

Câu 1.(5,0 điểm)

1. Tính giá trị các biểu thức:

a) $A = \left(\frac{-3}{7} + \frac{4}{11} \right) : \frac{5}{11} + \left(\frac{-4}{7} + \frac{-3}{11} \right) : \frac{5}{11}$. b) $B = \frac{6^8 \cdot 2^4 - 4^5 \cdot 18^4}{27^3 \cdot 8^4 - 3^9 \cdot 2^{13}}$.

2. Tìm x, y thoả mãn:

a) $2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 3\left(\frac{1}{2} - x\right) = 4x - 1$. b) $|x^2 - 1| = \frac{6}{(y+1)^2+3} - 2$.

Câu 2. (3,0 điểm)

1. Cho $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Chứng minh rằng $\frac{a.c}{b.d} = \frac{2024a^2+2025c^2}{2024b^2+2025d^2}$.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố x, y thoả mãn: $3x^2 + 1 = 19y^2$.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Một trường THCS làm bể tập bơi cho học sinh có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 15m, chiều rộng 10m, chiều sâu 1,2m. Người ta lát gạch men các mặt xung quanh và đáy của bể (Coi mạch ghép giữa các viên gạch men không đáng kể).

a) Tính diện tích gạch men cần dùng để lát bể bơi đó.

b) Cần phải bơm bao nhiêu mét khối nước vào bể để mực nước trong bể thấp hơn mép trên của bể là 20cm (Ban đầu bể không có nước)?

2. Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Biết $21a - 3b + 5c = 0$.

Chứng minh $f(1) \cdot f(-3) \leq 0$.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh BC lấy điểm D (BD < DC). Trên tia đối của tia CB lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Từ D và E kẻ các đường thẳng vuông góc với BC, cắt AB và AC lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh $\triangle BMD = \triangle CNE$.

b) Gọi O là giao điểm của MN và BC. Chứng minh O là trung điểm của MN.

c) Gọi I là giao điểm của đường phân giác góc BAC và đường thẳng vuông góc với MN tại O. Chứng minh $\triangle BMI = \triangle CNI$ và $IC \perp AN$.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho $S_n = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với n là số tự nhiên, lớn hơn 1).

Chứng minh rằng S_n không thể là một số nguyên.