

**PHẦN I (12,0 điểm).** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Biết  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \frac{a}{b^2}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản  $a, b > 0$ ). Tính  $\sqrt{a} + b + 2024$ .

- A. 2025.                      B. 2027.                      C. 2026.                      D. 2024.

**Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_{0,9}(x^2 - 9) > \log_{0,9}(8x)$  là

- A.  $(9; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; -1) \cup (9; +\infty)$ .                      C.  $(-1; 9)$ .                      D.  $(3; 9)$ .

**Câu 3.** Tìm  $L = \lim \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$

- A.  $L = 2$ .                      B.  $L = \frac{3}{2}$ .                      C.  $L = +\infty$ .                      D.  $L = \frac{5}{2}$ .

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $A'A$ .

- A.  $45^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Câu 5.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 2$ . Tìm số hạng  $u_{2023}$ .

- A.  $u_{2023} = 2^{2023}$ .                      B.  $u_{2023} = 2^{2022}$ .                      C.  $u_{2023} = 4044$ .                      D.  $u_{2023} = 4046$ .

**Câu 6.** Cho bảng phân bố tần số sau:

Giá trị	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
Tần số	10	$n^2 + 7$	12	$9n - 1$	15	9	$9n - 11$	17

Tìm tất cả giá trị của  $n$  để  $M_o^{(1)} = x_2$ ;  $M_o^{(2)} = x_4$  là hai một của mẫu số liệu trên.

- A.  $n = 8$                       B.  $n = 1; n = 8$                       C.  $n = 9$                       D.  $n = 3; n = 6$

**Câu 7.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để tập nghiệm của bất phương trình

$$(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0 \text{ chứa không quá 10 số nguyên?}$$

- A. 3281.                      B. 9841.                      C. 9842.                      D. 3280.

**Câu 8.** Điều kiện xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$  là:

- A.  $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$ .                      C.  $x \neq k2\pi$ .                      D.  $x \neq \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

**Câu 9.** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy  $S$  và chiều cao  $h$  là

- A.  $V = \frac{3}{2}Sh$ .                      B.  $V = Sh$ .                      C.  $V = \frac{1}{3}Sh$ .                      D.  $V = \frac{4}{3}Sh$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = 2$ . Kết quả đúng là

- A.  $f'(2) = 3$ .                      B.  $f'(3) = 2$ .                      C.  $f'(x) = 3$ .                      D.  $f'(x) = 2$ .

**Câu 11.** Tìm  $n$  biết rằng hệ số của  $x^4$  trong khai triển  $(x^3 + 2x^2 + 3x)(x+1)^n$  bằng 804.

- A.  $n = 8$                       B.  $n = 14$                       C.  $n = 12$                       D.  $n = 10$

**Câu 12.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m \in (0; 10)$  để hàm số  $y = \log_{2024}(x^2 - 5x + m)$  xác định trên  $\mathbb{R}$

- A. 4.                      B. 7.                      C. 3.                      D. 6.

**Câu 13.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  có đỉnh  $A(1;5)$  và phương trình đường thẳng  $BD$  là  $x - 3y + 4 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh  $B$  biết  $B$  có hoành độ dương.

- A.  $(2;2)$                       B.  $(5;3)$                       C.  $(3;-1)$                       D.  $(8;4)$

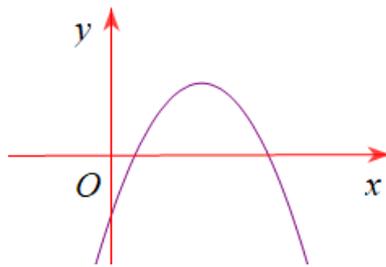
**Câu 14.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(3;-1)$  và  $B(-2;1)$ . Viết phương trình đường thẳng  $AB$ .

- A.  $5x - 2y + 11 = 0$ .                      B.  $2x - 5y + 11 = 0$ .                      C.  $2x + 5y - 1 = 0$ .                      D.  $5x + 2y + 1 = 0$ .

**Câu 15.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ , tam giác  $SAC$  vuông tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với  $(ABCD)$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối chóp

- A.  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ .                      B.  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ .                      C.  $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$ .                      D.  $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$ .

**Câu 16.** Cho đồ thị hàm số  $y = ax^2 + bx + c$ , ( $a \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .                      B.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .  
C.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .                      D.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**Câu 17.** Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 16 & \text{khi } x > 4 \\ x - 4 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 4$ .

- A.  $m = 8$ .                      B.  $m = \frac{7}{4}$ .                      C.  $m = -8$ .                      D.  $m = -\frac{7}{4}$ .

**Câu 18.** Đặt  $a = \log_2 3$ ;  $b = \log_5 3$ . Nếu biểu diễn  $\log_3 10 = \frac{am + bn}{ab}$  thì  $m + n$  bằng

- A.  $-3$                       B.  $3$ .                      C.  $6$ .                      D.  $2$ .

**Câu 19.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , tâm  $O$ . Cạnh bên  $SA = 2a$  và vuông góc với mặt đáy  $(ABCD)$ . Gọi  $H$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của cạnh  $BC$  và  $CD$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $HK$  và  $SD$ .

- A.  $2a$ .                      B.  $a$ .                      C.  $\frac{2a}{3}$ .                      D.  $\frac{a}{3}$ .

**Câu 20.** Tập xác định của hàm số  $y = [\ln(x-2)]^x$  là

- A.  $(3; +\infty)$ .                      B.  $(0; +\infty)$ .                      C.  $\mathbb{R}$ .                      D.  $(2; +\infty)$ .

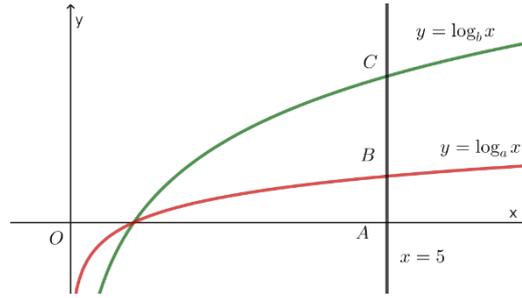
**Câu 21.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng đáy là trung điểm  $H$  của  $AM$ , trong đó  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Mặt phẳng  $(SBC)$  hợp với mặt phẳng  $(ABC)$  góc  $45^\circ$ . Tính khoảng cách từ  $A$  đến  $(SBC)$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .                      B.  $\frac{a\sqrt{6}}{8}$ .                      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .                      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ .

**Câu 22.** Một lớp có 23 học sinh nữ và 17 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai học sinh tham gia hội trại với điều kiện có cả nam và nữ?

- A. 40.                      B. 1560.                      C. 780.                      D. 391.

**Câu 23.** Cho các hàm số  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  có đồ thị như hình vẽ bên. Đường thẳng  $x = 5$  cắt trục hoành, đồ thị hàm số  $y = \log_a x$  và  $y = \log_b x$  lần lượt tại  $A, B$  và  $C$ . Biết rằng  $CB = 2AB$ . Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?



A.  $a = 5b$ .

B.  $a = b^3$ .

C.  $a^3 = b$ .

D.  $a = b^2$ .

**Câu 24.** Cho lăng trụ đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Tính cosin góc giữa đường thẳng  $AB$  và mặt phẳng  $(A'BC)$

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

B.  $\frac{\sqrt{7}}{7}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .

D.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ .

**PHẦN II (5,0 điểm).** Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho các hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$  và  $g(x) = x^2 - m$

a) Ta có  $f(3) + g(3) = 9$ .

b) Cả hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  đã cho đều là các hàm số liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

c) Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = -1$ .

d) Với  $m = 1$ , giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f^2(x)}{g(x)} = 2$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a\sqrt{2}$ . Một mặt phẳng đi qua  $A$  vuông góc với  $SC$  cắt  $SB, SD, SC$  lần lượt tại  $B', D', C'$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ .

b)  $AD' \perp (SDC)$ .

c)  $\frac{SB'}{SB} + \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} = \frac{4}{3}$ .

d) Góc giữa mặt phẳng  $(AB'D')$  và đường thẳng  $SB$  bằng  $60^\circ$ .

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng  $d_1, d_2$  song song với nhau. Trên  $d_1$  lấy 7 điểm phân biệt  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$  sao cho  $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7 = 1 \text{ cm}$ , trên  $d_2$  lấy 6 điểm  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  sao cho  $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6 = 1 \text{ cm}$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ các điểm trên.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số phần tử không gian mẫu bằng  $C_{13}^3$

b) Xác suất để ba điểm được chọn tạo thành tam giác là  $\frac{49}{286}$ .

c) Xác suất để 3 điểm được chọn có 1 điểm là trung điểm của đoạn thẳng có 2 đầu mút là hai điểm còn lại bằng  $\frac{15}{286}$

d) Biết khoảng cách giữa  $d_1, d_2$  bằng 2 cm. Khi đó xác suất để chọn được 3 điểm tạo thành tam giác có diện tích bằng  $1 \text{ cm}^2$  bằng  $\frac{71}{286}$ .

**Câu 4.** Cho phương trình  $mx^2 - (4m+1)x + 4m + 2 = 0$  (1) với  $m$  là tham số. Khi đó:

- a) Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi  $-\frac{1}{4} < m < 0$
- b) Không tồn tại giá trị  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.
- c) Số giá trị nguyên của  $m$  để bất phương trình  $mx^2 - (4m+1)x + 4m + 2 > x^2 - (3m+2)x$  nghiệm đúng với  $\forall x \in R$  là 1
- d) Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi số thực  $m$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x-2)$  trên  $R$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a)  $f'(-1) < 0$ .
- b) Có 19 giá trị nguyên của  $x \in (-20; 20)$  để  $f'(x) > 0$ .
- c) Có 20 giá trị nguyên của  $x \in [-20; 20]$  để đạo hàm của hàm số  $g(x) = f(3-2x)$  nhận giá trị không âm.
- d) Đạo hàm của hàm số  $h(x) = f(x^3 + m)$  nhận giá trị không âm trên  $(1; +\infty) \Leftrightarrow m \in (1; +\infty)$

**PHẦN III (3,0 điểm).** **Câu trắc nghiệm trả lời ngắn** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

**Câu 1.** Cho biểu thức:  $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$ . Đặt  $S = f\left(\frac{1}{2024}\right) + f\left(\frac{2}{2024}\right) + f\left(\frac{3}{2024}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2024}\right) = \frac{m}{n}$  là phân số tối giản với  $m, n$  nguyên dương. Tổng  $m+n$  bằng?

**Câu 2.** Trong dịp hội trại hè 2023, bạn Anh thả một quả bóng cao su từ độ cao 6(m) so với mặt đất, mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên một độ cao bằng ba phần tư độ cao lần rơi trước. Biết rằng quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt đất. Tổng quãng đường quả bóng đã bay (từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa) là bao nhiêu mét?

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $BC = 2\sqrt{7}$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Biết tứ giác  $BCC'B'$  là hình thoi có  $B'BC$  là góc nhọn, mặt phẳng  $(BCC'B')$  vuông góc với  $(ABC)$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABB'A')$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là?

**Câu 4.** Hai bạn An và Bình thi đấu với nhau 1 trận bóng bàn gồm 5 séc, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để An thắng mỗi séc là 0,4. Tính xác suất để An thắng chung cuộc. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $ABC, ABD, ACD$  là các tam giác vuông tương ứng tại  $A, B, C$ . Góc giữa  $AD$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ ,  $AD \perp BC$  và khoảng cách giữa  $AD$  và  $BC$  bằng  $\sqrt{2}$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  là (lấy gần đúng sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân)

**Câu 6.** Tính tổng tất cả các nghiệm trên đoạn  $[-\pi; 0]$  của phương trình  $\frac{\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x + 2}{1 - 2 \cos x} = 1$ .

(Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

----- **HẾT** -----

**Giám thị không giải thích gì thêm, thí sinh không được dùng tài liệu**

ĐÁP ÁN

PHẦN 1: Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

1.B	2.D	3.A	4.B	5.D	6.A	7.B	8.B	9.9	10.B
11.C	12.C	13.B	14.C	15.D	16.C	17.B	18.D	19.D	20.A
21.D	22.D	23.B	24.C						

PHẦN 2: Mỗi câu trả được tối đa 1,0 điểm.

Ý	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
a)	S	S	Đ	S	Đ
b)	S	Đ	S	Đ	S
c)	Đ	S	Đ	S	Đ
d)	Đ	Đ	Đ	S	S

PHẦN 3: Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2029	42	21	0,32	5,33	- 4,7

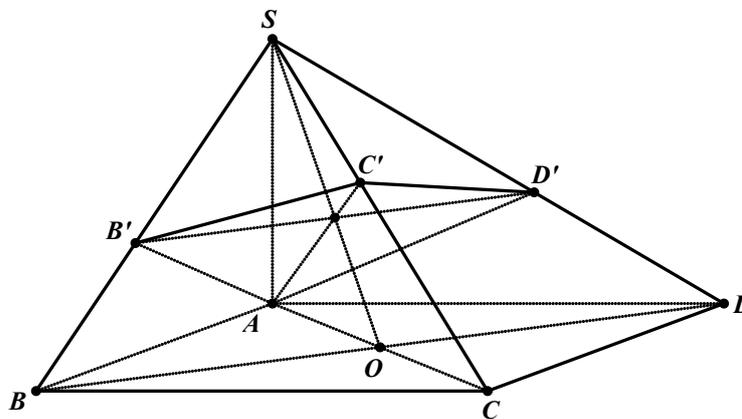
HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VD

PHẦN 2

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với đáy,  $SA = a\sqrt{2}$ . Một mặt phẳng đi qua  $A$  vuông góc với  $SC$  cắt  $SB$ ,  $SD$ ,  $SC$  lần lượt tại  $B'$ ,  $D'$ ,  $C'$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tam giác  $SAC$  cân tại  $S$ .
- b)  $AD' \perp (SDC)$ .
- c)  $\frac{SB'}{SB} + \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} = \frac{4}{3}$ .
- d) Góc giữa mặt phẳng  $(AB'D')$  và đường thẳng  $SB$  bằng  $60^\circ$ .

Lời giải



- a) Do  $SA$  vuông góc với đáy nên  $SA \perp AC$  suy ra tam giác  $SAC$  vuông tại  $A$  nên tam giác  $SAC$  không thể cân tại  $S$ . Vậy mệnh đề **sai**.

b)  $SC \perp (AB'C'D') \Rightarrow SC \perp AD' \quad (1).$

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} DC \perp AD \\ CD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AD' \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra  $AD' \perp (SDC)$ . Vậy mệnh đề **đúng**.

c) Ta có  $AD' \perp (SDC) \Rightarrow AD' \perp SD$ ;  $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SB$ .

Do  $SC \perp (AB'D') \Rightarrow SC \perp AC'$ .

Tam giác  $SAC$  vuông cân tại  $A$  nên  $C'$  là trung điểm của  $SC \Rightarrow \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}$

Trong tam giác vuông  $SAB'$  ta có  $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{2a^2}{3a^2} = \frac{2}{3}$ . Tương tự  $\frac{SD'}{SD} = \frac{2}{3}$

Suy ra  $\frac{SB'}{SB} + \frac{SC'}{SC} + \frac{SD'}{SD} = \frac{11}{6}$ . Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có  $B'C'$  là hình chiếu vuông góc của  $SB$  lên mặt phẳng  $(AB'D')$

Suy ra góc giữa  $SB$  và  $(AB'D')$  là góc  $\widehat{SB'C'}$

Ta có  $SB' \cdot SB = SA^2 \Rightarrow SB' = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a$ ,  $SC' \cdot SC = SA^2 \Rightarrow SC' = a \Rightarrow \sin \widehat{SB'C'} = \frac{SC'}{SB'} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SB'C'} = 60^\circ$ .

Vậy mệnh đề **đúng**.

**Câu 3.** Cho hai đường thẳng  $d_1, d_2$  song song với nhau. Trên  $d_1$  lấy 7 điểm phân biệt  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$  sao cho  $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 = A_5A_6 = A_6A_7 = 1 \text{ cm}$ , trên  $d_2$  lấy 6 điểm  $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$  sao cho  $B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5 = B_5B_6 = 1 \text{ cm}$ . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ các điểm trên. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

**a)** Số phần tử không gian mẫu bằng  $C_{13}^3$

**b)** Xác suất để ba điểm được chọn tạo thành tam giác là  $\frac{49}{286}$ .

**c)** Xác suất để 3 điểm được chọn có 1 điểm là trung điểm của đoạn thẳng có 2 đầu mút là hai điểm còn lại bằng  $\frac{15}{286}$

**d)** Biết khoảng cách giữa  $d_1, d_2$  bằng 2 cm. Khi đó xác suất để chọn được 3 điểm tạo thành tam giác có diện tích bằng  $1 \text{ cm}^2$  bằng  $\frac{71}{286}$ .

**Giải:**

**a)** Chọn 3 điểm từ 13 điểm có  $C_{13}^3$

Số phần tử không gian mẫu bằng  $C_{13}^3$ . **Đúng**

**b)** Chọn 3 điểm tạo thành tam giác có:  $C_7^2 \cdot C_6^1 + C_7^1 \cdot C_6^2$

Xác suất để ba điểm được chọn tạo thành tam giác là  $\frac{21}{26}$ . **Sai**.

**c)** Để chọn được 3 điểm có một điểm là trung điểm của đoạn thẳng có 2 đầu mút là hai điểm còn lại thì đoạn thẳng cần chọn có số đo độ dài là một số chẵn. Xét ra các trường hợp:

TH1: Đoạn thẳng có độ dài bằng 2 cm có:  $5 + 4 = 9$  đoạn

TH 2: Đoạn thẳng có độ dài bằng 4 cm có:  $3 + 2 = 5$  đoạn

TH 3: Đoạn thẳng có độ dài bằng 6 cm có: 1 đoạn

Vậy xác suất để 3 điểm được chọn có 1 điểm là trung điểm của đoạn thẳng có 2 đầu mút là hai điểm còn lại bằng  $\frac{15}{286}$ . **Đúng**

**d)** Để ba điểm được chọn tạo thành tam giác có diện tích bằng  $1 \text{ cm}^2$  thì cạnh đáy phải có độ dài bằng 1 cm. Xây ra các trường hợp:

TH 1: Chọn cạnh đáy có độ dài bằng 1 cm trên  $d_1$  có 6 cách.

Chọn đỉnh thứ 3 của tam giác trên  $d_2$  có 6 cách

Suy ra có  $6.6 = 36$  tam giác

TH 2: Chọn cạnh đáy có độ dài bằng 1 cm trên  $d_2$  có 5 cách.

Chọn đỉnh thứ 3 của tam giác trên  $d_1$  có 7 cách

Suy ra có  $5.7 = 35$  tam giác

Suy ra có  $36 + 35 = 71$  tam giác có diện tích bằng  $1 \text{ cm}^2$ .

Vậy xác suất để chọn được 3 điểm tạo thành tam giác có diện tích bằng  $1 \text{ cm}^2$  bằng  $\frac{71}{286}$ . **Đúng**

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x-2)$  trên  $\mathbb{R}$ . Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

**a)**  $f'(-1) < 0$ .

**b)** Có 19 giá trị nguyên của  $x \in (-20; 20)$  để  $f'(x) > 0$ .

**c)** Có 20 giá trị nguyên của  $x \in [-20; 20]$  để đạo hàm của hàm số  $g(x) = f(3-2x)$  nhận giá trị không âm.

**d)** Đạo hàm của hàm số  $h(x) = f(x^3 + m)$  nhận giá trị không âm trên  $(1; +\infty) \Leftrightarrow m \in (1; +\infty)$

### Lời giải

**a.** Ta có:  $f'(x) = x(x-1)(x-2) \Rightarrow f'(-1) = -1(-1-1)(-1-2) = -6$

Vậy mệnh đề a) đúng.

**b)**  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1) \cup (2; +\infty)$

Vì  $x \in \mathbb{Z}, x \in (-20; 20)$  nên  $x \in \{3; 4; \dots; 19\}$ . Vậy mệnh đề b) sai

**c)** Ta có:  $g'(x) = -2f'(3-2x) = -2(3-2x)(3-2x-1)(3-2x-2) = 2(2x-3)(2x-2)(2x-1)$

$$g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 2(2x-3)(2x-2)(2x-1) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Vì  $x \in \mathbb{Z}, x \in [-20; 20]$  nên  $x \in \{1; 2; 3; \dots; 20\}$ . Vậy mệnh đề c) đúng

**d)** Ta có  $h'(x) = 3x^2 f'(x^3 + m) = 3x^2 (x^3 + m)(x^3 + m - 1)(x^3 + m - 2)$

$h'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 (x^3 + m)(x^3 + m - 1)(x^3 + m - 2) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$

$$\text{Mà } h'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x^3 + m \leq 1 \\ x^3 + m \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt[3]{m} \leq x \leq \sqrt[3]{1-m} \\ x \geq \sqrt[3]{2-m} \end{cases}$$

$\Rightarrow h'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$  khi và chỉ khi  $\sqrt[3]{2-m} \leq 1 \Leftrightarrow m \geq 1$ . Vậy mệnh đề d) sai.

### PHẦN III.

**Câu 1.** Cho biểu thức:  $f(x) = \frac{9^x - 2}{9^x + 3}$ . Đặt  $S = f\left(\frac{1}{2024}\right) + f\left(\frac{2}{2024}\right) + f\left(\frac{3}{2024}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2024}\right) = \frac{m}{n}$

là phân số tối giản với  $m, n$  nguyên dương. Tổng  $m+n$  bằng?

### Giải

\* Với  $a, b \in \mathbb{R}$  mà  $a+b=1$ , ta có:

$$f(a) + f(b) = \frac{9^a - 2}{9^a + 3} + \frac{9^b - 2}{9^b + 3} = \frac{(9^a - 2)(9^b + 3) + (9^a + 3)(9^b - 2)}{(9^a + 3)(9^b + 3)}$$

$$= \frac{9^{a+b} - 2 \cdot 9^b + 3 \cdot 9^a - 6 + 9^{a+b} + 3 \cdot 9^b - 2 \cdot 9^a - 6}{9^{a+b} + 3 \cdot 9^a + 3 \cdot 9^b + 9} = \frac{6 + 9^a + 9^b}{18 + 3 \cdot 9^a + 3 \cdot 9^b} = \frac{1}{3}.$$

Khi đó:  $f\left(\frac{1}{2024}\right) + f\left(\frac{2023}{2024}\right) = \frac{1}{3}$

$$f\left(\frac{2}{2024}\right) + f\left(\frac{2022}{2024}\right) = \frac{1}{3}$$

.....

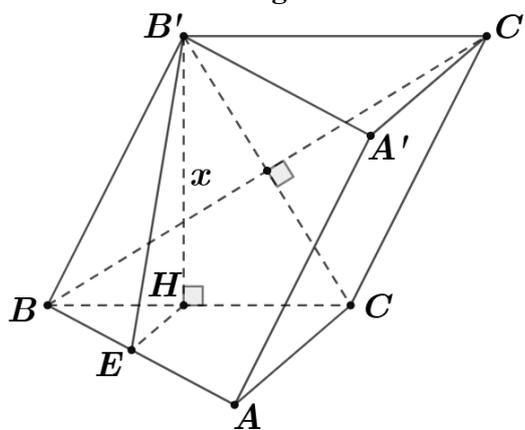
$$f\left(\frac{1011}{2024}\right) + f\left(\frac{1013}{2024}\right) = \frac{1}{3}$$

$$f\left(\frac{1012}{2024}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3-2}{3+3} = \frac{1}{6}$$

Suy ra  $S = f\left(\frac{1}{2024}\right) + f\left(\frac{2}{2024}\right) + f\left(\frac{3}{2024}\right) + \dots + f\left(\frac{2023}{2024}\right) = 1011 \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2023}{6}$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $BC = 2\sqrt{7}$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Biết tứ giác  $BCC'B'$  là hình thoi có  $B'BC$  là góc nhọn, mặt phẳng  $(BCC'B')$  vuông góc với  $(ABC)$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(ABB'A')$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ . Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là?

**Lời giải**



Ta có  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ , cạnh  $BC = 2a$  và  $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} AC = a\sqrt{3} \\ AB = a \end{cases}$ .

Ta có  $(BCC'B') \perp (ABC)$ , kẻ  $B'H \perp BC$  với  $BC = (ABC) \cap (BCC'B') \Rightarrow B'H \perp (ABC)$ .

Trong  $(ABC)$ , kẻ  $HE \perp AB \Rightarrow AB \perp (HEB')$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (HEB') \perp (ABC) \\ (HEB') \perp (ABB'A') \\ HE = (HEB') \cap (ABC) \\ EB' = (HEB') \perp (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow ((ABC), (ABB'A')) = (HE, EB') = \widehat{HEB'} = 45^\circ.$$

Suy ra tam giác  $HEB'$  vuông cân tại  $H$  nên  $HE = HB' = x$ .

Do  $HE \parallel AC$  nên  $\frac{BH}{BC} = \frac{EH}{AC} \Leftrightarrow BH = BC \frac{EH}{AC} = \frac{2x}{\sqrt{3}}$ .

Ta có  $BB'^2 = BH^2 + HB'^2 \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{4x^2}{3} + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{12}}{\sqrt{7}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = HB' \cdot \frac{1}{2} AC \cdot AB = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$

$V = 21$

**Câu 4.** Hai bạn An và Bình thi đấu với nhau 1 trận bóng bàn gồm 5 séc, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để An thắng mỗi séc là 0,4. Tính xác suất để An thắng chung cuộc. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

**Giải**

TH1: Trận đấu có 3 séc  $\Rightarrow$  An thắng cả 3 séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là:  $P_a = (0,4)^3$

TH2: Trận đấu có 4 séc  $\Rightarrow$  An thua 1 trong 3 séc: 1,2 hoặc 3 và thắng séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là:  $C_3^1$  suy ra  $P_b = C_3^1 \cdot 0,6 \cdot (0,4)^3$

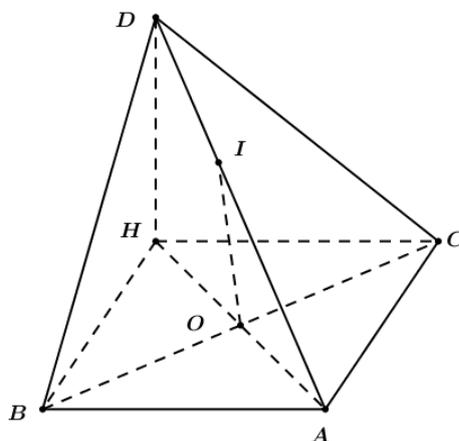
TH3: Trận đấu có 5 séc  $\Rightarrow$  An thua 2 séc và thắng ở séc thứ 5.

Số cách chọn 2 trong 4 séc đầu để An thua là  $C_4^2$  cách nên xác suất là  $P_c = C_4^2 \cdot (0,6)^2 \cdot (0,4)^2$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là:  $P = P_a + P_b + P_c = 0,31744$

**Câu 5.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $ABC, ABD, ACD$  là các tam giác vuông tương ứng tại  $A, B, C$ . Góc giữa  $AD$  và  $(ABC)$  bằng  $45^\circ$ ,  $AD \perp BC$  và khoảng cách giữa  $AD$  và  $BC$  bằng  $\sqrt{2}$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  là (lấy gần đúng sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân)

**Lời giải**



Dựng  $DH \perp (ABC)$ .

Vì  $\begin{cases} DH \perp AB \\ AB \perp BD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BDH) \Rightarrow AB \perp BH$

Tương tự  $\begin{cases} DH \perp AC \\ AC \perp CD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (CDH) \Rightarrow AC \perp CH$ .

Tứ giác  $ABHC$  có  $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = 90^\circ$  suy ra  $ABHC$  là hình chữ nhật.

$\begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHD) \Rightarrow BC \perp AH$  suy ra  $ABHC$  là hình vuông.

Kẻ  $OI \perp AD \Rightarrow d(BC, AD) = IO = \sqrt{2}$ .

$\widehat{(AD, (ABC))} = \widehat{DAH} = 45^\circ$ .

$\Delta OAI$  vuông tại  $I$  có  $\widehat{OAI} = 45^\circ$  suy ra  $\Delta OAI$  cân tại  $I \Rightarrow AI = IO = \sqrt{2}$

$\Rightarrow OA = \sqrt{AI^2 + IO^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = 2OA = 4$ .

$\Delta DHA \perp H$  có  $\widehat{DAH} = 45^\circ$  suy ra  $\Delta DHA$  cân tại  $H \Rightarrow DH = AH = 4$

$\Delta ABC$  vuông cân tại  $A \Rightarrow AB = AC = 2\sqrt{2}$

$V_{ABCD} = \frac{1}{3} DH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{16}{3} \approx 5,33$ .

