

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

(Đề thi gồm có 6 câu, 1 trang)

*Lưu ý: thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.*

**Câu 1: (4,0 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b}} + \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2} - a+b} \right) \cdot \frac{a^2+b^2}{\sqrt{a^2-b^2}}$ , với  $a > b > 0$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Cho  $a - b = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$ .

**Câu 2: (5,0 điểm)**

a) Giải phương trình  $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x+3}$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{3x+2y+5} - \sqrt{x+y} = 2 \\ 4x+3y = 5 \end{cases}$ .

**Câu 3: (5,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O; R)$ . Hai đường cao  $AD, BE$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh tứ giác  $DHEC$  nội tiếp được đường tròn.

b) Kẻ đường kính  $AM$  của đường tròn  $(O)$  và  $OI$  vuông góc với  $BC$  tại  $I$ . Chứng minh ba điểm  $H, I, M$  thẳng hàng.

c) Tia  $BE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $F$  ( $F$  khác  $B$ ). Tính  $AF$  theo  $R$ , biết  $BC = R\sqrt{3}$ .

**Câu 4: (2,0 điểm)**

Cho nửa đường tròn tâm  $O$  có đường kính  $AB = 2R$  ( $R$  không đổi). Lấy điểm  $C$  thuộc nửa đường tròn ( $C$  không trùng với  $A, B$ ). Kẻ  $CH$  vuông góc với  $AB$  tại  $H$ , kẻ  $HM$  vuông góc với  $AC$  tại  $M$ , kẻ  $HN$  vuông góc với  $BC$  tại  $N$ . Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm của  $AH$  và  $HB$ .

a) Chứng minh  $\triangle NMC \sim \triangle ABC$ .

b) Xác định vị trí của điểm  $C$  để  $MK^2 + NI^2$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5: (2,0 điểm)**

Một hộp đựng 100 viên bi có cùng khối lượng và kích thước, trong đó có 35 viên bi màu đỏ, 25 viên bi màu xanh và số bi còn lại là bi màu vàng. Bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi rồi bỏ lại vào hộp.

a) Tính xác suất để bạn An lấy được viên bi màu vàng.

b) Bạn An được mẹ cho thêm  $x$  viên bi màu xanh có cùng khối lượng và kích thước vào trong hộp. Tìm  $x$ , biết rằng khi đó xác suất bạn An lấy được viên bi màu vàng là  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 6: (2,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn:  $2y^2x + x + y + 1 = x^2 + 2y^2 + xy$ .

b) Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 0$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$L = \frac{(4bc - a^2)(4ca - b^2)(4ab - c^2)}{(bc + 2a^2)(ca + 2b^2)(ab + 2c^2)}$$

—————HẾT—————