

Bài I. (1,5 điểm)

1) Giáo viên lớp 9B tiến hành khảo sát thời gian tự học tại nhà (tính theo giờ/tuần) của các học sinh trong lớp, kết quả được tổng hợp như sau:

Khoảng thời gian tự học (giờ/tuần)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số học sinh (tần số)	4	10	12	7	5	2

a) Xác định tổng số học sinh tham gia khảo sát.

b) Tính tần số tương đối (%) cho nhóm có giờ tự học ít hơn 15 giờ/tuần.

2) Trong một cuộc thi có 10 đội tham gia, mỗi đội đều được bốc thăm một trong các số từ 1 đến 10 tương ứng với thứ tự thi của đội mình. Số thứ tự đã được rút thăm sẽ được loại bỏ khỏi lượt rút tiếp theo. Đội Hoa Mai cử bạn Hoa tham gia rút thăm và là đội rút thăm đầu tiên. Tính xác suất của biến cố B: “Đội Hoa Mai không phải 3 đội thi đầu tiên”.

Bài II. (1,5 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x} - \frac{2}{\sqrt{x}+2}$

với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=1$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.

3) Gọi $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị của x để $P < P^2$.

Bài III. (2,5 điểm)

Giải các bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

1) Nhân dịp lễ Quốc tế Lao động và mừng ngày Giải phóng miền Nam thống nhất đất nước, siêu thị giảm giá một số sản phẩm. Bạn An mua một chiếc máy xay sinh tố và một chiếc nồi cơm điện với tổng giá niêm yết là 2 200 000 đồng. Do máy xay sinh tố giảm giá 30% và nồi cơm điện giảm 20% so với giá niêm yết nên bạn An chỉ phải trả 1 610 000 đồng. Tính giá niêm yết của máy xay sinh tố và nồi cơm điện.

2) Lúc 6 giờ sáng, một tấm bè gỗ thả trôi theo dòng nước và một thuyền chạy từ bến sông A xuôi dòng về bến sông B. Sau khi thuyền tới B lập tức quay trở về A và gặp bè gỗ tại vị trí cách A 20 km, lúc này là 16 giờ. Tính vận tốc thực của thuyền khi nước lặng và vận tốc nước chảy biết hai bến sông A và B cách nhau 120 km.

3) Biết phương trình $x^2 + ax - 6 = 0$ có một nghiệm $x_1 = -2 + \sqrt{10}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{1}{2x_1 + 1} + \frac{1}{2x_2 + 1}$.

Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một quả bóng sắt có dạng hình cầu với bán kính bằng 10 cm. Khi thả vào một thùng hình trụ chứa nước có đường kính đáy bằng 30 cm thì nước trong thùng dâng lên bao nhiêu cm, biết rằng nước không bị tràn ra ngoài và lượng nước đủ để thả ngập quả bóng? (Kết quả làm tròn tới hàng phần trăm, lấy $\pi \approx 3,14$.)

2) Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và điểm M bất kì thuộc nửa đường tròn (M khác A, B). Kẻ tiếp tuyến Ax và By của nửa đường tròn (A, B là tiếp điểm). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax, By lần lượt tại D, E . Gọi N là giao điểm của BM và Ax .

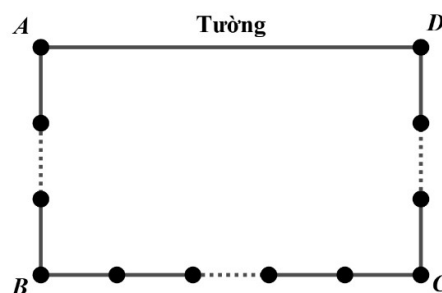
a) Chứng minh bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $\widehat{DOE} = 90^\circ$ và tích $AD \cdot BE$ không thay đổi khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt đường thẳng BM tại I . Gọi giao điểm của AI và BD là K . Chứng minh ba điểm N, K, O thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm)

Bác An có 100 chiếc cọc gỗ bằng nhau, bác muốn dùng để đóng cọc làm hàng rào quây thành một mảnh vườn hình chữ nhật có một phía tận dụng tường (như hình vẽ). Các cọc cách nhau 1 m, tại các vị trí góc A, B, C, D đều có cọc. Tính diện tích mảnh vườn lớn nhất mà bác An có thể quây được?



.....Hết.....

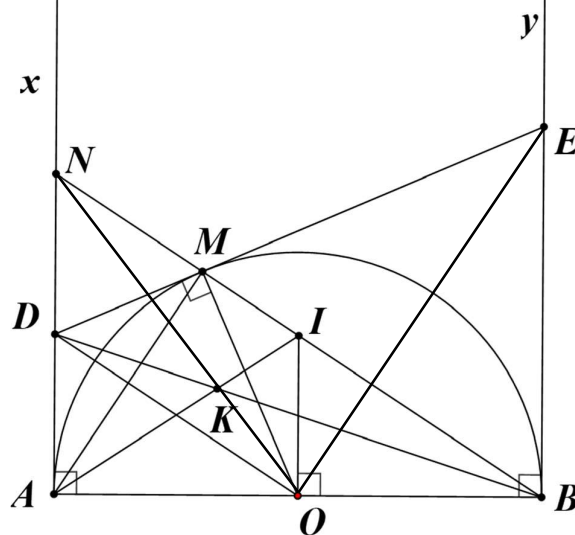
Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Hướng dẫn chấm gồm 05 trang

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
I 1,5 điểm	1	Số học sinh tham gia khảo sát là: $4 + 10 + 12 + 7 + 5 + 2 = 40$ (học sinh)	0,25
		Có $4 + 10 + 12 = 26$ học sinh có giờ tự học ít hơn 15 giờ/tuần.	0,25
		Tần số tương đối của nhóm này là $\frac{26}{40} \cdot 100\% = 65\%$	0,25
	2	Tập hợp các kết quả có thể xảy ra đối với số thứ tự rút được của đội Hoa Mai là: $A = \{1; 2; 3; \dots; 9; 10\}$ có 10 phần tử. Vì rút thăm ngẫu nhiên và số thứ tự đã được rút sẽ được loại bỏ khỏi lượt rút tiếp theo nên các kết quả là đồng khả năng.	0,25
		Có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố B: “Đội Hoa Mai không phải 3 đội thi đầu tiên” là 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10	0,25
		Vậy xác suất của biến cố B là: $\frac{7}{10}$.	0,25
II 1,5 điểm	1	Thay $x = 1$ (tmdk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} - 2} = \frac{1 - 5}{1 - 2} = 4$ Vậy với $x = 1$ thì $A = 4$.	0,5
	2	Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4\sqrt{x}}{4 - x} - \frac{2}{\sqrt{x} + 2}$ $B = \frac{x + 2\sqrt{x} - 4\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
		$B = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ Vậy $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.	0,25
	3	$P = \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 2}$	0,25

III 2,5 điểm		$P < P^2$ thì $P < 0$ hoặc $P > 1$	
		$P < 0$ suy ra $\sqrt{x} < 5$ hay $x < 25$ $P > 1$ suy ra $P - 1 > 0$, không có giá trị x thỏa mãn Kết hợp điều kiện ta được $0 \leq x < 25$; $x \neq 4$	0,25
	1	Gọi a, b (nghìn đồng) lần lượt là giá tiền niêm yết của máy xay sinh tố và nồi cơm điện, $0 < a, b < 2\,200\,000$. Vì tổng giá tiền ban đầu của một cái máy xay sinh tố và một cái nồi cơm điện là 2 200 000 nghìn đồng nên ta có phương trình $a + b = 2\,200\,000$ (1)	0,25
		Giá mỗi cái máy xay sinh tố sau giảm giá là: $70\%x = 0,7x$ (đồng). Giá mỗi cái nồi cơm điện sau giảm giá là: $80\%y = 0,8y$ (đồng). Vì sau giảm giá An chỉ phải trả 1 610 000 nghìn đồng nên ta có phương trình $0,7a + 0,8b = 1\,610\,000$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = 2\,200\,000 \\ 0,7a + 0,8b = 1\,610\,000 \end{cases}$ Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} a = 1\,500\,000 \\ b = 700\,000 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện).	0,25
		Vậy giá tiền ban đầu của máy xay sinh tố là 1 500 000 đồng, bàn ủi là 700 000 đồng.	0,25
	2	Bè gỗ thả trôi theo dòng nước đi được 20 km sau 10 giờ nên vận tốc của bè bằng vận tốc dòng nước và bằng $\frac{20}{10} = 2$ km/h.	0,25
		Gọi vận tốc thực của thuyền khi nước lặng là x (km/h, $x > 2$). Thời gian mà thuyền xuôi dòng là $\frac{120}{x + 2}$ (giờ). Thời gian mà thuyền ngược dòng tới khi gặp bè gỗ là $\frac{100}{x - 2}$ (giờ).	0,25
		Tổng thời gian thuyền di chuyển là 10 h nên ta có phương trình: $\frac{120}{x + 2} + \frac{100}{x - 2} = 10$ $120(x - 2) + 100(x + 2) = 10(x - 2)(x + 2)$ $220x - 40 = 10x^2 - 40$ $x^2 - 22x = 0$ $x(x - 22) = 0$	0,25

		$x = 0$ (loại) hoặc $x = 22$ (thỏa mãn).	
		Vậy vận tốc của thuyền khi nước lặng là 22 km/h, vận tốc dòng nước là 2 km/h.	0,25
	3	Xét phương trình: $x^2 + ax - 6 = 0$. Vì phương trình có nghiệm $x_1 = -2 + \sqrt{10}$ nên áp dụng hệ thức Viete ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -a \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -6 \end{cases}$. Suy ra $(-2 + \sqrt{10})x_2 = -6$ nên $x_2 = \frac{-6}{-2 + \sqrt{10}} = -2 - \sqrt{10}$.	0,25
		Do đó $x_1 + x_2 = (-2 + \sqrt{10}) + (-2 - \sqrt{10}) = -4 = -a$ suy ra $a = 4$. Vậy $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -4 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -6 \end{cases}$ Ta có: $A = \frac{1}{2x_1 + 1} + \frac{1}{2x_2 + 1}$ $A = \frac{2x_2 + 1 + 2x_1 + 1}{(2x_1 + 1)(2x_2 + 1)}$ $A = \frac{2(x_1 + x_2) + 2}{4x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1}$ $A = \frac{2 \cdot (-4) + 2}{4 \cdot (-6) + 2 \cdot (-4) + 1} = \frac{6}{31}$	0,25
IV 4,0 điểm	1	Thể tích của viên bi là $\frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4000}{3}\pi (\text{cm}^3)$ Diện tích đáy của thùng hình trụ là: $S = \pi R^2 = \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 225\pi (\text{cm}^2)$	0,5
		Chiều cao cột nước dâng lên là $h = \frac{V_c}{S_d} = \frac{4000}{3}\pi : 225\pi = \frac{160}{27} \approx 5,93 (\text{cm})$	0,5
	2	Hình vẽ đúng đến hết câu a)	0,25



	a) Chứng minh: Bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn. Có Ax là tiếp tuyến của (O) tại $A \Rightarrow \widehat{DAO} = 90^\circ$ Có DE là tiếp tuyến của (O) tại $M \Rightarrow \widehat{DMO} = 90^\circ$	0,25
a	Xét tam giác DAO vuông tại A. Suy ra $\triangle DAO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO hay D, A, O thuộc đường tròn đường kính DO (1)	0,25
	Xét tam giác DMO vuông tại M. Suy ra $\triangle DMO$ nội tiếp đường tròn đường kính DO D, M, O thuộc đường tròn đường kính DO (2)	0,25
	Từ (1) và (2) bốn điểm A, D, M, O cùng thuộc một đường tròn đường kính DO.	0,25
	b) Chứng minh $\widehat{DOE} = 90^\circ$ và tích $AD \cdot BE$ không thay đổi khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn Xét (O) có Ax và DE là hai tiếp tuyến cắt nhau tại D $\Rightarrow AD = DM$ và OD là tia phân giác của $\widehat{AOM} \Rightarrow \widehat{AOD} = \widehat{DOM}$	0,25
b	Xét (O) có By và DE là hai tiếp tuyến cắt nhau tại E $\Rightarrow BE = EM$; OE là tia phân giác của $\widehat{MOB} \Rightarrow \widehat{MOE} = \widehat{EOB}$	0,25
	Có $\widehat{AOD} + \widehat{DOM} + \widehat{MOE} + \widehat{EOB} = 180^\circ$ $\Rightarrow 2(\widehat{DOM} + \widehat{MOE}) = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DOE} = 90^\circ$	0,25
	Chứng minh được $MO^2 = DM \cdot ME$	0,25
	Mà $AD = DM, BE = ME$ (cmt)	0,25

		$\Rightarrow AD \cdot BE = MO^2$ mà $MO = R$ không đổi nên $AD \cdot BE$ không đổi khi M di chuyển trên nửa (O) .	
	c	c) Chứng minh ba điểm N, K, O thẳng hàng. Chứng minh được K là trọng tâm của tam giác ANB Suy ra N, K, O thẳng hàng.	0,25 0,25
V 0,5 điểm		Đặt $AB = CD = x$ (m); $BC = y$ (m) ($x, y \in \mathbb{N}^*$) Số cọc bằng $2x + y + 1 = 100$ nên $y = 99 - 2x$ Diện tích mảnh vườn là $S = xy = x(99 - 2x) = -2x^2 + 99x \text{ (m}^2\text{)}$ Xét $P = S - 1225 = -2x^2 + 99x - 1225 = (x - 25)(49 - 2x)$	0,25
		Với $x \in \mathbb{N}^*$, ta xét các trường hợp sau: +) Với $x > 25 \Rightarrow x - 25 > 0; 49 - 2x < 0 \Rightarrow P < 0$ +) Với $x = 25 \Rightarrow P = 0$. +) Với $x < 25 \Rightarrow x \leq 24 \Rightarrow 2x \leq 48$ $\Rightarrow x - 25 < 0; 49 - 2x > 0 \Rightarrow P < 0$ Do đó: $P \leq 0 \Rightarrow S \leq 1225$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 25, y = 49$ (TMĐK) Vậy diện tích mảnh vườn lớn nhất bác An có thể quây được là 1225 m^2	0,25

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>