

(Dành cho tất cả thí sinh)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

(Đề thi gồm có 01 trang)

Câu 1 (2.0 điểm). Không dùng máy tính cầm tay hãy giải phương trình, hệ phương trình sau:

a) $x^2 - x - 12 = 0$;

b)
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \end{cases}$$

Câu 2 (1.0 điểm). Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{4\sqrt{x}-6}{9-x}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{2}$.

Câu 3 (1.0 điểm). Chị Lan đang tiết kiệm tiền để mua một chiếc xe máy mới với giá 35 triệu đồng. Chị Lan đã có 5 triệu đồng và dự định sẽ tiết kiệm 2 triệu đồng mỗi tháng.

a) Viết công thức biểu diễn số tiền y (triệu đồng) mà chị Lan tiết kiệm được sau x (tháng). Hỏi y có phải là hàm số bậc nhất của x hay không?

b) Sau bao nhiêu tháng chị Lan sẽ tiết kiệm đủ số tiền để mua chiếc xe máy đó?

Câu 4 (1.0 điểm). Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng thêm 10 sản phẩm. Vì thế không những hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày, mà cơ sở còn sản xuất vượt mức 100 sản phẩm. Biết rằng số sản phẩm mà cơ sở đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày cơ sở sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Câu 5 (1.5 điểm).

a) Một doanh nghiệp thu thập mức độ yêu thích của người tiêu dùng về một loại sản phẩm theo các mức: 1, 2, 3, 4, 5. Mẫu số liệu thống kê phản ánh ý kiến của 20 người tiêu dùng như sau:

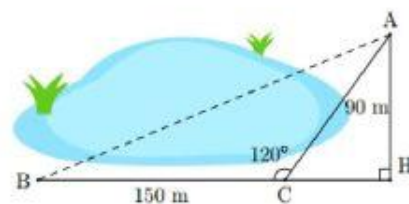
4 5 4 3 4 5 4 5 4 4 3 5 4 2 4 3 5 1 3 5.

Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.

b) Một hộp kín đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó 3 viên bi màu xanh lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi màu đỏ lần lượt ghi các số 4; 5. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp đó. Tính xác suất của biến cố A : "Hai viên bi được lấy ra có cùng màu".

Câu 6 (2.0 điểm).

a) Bạn Việt muốn tính khoảng cách giữa hai điểm A và B ở hai bên hồ nước. Biết rằng các khoảng cách từ một điểm C đến A và đến B là $CA = 90m$; $CB = 150m$ và $ACB = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên). Hãy tính AB giúp bạn Việt.



b) Bác Nam có một đồng cát hình nón cao $2m$, đường kính của đường tròn đáy là $6m$. Bác tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần $30m^3$ cát. Hỏi bác Nam cần mua bổ sung bao nhiêu m^3 cát nữa để đủ cát sửa nhà (lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 7 (1.5 điểm). Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn và đường cao BE . Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến AB, BC .

a) Chứng minh bốn điểm B, H, E, K cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh: $BH.BA = BK.BC$;

c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB , I là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh rằng H, I, K thẳng hàng.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

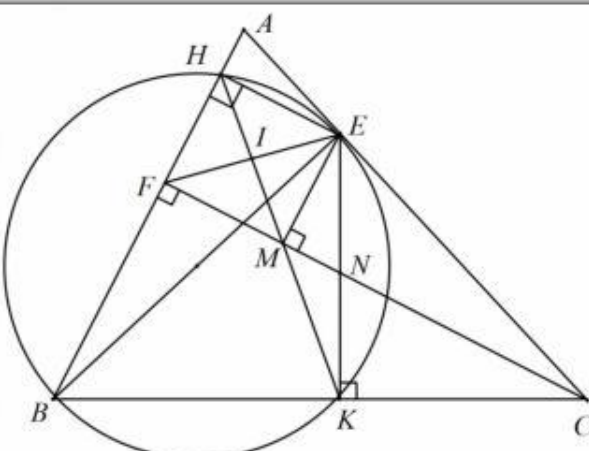
ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

(Gồm có 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	a) Giải phương trình: a) $x^2 - x - 12 = 0$	
	$\Delta' = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 49.$	0,25
	Vì $\Delta > 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt	0,25
	$x_1 = \frac{1 - \sqrt{49}}{2.1} = -3.$	0,25
	$x_2 = \frac{1 + \sqrt{49}}{2.1} = 4.$	0,25
	b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 1 & (1) \\ 3x - 2y = 12 & (2) \end{cases}$	
	Từ phương trình (1) ta có $y = -2x + 1.$	0,25
	Thế vào phương trình (2) ta được $3x - 2(-2x + 1) = 12$ $3x + 4x - 2 - 12 = 0$ $7x = 14$ $x = 2.$	0,25 0,25
	Từ đó $y = (-2).2 + 1 = -3.$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2; -3).$	0,25
	(Nếu học sinh dùng phương pháp cộng để giải và đúng các bước vẫn cho điểm tối đa)	
Câu 2 (1 điểm)	Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} + \frac{4\sqrt{x}-6}{9-x}$ với $x \geq 0, x \neq 9.$ a) Rút gọn biểu thức $A.$	
	Với $x > 0, x \neq 9$ ta có $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{4\sqrt{x}-6}{x-9}$	
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{1}{\sqrt{x}-3} - \frac{4\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}+3 - (4\sqrt{x}-6)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$= \frac{x-3\sqrt{x}+\sqrt{x}+3-4\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x-6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
	$= \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}.$	0,25
	b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{2}.$	

	Ta có $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{2} = \sqrt{2+2\sqrt{2}+1} - \sqrt{2} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}+1 - \sqrt{2}$ $\sqrt{2}+1-\sqrt{2}=1$. Do đó $B = \frac{\sqrt{1}-3}{\sqrt{1}+3} = -\frac{1}{2}$.	0,25
Câu 3 (1 điểm)	Chị Lan đang tiết kiệm tiền để mua một chiếc xe máy mới với giá 35 triệu đồng. Chị Lan đã có 5 triệu đồng và dự định sẽ tiết kiệm 2 triệu đồng mỗi tháng. a) Viết công thức biểu diễn số tiền y (triệu đồng) mà chị Lan tiết kiệm được sau x (tháng). Hỏi y có phải là hàm số bậc nhất của x hay không?	
	Công thức biểu diễn số tiền y (triệu đồng) mà chị Lan tiết kiệm được sau x (tháng) là $y = 2x + 5$.	0.5
	y là hàm số bậc nhất của x	0.25
	b) Xác định số tháng chị Lan sẽ tiết kiệm đủ số tiền để mua chiếc xe máy đó.	
	Để chị Lan tiết kiệm đủ số tiền để mua chiếc xe máy đó thì x thỏa mãn $y \geq 35$ hay $2x + 5 \geq 35$ $2x \geq 30$ $x \geq 15$. Vậy sau 15 tháng thì chị Lan đủ tiền mua chiếc xe máy đó. <i>(Nếu học sinh lập luận $y = 35$ dẫn đến kết quả $x = 15$ thì vẫn cho điểm)</i>	0.25
Câu 4 (1 điểm)	Một cơ sở sản xuất lập kế hoạch làm 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do cải tiến kĩ thuật, năng suất mỗi ngày tăng thêm 10 sản phẩm. Vì thế không những hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày, mà cơ sở còn sản xuất vượt mức 100 sản phẩm. Biết rằng số sản phẩm mà cơ sở đó làm được trong mỗi ngày là bằng nhau. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày cơ sở sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm?	
	Gọi x là số sản phẩm mà cơ sở sản xuất phải làm mỗi ngày theo kế hoạch (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}^*$). Số sản phẩm mà cơ sở sản xuất làm trong một ngày theo thực tế là: $x + 10$ (sản phẩm).	0.25
	Thời gian mà cơ sở sản xuất làm xong sản phẩm theo kế hoạch là: $\frac{600}{x}$ (ngày).	
	Số sản phẩm mà cơ sở sản xuất làm được trong thực tế là: $600 + 100 = 700$ (sản phẩm). Thời gian mà cơ sở sản xuất làm xong sản phẩm theo thực tế là: $\frac{700}{x+10}$ (ngày).	0.25
	Do thực tế cơ sở sản xuất hoàn thành sớm hơn kế hoạch 1 ngày nên ta có phương trình: $\frac{600}{x} - \frac{700}{x+10} = 1$	0.25
	$\frac{600(x+10) - 700x}{x(x+10)} = \frac{x(x+10)}{x(x+10)}$ Suy ra $600x + 6000 - 700x = x^2 + 10x$ $x^2 + 110x - 6000 = 0$ Tính được $x = -150$ (loại), $x = 40$. Vậy số sản phẩm mà cơ sở sản xuất phải làm mỗi ngày theo kế hoạch là 40 sản phẩm.	0,25

Câu 5 (1.5 điểm)	a) Một doanh nghiệp thu thập mức độ yêu thích của người tiêu dùng về một loại sản phẩm theo các mức: 1, 2, 3, 4, 5. Mẫu số liệu thống kê phản ánh ý kiến của 20 người tiêu dùng như sau: 4 5 4 3 4 5 4 5 4 4 3 5 4 2 4 3 5 1 3 5. Lập bảng tần số và bảng tần số tương đối cho mẫu số liệu trên.													
	Bảng tần số của mẫu số liệu đã cho là													
	<table><tr><td>Mức độ yêu thích</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Tần số</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td><td>6</td></tr></table>	Mức độ yêu thích	1	2	3	4	5	Tần số	1	1	4	8	6	0.5
	Mức độ yêu thích	1	2	3	4	5								
	Tần số	1	1	4	8	6								
+ Tỷ lệ phần trăm người tiêu dùng yêu thích mức 1 là: $\frac{1}{20} \cdot 100\% = 5\%$. + Tỷ lệ phần trăm người tiêu dùng yêu thích mức 2 là: $\frac{1}{20} \cdot 100\% = 5\%$. + Tỷ lệ phần trăm người tiêu dùng yêu thích mức 3 là: $\frac{4}{20} \cdot 100\% = 20\%$. + Tỷ lệ phần trăm người tiêu dùng yêu thích mức 4 là: $\frac{8}{20} \cdot 100\% = 40\%$. + Tỷ lệ phần trăm người tiêu dùng yêu thích mức 5 là: $\frac{6}{20} \cdot 100\% = 30\%$. Suy ra bảng tần số tương đối của mẫu số liệu đã cho là		0.5												
<table><tr><td>Mức độ yêu thích</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Tần số tương đối</td><td>5%</td><td>5%</td><td>20%</td><td>40%</td><td>30%</td></tr></table>	Mức độ yêu thích	1	2	3	4	5	Tần số tương đối	5%	5%	20%	40%	30%		
Mức độ yêu thích	1	2	3	4	5									
Tần số tương đối	5%	5%	20%	40%	30%									
	b) Một hộp kín đựng các viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó 3 viên bi màu xanh lần lượt ghi các số 1; 2; 3 và hai viên bi màu đỏ lần lượt ghi các số 4; 5. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp đó. Tính xác suất của biến cố A : "Hai viên bi được lấy ra có cùng màu".													
	Xét phép thử: "Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi trong hộp". Vì việc lấy là ngẫu nhiên nên các kết quả xảy ra là đồng khả năng. Ta có không gian mẫu là $\Omega = \{ \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{1; 4\}; \{1; 5\}; \{2; 3\}; \{2; 4\}; \{2; 5\}; \{3; 4\}; \{3; 5\}; \{4; 5\} \}$. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10$.	0.25												
	Theo giả thiết ta có $A = \{ \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\}; \{4; 5\} \}$. Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 4$. Vậy xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.	0.25												
Câu 6 (2 điểm)	a) Bạn Việt muốn tính khoảng cách giữa hai điểm A và B ở hai bên hồ nước. Biết rằng các khoảng cách từ một điểm C đến A và đến B là $CA = 90m$; $CB = 150m$ và $\angle ACB = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên). Hãy tính AB giúp bạn Việt.													
	Ta có: $\angle ACH = 180^\circ - \angle ACB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ Xét tam giác AHC vuông tại H ta có:		0.25											
	$\sin \angle ACH = \frac{AH}{AC}$ do đó $AH = AC \cdot \sin 60^\circ = 45\sqrt{3} \text{ (m)}$.		0.25											

	$\cos ACH = \frac{CH}{AC}$ do đó $CH = AC \cdot \cos 60^\circ = 45 \text{ (m)}$ Suy ra $BH = BC + CH = 195 \text{ (m)}$	0.25
	Tam giác ABH vuông tại H ta có: $AB^2 = BH^2 + AH^2$ Suy ra $AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{195^2 + 3.45^2} = 210 \text{ (m)}$	0.25
	b) Bác Nam có một đồng cát hình nón cao $2m$, đường kính đường tròn đáy là $6m$. Bác tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần $30m^3$ cát. Hỏi bác Nam cần mua bổ sung bao nhiêu m^3 cát nữa để đủ cát sửa nhà (lấy $\pi = 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?	
	Vì đồng cát hình nón có chiều cao $h = 2m$ và bán kính đáy $R = \frac{6}{2} = 3m$ nên thể tích của đồng cát là:	0.25
	$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 2 = 6\pi = 18,84 \text{ (m}^3\text{)}.$	0.5
	Vậy để đủ cát sửa nhà bác Nam cần mua thêm số cát là $30 - 18,84 = 11,16 \text{ (m}^3\text{)}.$	0.25
Câu 7 (1.5 điểm)	Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn và đường cao BE . Gọi H, K lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ điểm E đến AB, BC . a) Chứng minh bốn điểm B, H, E, K cùng thuộc một đường tròn;	
		
	Ta có $BHE = 90^\circ$ nên 3 điểm B, H, E nằm trên đường tròn đường kính BE .	0.25
	$BKE = 90^\circ$ nên 3 điểm B, K, E nằm trên đường tròn đường kính BE . Nên 4 điểm B, H, K, E nằm trên đường tròn đường kính BE .	0.25
	b) Chứng minh: $BH \cdot BA = BK \cdot BC$;	
	+) Vì $BHEK$ là tứ giác nội tiếp nên $BHK = BEK$ (góc nội tiếp cùng chắn BK) mà $BEK = BCE$ (cùng phụ KEC). Do đó $BHK = BCE$.	0.25
	+) Xét $\triangle BHK$ và $\triangle BCA$ có B chung, $BHK = BCA$. Suy ra $\triangle BHK$ đồng dạng $\triangle BCA$ (g.g) do đó $\frac{BH}{BC} = \frac{BK}{BA}$ hay $BH \cdot BA = BK \cdot BC$;	0.25

	c) Gọi F là chân đường vuông góc kẻ từ điểm C đến đường thẳng AB, I là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh rằng H, I, K thẳng hàng.	
	Giả sử HK cắt CF tại M. Ta chỉ việc chứng minh HM đi qua trung điểm I của EF - Vì $BHEK$ nội tiếp $HBE = HKE$ (góc nội tiếp cùng chắn HE) - $ABE = ACF$ (cùng phụ với A) nên $MKE = MCE$. Giả sử CM cắt KE tại N. Ta có $\triangle MNK$ đồng dạng $\triangle ENC$ (g-g) suy ra $\frac{NM}{NE} = \frac{NK}{NC}$.	0.25
	Xét $\triangle MNE$ và $\triangle KNC$ ta có $\frac{NM}{NE} = \frac{NK}{NC}$ nên $\frac{NM}{NK} = \frac{NE}{NC}$; $MNE = KNC$ (đối đỉnh). Theo định lí suy ra $\triangle MNE$ đồng dạng với $\triangle KNC$. Suy ra $EMN = CKN$ mà $CKN = 90^\circ$ nên $EMN = 90^\circ$. Hay $EHF = HFM = FME = 90^\circ$. Do đó $EHFM$ là hình chữ nhật mà I là trung điểm của đường chéo EF nên I là trung điểm của HM. Vậy H, I, M, K hay H, I, K thẳng hàng.	0.25
	ĐIỂM TOÀN BÀI	10,0

Ghi chú: Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu hỏi trong đề thi, chấm điểm lẻ đến 0,25 và không làm tròn.

--- Hết ---