdot e = 10$ .

**Câu 138.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4}$  và  $N = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{5}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $2a + 3b = 10$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = c\sqrt{6} - \sqrt{d} + \sqrt{2} + e$  với  $c, d, e \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c + d + e = 4$ .

c) Với  $P = \sqrt[3]{\frac{45}{4}} \cdot M$ , ta có  $P = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \frac{44}{2M - 1}$  ta được  $Q = f\sqrt{5} + g$ , với  $f, g \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $f \cdot g = 2$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \frac{5 - 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 4} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5} - 2)}{2(\sqrt{5} - 2)} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

Do đó:  $a = 3; b = 2$ , suy ra  $2a + 3b = 12$ .

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } N &= \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{5.3} - 2\sqrt{5.2} + \sqrt{3.2} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{5.2} - \sqrt{3} + \sqrt{3.2}} = \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2\sqrt{5}(1 - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(1 - \sqrt{2})} \\ &= \frac{(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})}{1 - 2} = -\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + 2 \end{aligned}$$

Do đó:  $c = -1; d = 3; e = 2$ , suy ra  $c + d + e = 4$ .

$$\text{c) Ta có: } M = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Do đó: } P = \sqrt[3]{\frac{45}{4} \cdot M} = \sqrt[3]{\frac{45}{4} \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{9 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{5}}{4 \cdot 2}} = \sqrt[3]{\frac{3^3 \cdot (\sqrt{5})^3}{2^3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^3} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{d) Ta có: } M = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Do đó: } Q = \frac{44}{2M - 1} = \frac{44}{3\sqrt{5} - 1} = \frac{44(3\sqrt{5} + 1)}{(3\sqrt{5} - 1)(3\sqrt{5} + 1)} = \frac{44(3\sqrt{5} + 1)}{45 - 1} = 3\sqrt{5} + 1$$

Vì thế:  $f = 3; g = 1$ , suy ra  $f \cdot g = 3$

**Câu 139.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}}$  và  $N = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{a\sqrt{5}}{b}$ , với  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $2026a - 3b = 2000$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{c}{d}$  với  $\frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $c \cdot d = 6$ .

c) Với  $P = \left(M - \frac{1}{2}\right)(\sqrt{5} + 1)$ , ta có  $P = 2$ .

d) Rút gọn biểu thức  $Q = \sqrt{\frac{3}{2} - M}$  ta được  $Q = \frac{e\sqrt{5} + f}{g}$ , với  $\frac{e}{g}; \frac{f}{g}$  là phân số tối giản và  $e, f, g \in \mathbb{Z}$ .

Ta có  $e - 2f + 3g = 9$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

$$\text{a) Ta có: } M = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{15}}{\sqrt{8} - \sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{\sqrt{4}(\sqrt{2} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Do đó:  $a = 1; b = 2$ , suy ra  $2026a - 3b = 2020$ .

b) Ta có:

$$N = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}} = \frac{3\sqrt{2^2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 5}}{3\sqrt{3^2 \cdot 2} - 2\sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 5}} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{3 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} = \frac{2(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})}{3(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{2}{3}$$

Do đó:  $c = 2; d = 3$ , suy ra  $c.d = 6$ .

c) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Do đó:  $P = \left(M - \frac{1}{2}\right)(\sqrt{5} + 1) = \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2}\right)(\sqrt{5} + 1) = \frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = \frac{1}{2}(5 - 1) = 2$

d) Ta có:  $M = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Do đó:  $Q = \sqrt{\frac{3}{2} - M} = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} = \sqrt{\frac{6 - 2\sqrt{5}}{4}} = \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{4}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

Vì thế:  $e = 1; f = -1; g = 2$ , suy ra  $e - 2f + 3g = 9$

**Câu 140.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}}$  và  $B = \frac{5 + \sqrt{5}}{\sqrt{5} + 2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{3\sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} + 2025$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$  ta được  $A = \frac{a}{b} - \frac{c\sqrt{3}}{d}$  với  $\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$  là phân số tối giản và  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Ta có

$a + b + c + d = 8$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$  ta được  $B = e + f.\sqrt{5}$  với  $e, f \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $e - 5f = 2000$ .

c) Với  $C = \left(\frac{-1 - 3\sqrt{3}}{2}\right).A$ , ta có  $C = -6$ .

d) Với  $D = \frac{B}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025}.\sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}}$ , ta có  $D = \sqrt[3]{2025} + \sqrt[3]{\sqrt{5}}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Ta có:  $A = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} - \sqrt{27} + \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 1}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} - \sqrt{9 \cdot 3} + \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$   
 $= \frac{\sqrt{3} + 1}{2} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3} + 1 - 4\sqrt{3}}{2} = \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Do đó:  $a = 1; b = 2; c = 3; d = 2 \Rightarrow a + b + c + d = 1 + 2 + 3 + 2 = 8$

b) Ta có:

$$B = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} - \frac{3\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} + 2025 = \frac{(5+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} - \frac{3\sqrt{5}(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} + 2025$$

$$= \frac{3\sqrt{5}-5}{1} + \frac{5+\sqrt{5}}{4} - \frac{9\sqrt{5}-15}{4} + 2025 = \frac{12\sqrt{5}-20+5+\sqrt{5}-9\sqrt{5}+15}{4} + 2025 = 2025 + \sqrt{5}$$

Do đó:  $e = 2025; f = 1 \Rightarrow e - 5f = 2000$

c) Ta có:  $A = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

Do đó:  $C = \left(\frac{-1-3\sqrt{3}}{2}\right) \cdot A = -\left(\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \cdot A = -\left(\frac{1}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) = -\left(\frac{1}{4} - \frac{27}{4}\right) = 6$

d) Ta có:  $B = 2025 + \sqrt{5}$

Do đó:  $D = \frac{B}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}} = \frac{2025 + \sqrt{5}}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}} = \frac{(\sqrt[3]{2025})^3 + (\sqrt[3]{\sqrt{5}})^3}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}}$

$$= \frac{(\sqrt[3]{2025} + \sqrt[3]{\sqrt{5}})(\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5})}{\sqrt[3]{2025^2} - \sqrt[3]{2025} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} + \sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{2025} + \sqrt[3]{\sqrt{5}}$$

**Câu 141.** Cho biểu thức  $P = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) + \frac{2}{\sqrt{x+2}}$

a) Điều kiện xác định của biểu thức là  $x \geq 0$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \sqrt{x} + 1$ .

c) Với  $P = 5$ , khi đó:  $x = 4$ .

d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  bằng 0 tại  $x = 0$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$

b)

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{x}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x} \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) + \frac{2}{\sqrt{x+2}} \\
 &= \frac{x(\sqrt{x+2}) + \sqrt{x}(\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}) + 2(\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} \\
 &= \frac{x\sqrt{x+2} + x + 2\sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} = \frac{x\sqrt{x+2} + 4x + 5\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} \\
 &= \frac{x\sqrt{x+2} + x + 3x + 3\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} = \frac{x(\sqrt{x+1}) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x+1}) + 2(\sqrt{x+1})}{(\sqrt{x+1})(\sqrt{x+2})} \\
 &= \frac{(x + 3\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x+1})}{x + 3\sqrt{x} + 2} = \sqrt{x+1}
 \end{aligned}$$

c) Với  $P = 5$ , khi đó:

$$\sqrt{x+1} = 5$$

$$\sqrt{x} = 4$$

$$x = 16 \text{ (thỏa điều kiện } x \geq 0 \text{)}$$

d) điều kiện  $x \geq 0$

Ta có  $\sqrt{x} \geq 0$  mọi  $x \geq 0$

Suy ra  $\sqrt{x+1} \geq 1$  mọi  $x \geq 0$

Do đó giá trị nhỏ nhất của  $P = 1$  tại  $x = 0$ .

**Câu 142.** Cho biểu thức  $M = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$

a) Khi  $x = 4$  thì  $M = -\frac{4}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $M = \frac{4}{x-1}$ .

d) Bất phương trình  $M \geq 0$  có nghiệm là  $0 < x < 1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Khi  $x = 4$  thì  $M = \left( \frac{\sqrt{4}-1}{\sqrt{4+1}} - \frac{\sqrt{4+1}}{\sqrt{4}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} = \left( \frac{2-1}{2+1} - \frac{2+1}{2-1} \right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{4}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$  và  $x \neq 1$

c)

$$M = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}, \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 1.$$

$$= \left( \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x-1} - \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x-1} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-4\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{-4}{x-1}.$$

$$\text{Vậy } M = \frac{-4}{x-1}.$$

d) Điều kiện  $x > 0$  và  $x \neq 1$

$$M \geq 0$$

$$\frac{-4}{x-1} \geq 0$$

$$x-1 < 0 \text{ (do } -4 < 0)$$

$$x < 1$$

Kết hợp điều kiện  $x > 0$  và  $x \neq 1$  ta được  $0 < x < 1$

Vậy nghiệm của bất phương trình  $M \geq 0$  là  $0 < x < 1$

**Câu 143.** Cho biểu thức  $M = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ .

a) Khi  $x=9$  thì  $M=5$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$  và  $x \neq 4$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $M = \sqrt{x} - 1$ .

d) Bất phương trình  $M < 0$  có nghiệm là  $x > \frac{1}{4}$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Khi  $x=9$  thì  $M = \frac{9+\sqrt{9}}{\sqrt{9}} + \frac{9-4}{\sqrt{9}+2} = \frac{9+3}{3} + \frac{5}{3+2} = 5$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $M$  là  $x > 0$

c) Với  $x > 0$  ta có:

$$M = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} = \sqrt{x}+1+\sqrt{x}-2 = 2\sqrt{x}-1$$

Vậy với  $x > 0$  thì  $M = 2\sqrt{x}-1$

d)  $M < 0$

$$2\sqrt{x} - 1 < 0$$

$$\sqrt{x} < \frac{1}{2}$$

$$x < \frac{1}{4}$$

Kết hợp điều kiện  $x > 0$  ta được  $0 < x < \frac{1}{4}$

Vậy nghiệm của bất phương trình  $M < 0$  là  $0 < x < \frac{1}{4}$

**Câu 144.** Cho biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$ , với  $x > 0, y > 0$ .

a) Khi  $x = 4$  và  $y = 9$  thì  $P = 6$

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \sqrt{xy}$ .

c) Với  $x = \frac{1}{16}$  và  $P = \frac{1}{2}$  thì  $y = 4$ .

d) Biết  $y = 25$ , khi đó bất phương trình  $P \leq 3$  có nghiệm là  $0 \leq x \leq \frac{9}{4}$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Khi  $x = 4$  và  $y = 9$  thì  $P = \frac{4\sqrt{4} + 9\sqrt{9}}{\sqrt{4} + \sqrt{9}} - (\sqrt{4} - \sqrt{9})^2 = \frac{4 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{2 + 3} - (2 - 3)^2 = 6$

b) Với  $x > 0, y > 0$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \\ &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \\ &= x - \sqrt{xy} + y - (x - 2\sqrt{xy} + y) \\ &= x - \sqrt{xy} + y - x + 2\sqrt{xy} - y \\ &= \sqrt{xy}. \end{aligned}$$

Vậy với  $x > 0, y > 0$  thì  $P = \sqrt{xy}$ .

c) Với  $x = \frac{1}{16}$  và  $P = \frac{1}{2}$ , ta có:

$$\sqrt{\frac{1}{16}}y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}\sqrt{y} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{y} = 2$$

$$y = 4 \text{ (thỏa điều kiện } y > 0 \text{)}$$

d)

$$\sqrt{4x} \leq 3$$

$$4x \leq 9$$

$$x \leq \frac{9}{4}$$

Kết hợp điều kiện  $x > 0$  ta được nghiệm là  $0 < x \leq \frac{9}{4}$ .

**Câu 145.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$ .

a) Khi  $x = 9$  thì  $P = \frac{1}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \frac{1}{x-1}$ .

d) Có 4 giá trị  $x$  thỏa mãn biểu thức  $P$  là số nguyên.

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Khi  $x = \frac{1}{4}$  thì  $P = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}-1} + \frac{3}{\sqrt{\frac{1}{4}}+1} - \frac{4\sqrt{\frac{1}{4}}-3}{\frac{1}{4}-1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} + \frac{3}{\frac{1}{2}+1} - \frac{4\cdot\frac{1}{2}-3}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} + \frac{3}{\frac{3}{2}} - \frac{2-3}{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$ .

c) Với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$  ta có:  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1}$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 4\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 - 4\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x}{x-1}$$

Vậy với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$  thì  $P = \frac{x}{x-1}$ .

d) với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 1$ , ta có:  $P = \frac{x}{x-1} = \frac{x-1+1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$

$P$  nguyên khi  $\frac{1}{x-1}$  là số nguyên hay 1 chia hết  $x-1$  hay  $x-1$  là ước của 1, do đó:

$$x-1=1 \text{ hay } x=2 \text{ (nhận)}$$

$$x-1=-1 \text{ hay } x=0 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x=0$  và  $x=2$  thì biểu thức  $P$  là số nguyên

**Câu 146.** Cho biểu thức  $P = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$ .

a) Khi  $a = 25$  thì  $P = -16$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = a - 9$ .

d) Bất phương trình  $P < -2026$  có nghiệm là  $0 \leq a < 2035$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Khi  $a = 25$  thì  $P = \left(3 + \frac{25 + \sqrt{25}}{\sqrt{25} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{25 - \sqrt{25}}{\sqrt{25} - 1}\right) = \left(3 + \frac{25 + 5}{5 + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{25 - 5}{5 - 1}\right) = -16$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0$  và  $a \neq 1$ .

c)  $P = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) = \left(3 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) = (3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a}) = 9 - a$ .

Vậy  $a \geq 0, a \neq 1$  thì  $P = 9 - a$ .

d) Với điều kiện  $a \geq 0, a \neq 1$ , ta có

$$P < -2026$$

$$9 - a < -2026$$

$$-a < -2035$$

$$a > 2035$$

Kết hợp điều kiện  $a \geq 0, a \neq 1$  ta được nghiệm là  $a > 2035$ .

**Câu 147.** Cho biểu thức  $P = \left(\frac{1}{2\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{2\sqrt{x} - 1}\right) : \frac{1}{1 - 4x}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 4\sqrt{x}$ .

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{15}$ , khi đó  $P = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

d) Với  $P = -\frac{1}{2}$ , khi đó  $x = \frac{1}{8}$

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

b) với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ , ta có:

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{2\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}+1}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} : \frac{1}{1-4x} \\ &= \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} \cdot (1-4x) = \frac{4\sqrt{x}}{-(1-4x)} \cdot (1-4x) = -4\sqrt{x} \end{aligned}$$

Vậy  $P = -4\sqrt{x}$ , với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{15} = 5 - 2\sqrt{15} + 3 = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ ,

khi đó  $P = -4\sqrt{x} = -4\sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2} = -4|\sqrt{5} - \sqrt{3}| = -4(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 4(\sqrt{3} - \sqrt{5})$

d) Với  $P = -\frac{1}{2}$ , khi đó

$$-4\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{1}{64} \text{ (thỏa điều kiện } x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}\text{)}$$

**Câu 148.** Cho biểu thức  $P = \frac{a - \sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a} + 1} \cdot (1 - \sqrt{a})$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a > 1$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = -\sqrt{a}$ .

c) Với  $a = 4 - \sqrt{12}$ , khi đó  $P = 1 - \sqrt{3}$

d) Với  $P \geq -3$ , khi đó  $1 < a \leq 9$

## Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a > 1$ .

Với  $a > 1$ , ta có: 
$$P = \frac{a - \sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a} + 1} \cdot (1 - \sqrt{a}) = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{(\sqrt{a} - 1)^2} \cdot (1 - \sqrt{a}) = \frac{-\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)^2}{(\sqrt{a} - 1)^2} = -\sqrt{a}$$

Vậy  $P = -\sqrt{a}$ .

c) Với  $a = 4 - \sqrt{12} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$ ,

khi đó 
$$P = -\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = -|\sqrt{3} - 1| = -(\sqrt{3} - 1) = 1 - \sqrt{3}$$

d) Điều kiện  $a > 1$ .

Với  $P \geq -3$ , khi đó

$$P \geq -3$$

$$-\sqrt{a} \geq -3$$

$$\sqrt{a} \leq 3$$

$$a \leq 9$$

Kết hợp điều kiện  $a > 1$ , ta được  $1 < a \leq 9$

**Câu 149.** Cho biểu thức 
$$P = \left( \frac{1}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4\sqrt{x} + 4}$$
.

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0; x \neq 4$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được 
$$P = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}}$$
.

c) Với  $x = 6 - 2\sqrt{5}$ , khi đó 
$$P = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$$

d) Với  $P = -1$ , khi đó  $x = 2$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0; x \neq 4$ .

b) Với  $x > 0; x \neq 4$ :

$$P = \left( \frac{1}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x - 4\sqrt{x} + 4}$$

$$= \left( \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-2)^2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy với  $x > 0; x \neq 4$ :  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ .

c) Với  $x = 6 - 2\sqrt{5} = 5 - 2\sqrt{5} + 1 = (\sqrt{5}-1)^2$

$$\text{khi đó } P = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} - 2}{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}} = \frac{|\sqrt{5}-1| - 2}{|\sqrt{5}-1|} = \frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}-1} = \frac{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

d) Điều kiện  $x > 0; x \neq 4$ .

$$P = -1$$

$$\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = -1$$

$$\sqrt{x}-2 = -\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1 \text{ (thỏa)}$$

**Câu 150.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} - 2\sqrt{x} \right) : \frac{1}{(\sqrt{x}-2)}$ .

a) Khi  $x = 16$  thì  $P = 12$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0; x \neq 4$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = x + 4$ .

d) Với  $P \geq -1$ , khi đó  $0 \leq x \leq 5$

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$\text{a) Khi } x = 16 \text{ thì } P = \left( \frac{16-4}{\sqrt{16}+2} - 2\sqrt{16} \right) : \frac{1}{(\sqrt{16}-2)} = \left( \frac{12}{4+2} - 2 \cdot 4 \right) : \frac{1}{(4-2)} = -12$$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0; x \neq 4$ .

c) Với  $x > 0; x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}+2} - 2\sqrt{x} \right) : \frac{1}{(\sqrt{x}-2)} \\
 &= (\sqrt{x}-2-2\sqrt{x}) : \frac{1}{(\sqrt{x}-2)} \\
 &= (-\sqrt{x}-2) : \frac{1}{(\sqrt{x}-2)} \\
 &= -(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}-2) \\
 &= -(\sqrt{x}+2) \cdot (\sqrt{x}-2) \\
 &= -(x-4) \\
 &= 4-x
 \end{aligned}$$

Vậy  $P = 4 - x$

d) Điều kiện  $x \geq 0; x \neq 4$ .

$$P \geq -1$$

$$4 - x \geq -1$$

$$-x \geq -5$$

$$x \leq 5$$

Kết hợp điều kiện  $x \geq 0; x \neq 4$ , ta được  $0 \leq x \leq 5$  và  $x \neq 4$

**Câu 151.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{x-1}$ .

a) Khi  $x = \frac{1}{16}$  thì  $P = \frac{1}{2}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 2\sqrt{x}$ .

d) Với  $P \geq \frac{1}{2}$ , khi đó  $x \geq \frac{1}{4}$  và  $x \neq 1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Khi  $x = \frac{1}{16}$  thì  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{16}}-1} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{16}}+1} \right) : \frac{2}{\frac{1}{16}-1} = \frac{1}{4}$

b) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

c) với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2}{x-1} \\
 &= \left( \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) : \frac{2}{x-1} \\
 &= \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} : \frac{2}{x-1} \\
 &= \frac{2\sqrt{x}}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2} \\
 &= \sqrt{x}
 \end{aligned}$$

d) Điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ .

$$\begin{aligned}
 P &\geq \frac{1}{2} \\
 \sqrt{x} &\geq \frac{1}{2} \\
 x &\geq \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ , ta được  $x \geq \frac{1}{4}$  và  $x \neq 1$

**Câu 152.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0, x \neq 9$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{7}$ , khi đó  $P = \sqrt{7} + 1$

d) Với  $P = 1$ , khi đó  $x = 3$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $x > 0, x \neq 9$ .

Với  $x > 0, x \neq 9$

$$\begin{aligned}
 P &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{3-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{3-\sqrt{x}} \\
 &= \left( \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} \right) \cdot (3-\sqrt{x})
 \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x}(3-\sqrt{x})} \cdot (3-\sqrt{x})$$

$$= \frac{3}{\sqrt{x}}$$

c) Với  $x = 8 - 2\sqrt{7} = 7 - 2\sqrt{7} + 1 = (\sqrt{7} - 1)^2$

khi đó  $P = \frac{3}{\sqrt{(\sqrt{7}-1)^2}} = \frac{3}{|\sqrt{7}-1|} = \frac{3}{\sqrt{7}-1} = \frac{3(\sqrt{7}+1)}{7-1} = \frac{\sqrt{7}+1}{2}$

d) Với  $P = 1$ , ta có

$$\frac{3}{\sqrt{x}} = 1$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$$x = 9$$

Kết hợp điều kiện  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ , ta được  $x = 9$

**Câu 153.** Cho biểu thức  $P = \frac{a+6\sqrt{a}+9}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-9}{\sqrt{a}-3}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0, a \neq 9$ .

b) Rút gọn biểu thức ta được  $P = 2\sqrt{a} + 6$ .

c) Với  $a = 19 - 6\sqrt{10}$ , khi đó  $P = 2\sqrt{10}$

d) Với  $P = 20$ , khi đó  $a = 49$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $P$  là  $a \geq 0, a \neq 9$ .

b) Với điều kiện  $a \geq 0, a \neq 9$ , ta có:

$$P = \frac{a+6\sqrt{a}+9}{\sqrt{a}+3} + \frac{a-9}{\sqrt{a}-3} = \frac{(\sqrt{a}+3)^2}{\sqrt{a}+3} + \frac{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)}{\sqrt{a}-3} = \sqrt{a}+3 + \sqrt{a}+3 = 2\sqrt{a}+6$$

c)  $a = 19 - 6\sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{a} = \sqrt{19 - 6\sqrt{10}} = \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2} = \sqrt{10}-3$

Do đó:  $P = 2\sqrt{a} + 6 = 2(\sqrt{10}-3) + 6 = 2\sqrt{10} - 6 + 6 = 2\sqrt{10}$

d) Với điều kiện  $a \geq 0, a \neq 9$ , ta có:

$$P = 20$$

$$2\sqrt{a} + 6 = 20$$

$$2\sqrt{a} = 14$$

$$\sqrt{a} = 7$$

$a = 49$  (thỏa điều kiện)

**Câu 154.** Cho biểu thức  $A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ .

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $A$  là  $x \geq 0$ .

b) Với  $x = 16$ , khi đó  $A = \frac{1}{3}$

b) Rút gọn biểu thức ta được  $A = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$ .

d) Với  $A = \frac{1}{2}$ , khi đó  $x = 8$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a) Điều kiện xác định của biểu thức  $A$  là  $x \geq 0, x \neq 4$ .

b) Thay  $x = 16$  vào biểu thức ta được

$$A = \frac{-7\sqrt{16} + 6}{16-4} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16}-2} = \frac{-28+6}{12} + \frac{4}{4-2} = \frac{-11}{6} + 2 = \frac{1}{6}$$

b) Với điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{-7\sqrt{x} + 6 + x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{x - 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy  $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$

d) Với điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có

$$A = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{2}$$

$$2(\sqrt{x}-3) = \sqrt{x}+2$$

$$\sqrt{x} = 8$$

$$x = 64 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

**Câu 155.** Cho hai biểu thức  $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$ ;  $B = \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ).

a) Rút gọn biểu thức  $A$ , ta được  $A = 2$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ , ta được  $B = 2\sqrt{x} - 1$ .

c) Với  $B = 3$ , khi đó  $x = 2$

d) Với  $A \leq B$ , khi đó  $x > 1$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

a)  $A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$

$$A = \sqrt{5^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 2} + |\sqrt{2}+1|$$

$$A = 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 \text{ (Do } \sqrt{2} + 1 > 0 \text{)}$$

$$A = (5 - 6 + 1)\sqrt{2} + 1$$

$$A = 1$$

Vậy  $A = 1$ .

b)  $B = \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ).

Với  $x \geq 0, x \neq 1$  ta có:

$$B = \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1$$

$$B = 2\sqrt{x} - 1$$

Vậy với  $x \geq 0, x \neq 1$  thì  $B = 2\sqrt{x} - 1$ .

c) Điều kiện:  $x \geq 0, x \neq 1$

$$B = 3$$

$$2\sqrt{x} - 1 = 3$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4$$

Kết hợp với điều kiện ta được  $x = 4$

d) Điều kiện:  $x \geq 0, x \neq 1$

Ta có:

$$A \leq B \Leftrightarrow 1 \leq 2\sqrt{x} - 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

Kết hợp với điều kiện ta được  $x > 1$  thì  $A \leq B$ .

Vậy  $x > 1$  thì  $A \leq B$ .

**Câu 156.** Cho hai biểu thức  $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$

a) Với  $x = 9$ , khi đó  $A = \frac{9}{5}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ , ta được  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}$ .

c) Với  $B - \frac{1}{2} = 0$ , khi đó  $x = 4$

d) Với  $A - B < \frac{3}{2}$ , khi đó số nguyên dương  $x$  lớn nhất bằng  $x = 34$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

a) Với  $x = 9$ , ta có:  $A = \frac{3\sqrt{9}}{\sqrt{9}+2} = \frac{9}{5}$

b) với  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có:

$$B = \frac{x+4}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} = \frac{x+4-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

c) Với điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có:

$$B - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{2\sqrt{x} - (\sqrt{x}+2)}{2(\sqrt{x}+2)} = 0$$

$$\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

d) Với điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4$ , ta có:

$$A - B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Khi đó:

$$A - B < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{3}{2} < 0$$

$$\frac{4\sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 6}{2(\sqrt{x}+2)} < 0$$

$$\sqrt{x} - 6 < 0 \text{ (do } 2(\sqrt{x}+2) > 0)$$

$$\sqrt{x} < 6$$

$$x < 36$$

Kết hợp với điều kiện và  $x$  là số nguyên dương lớn nhất nên  $x = 35$

**Câu 157.** Cho ba biểu thức  $P = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}; Q = x\sqrt{x} + y\sqrt{y}; R = x - y$  với  $x, y$  không âm.

a) Biểu thức  $R$  bằng với biểu thức  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ , với  $x, y$  không âm.

b) Rút gọn biểu thức  $A = \frac{Q}{P}$  ta được  $A = \frac{\sqrt{xy}(x + \sqrt{xy} + y)}{xy}$ , với  $x > 0, y > 0$ .

c) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{P}{R}$  ta được  $B = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ , với  $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$ .

d) Rút gọn biểu thức  $C = \frac{Q}{R}$  ta được  $C = \frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$ , với  $x \geq 0, y \geq 0, x \neq y$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>	<b>ĐÚNG</b>

$$P = x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = (\sqrt{x})^2 \sqrt{y} + (\sqrt{y})^2 \sqrt{x} = \sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$Q = x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = (\sqrt{x})^3 + (\sqrt{y})^3 = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)$$

$$R = x - y = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

a) Biểu thức  $R$  bằng với biểu thức  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})$ .

$$b) A = \frac{Q}{P} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt{xy}(x - \sqrt{xy} + y)}{xy}$$

$$c) B = \frac{P}{R} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$d) C = \frac{Q}{R} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

**Câu 158.** Cho hai biểu thức  $M = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right)$  và  $N = \left( \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{4\sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

b) Rút gọn biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{3 - \sqrt{x}}$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

c) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{M}{N}$  ta được  $P = \frac{4x}{\sqrt{x} - 3}$ , với  $x > 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

d) Với  $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ , khi đó  $P = \frac{M}{N} = \frac{a\sqrt{5} + b}{c}$ , với  $\frac{a}{c}; \frac{b}{c}$  là phân số tối giản và  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Ta có  $a + b + c = 1$ .

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>

$$a) M = \left( \frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{4 - x} \right) = \frac{4\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} + \frac{8x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} = \frac{4\sqrt{x}(2 - \sqrt{x}) + 8x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})} = \frac{8\sqrt{x} + 4x}{(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})}$$

$$= \frac{4\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(2-\sqrt{x})(2+\sqrt{x})} = \frac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}$$

$$b) N = \left( \frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1-2(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{3-\sqrt{x}}$$

$$c) \text{Ta có: } M = \frac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \text{ và } N = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{3-\sqrt{x}}$$

$$\text{Do đó: } P = \frac{M}{N} = \frac{\frac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}}{\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{3-\sqrt{x}}} = \frac{4\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}(2-\sqrt{x})}{\sqrt{x}-3} = \frac{4x}{\sqrt{x}-3}$$

$$d) \text{Với } x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{4} = \frac{5-2\sqrt{5}+1}{4} = \left( \frac{\sqrt{5}-1}{2} \right)^2$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{M}{N} = \frac{4x}{\sqrt{x}-3} = \frac{4\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2}-3} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{\left|\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right|-3} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{\frac{\sqrt{5}-1}{2}-3} = \frac{4(3-\sqrt{5})}{\sqrt{5}-7} = \frac{4(3-\sqrt{5})(\sqrt{5}+7)}{(\sqrt{5}-7)(\sqrt{5}+7)}$$

$$= \frac{4(3\sqrt{5}+21-5-7\sqrt{5})}{5-49} = \frac{-(16-4\sqrt{5})}{11} = \frac{4\sqrt{5}-16}{11}$$

Ta có  $a=4, b=-16, c=11$  suy ra  $a+b+c=-1$

**Câu 159.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}}$  và  $N = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ , với  $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức  $M$  ta được  $M = \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

b) Trục căn thức dưới mẫu của biểu thức  $N$  ta được  $N = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

c) Rút gọn biểu thức  $P = M : N$  ta được  $P = \frac{x+2}{x}$ , với  $x > 0; x \neq 1$ .

d) Với  $x > 0; x \neq 1$ , giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = M : N$  bằng  $\sqrt{2}$  tại  $x = 2$ .

**Lời giải**

a)	b)	c)	d)
<b>ĐÚNG</b>	<b>ĐÚNG</b>	<b>SAI</b>	<b>SAI</b>

$$a) M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$$

$$b) N = \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$$

$$c) P = M : N = \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot (\sqrt{x}-1) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$$

$$d) P = \frac{x+2}{\sqrt{x}}, \text{ với } x > 0; x \neq 1,$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{x+2}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$$

Với  $x > 0; x \neq 1$ , áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương  $\sqrt{x}$  và  $\frac{2}{\sqrt{x}}$  ta được:

$$\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{2}{\sqrt{x}}} \text{ hay } \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{2}, \text{ Suy ra } P \geq 2\sqrt{2}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt{x}} \Rightarrow x = 2 \text{ (nhận)}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P$  bằng  $2\sqrt{2}$  tại  $x = 2$ .

**Câu 160.** Cho hai biểu thức  $M = \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1}$  và  $N = \frac{(1-x)^2}{2}$ , với  $x \geq 0; x \neq 1$

$$a) \text{ Rút gọn biểu thức } M \text{ ta được } M = \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2}, \text{ với } x \geq 0; x \neq 1.$$

$$b) \text{ Rút gọn biểu thức } P = M.N \text{ ta được } P = x - \sqrt{x}, \text{ với } x \geq 0; x \neq 1.$$

$$c) \text{ Với } x = 11 - 6\sqrt{2}, \text{ khi đó: } P = M.N = 5\sqrt{2} - 8.$$

$$d) \text{ Với } x \geq 0; x \neq 1, \text{ giá trị lớn nhất của biểu thức } P = M.N \text{ bằng } \frac{1}{4} \text{ tại } x = \frac{1}{4}.$$

### Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

$$a) M = \frac{\sqrt{x}-2}{x-1} - \frac{\sqrt{x}+2}{x+2\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+1)^2} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} - \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2}$$

$$= \frac{x - \sqrt{x} - 2 - (x + \sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} = \frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2}$$

$$b) P = M.N = \frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{(1-x)^2}{2} = \frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{[(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)]^2}{2}$$

$$= \frac{-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)^2} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)^2(\sqrt{x}+1)^2}{2} = -\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) = \sqrt{x}-x$$

c) Ta có :  $x = 11 - 6\sqrt{2} = 9 - 2 \cdot 3\sqrt{2} + 2 = (3 - \sqrt{2})^2$

Suy ra :  $\sqrt{x} = \sqrt{(3 - \sqrt{2})^2} = |3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$

Khi đó:  $P = M \cdot N = \sqrt{x} - x = 3 - \sqrt{2} - (11 - 6\sqrt{2}) = 5\sqrt{2} - 8$

d) Ta có  $P = M \cdot N = \sqrt{x} - x$  với  $x \geq 0; x \neq 1$

Khi đó  $P = M \cdot N = \sqrt{x} - x = -(x - \sqrt{x}) = \frac{1}{4} - \left(x - \sqrt{x} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2$

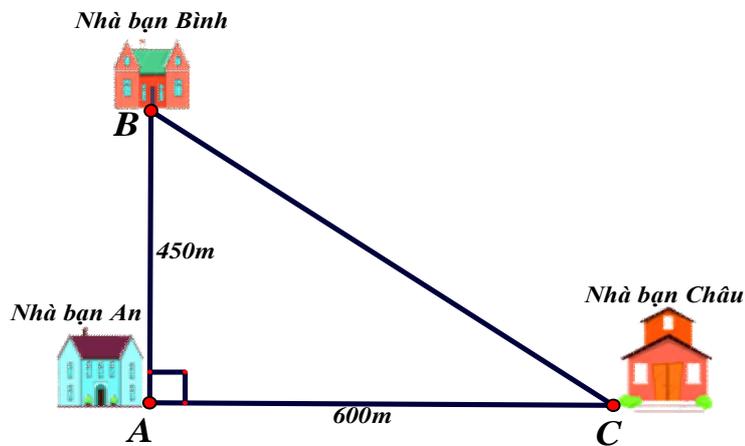
Nhận thấy  $\frac{1}{4} - \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{4}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$

Dấu “=” xảy ra khi  $\sqrt{x} - \frac{1}{2} = 0$  hay  $x = \frac{1}{4}$  (thỏa mãn)

Vậy giá trị lớn nhất của  $P$  là  $\frac{1}{4}$  khi và chỉ khi  $x = \frac{1}{4}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 161.** Nhà bạn An (vị trí A trên hình vẽ) cách nhà bạn Châu (vị trí C trên hình vẽ) 600m và cách nhà bạn Bình (vị trí B trên hình vẽ) 450m. Biết rằng 3 vị trí: nhà An, nhà Bình và nhà Châu là 3 đỉnh của một tam giác vuông (xem hình vẽ). Khoảng cách từ nhà Bình đến nhà Châu bằng bao nhiêu mét?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 750

$\Delta ABC$  vuông tại B nên ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

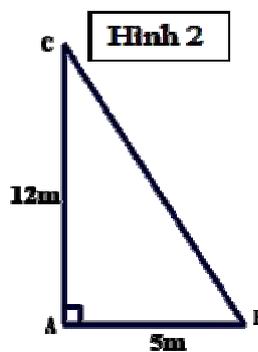
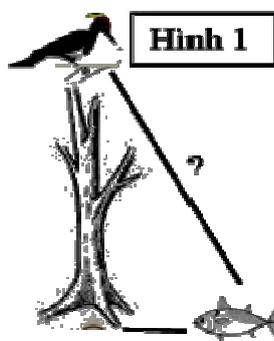
$$BC^2 = 450^2 + 600^2$$

$$BC^2 = 562500$$

$$\text{Suy ra } BC = 750\text{m}$$

Khoảng cách từ thành phố B đến trạm phát sóng là 750 m

**Câu 162.** Một cây cao 12m mọc cạnh bờ sông. Trên đỉnh cây có một con chim đang đậu và chuẩn bị sà xuống bắt con cá trên mặt nước (như hình 1 và được mô phỏng như hình 2). Hỏi con chim sẽ bay một đoạn ngắn nhất bằng bao nhiêu mét thì bắt được con cá? (Biết con cá cách gốc cây 5m và nước cao mấp mé bờ sông)



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 13

Tam giác ABC vuông tại A, ta có :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ (Định lý Pythagore)}$$

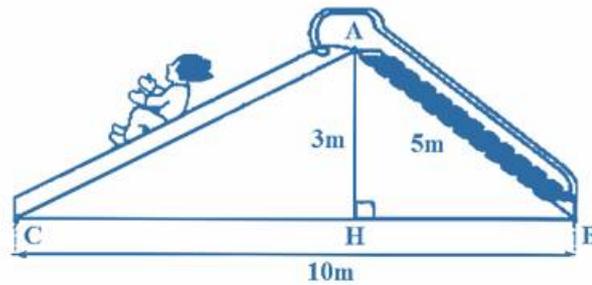
$$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144$$

$$BC^2 = 169$$

$$BC = 13\text{m}$$

Vậy con chim bay được một đoạn bằng 13m thì bắt được con cá .

**Câu 163.** Trong công viên thiếu nhi của thành phố Nha Trang có cầu trượt trẻ em được mô phỏng như hình vẽ bên dưới. Chiều dài đường trượt AC bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn hàng phần mười).



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 6,7

Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác AHB vuông tại H.

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$

$$HB^2 = AB^2 - AH^2 = (5)^2 - (3)^2 = 25 - 9 = 16$$

$$HB = \sqrt{16} = 4\text{m}$$

$$\text{Suy ra } CH = CB - HB = 10 - 4 = 6\text{m}$$

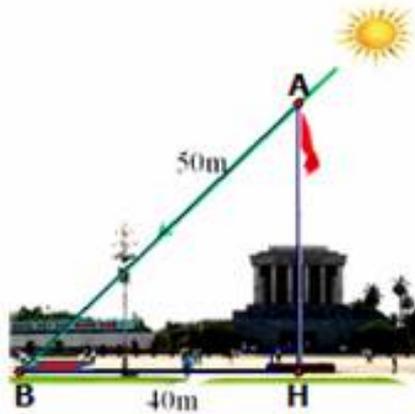
Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác AHC vuông tại H.

$$AC^2 = AH^2 + CH^2 = (3)^2 + (6)^2 = 9 + 36 = 45$$

$$\text{Suy ra } AC = \sqrt{45} \approx 6,7\text{m}$$

Vậy chiều dài đường trượt AC là 6,7m.

**Câu 164.** Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (Lăng Bác) tại Quảng trường Ba Đình - Hà Nội là nơi hội tụ tình cảm, niềm tin của đồng bào và bầu bạn Quốc tế đối với Chủ tịch Hồ Chí Minh và đất nước, con người Việt Nam. Ngay từ ngày khánh thành công trình Lăng Chủ tịch Hồ Chí Minh (29/8/1975), trước Lăng Bác đã có một cột cờ rất cao, trên đỉnh cột cờ luôn tung bay lá cờ Tổ quốc Việt Nam. Vào một thời điểm có tia nắng mặt trời chiếu xuống ta thường nhìn thấy bóng của cột cờ dưới sân Quảng trường Ba Đình, bằng kiến thức hình học người ta đo được chiều dài cái bóng của cột cờ này là đoạn BH = 40m và tính được khoảng cách từ đỉnh cột cờ đến đỉnh cái bóng của nó là đoạn AB = 50m (như hình vẽ bên dưới). Chiều cao của cột cờ trước Lăng Bác (độ dài đoạn AH) bằng bao nhiêu mét? Biết rằng cột cờ được dựng vuông góc với mặt đất.



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 30

Xét  $\triangle ABH$  vuông tại H có :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \text{ (Định lí Pythagore)}$$

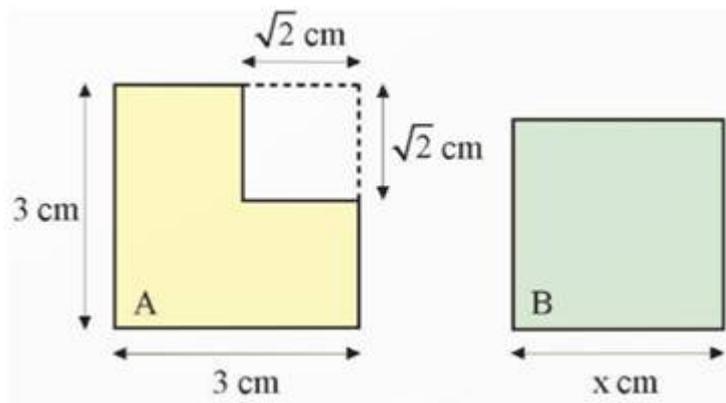
$$50^2 = AH^2 + 40^2$$

$$AH^2 = 2500 - 1600 = 900 \text{ (m)} .$$

$$\text{Suy ra } AH = \sqrt{900} = 30 \text{ (m)} .$$

Vậy chiều cao cột cờ trước Lăng Bác là 30m.

**Câu 165.** Biết rằng hình A (phần tô vàng) và hình vuông B trong hình vẽ dưới có diện tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh  $x$  (cm) của hình vuông B (kết quả lấy tròn đến phần trăm).



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2,65

• Xét hình A:

Diện tích cả hình vuông cạnh 3 cm là:  $3 \cdot 3 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

Diện tích cả hình vuông cạnh  $\sqrt{2}$  (cm) là:  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ (cm}^2\text{)}$

Do đó, diện tích hình A là:  $9 - 2 = 7 \text{ (cm}^2\text{)}$ .

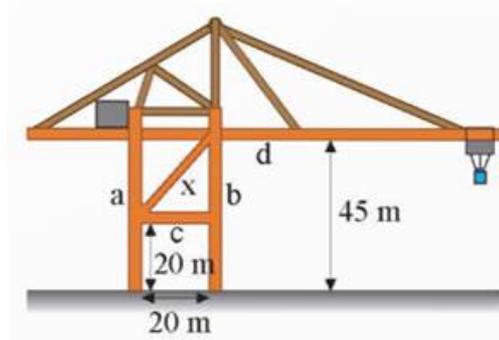
• Xét hình B:

Hình vuông B bằng diện tích hình A là  $7 \text{ cm}^2$ .

Do đó  $x \cdot x = x^2 = 7$  suy ra  $x = \sqrt{7} (\text{cm})$ .

Vậy độ dài cạnh  $x$  của hình vuông B là  $\sqrt{7} \approx 2,65 (\text{cm})$ .

**Câu 166.** Trên cần trục ở hình vẽ, hai trụ  $a$  và  $b$  đứng cách nhau  $20 \text{ m}$ , hai xà ngang  $c$  và  $d$  lần lượt có độ cao  $20 \text{ m}$  và  $45 \text{ m}$  so với mặt đất. Xà chéo  $x$  có độ dài bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

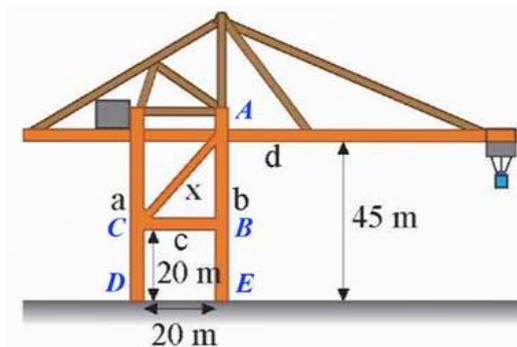


Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 32

Gọi các điểm A, B, C, D, E như trên hình vẽ.



Vì hai trụ  $a$  và  $b$  đứng cách nhau  $20 \text{ m}$  nên  $DE = BC = 20 \text{ m}$ .

Vì xà ngang  $d$  có độ cao  $45 \text{ m}$  so với mặt đất nên  $AE = 45 \text{ m}$ .

Suy ra  $AB = AE - BE = 45 - 20 = 25 (\text{m})$ .

Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B, ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 25^2 + 20^2 = 1025.$$

Suy ra  $x = AC = \sqrt{1025} \approx 32 (\text{m})$ .

Vậy xà chéo  $x$  có độ dài khoảng  $32 \text{ mét}$  (làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 167.** Đại Kim tự tháp Giza là Kim tự tháp Ai Cập lớn nhất và là lăng mộ của Vương triều thứ Tư của pharaoh Khufu. Nền kim tự tháp có dạng hình vuông với diện tích khoảng  $53052 \text{ m}^2$ . Hỏi độ dài cạnh của nền kim tự tháp đó là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 230,3

Gọi  $a$  (m) là độ dài cạnh của nền kim tự tháp dạng hình vuông ( $a > 0$ ).

Diện tích của nền kim tự tháp đó là  $a^2$  ( $m^2$ ).

Theo bài, ta có:  $a^2 = 53052$ , suy ra  $a = \sqrt{53052} \approx 230,3$  (m).

Vậy độ dài cạnh của nền kim tự tháp đó là khoảng 230,3 mét.

**Câu 168.** Thể tích của một khối bê tông có dạng hình lập phương là khoảng  $220348 \text{ cm}^3$ . Hỏi độ dài cạnh của khối bê tông đó là bao nhiêu centimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 60,4

Gọi  $a$  (cm) là độ dài cạnh của khối bê tông dạng hình lập phương ( $a > 0$ ).

Thể tích của khối bê tông đó là :  $a^3$  ( $\text{cm}^3$ ).

Theo bài, ta có:  $a^3 = 220\,348$ , suy ra  $a = \sqrt[3]{220348} \approx 60,4$  (cm).

Vậy độ dài cạnh của khối bê tông đó là khoảng 60,4 centimét.

**Câu 169.** Bạn Minh Hiền xếp 125 khối lập phương đơn vị (có cạnh bằng 1 cm) thành một khối lập phương lớn có cạnh bằng  $x$ . Tính  $x$  (cm).

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 5

Thể tích của một khối lập phương đơn vị là:  $1^3 = 1$  ( $\text{cm}^3$ ).

Thể tích của 125 khối lập phương đơn vị là:  $125 \cdot 1 = 125$  ( $\text{cm}^3$ ).

Giả sử 125 khối lập phương đơn vị xếp được thành một khối lập phương có cạnh là  $x$  (cm). Thể tích của khối lập phương cạnh  $x$  cm là:  $x^3$  ( $\text{cm}^3$ ).

Khi đó, ta có  $x^3 = 125$ , suy ra  $x = \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5^3} = 5$  (cm).

Vậy bạn Minh Hiền xếp 125 khối lập phương đơn vị (có cạnh bằng 1 cm) thành một khối lập phương lớn có cạnh bằng  $x = 5$  cm.

**Câu 170.** Bạn Loan cần làm một chiếc hộp giấy có dạng hình lập phương với thể tích là  $64 \text{ dm}^3$ . Hỏi cạnh của chiếc hộp giấy đó là bao nhiêu decimét? Biết rằng độ dày của tờ giấy để làm hộp là không đáng kể.

**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 4

Gọi  $a$  (dm) là độ dài cạnh của chiếc hộp giấy dạng hình lập phương đó ( $a > 0$ ).

Khi đó, thể tích của chiếc hộp giấy đó là  $a^3$  ( $\text{dm}^3$ ).

Theo bài, ta có:  $a^3 = 64$  hay  $a^3 = 4^3$ , suy ra  $a = 4$ .

Vậy cạnh của chiếc hộp giấy đó là 4 decimét.

**Câu 171.** Vận tốc m/s của một vật đang bay được cho bởi công thức  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ , trong đó E là động năng của vật (tính bằng Joule, kí hiệu là J) và m (kg) là khối lượng của vật. Vận tốc bay của một vật bao nhiêu mét/giây? Biết vật đó có khối lượng 2,5 kg và động năng 281,25 J.

Trả lời: .....

Lời giải

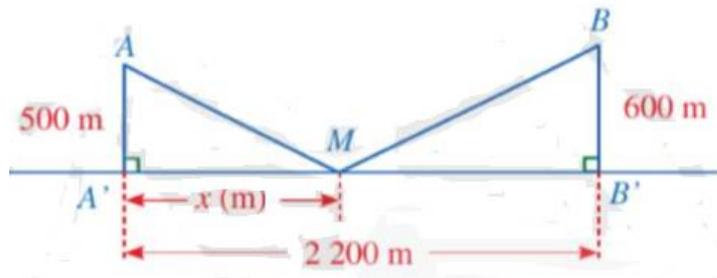
**Đáp án:** 15

Vận tốc bay của một vật có khối lượng 2,5 kg và động năng 281,25 J là:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 281,25}{2,5}} = \sqrt{\frac{562,5}{2,5}} = \sqrt{\frac{562,5}{25}} = \frac{\sqrt{562,5}}{5} = \frac{75}{5} = 15 \text{ (m/s)}$$

Vậy vận tốc bay của vật đó là 15 m/s.

**Câu 172.** Có hai xã cùng ở một bên bờ sông. Người ta đo được khoảng cách từ trung tâm A, B của hai xã đó đến bờ sông lần lượt là  $AA' = 500$  m,  $BB' = 600$  m và khoảng cách  $A'B' = 2\,200$  m (minh họa ở Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân hai xã. Giả sử vị trí của trạm cung cấp nước sạch đó là điểm M trên đoạn  $A'B'$  với  $MA' = x$  (m),  $0 < x < 2\,200$



Tổng khoảng cách  $MA + MB$  bằng bao nhiêu mét khi  $x = 1200$  (m) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 2466

Tam giác  $AA'M$  vuông tại  $A'$ , theo Pythagore, ta có:  $MA^2 = A'A^2 + A'M^2 = 500^2 + x^2$

$$\text{Suy ra } MA = \sqrt{500^2 + x^2}$$

Tam giác  $BB'M$  vuông tại  $B'$ , theo Pythagore, ta có:  $MB^2 = B'B^2 + B'M^2 = 600^2 + (2200 - x)^2$

$$\text{Suy ra } MB = \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$$

$$\text{Khi đó: } MA + MB = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2}$$

Với  $x = 1200$ , suy ra:

$$MA + MB = \sqrt{500^2 + 1200^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - 1200)^2} = \sqrt{1690000} + \sqrt{1360000} \approx 2466 \text{ (m)}$$

**Câu 173.** Trò chơi “tìm kho báu” là một trò chơi quốc tế, rất phổ biến trong sinh hoạt Đoàn Đội. Ai đã một lần chơi sẽ cảm nhận được tính thú vị, hấp dẫn và lôi cuốn của nó, nhất là với các bạn yêu thích

khám phá. Trong trò chơi bạn Nam phải giải bài toán có nội dung sau: “Số để bấm vào khóa mở được cửa kho báu bằng giá trị  $\sqrt{(n^2 + 2)(n^2 + 4)} + 1$  khi  $n = 10$ ”. Số để bạn Nam bấm vào ổ khóa số mở cửa kho báu là số bao nhiêu?



Trả lời: .....

### Lời giải

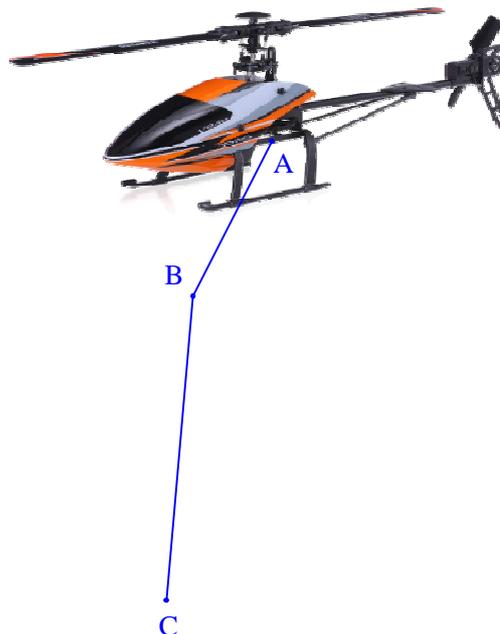
**Đáp án:** 103

Thay  $n = 10$  vào công thức  $\sqrt{(n^2 + 2)(n^2 + 4)} + 1$ , ta được:

$$\sqrt{(10^2 + 2)(10^2 + 4)} + 1 = \sqrt{(100 + 2)(100 + 4)} + 1 = \sqrt{102 \cdot 104} + 1 = \sqrt{10609} = 103$$

Vậy số để bạn Nam bấm vào ổ khóa số mở cửa kho báu là 103

**Câu 174.** Quỹ đường đi của một vật rơi tự do không vận tốc đầu cho bởi công thức  $S = \frac{1}{2}gt^2$  (trong đó  $g$  là gia tốc trọng trường  $g \approx 9,8\text{m/s}^2$ ,  $t$  là thời gian rơi tự do,  $S$  là quãng đường rơi tự do). Một vận động viên nhảy dù, nhảy khỏi máy bay ở độ cao 3500 mét (vị trí A) với vận tốc ban đầu không đáng kể. Hỏi sau thời gian bao nhiêu giây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất) vận động viên phải mở dù để khoảng cách từ (vị trí B) đến mặt đất (vị trí C) trong hình vẽ là 1500 mét.



Trả lời: .....

## Lời giải

**Đáp án:** 20,2

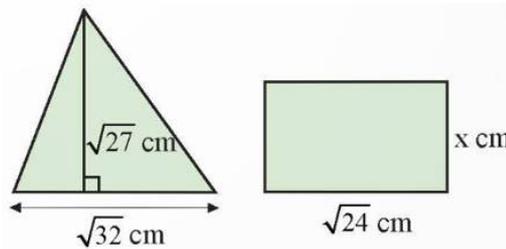
Quãng đường vận động viên nhảy từ vị trí A đến vị trí B là:  $S = 3500 - 1500 = 2000\text{m}$

Thay  $S = 2000$ ;  $g = 9,8$  vào công thức  $S = \frac{1}{2}gt^2$ , ta được:

$$2000 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4000}{9,8} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{4000}{9,8}} \approx 20,2 \text{ giây}$$

Vậy vận động viên phải mở dù sau thời gian 20,2 giây.

**Câu 175.** Biết rằng hình tam giác và hình chữ nhật ở hình vẽ có diện tích bằng nhau. Tính chiều rộng  $x(\text{cm})$  của hình chữ nhật.

**Trả lời:** .....

## Lời giải

**Đáp án:** 3

$$\text{Diện tích tam giác là: } S_{\Delta} = \frac{1}{2} \sqrt{32} \cdot \sqrt{27} = 6\sqrt{6} (\text{cm}^2)$$

Vì tam giác và hình chữ nhật có diện tích bằng nhau nên diện tích hình chữ nhật là  $6\sqrt{6} (\text{cm}^2)$

Hay

$$6\sqrt{6} = x \cdot \sqrt{24}$$

$$x = \frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{24}} = 3 (\text{cm})$$

**Câu 176.** Thể tích  $V$  của một khối lập phương được tính bởi công thức:  $V = a^3$  với  $a$  là độ dài cạnh của khối lập phương. Hỏi độ dài cạnh của khối lập phương bằng bao nhiêu centimet, biết thể tích của nó là  $125\text{cm}^3$ .

**Trả lời:** .....

## Lời giải

**Đáp án:** 5

$$\text{Từ công thức } V = a^3, \text{ ta suy ra } a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{125} = 5 (\text{cm})$$

**Câu 177.** Một khối gỗ hình lập phương có thể tích  $864 (\text{cm}^3)$ . Chia khối gỗ này thành 4 khối gỗ hình lập phương nhỏ có thể tích bằng nhau. Hỏi độ dài của mỗi khối gỗ hình lập phương nhỏ bằng bao nhiêu centimet?

Trả lời: .....

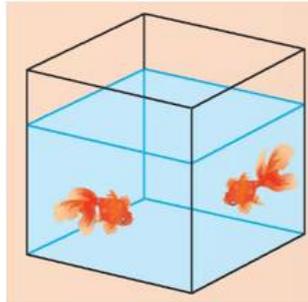
**Lời giải****Đáp án:** 6

Thể tích 1 khối gỗ hình lập phương nhỏ là:  $V = \frac{864}{4} = 216 (cm^3)$

Độ dài cạnh của mỗi khối gỗ hình lập phương nhỏ là:  $\sqrt[3]{216} = 6 (cm)$

Vậy độ dài của mỗi khối gỗ hình lập phương nhỏ là 6 cm.

**Câu 178.** Một bể cá hình lập phương có sức chứa  $729 (dm^3)$ . Muốn tăng sức chứa của bể lên 6 lần (giữ nguyên hình dạng lập phương) thì phải tăng chiều dài của mỗi cạnh lên bao nhiêu lần? (làm tròn kết quả đến hàng thập phân thứ nhất)



Trả lời: .....

**Lời giải****Đáp án:** 1,8

Bể cá hình lập phương có sức chứa  $729 (dm^3)$  nghĩa là thể tích của bể cá là  $729 (dm^3)$ .

Độ dài mỗi cạnh của hình lập phương ban đầu là:  $\sqrt[3]{729} = 9 (dm)$ .

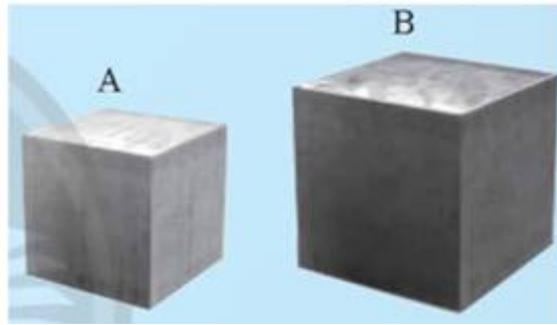
Sức chứa (hay thể tích) của bể sau khi tăng lên 6 lần là:  $729.6 = 4374 (dm^3)$

Độ dài mỗi cạnh của hình lập phương sau khi tăng sức chứa lên 6 lần là:  $\sqrt[3]{4374} = 9\sqrt[3]{6} (dm)$

Khi đó, phải tăng chiều dài của mỗi cạnh lên:  $\frac{9\sqrt[3]{6}}{9} = \sqrt[3]{6} \approx 1,8$  (lần).

Vậy muốn tăng sức chứa của bể lên 6 lần (giữ nguyên hình dạng lập phương) thì phải tăng chiều dài của mỗi cạnh lên khoảng 1,8 lần.

**Câu 179.** Có hai khối bê tông hình lập phương  $A$  và  $B$  như hình vẽ. Biết thể tích khối bê tông  $A$  là  $32 (dm^3)$  và khối bê tông  $B$  có thể tích gấp đôi khối bê tông  $A$ . Hỏi cạnh của khối bê tông hình lập phương  $B$  bằng bao nhiêu decimet?



Trả lời: .....

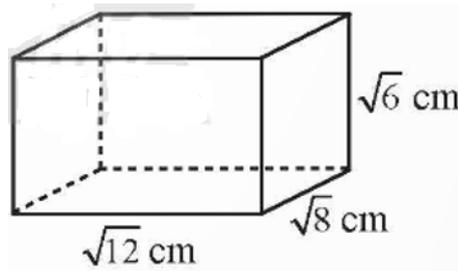
### Lời giải

**Đáp án:** 4

Khối bê tông  $B$  có thể tích gấp đôi khối bê tông  $A$  nên khối bê tông  $B$  có thể tích là  $32.2 = 64(dm^3)$

Độ dài cạnh của khối bê tông  $B$  là  $\sqrt[3]{64} = 4(dm^3)$

**Câu 180.** Cho hình hộp chữ nhật có chiều dài  $\sqrt{12}$  cm, chiều rộng  $\sqrt{8}$  cm, chiều cao  $\sqrt{6}$  cm, như hình vẽ. Thể tích của hình hộp chữ nhật đó bằng bao nhiêu centimet khối?



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 24

Thể tích của hình hộp chữ nhật đó là:  $\sqrt{12} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{12 \cdot 8 \cdot 6} = \sqrt{576} = 24(cm^3)$

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật là  $24(cm^3)$ .

**PHẦN IV. Câu tự luận. Mỗi câu hỏi thí sinh trình bày cách giải tự luận.****Câu 181.** So sánh cặp số sau: 12 và  $\sqrt{143}$ **Lời giải**Ta có:  $12 = \sqrt{144}$ Do  $\sqrt{144} > \sqrt{143}$  nên  $12 > \sqrt{143}$ .Vậy  $12 > \sqrt{143}$ **Câu 182.** So sánh cặp số sau:  $\frac{5}{4}\sqrt{2}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$ **Lời giải**Ta có:  $\frac{5}{4}\sqrt{2} = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 \cdot 2} = \sqrt{\frac{25}{8}}$  và  $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{27}{8}}$ Do  $\sqrt{\frac{25}{8}} < \sqrt{\frac{27}{8}}$  nên  $\frac{5}{4}\sqrt{2} < \frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$ **Câu 183.** So sánh cặp số sau:  $\frac{1}{2}$  và  $\sqrt{\frac{3}{32}}$ **Lời giải**Ta có:  $\frac{1}{4} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{2}{16 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{2}{32}}$ Do  $\frac{2}{32} < \frac{3}{32}$  nên  $\sqrt{\frac{2}{32}} < \sqrt{\frac{3}{32}}$  suy ra  $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{3}{32}}$ Vậy  $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{3}{32}}$ **Câu 184.** So sánh cặp số sau:  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{2}}$ **Lời giải**d) Ta có:  $\frac{1}{2}\sqrt{6} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 6} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$  và  $6\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{6^2 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{36}{2}}$ Do  $\sqrt{\frac{3}{2}} < \sqrt{\frac{36}{2}}$  nên  $\frac{1}{2}\sqrt{6} < 6\sqrt{\frac{1}{2}}$ .**Câu 185.** Tìm số lớn hơn trong hai cặp số sau:  $\frac{2}{5}\sqrt{6}$  và  $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}$ **Lời giải**Ta có:  $\frac{2}{5}\sqrt{6} = \sqrt{\frac{4}{25} \cdot 6} = \sqrt{\frac{24}{25}}$  và  $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{49}{16} \cdot \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{49}{48}}$ Do  $\frac{24}{25} < 1 < \frac{49}{48}$  nên  $\sqrt{\frac{24}{25}} < \sqrt{\frac{49}{48}}$  suy ra  $\frac{2}{5}\sqrt{6} < \frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}$ .

Vậy số lớn hơn là  $\frac{7}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}$

**Câu 186.** Tìm số bé hơn trong hai cặp số sau:  $2\sqrt{23}$  và  $3\sqrt{10}$

**Lời giải**

Ta có:  $2\sqrt{23} = \sqrt{4.23} = \sqrt{92}$  và  $3\sqrt{10} = \sqrt{3^2.10} = \sqrt{90}$

Do  $\sqrt{92} > \sqrt{90}$  nên  $2\sqrt{23} > 3\sqrt{10}$ .

Vậy số bé hơn là  $3\sqrt{10}$

**Câu 187.** Sắp xếp các số sau theo thứ tự giảm dần:  $5\sqrt{2}; 2\sqrt{13}; 4\sqrt{3}; 7$

**Lời giải**

Ta có:

$$5\sqrt{2} = \sqrt{5^2.2} = \sqrt{50}$$

$$2\sqrt{13} = \sqrt{2^2.13} = \sqrt{52}$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2.3} = \sqrt{48}$$

$$7 = \sqrt{7^2} = \sqrt{49}$$

Do  $\sqrt{52} > \sqrt{50} > \sqrt{49} > \sqrt{48}$  nên  $2\sqrt{13} > 5\sqrt{2} > 7 > 4\sqrt{3}$

**Câu 188.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \sqrt{0,04} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{121} \right) \sqrt{81}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \sqrt{0,04} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{121} \right) \sqrt{81} = \left( \sqrt{(0,2)^2} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{11^2} \right) \sqrt{9^2} \\ &= (0,2 - |-1,2| + 11)9 \\ &= 10.9 = 90 \end{aligned}$$

**Câu 189.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \left( \frac{\sqrt{2024} + \sqrt{2026}}{2} \right)$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \left( \frac{\sqrt{2024} + \sqrt{2026}}{2} \right) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \sqrt{2024} \right)^2 - \left( \sqrt{2026} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} (2024 - 2026) = -1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \left( \sqrt{2024} - \sqrt{2026} \right) \left( \frac{\sqrt{2024} + \sqrt{2026}}{2} \right) = -1$$

**Câu 190.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = (5 - \sqrt{24})(5 + \sqrt{24}) + \sqrt{(6 - \sqrt{35})^2} + \sqrt{35}$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \sqrt{(6 - \sqrt{35})^2} = |6 - \sqrt{35}|$$

Do  $\sqrt{36} > \sqrt{35}$  hay  $6 > \sqrt{35}$  nên  $6 - \sqrt{35} > 0$

$$\text{Vì thế } |6 - \sqrt{35}| = 6 - \sqrt{35}$$

$$\text{Vậy } \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^2} = 6 - \sqrt{35}$$

$$\begin{aligned} A &= (5 - \sqrt{24})(5 + \sqrt{24}) + \sqrt{(6 - \sqrt{35})^2} + \sqrt{35} \\ &= 5^2 - (\sqrt{24})^2 + 6 - \sqrt{35} + \sqrt{35} \\ &= 25 - 24 + 6 \\ &= 7 \end{aligned}$$

**Câu 191.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} \\ &= |\sqrt{7} - 2\sqrt{2}| + |3 - 2\sqrt{2}| \\ &= -(\sqrt{7} - 2\sqrt{2}) + (3 - 2\sqrt{2}) \quad (\text{do } \sqrt{7} - 2\sqrt{2} < 0; 3 - 2\sqrt{2} > 0) \\ &= 3 - \sqrt{7} \end{aligned}$$

**Câu 192.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$

**Lời giải**

$$B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| + |1 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3} - (1 - \sqrt{3}) = 1$$

**Câu 193.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} \\ &= |\sqrt{5} + 1| + |\sqrt{5} - 1| \\ &= \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 1 \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

**Câu 194.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

**Lời giải**

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} \\
&= |\sqrt{2}+1| + |2-\sqrt{2}| \\
&= \sqrt{2}+1+2-\sqrt{2} \\
&= 3
\end{aligned}$$

**Câu 195.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} \\
&= \sqrt{4(6+2\sqrt{5})} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} \\
&= 2|\sqrt{5}+1| + |\sqrt{5}-2| \\
&= 3\sqrt{5}
\end{aligned}$$

**Câu 196.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{41-12\sqrt{5}} - \sqrt{41+12\sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{41-12\sqrt{5}} - \sqrt{41+12\sqrt{5}} \\
&= \sqrt{(6-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(6+\sqrt{5})^2} \\
&= |6-\sqrt{5}| - |6+\sqrt{5}| \\
&= -2\sqrt{5}
\end{aligned}$$

**Câu 197.** Rút gọn biểu thức sau :  $C = \sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
C &= \sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{9+4\sqrt{2}}}} \\
&= \sqrt{13+30\sqrt{2+\sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2}}} \\
&= \sqrt{13+30\sqrt{2+(2\sqrt{2}+1)}} \\
&= \sqrt{13+30\sqrt{3+2\sqrt{2}}} \\
&= \sqrt{13+30\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}} \\
&= \sqrt{13+30(\sqrt{2}+1)} \\
&= \sqrt{43+30\sqrt{2}} \\
&= \sqrt{25+2.5.3\sqrt{2}+18} \\
&= \sqrt{(5+3\sqrt{2})^2} \\
&= 5+3\sqrt{2}
\end{aligned}$$

**Câu 198.** Rút gọn biểu thức sau :  $C = \sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} C &= \sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{13 + \sqrt{48}}}} \\ &= \sqrt{6 + 2\sqrt{5 - \sqrt{(2\sqrt{3} + 1)^2}}} \\ &= \sqrt{6 + 2\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{6 + 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}} \\ &= \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} \\ &= \sqrt{3} + 1 \end{aligned}$$

**Câu 199.** Rút gọn biểu thức sau :  $D = \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + \sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + \sqrt{48 - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + \sqrt{48 - 10(2 + \sqrt{3})^2}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48 - 10(2 + \sqrt{3})}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{28 - 10\sqrt{3}}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{(5 - \sqrt{3})^2}}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5(5 - \sqrt{3})}} \\ &= \sqrt{4 + \sqrt{25}} \\ &= \sqrt{4 + 5} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

**Câu 200.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{1}{2}\sqrt{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt{\sqrt{21} + 5} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$

**Lời giải**

$$A = \frac{1}{2}\sqrt{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt{\sqrt{21} + 5} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \sqrt{5 - \sqrt{21}} \cdot \sqrt{\sqrt{21} + 5} - \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(5 - \sqrt{21})(5 + \sqrt{21})} - \sqrt{7 \cdot 28} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{(25 - 21)} - \sqrt{7 \cdot 7 \cdot 4} \\
&= \frac{1}{2} \sqrt{4} - \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2^2} \\
&= \frac{1}{2} \cdot 2 - 7 \cdot 2 \\
&= -13
\end{aligned}$$

**Câu 201.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8} - 2\sqrt{5}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{8} - 2\sqrt{5} = \sqrt{(3 - \sqrt{5})8} - 2\sqrt{5} = \sqrt{24 - 8\sqrt{5}} - 2\sqrt{5} = \sqrt{20 - 2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2 + 4} - 2\sqrt{5} \\
&= \sqrt{(2\sqrt{5} - 2)^2} - 2\sqrt{5} = |2\sqrt{5} - 2| - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = -2
\end{aligned}$$

**Câu 202.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440} \\
&= \sqrt{(117,5 - 26,5)(117,5 + 26,5) - 1440} \\
&= \sqrt{144 \cdot 91 - 144 \cdot 10} \\
&= \sqrt{144 \cdot (91 - 10)} \\
&= \sqrt{144 \cdot 81} \\
&= \sqrt{144} \cdot \sqrt{81} \\
&= 12 \cdot 9 \\
&= 108
\end{aligned}$$

**Câu 203.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}}} \\
&= \sqrt{(3 + \sqrt{5 + 2\sqrt{3}})(3 - \sqrt{5 + 2\sqrt{3}})} \\
&= \sqrt{3^2 - (\sqrt{5 + 2\sqrt{3}})^2} \\
&= \sqrt{9 - (5 + 2\sqrt{3})}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{9-5-2\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{4-2\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{3-2\sqrt{3}+1} \\
&= \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} \\
&= |\sqrt{3}-1| \\
&= \sqrt{3}-1
\end{aligned}$$

**Câu 204.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
B &= \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{(2+\sqrt{2+\sqrt{2}})(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})} \\
&= \sqrt{4+\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}})^2} = \sqrt{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{4-(2+\sqrt{2})} = \sqrt{2(2+\sqrt{2})} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} \\
&= \sqrt{2 \cdot (2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \sqrt{2 \cdot (4-2)} = \sqrt{2 \cdot 2} = 2
\end{aligned}$$

**Câu 205.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \sqrt{\frac{13^2-12^2}{36}} - \sqrt{\frac{2,5}{6,4}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{\frac{13^2-12^2}{36}} - \sqrt{\frac{2,5}{6,4}} = \sqrt{\frac{13^2-12^2}{36}} - \sqrt{\frac{2,5}{6,4}} = \sqrt{\frac{(13-12)(13+12)}{36}} - \sqrt{\frac{25}{64}} \\
&= \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} - \frac{5}{8} = \frac{5}{6} - \frac{5}{8} = \frac{5}{24}
\end{aligned}$$

**Câu 206.** Rút gọn biểu thức sau :  $B = (12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
B &= (12\sqrt{50} - 8\sqrt{200} + 7\sqrt{450}) : \sqrt{10} \\
&= \frac{12\sqrt{50}}{\sqrt{10}} - \frac{8\sqrt{200}}{\sqrt{10}} + \frac{7\sqrt{450}}{\sqrt{10}} \\
&= \frac{12\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10}} - \frac{8\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10}} + \frac{7\sqrt{45} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10}} \\
&= 12\sqrt{5} - 8\sqrt{20} + 7\sqrt{45} \\
&= 12\sqrt{5} - 8\sqrt{4 \cdot 5} + 7\sqrt{9 \cdot 5} \\
&= 12\sqrt{5} - 16\sqrt{5} + 21\sqrt{5} \\
&= 17\sqrt{5}
\end{aligned}$$

**Câu 207.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \left( \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{1}{\sqrt{3}+2} \right) \cdot \frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} \\
 &= \left[ \frac{\sqrt{3}+2 - (\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \right] \cdot \frac{-\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{1-\sqrt{2}} \\
 &= \frac{4}{3-4} \cdot (-\sqrt{2}) \\
 &= 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

**Câu 208.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \frac{5-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \frac{5-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{2(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

**Câu 209.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{63}-\sqrt{252}-\sqrt{343}+\sqrt{175}}{5\sqrt{7}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sqrt{63}-\sqrt{252}-\sqrt{343}+\sqrt{175}}{5\sqrt{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{63}-\sqrt{252}-\sqrt{343}+\sqrt{175}}{5\sqrt{7}} \\
 &= \frac{\sqrt{3^2 \cdot 7} - \sqrt{6^2 \cdot 7} - \sqrt{7^2 \cdot 7} + \sqrt{5^2 \cdot 7}}{5\sqrt{7}} \\
 &= \frac{3\sqrt{7} - 6\sqrt{7} - 7\sqrt{7} + 5\sqrt{7}}{5\sqrt{7}} \\
 &= \frac{-5\sqrt{7}}{5\sqrt{7}} \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

**Câu 210.** Rút gọn biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{54-18\sqrt{10}}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\sqrt{54-18\sqrt{10}}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{54-18\sqrt{10}}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3^2(7-2\sqrt{10})}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} \\
 &= \frac{3\sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{3|\sqrt{5}-\sqrt{2}|+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{6\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{6\sqrt{5}} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

**Câu 211.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 212.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6} + \sqrt{8} + 4}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + 2 + \sqrt{6} + \sqrt{8}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{6} + \sqrt{8}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4})}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4})(1 + \sqrt{2})}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}} = \sqrt{2} + 1$$

**Câu 213.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}}$

**Lời giải**

$$A = \frac{3\sqrt{8} - 2\sqrt{12} + \sqrt{20}}{3\sqrt{18} - 2\sqrt{27} + \sqrt{45}} = \frac{3\sqrt{2^2 \cdot 2} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{2^2 \cdot 5}}{3\sqrt{3^2 \cdot 2} - 2\sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{3^2 \cdot 5}} = \frac{3 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}}{3 \cdot 3\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} = \frac{2(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})}{3(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{5})} = \frac{2}{3}$$

**Câu 214.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$

**Lời giải**

$$B = \frac{2\sqrt{15} - 2\sqrt{10} + \sqrt{6} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{10} - \sqrt{3} + \sqrt{6}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5 \cdot 3} - 2\sqrt{5 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 2} - 3}{2\sqrt{5} - 2\sqrt{5 \cdot 2} - \sqrt{3} + \sqrt{3 \cdot 2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2\sqrt{5}(1 - \sqrt{2}) - \sqrt{3}(1 - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})}{1 - 2}$$

$$= -\sqrt{6} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + 2$$

**Câu 215.** Tính giá trị của biểu thức sau :

$$C = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

**Lời giải**

$$C = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}\right)} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)\left(2-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)} \\
&= \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} \\
&= \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \\
&= \sqrt{4-3} \\
&= 1
\end{aligned}$$

**Câu 216.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $A = (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= (4 + \sqrt{15})(\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 - \sqrt{15}} \\
&= (\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} \\
&= (\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15})} \\
&= \sqrt{\sqrt{10} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(4 + \sqrt{15})} \\
&= \sqrt{\sqrt{10} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{4\sqrt{10} + \sqrt{150} - 4\sqrt{6} - \sqrt{90}} \\
&= \sqrt{\sqrt{10} - \sqrt{6}} \cdot \sqrt{\sqrt{10} + \sqrt{6}} \\
&= \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} + \sqrt{6})} \\
&= \sqrt{4} \\
&= 2
\end{aligned}$$

**Câu 217.** Tính giá trị của biểu thức sau :  $B = (3 - \sqrt{5})\sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
B &= (3 - \sqrt{5})\sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}} \\
&= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}} \\
&= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} \left( \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} \right) \\
&= 2 \left( \sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} \right) \\
&= \sqrt{2} \left( \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{2} \left( \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} \right) \\
&= \sqrt{2} \left( \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} \right) \\
&= \sqrt{2} \left( |\sqrt{5}-1| + |\sqrt{5}+1| \right) \\
&= \sqrt{2} (\sqrt{5}-1 + \sqrt{5}+1) \\
&= 2\sqrt{10}
\end{aligned}$$

**Câu 218.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \left( \frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \left[ \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-1)}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}} \right] \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{5}) \\
&= (-\sqrt{7}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{5}) = -(\sqrt{7}+\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{7}-\sqrt{5}) = -(7-5) = -2
\end{aligned}$$

**Câu 219.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2}+\sqrt{3})$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
A &= \frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2}+\sqrt{3}) \\
&= \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} - (\sqrt{2}+\sqrt{3}) \\
&= \sqrt{3} + 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{3} \\
&= 2
\end{aligned}$$

**Câu 220.** Rút gọn biểu thức sau:  $B = \frac{6+8\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{5}} - (\sqrt{24}+\sqrt{8}+\sqrt{20})$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
B &= \frac{6+8\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{5}} - (\sqrt{24}+\sqrt{8}+\sqrt{20}) \\
&= \frac{2(3+4\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5})} - (2\sqrt{6}+2\sqrt{2}+2\sqrt{5}) \\
&= \frac{2(3+4\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5})}{3+4\sqrt{3}} - 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5}) \\
&= 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5}) - 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5}) \\
&= 0
\end{aligned}$$

**Câu 221.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2} \cdot x^2 = 3$

## Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2 \cdot x^2} = 3$$

$$\left|\frac{-3}{7}x\right| = 3$$

$$\frac{3}{7}|x| = 3$$

$$|x| = 7$$

$$x = -7 \text{ hoặc } x = 7$$

Vậy  $x = -7$  và  $x = 7$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 222.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} = 5$

## Lời giải

$$\sqrt{4x^2 - 20x + 25} = 5$$

$$\sqrt{(2x-5)^2} = 5$$

$$|2x-5| = 5$$

$$2x-5 = -5 \text{ hoặc } 2x-5 = 5$$

$$2x = 0 \text{ hoặc } 2x = 10$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 5$$

Vậy  $x = 0$  và  $x = 5$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 223.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{1-12x+36x^2} = 5$

## Lời giải

$$\sqrt{1-12x+36x^2} = 5$$

$$\sqrt{(1-6x)^2} = 5$$

$$|1-6x| = 5$$

$$1-6x = -5 \text{ hoặc } 1-6x = 5$$

$$-6x = -6 \text{ hoặc } -6x = 4$$

$$x = 1 \text{ hoặc } x = -\frac{2}{3}$$

Vậy  $x = -\frac{2}{3}$  và  $x = 1$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 224.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{9x^2 - 12x + 4} = \sqrt{x^2}$

## Lời giải

$$\sqrt{9x^2 - 12x + 4} = \sqrt{x^2}$$

$$\sqrt{(3x-2)^2} = \sqrt{x^2}$$

$$|3x-2| = |x|$$

$$3x-2 = -x \text{ hoặc } 3x-2 = x$$

$$4x = 2 \text{ hoặc } 2x = 2$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ hoặc } x = 1$$

Vậy  $x = \frac{1}{2}$  và  $x = 1$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 225.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

**Lời giải**

$$\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$$

$$\sqrt{[2(1-x)]^2} = 6$$

$$|2(1-x)| = 6$$

$$2(1-x) = -6 \text{ hoặc } 2(1-x) = 6$$

$$-2x = -8 \text{ hoặc } -2x = 4$$

$$x = 4 \text{ hoặc } x = -2$$

Vậy  $x = -2$  và  $x = 4$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 226.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = 2$

**Lời giải**

$$\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = 2$$

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{2}\right)^2} = 2$$

$$\left|x + \frac{1}{2}\right| = 2$$

$$x + \frac{1}{2} = -2 \text{ hoặc } x + \frac{1}{2} = 2$$

$$x = -\frac{5}{2} \text{ hoặc } x = \frac{3}{2}$$

Vậy  $x = -\frac{5}{2}$  và  $x = \frac{3}{2}$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 227.** Tìm số  $x$ , biết:  $\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

**Lời giải**

$$\sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{(3x-1)^2} = \sqrt{9 - 2 \cdot 3\sqrt{2} + 2}$$

$$\sqrt{(3x-1)^2} = \sqrt{(3-\sqrt{2})^2}$$

$$|3x-1| = |3-\sqrt{2}|$$

$$3x-1 = -(3-\sqrt{2}) \text{ hoặc } 3x-1 = 3-\sqrt{2}$$

$$3x = \sqrt{2} - 2 \text{ hoặc } 3x = 4 - \sqrt{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}-2}{3} \text{ hoặc } x = \frac{4-\sqrt{2}}{3}$$

Vậy  $x = \frac{\sqrt{2}-2}{3}$  và  $x = \frac{4-\sqrt{2}}{3}$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 228.** Tìm số  $x$ , biết:  $5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} + 6\sqrt{12x} - 7\sqrt{75x} = -120$

**Lời giải**

Điều kiện:  $x \geq 0$

Ta có:

$$5\sqrt{3x} - 4\sqrt{27x} + 6\sqrt{12x} - 7\sqrt{75x} = -120$$

$$5\sqrt{3x} - 12\sqrt{3x} + 12\sqrt{3x} - 35\sqrt{3x} = -120$$

$$\sqrt{3x} = 4$$

$$3x = 16$$

$$x = \frac{16}{3}$$

$$x = \frac{16}{3} \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x = \frac{16}{3}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 229.** Tìm số  $u$ , biết:  $\sqrt{4u-20} + 3\sqrt{\frac{u-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9u-45} = 4$

**Lời giải**

Điều kiện  $u \geq 5$

Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{4u-20} + 3\sqrt{\frac{u-5}{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9u-45} &= 4 \\ \sqrt{4(u-5)} + 3\frac{\sqrt{u-5}}{\sqrt{9}} - \frac{1}{3}\sqrt{9(u-5)} &= 4 \\ 2\sqrt{u-5} + 3\frac{\sqrt{u-5}}{3} - \frac{1}{3}\cdot 3\sqrt{u-5} &= 4 \\ 2\sqrt{u-5} &= 4 \\ \sqrt{u-5} &= 2 \\ u-5 &= 4 \\ u &= 9 \text{ (nhận)} \end{aligned}$$

Vậy  $u = 9$  là giá trị cần tìm.

**Câu 230.** Tìm số  $u$ , biết:  $\frac{2}{3}\sqrt{9u-9} - \frac{1}{4}\sqrt{16u-16} + 27\sqrt{\frac{u-1}{81}} = 4$

### Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}\sqrt{9u-9} - \frac{1}{4}\sqrt{16u-16} + 27\sqrt{\frac{u-1}{81}} &= 4 \\ \frac{2}{3}\sqrt{9(u-1)} - \frac{1}{4}\sqrt{16(u-1)} + 27\frac{\sqrt{u-1}}{\sqrt{81}} &= 4 \\ \frac{2}{3}\cdot 3\sqrt{u-1} - \frac{1}{4}\cdot 4\sqrt{u-1} + 27\frac{\sqrt{u-1}}{9} &= 4 \\ 2\sqrt{u-1} - \sqrt{u-1} + 3\sqrt{u-1} &= 4 \\ 4\sqrt{u-1} &= 4 \\ \sqrt{u-1} &= 1 \\ u-1 &= 1 \\ u &= 2 \text{ (nhận)} \end{aligned}$$

Vậy  $u = 2$  là giá trị cần tìm.

**Câu 231.** Tìm số  $a$ , biết:  $25\sqrt{\frac{a-3}{25}} - 7\sqrt{\frac{4a-12}{9}} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\sqrt{\frac{9a^2-81}{81}} = 0$

### Lời giải

Điều kiện  $a \geq 3$

Ta có:

$$25\sqrt{\frac{a-3}{25}} - 7\sqrt{\frac{4a-12}{9}} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\sqrt{\frac{9a^2-81}{81}} = 0$$

$$25\frac{\sqrt{a-3}}{\sqrt{25}} - 7\frac{\sqrt{4(a-3)}}{\sqrt{9}} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\frac{\sqrt{9(a^2-9)}}{\sqrt{81}} = 0$$

$$25\frac{\sqrt{a-3}}{5} - 7\frac{2\sqrt{a-3}}{3} - 7\sqrt{a^2-9} + 18\frac{3\sqrt{a-3}}{9} = 0$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{a-3} - \sqrt{a^2-9} = 0$$

$$\frac{1}{3}\sqrt{a-3} - \sqrt{a^2-9} = 0$$

$$\sqrt{a-3} = 3\sqrt{a^2-9}$$

$$a-3 = 9(a^2-9)$$

$$9(a-3)(a+3) - (a-3) = 0$$

$$(a-3)[9(a+3)-1] = 0$$

$$(a-3)(9a-26) = 0$$

$$a-3=0 \text{ hoặc } 9a-26=0$$

$$a=3 \text{ (thỏa)} \text{ hoặc } a=\frac{26}{9} \text{ (không thỏa)}$$

Vậy  $a=3$  là giá trị cần tìm.

**Câu 232.** Tìm số  $x$ , biết:  $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1} + 2 = 0$ , với  $x \geq -1; x \neq 0$

**Lời giải**

Ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-1} + 2 = 0$$

$$\sqrt{x^2+1}-1 - (\sqrt{x^2+1}+1) + 2(\sqrt{x^2+1}-1)(\sqrt{x^2+1}+1) = 0$$

$$\sqrt{x^2+1}-1 - \sqrt{x^2+1}-1 + 2(x^2+1-1) = 0$$

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = -1 \text{ (nhận)} \text{ hoặc } x = 1 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x = -1$  và  $x = 1$  là các giá trị cần tìm.

**Câu 233.** Tìm số  $x$ , biết:  $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$ , với  $x \geq 0$

**Lời giải**

Ta có:

$$\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = 1$$

$$\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}}{x+3-(x+2)} + \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}}{x+2-(x+1)} + \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{x+1-x} = 1$$

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2} + \sqrt{x+2}-\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}-\sqrt{x} = 1$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{x+1}$$

$$x+3 = x+2\sqrt{x}+1$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy  $x = 1$  là giá trị cần tìm.

**Câu 234.** Tìm số  $x, y, z$ , biết:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1} = \frac{1}{2}(x+y+z)$

**Lời giải**

Điều kiện  $x \geq -1; y \geq 3; z \geq 1$

**Cách 1:**

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1} = \frac{1}{2}(x+y+z)$$

$$2\sqrt{x+1} + 2\sqrt{y-3} + 2\sqrt{z-1} = x+y+z$$

$$(x+1) - 2\sqrt{x+1} + 1 + (y-3) - 2\sqrt{y-3} + 1 + (z-1) - 2\sqrt{z-1} + 1 = 0$$

$$(\sqrt{x+1}-1)^2 + (\sqrt{y-3}-1)^2 + (\sqrt{z-1}-1)^2 = 0$$

Do:

$$(\sqrt{x+1}-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x \geq -1$$

$$(\sqrt{y-3}-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } y \geq 3$$

$$(\sqrt{z-1}-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } z \geq 1$$

Nên  $(\sqrt{x+1}-1)^2 + (\sqrt{y-3}-1)^2 + (\sqrt{z-1}-1)^2 = 0$  khi:

$$(\sqrt{x+1}-1)^2 = 0 \text{ và } (\sqrt{y-3}-1)^2 = 0 \text{ và } (\sqrt{z-1}-1)^2 = 0$$

$$\sqrt{x+1}-1=0 \text{ và } \sqrt{y-3}-1=0 \text{ và } \sqrt{z-1}-1=0$$

$$\sqrt{x+1}=1 \text{ và } \sqrt{y-3}=1 \text{ và } \sqrt{z-1}=1$$

$$x = 2 \text{ và } y = 4 \text{ và } z = 2$$

Vậy  $x = 2$  và  $y = 4$  và  $z = 2$  là các giá trị cần tìm

**Cách 2:** Dùng bất đẳng thức Cauchy

Ta có:

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1} = \frac{1}{2}(x+y+z)$$

$$x+y+z = 2(\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1})$$

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có:

$$x+2 = (x+1)+1 \geq 2\sqrt{x+1}$$

$$y-2 = (y-3)+1 \geq 2\sqrt{y-3}$$

$$z = (z-1)+1 \geq 2\sqrt{z-1}$$

Cộng về các bất đẳng thức ta được:  $x+y+z \geq 2(\sqrt{x+1} + \sqrt{y-3} + \sqrt{z-1})$

Dấu “=” xảy ra khi:

$$x+1=1 \text{ và } y-3=1 \text{ và } z-1=1$$

$$x=2 \text{ và } y=4 \text{ và } z=2$$

Vậy  $x=2$  và  $y=4$  và  $z=2$  là các giá trị cần tìm

**Câu 235.** Chứng minh rằng:  $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n}-1$

**Lời giải**

Thực hiện trục căn thức ở mẫu với từng thừa số

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{1-2} = \sqrt{2}-1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{3-4} = \sqrt{4}-\sqrt{3}$$

.....

$$\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n}}{n-1-n} = \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

Cộng về trái theo về trái và về phải theo về phải, ta được:

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \sqrt{4}-\sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}-\sqrt{n-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n}-1 \text{ (Điều phải chứng minh)}$$

**Câu 236.** Thu gọn các biểu thức sau:

$$M = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2026}}$$

**Lời giải**

$$M = \frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}} + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2026}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{(\sqrt{1}+\sqrt{2})(\sqrt{1}-\sqrt{2})} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})} + \dots \\
 &\quad \dots + \frac{\sqrt{2024}-\sqrt{2025}}{(\sqrt{2024}+\sqrt{2025})(\sqrt{2024}-\sqrt{2025})} + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2026}}{(\sqrt{2025}+\sqrt{2026})(\sqrt{2025}-\sqrt{2026})} \\
 &= \frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{-1} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{-1} + \dots + \frac{\sqrt{2024}-\sqrt{2025}}{-1} + \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2026}}{-1} \\
 &= -(\sqrt{1}-\sqrt{2}) - (\sqrt{2}-\sqrt{3}) - (\sqrt{3}-\sqrt{4}) - \dots - (\sqrt{2024}-\sqrt{2025}) - (\sqrt{2025}-\sqrt{2026}) \\
 &= \sqrt{2026} - 1.
 \end{aligned}$$

Vậy  $M = \sqrt{2026} - 1$

**Câu 237.** Tính biểu thức  $M = \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2021}} + \frac{1}{\sqrt{2021}-\sqrt{2022}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{4}} - \dots - \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2021}} + \frac{1}{\sqrt{2021}-\sqrt{2022}} \\
 &= \frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}}{(\sqrt{1}-\sqrt{2})(\sqrt{1}+\sqrt{2})} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{4})} - \dots \\
 &\quad \dots - \frac{\sqrt{2020}+\sqrt{2021}}{(\sqrt{2020}-\sqrt{2021})(\sqrt{2020}+\sqrt{2021})} + \frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2022}}{(\sqrt{2021}-\sqrt{2022})(\sqrt{2021}+\sqrt{2022})} \\
 &= \frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}}{-1} - \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{-1} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{4}}{-1} - \dots - \frac{\sqrt{2020}+\sqrt{2021}}{-1} + \frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2022}}{-1} = -1 - \sqrt{2022}.
 \end{aligned}$$

Vậy  $M = -\sqrt{2022} - 1$

**Câu 238.** Tính giá trị biểu thức sau:  $M = \frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2022\sqrt{2021}+2021\sqrt{2022}}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1}(\sqrt{2}+\sqrt{1})} + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}(\sqrt{2022}+\sqrt{2021})} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{1}(\sqrt{2}+\sqrt{1})} + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}(\sqrt{2022}+\sqrt{2021})} \\
 &= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}\sqrt{1}(\sqrt{2}+\sqrt{1})(\sqrt{2}-\sqrt{1})} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} + \dots \\
 &\quad \dots + \frac{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}(\sqrt{2022}+\sqrt{2021})(\sqrt{2022}-\sqrt{2021})}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{3}} + \dots + \frac{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}} \\
&= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{1}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}\sqrt{1}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{3}} + \dots + \frac{\sqrt{2022}}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}} - \frac{\sqrt{2021}}{\sqrt{2022}\sqrt{2021}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}} - \frac{1}{\sqrt{2021}} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2021}} = \frac{\sqrt{2021}+1}{\sqrt{2021}}
\end{aligned}$$

Vậy  $M = \frac{\sqrt{2021}+1}{\sqrt{2021}}$

**Câu 239.** Cho ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn:  $xy + yz + zx = 1$

Tính:  $A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$

**Lời giải**

Ta có:

$$1 + y^2 = (xy + yz + zx) + y^2 = (xy + y^2) + (yz + zx) = (x + y)(y + z)$$

$$1 + z^2 = (xy + yz + zx) + z^2 = (xy + yz) + (zx + z^2) = (y + z)(z + x)$$

$$1 + x^2 = (xy + yz + zx) + x^2 = (xy + yz) + (zx + x^2) = (x + z)(x + y)$$

Do đó:  $A = x\sqrt{(y+z)^2} + y\sqrt{(z+x)^2} + z\sqrt{(x+y)^2} = x(y+z) + y(z+x) + z(x+y) = 2(xy + yz + zx) = 2$

Vậy  $A = 2$ .

**Câu 240.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{1-4y+4y^2} - \frac{3}{2}$  với  $y < \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Với  $y < \frac{1}{2}$ , ta có

$$A = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{1-4y+4y^2} - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}\sqrt{(2y-1)^2} - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + \frac{3}{4}|2y-1| - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} - \frac{3}{4}(2y-1) - \frac{3}{2} = -y - \frac{3}{4}$$

(vì  $2y-1 < 0$  khi  $y < \frac{1}{2}$ ).

**Câu 241.** Rút gọn biểu thức sau:  $A = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{y-2\sqrt{y}+1}{(x-1)^4}}$  với  $x \neq 1; y > 1$ .

**Lời giải**

Với  $x \neq 1; y > 1$ , ta có

$$A = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \sqrt{\frac{y-2\sqrt{y}+1}{(x-1)^4}} = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{\sqrt{(\sqrt{y}-1)^2}}{\sqrt{(x-1)^4}} = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{|\sqrt{y}-1|}{|(x-1)^2|}$$

Ta có:  $\sqrt{y}-1 > 0$  khi  $y > 1$  và  $(x-1)^2 > 0$  với mọi  $x \neq 1$ .

$$\text{Do đó: } A = \frac{x-1}{\sqrt{y}-1} \cdot \frac{\sqrt{y}-1}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1}$$

**Câu 242.** Cho biểu thức sau:  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ , với  $x > 0$  và  $x \neq 1$ . Chứng minh biểu thức  $P$

không phụ thuộc vào  $x$ .

### Lời giải

Với  $x > 0; x \neq 1$ , ta có:

$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \left( \frac{1+\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} \right) \cdot \frac{x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x} \cdot \frac{x+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = 1$$

Vậy minh biểu thức  $P$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 243.** Cho biểu thức sau:  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{6}{x-9} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ . Chứng minh biểu

thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

### Lời giải

Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{6}{x-9} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \left( \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} + \frac{5(\sqrt{x}+3)}{x-9} + \frac{6}{x-9} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{2} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3+5\sqrt{x}+15+6}{x-9} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{2} \\ &= \frac{6\sqrt{x}+18}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{2} \\ &= \frac{6(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-3)}{2} = 3 \end{aligned}$$

Vậy minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 244.** Cho biểu thức sau:  $B = \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}}$ , với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ . Chứng minh biểu

thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

### Lời giải

Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{x + \sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}} \\
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} + \frac{x-4\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}} \\
&= \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{-5\sqrt{x}+4}{1-\sqrt{x}} \\
&= \frac{4-4\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \\
&= \frac{4(1-\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} \\
&= 4
\end{aligned}$$

Vậy minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 245.** Cho biểu thức sau:  $A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$ , với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ . Chứng minh biểu thức

$A$  không phụ thuộc vào  $x$ .

### Lời giải

Với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned}
A &= \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x} \\
&= \left[ \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}} \right] : \sqrt{x} \\
&= (\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \\
&= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \\
&= 2
\end{aligned}$$

Vậy minh biểu thức  $A$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 246.** Cho biểu thức sau:  $B = \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x}$ , với  $x \geq -1, x \neq 0$ . Chứng minh biểu thức  $B$

không phụ thuộc vào  $x$ .

### Lời giải

Với  $x \geq -1, x \neq 0$ , ta có:

$$B = \frac{(\sqrt{x+1}-1)(\sqrt{x+1}+1)}{x} = \frac{(\sqrt{x+1})^2 - 1}{x} = \frac{x+1-1}{x} = 1$$

Vậy minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 247.** Cho biểu thức sau:  $B = \left( \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4}$ , với  $x \geq 0$ . Chứng minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Lời giải**

Với  $x \geq 0$ , ta có:

$$B = \left( \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4} = \left( \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{4} = (\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{4}{\sqrt{x} + 1} = 4.$$

Vậy minh biểu thức  $B$  không phụ thuộc vào  $x$ .

**Câu 248.** Cho biểu thức:  $B = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2 - 1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2 - 1}}$  với  $a^2 \geq 1$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tính  $B$  tại  $a = \sqrt{5}$ .

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) } B &= \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2 - 1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2 - 1}} \\ &= \sqrt{(a^2 - 1) + 2\sqrt{a^2 - 1} + 1} - \sqrt{(a^2 - 1) - 2\sqrt{a^2 - 1} + 1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} + 1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a^2 - 1} - 1)^2} \\ &= |\sqrt{a^2 - 1} + 1| - |\sqrt{a^2 - 1} - 1| \\ &= \sqrt{a^2 - 1} + 1 - |\sqrt{a^2 - 1} - 1| \quad (\text{vì } a^2 \geq 1 \text{ nên } \sqrt{a^2 - 1} + 1 \geq 1). \end{aligned}$$

b) Thay  $a = \sqrt{5}$  vào biểu thức ta được:

$$B = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1} + 1 - |\sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1} - 1| = \sqrt{4} + 1 - |\sqrt{4} - 1| = 2 + 1 - |2 - 1| = 2$$

**Câu 249.** Cho biểu thức  $A = \frac{x + 3}{2 - \sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{y - 4\sqrt{y} + 4}{(x + 3)^4}}$  với  $x \neq -3; y \geq 0; y \neq 4$ .

a) Rút gọn biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị  $A$ , biết  $x = 2$  và  $y = 16$

**Lời giải**

$$\text{a) } A = \frac{x + 3}{2 - \sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{y - 4\sqrt{y} + 4}{(x + 3)^4}} = \frac{x + 3}{2 - \sqrt{y}} \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{y} - 2)^2}{(x + 3)^4}} = \frac{x + 3}{2 - \sqrt{y}} \cdot \frac{|\sqrt{y} - 2|}{(x + 3)^2} = \frac{|\sqrt{y} - 2|}{(2 - \sqrt{y})(x + 3)}$$

$$\text{b) Thay } x = 2 \text{ và } y = 16 \text{ vào biểu thức, ta được: } A = \frac{|\sqrt{16} - 2|}{(2 - \sqrt{16})(2 + 3)} = \frac{|4 - 2|}{(2 - 4) \cdot 5} = -\frac{1}{5}.$$

**Câu 250.** Rút biểu thức:  $A = \frac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{u-v}$  với  $u > 0; v > 0; u \neq v$ .

a) Rút biểu thức  $A$ .

b) Tính giá trị biểu thức  $A$  tại  $u = \frac{1}{4}; v = \frac{4}{9}$ .

### Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \frac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{u-v} = \frac{\sqrt{u^2}-\sqrt{v^2}}{\sqrt{u}+\sqrt{v}} - \frac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{\sqrt{u^2}-\sqrt{v^2}} = \frac{(\sqrt{u}+\sqrt{v})(\sqrt{u}-\sqrt{v})}{\sqrt{u}+\sqrt{v}} - \frac{(\sqrt{u}+\sqrt{v})(u-\sqrt{uv}+v)}{(\sqrt{u}+\sqrt{v})(\sqrt{u}-\sqrt{v})} \\ &= \sqrt{u}-\sqrt{v} - \frac{u-\sqrt{uv}+v}{\sqrt{u}-\sqrt{v}} = \frac{(\sqrt{u}-\sqrt{v})^2 - (u-\sqrt{uv}+v)}{\sqrt{u}-\sqrt{v}} = \frac{u-2\sqrt{uv}+v-u+\sqrt{uv}-v}{\sqrt{u}-\sqrt{v}} = \frac{-\sqrt{uv}}{\sqrt{u}-\sqrt{v}} \end{aligned}$$

b) Thay  $u = \frac{1}{4}; v = \frac{4}{9}$  vào biểu thức ta được:

$$A = \frac{-\sqrt{uv}}{\sqrt{u}-\sqrt{v}} = \frac{-\sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{\frac{4}{9}}} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = 2$$

**Câu 251.** Cho biểu thức:  $B = \left( \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Tìm  $x$  để  $B > 1$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0; x \neq 9$  ta có:

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2} \\ B &= \left( \frac{5(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \right) \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2} \\ B &= \frac{5\sqrt{x}+15+\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2} \\ B &= \frac{6\sqrt{x}+12}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2} \\ B &= \frac{6(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x}{\sqrt{x}+2} \\ B &= \frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}. \end{aligned}$$

Vậy với  $x \geq 0; x \neq 9$  thì biểu thức  $B = \frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$ .

b) Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , ta có

$$B > 1$$

$$\frac{6x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} > 1$$

$$\frac{6x}{x-9} - 1 > 0$$

$$\frac{6x-x+9}{x-9} > 0$$

$$\frac{5x+9}{x-9} > 0$$

$5x+9$  và  $x-9$  cùng dấu.

Mà với  $x \geq 0; x \neq 9 \Rightarrow 5x \geq 0 \Rightarrow 5x+9 > 0$ . Do đó:  $x-9 > 0$  hay  $x > 9$

Kết hợp với điều kiện suy ra:  $x > 9$ .

Vậy với  $x > 9$  thì  $B > 1$ .

**Câu 252.** Cho  $A = \left( \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{x-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

a) Rút gọn  $A$

b) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $\frac{1}{A}$  là số nguyên dương

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0, x \neq 1$ . Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{1}{x-1} \\ &= \frac{x+\sqrt{x}+1+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} \cdot (x-1) \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} (\sqrt{x}-1) \\ &= (\sqrt{x}+1)^2 \end{aligned}$$

b) Tìm các số nguyên  $x$  sao cho  $\frac{1}{A}$  là số nguyên dương

$$\text{Ta có } \sqrt{x}+1 \geq 1 \Rightarrow (\sqrt{x}+1)^2 \geq 1 > 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{A} \leq 1$$

Mà  $\frac{1}{A}$  nguyên dương, nên  $\frac{1}{A} = 1$  hay  $x = 0$ .

Vậy  $x = 0$

**Câu 253.** Cho hai biểu thức :  $A = (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5}$  và  $B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

a) Rút gọn các biểu thức  $A, B$

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A + B = 2$

### Lời giải

a) Rút gọn các biểu thức  $A, B$

Ta có :

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{80} - 3\sqrt{20} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = (\sqrt{16 \cdot 5} - 3\sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} \\ &= (4\sqrt{5} - 3 \cdot 2\sqrt{5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = (4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + \sqrt{5}) : \sqrt{5} = 4 - 6 + 1 = -1 \end{aligned}$$

Với  $x \geq 0, x \neq 1$  ta có :

$$B = \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 + \sqrt{x} = 2\sqrt{x}-1$$

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A + B = 2$

Ta có :

$$A + B = -1 + 2\sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 2$$

$$A + B = 2$$

$$2\sqrt{x} - 2 = 2$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$$x = 4(tm)$$

Vậy để  $A + B = 2$  thì  $x = 4$

**Câu 254.** Với  $x > 0$  và  $x \neq 4$ , cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}$

a) Tính giá trị biểu thức  $P$  khi  $x = 9$ .

b) Rút gọn biểu thức  $P$ .

c) Tìm  $x$  để  $P = 2$ .

### Lời giải

a) Thay  $x = 9$  vào biểu thức  $P$  ta được:

$$P = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}} + \frac{2\sqrt{9}+4}{9-2\sqrt{9}} = \frac{3+2}{3} + \frac{2 \cdot 3+4}{9-2 \cdot 3} = 5$$

b) Với  $x > 0$  và  $x \neq 4$  thì

$$P = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+4}{x-2\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$P = \frac{x-4+2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$P = \frac{x+2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$$

c) Điều kiện  $x > 0$  và  $x \neq 4$

$$P = 2$$

$$\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = 2$$

$$\sqrt{x}+2 = 2\sqrt{x}-4$$

$$\sqrt{x} = 6$$

$$x = 36 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 36$  thì  $P = 2$ .

**Câu 255.** Cho biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

a) Rút gọn biểu thức  $P$

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < 2$

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0; x \neq 1$  thì

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{1}{x+2\sqrt{x}+1} + 1 \\ &= \left( \frac{\sqrt{x}+1+2\sqrt{x}-2-3\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot (\sqrt{x}+1)^2 + 1 \\ &= \frac{-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} + 1 \\ &= \frac{-\sqrt{x}-1+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{-2}{\sqrt{x}-1} \end{aligned}$$

b) Với  $x \geq 0; x \neq 1$ , ta có

$$P < 2$$

$$\frac{-2}{\sqrt{x}-1} - 2 < 0$$

$$\frac{-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} < 0$$

Do  $-2\sqrt{x} \leq 0, \forall x \geq 0; x \neq 1$  nên  $\sqrt{x} - 1 > 0$  hay  $x > 1$

Đổi chiều điều kiện  $x \geq 0; x \neq 1$  ta được  $x > 1$  là giá trị cần tìm

**Câu 256.** Cho biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$

### Lời giải

a) Rút gọn biểu thức P

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{x-3}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) + x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} - 2x + 2\sqrt{x} + x - 3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

b) Tìm các giá trị của  $x$  để  $\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$

$$\frac{1}{P} = \frac{4}{3}$$

$$P = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{\sqrt{x}+1} = \frac{3}{4}$$

$$\sqrt{x}+1 = 4$$

$$\sqrt{x} = 3$$

$x = 9$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy  $x = 9$

**Câu 257.** Cho biểu thức:  $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x}{x-4}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 1$ .

### Lời giải

a) Với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{x}{x-4} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{x}-2+\sqrt{x}+2+x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
&= \frac{2\sqrt{x}+x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
&= \frac{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\
&= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}
\end{aligned}$$

b) Ta có:

$$\begin{aligned}
B &< 1 \\
\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} &< 1 \\
\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} &< 0 \\
\frac{2}{\sqrt{x}-2} &< 0 \\
\sqrt{x}-2 &< 0 \\
\sqrt{x} &< 2 \\
x &< 4
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện đề bài ta có  $0 \leq x < 4$  thì  $B < 1$

**Câu 258.** Cho biểu thức  $C = \frac{-2x+13}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}-2}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

a) Rút gọn biểu thức  $C$ .

b) Tìm  $x$  để  $C = 1$ .

### Lời giải

a) với  $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:

$$\begin{aligned}
C &= \frac{-2x+13}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}-2}{3-\sqrt{x}} \\
C &= \frac{-2x+13}{(\sqrt{x}+2)(3-\sqrt{x})} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}-2}{3-\sqrt{x}} \\
C &= \frac{-2x+13 - (\sqrt{x}+1)(3-\sqrt{x}) + (3\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} \\
C &= \frac{-2x+13 - (x-2\sqrt{x}-3) + (3x+4\sqrt{x}-4)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}
\end{aligned}$$

$$C = \frac{6(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{6}{\sqrt{x}-3}$$

b) Điều kiện  $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:

$$C = 1$$

$$\frac{6}{\sqrt{x}-3} = 1$$

$$6 = \sqrt{x} - 3$$

$$\sqrt{x} = 9$$

$x = 81$  (thỏa điều kiện)

Vậy  $x = 81$

**Câu 259.** Cho biểu thức  $P = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  với  $x > 0$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $P = 5$ .

### Lời giải

a) Với  $x > 0$  ta có:

$$P = \frac{x-4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}}$$

$$P = \sqrt{x} - 2 + \sqrt{x} + 3$$

$$P = 2\sqrt{x} + 1$$

Vậy với  $x > 0$  thì  $P = 2\sqrt{x} + 1$ .

b) Để  $P = 5$  thì :

$$2\sqrt{x} + 1 = 5$$

$$2\sqrt{x} = 4$$

$$\sqrt{x} = 2$$

$x = 4$  (thỏa điều kiện)

Vậy để  $P = 5$  thì  $x = 4$ .

**Câu 260.** Cho  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$  (với  $x > 0; x \neq 1$ )

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$

b) Rút gọn biểu thức  $B$

c) Tìm  $x$  để giá trị của  $A$  và  $B$  trái dấu.

### Lời giải

a) Thay  $x = 9$  (tmđk) vào biểu thức  $A$ , ta có:

$$A = \frac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1} = \frac{3+1}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

Vậy khi  $x = 9$  thì  $A = 2$

b) Với  $x > 0; x \neq 1$  thì:

$$\begin{aligned} B &= \left( \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+2\sqrt{x}+1-x+2\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \\ &= \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{4}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Vậy với  $x > 0; x \neq 1$  thì  $B = \frac{4}{\sqrt{x}+1}$

c) Tìm  $x$  để giá trị của  $A$  và  $B$  trái dấu.

Để giá trị của  $A$  và  $B$  trái dấu thì:

$$A \cdot B < 0$$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{4}{\sqrt{x}+1} < 0$$

$$\frac{4}{\sqrt{x}-1} < 0$$

Vì  $4 > 0$  nên:

$$\frac{4}{\sqrt{x}-1} < 0$$

$$\sqrt{x}-1 < 0$$

$$\sqrt{x} < 1$$

$$x < 1$$

Kết hợp điều kiện  $x > 0; x \neq 1$  ta có  $0 < x < 1$

Để giá trị của  $A$  và  $B$  trái dấu thì  $0 < x < 1$ .