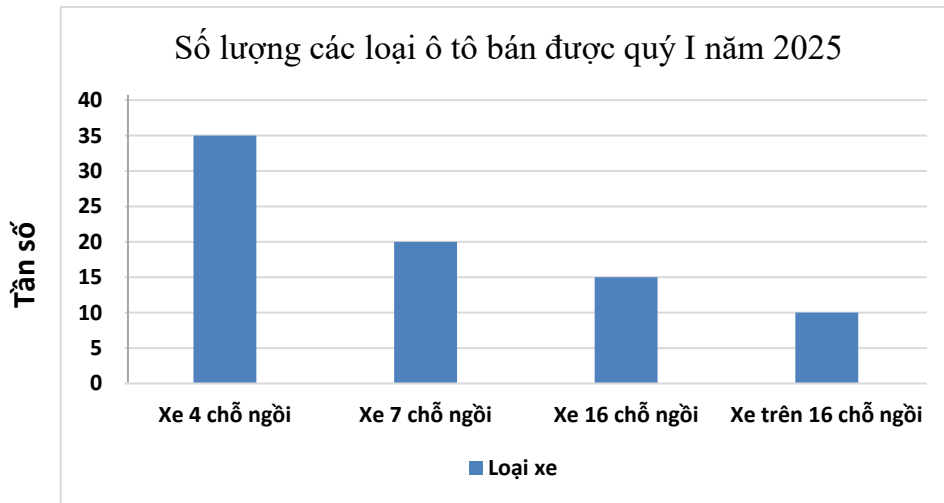


**Bài I. (1,5 điểm).**

1) Biểu đồ sau cho biết số lượng các loại xe ô tô một cửa hàng bán được trong quý I năm 2025:



Lập bảng tần số và tần số tương đối cho dữ liệu được biểu diễn trên biểu đồ.

2) Một hộp có 24 thẻ cùng loại, mỗi thẻ ghi một trong các số 1; 2; 3; ...; 24. Hai thẻ khác nhau thì ghi số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 thẻ trong hộp. Tính xác suất của biến cố sau: “Số ghi trên thẻ là số chia hết cho 4”

**Bài II. (1,5 điểm).** Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{1 + \sqrt{x}}; B = \frac{2\sqrt{x} - 21}{x - \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{4}{\sqrt{x} + 2} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9.$$

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .

2) Rút gọn biểu thức  $B$ .

3) Đặt  $M = AB$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $M$ .

**Bài III. (2,5 điểm)**

1) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 180m. Nếu giảm chiều dài đi 20% và tăng chiều rộng thêm 20m thì diện tích mới gấp 1,2 lần diện tích cũ. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn.

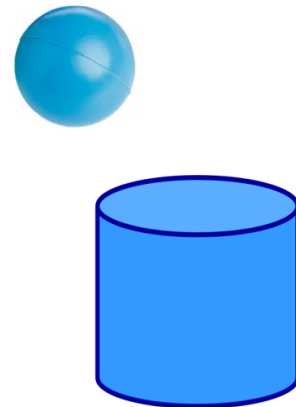
2) Câu chuyện người cựu chiến binh Nguyễn Văn Thanh đi xe máy từ Nghệ An vào Thành phố Hồ Chí Minh để được chứng kiến Lễ diễu binh kỉ niệm 50 năm giải phóng miền Nam thống nhất đất nước đang là một câu chuyện truyền cảm hứng cho người dân Việt Nam. Giả sử 5 ngày đầu, mỗi ngày ông Thanh dùng 3 giờ để di chuyển với vận tốc dự định. Sau đó, để đến thành phố Hồ Chí Minh đúng thời gian, 6 ngày sau, mỗi ngày ông sẽ phải dùng 5 giờ để di chuyển với vận tốc lớn hơn vận tốc ban đầu là 5 km/giờ. Tính vận tốc ban đầu của ông Thanh biết quãng đường ông Thanh di chuyển từ Nghệ An đến thành phố Hồ Chí Minh là 1500 km.



3) Cho phương trình  $x^2 - (m+1)x + m = 0$  (1). Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  lần lượt là độ dài bán kính và đường cao của hình nón có độ dài đường sinh là  $\sqrt{2}$ .

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1) Một viên bi bằng sắt, đặc ruột, hình cầu có đường kính 6 cm. Người ta sơn màu xanh bề mặt của viên bi đó. Một cái cốc hình trụ đựng đầy nước có chiều cao 10 cm và bán kính đáy là 5 cm, người ta thả viên bi vào trong cốc để nước tràn ra ngoài và nước vẫn đầy đến miệng cốc, sau đó bỏ viên bi ra.



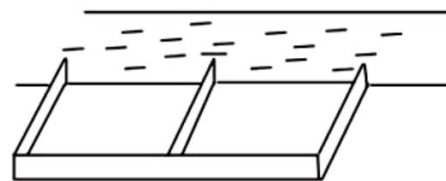
- a) Tính diện tích cần sơn viên bi theo  $cm^2$ .
- b) Hỏi thể tích nước còn lại trong cốc bao nhiêu  $cm^3$ .  
(lấy  $\pi \approx 3,14$  và coi lượng nước hao hụt khi bỏ viên bi ra khỏi cái cốc không đáng kể).

2) Cho đường tròn (O) đường kính CD, vẽ tiếp tuyến Cx của đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Lấy điểm E thuộc đường tròn (O) ( $E \neq C$  và  $D$ ). Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với CE cắt Cx tại A.

- a) Chứng minh: AE là tiếp tuyến của đường tròn (O).
- b) Qua D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), tiếp tuyến này cắt AE tại B. Chứng minh:  $AC + BD = AB$  và  $\triangle AOB$  vuông tại O.
- c) Kẻ  $EH \perp CD$  tại H. Chứng minh rằng AD và BC cắt nhau tại trung điểm của EH.

**Bài V. (0,5 điểm)**

Một người nông dân chỉ có 15 000 000 đồng và muốn dùng số tiền đó làm hàng rào hình chữ E để rào khu đất bên bờ sông (như hình vẽ bên). Đối với hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng mỗi mét dài, còn đối với ba hàng rào vuông góc với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng mỗi mét dài. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất có thể rào được.



----- Chúc con làm bài tốt -----

Họ và tên học sinh.....Lớp: 9.....  
 Trường:.....Số báo danh: .....

Lưu ý: Giám thị không giải thích gì thêm.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm															
Bài I (1,5 đ)	1)	<b>Bảng tần số và tần số tương đối</b>	0,5 0,5															
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Loại xe</th> <th>4 chỗ</th> <th>7 chỗ</th> <th>16 chỗ</th> <th>Trên 16 chỗ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tần số</td> <td>35</td> <td>20</td> <td>15</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Tần số tương đối</td> <td>43,75%</td> <td>25%</td> <td>18,75%</td> <td>12,5%</td> </tr> </tbody> </table>		Loại xe	4 chỗ	7 chỗ	16 chỗ	Trên 16 chỗ	Tần số	35	20	15	10	Tần số tương đối	43,75%	25%	18,75%	12,5%
		Loại xe		4 chỗ	7 chỗ	16 chỗ	Trên 16 chỗ											
Tần số	35	20	15	10														
Tần số tương đối	43,75%	25%	18,75%	12,5%														
Số trường hợp xảy ra khi rút ngẫu nhiên 1 thẻ là 24 Có 6 thẻ mà số trên thẻ chia hết cho 4 là 4; 8; 12; 16; 20; 24	0,25																	
Bài II (1,5 đ)	1)	Thay $x = 25$ (TMĐK) vào $A$	0,25															
		$A = \frac{\sqrt{25} + 2}{1 + \sqrt{25}} = \frac{7}{6}$	0,25															
	2)	$B = \frac{2\sqrt{x} - 21}{x - \sqrt{x} - 6} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} - \frac{4}{\sqrt{x} + 2}$	0,25															
$= \frac{2\sqrt{x} - 21}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{4(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{2\sqrt{x} - 21 + x + 2\sqrt{x} - 4\sqrt{x} + 12}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2}$		0,25																
3)	$M = A.B = \frac{\sqrt{x} + 2}{1 + \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$	0,25																
	Với $x \geq 0; x \neq 9$ , ta có: $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1$ $\frac{2}{\sqrt{x} + 1} \leq 2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x} + 1} + 1 \leq 3$ GTLN $M = 3$ dấu “=” xảy ra khi $x = 0$	0,25																
Bài III (2,5 đ)	1)	Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là $x(m, 0 < x < 90)$ . Chiều dài của hình chữ nhật là $y(m)$ . Chu vi của mảnh vườn là 180m nên $x + y = 90$ (1)	0,25															
		Chiều dài khi giảm 20% là: $0,8y(m)$ Chiều rộng khi tăng thêm 20m là: $x + 20(m)$	0,25															
		Diện tích mới gấp 1,2 lần diện tích cũ nên ta có phương trình: $0,8y(x + 20) = 1,2xy$ (2) Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 90 \\ 0,8y(x + 20) = 1,2xy \end{cases}$	0,25															

		Giải hệ phương trình ta được: TH1: $\begin{cases} x = 90 \\ y = 0 \end{cases}$ (KTMDK); TH2: $\begin{cases} x = 40 \\ y = 50 \end{cases}$ (TMĐK) Vậy chiều dài của khu vườn là 50m; chiều rộng là 40m	0,25
	2)	Gọi vận tốc ông Thanh di chuyển trong 5 ngày đầu: $x$ (km/h, $x > 0$ ) Quãng đường ông Thanh di chuyển trong 5 ngày đầu: $5.3.x = 15x$ (km)	0,25
		Vận tốc ông Thanh di chuyển trong 6 ngày sau: $x + 5$ (km/h) Quãng đường ông Thanh di chuyển trong 6 ngày sau: $6.5.(x + 5) = 30x + 150$ (km)	0,25
		Vì quãng đường từ Nghệ An vào Thành phố Hồ Chí Minh 1500km nên ta có phương trình: $15x + 30x + 150 = 1500$	0,25
		Giải phương trình ta được: $x = 30$ (TMĐK) Vậy vận tốc ông Thanh di chuyển trong 5 ngày đầu: 30 km/h	0,25
	3)	Để phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1, x_2$ thì: $\Delta \geq 0 \Rightarrow (m + 1)^2 - 4m \geq 0 \Rightarrow (m - 1)^2 \geq 0 \forall m$ Khi đó theo định lí Viète ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 1 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$	0,25
		Vi: $x_1, x_2$ là độ dài bán kính và đường cao của hình nón có độ dài đường sinh là $\sqrt{2}$ nên: $\begin{cases} x_1 > 0; x_2 > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 2 \end{cases}$ $x_1 > 0; x_2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m + 1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 0$ $x_1^2 + x_2^2 = 2$ $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 2$ $(m + 1)^2 - 2m = 2$ $m^2 = 1$ $m = 1$ (tm); $m = -1$ (ktm) Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
<b>Bài IV</b> <b>(4,0 đ)</b>	1)	a) Diện tích bề mặt của viên bi cần sơn là: $S = 4\pi R^2 \approx 4.3,14.3^2 = 113,04 \text{ cm}^2$ . Vậy diện tích cần sơn là khoảng $113,04 \text{ cm}^2$ .	0,25 0,25
		b) Thể tích hình cầu là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.\pi.3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$	0,25
		Thể tích chiếc cốc là: $V_2 = 10.\pi.5^2 = 250\pi \text{ cm}^3$ . Vậy thể tích nước còn lại là $V = V_2 - V_1 = 250\pi - 36\pi = 214\pi \approx 214.3,14 = 671,96 \text{ cm}^3$ . Vậy thể tích nước còn lại trong cốc khoảng $671,96 \text{ cm}^3$ .	0,25

			0,25 (Hình vẽ đến câu a)
		a) Chứng minh được OA phân giác của $\Delta OEC$ cân tại O	0,25
		Chứng minh được $\Delta OCA = \Delta OEA$ (c.g.c)	0,25
		Chứng minh được AE là tiếp tuyến của đường tròn (O).	0,25
	2)	b) Xét (O) có, BD và BE là tiếp tuyến cắt nhau tại B nên: $BE = BD; \widehat{BOE} = \widehat{BOD}$	0,25
		Xét (O) có, AE và AC là tiếp tuyến cắt nhau tại A nên: $AE = AC; \widehat{AOE} = \widehat{AOC}$	0,25
		Chứng minh được $AC + BD = AB$	0,25
		Chứng minh được $\Delta AOB$ vuông tại O.	0,25
		c) Gọi giao điểm của AD và BC là I $AC \parallel BD \Rightarrow \frac{AC}{BD} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow IE \parallel AC$	0,25
		$EH \parallel AC$ (cùng vuông góc với CD)	
		Chứng minh được E, I, H thẳng hàng.	0,25
		$\left. \begin{array}{l} \Delta ABC, EI \parallel AC \Rightarrow \frac{EI}{AC} = \frac{BI}{BC} \\ \Delta DBC, HI \parallel BD \Rightarrow \frac{BI}{BC} = \frac{HD}{CD} \\ \Delta DAC, HI \parallel AC \Rightarrow \frac{HD}{CD} = \frac{HI}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{HI}{AC} = \frac{EI}{AC} \Rightarrow HI = EI$	0,25
		I là trung điểm của EH	0,25
<b>Bài VI</b> <b>(0,5đ)</b>		<p>Gọi chiều dài của hàng rào vuông góc với sông là <math>x</math> (m) và chiều dài của hàng rào song song với sông là <math>y</math> (m)</p> <p>Do bác nông dân có 15000000 đồng để chi trả cho nguyên vật liệu làm hàng rào nên ta có phương trình:</p> $3x \cdot 50000 + y \cdot 60000 = 15000000$ $15x + 6y = 1500$ $y = \frac{500 - 5x}{2}$	0,25

		Diện tích của khu vườn sau khi đã rào được tính bằng công thức: $S = x \cdot y = x \cdot \frac{500 - 5x}{2} = \frac{1}{2}(-5x^2 + 500x)$	
		$S = \frac{5}{2}(-x^2 + 100x) = \frac{5}{2}(-x^2 + 2 \cdot 50x - 2500 + 2500)$ $= \frac{5}{2}[2500 - (x - 50)^2] \leq 6250$ Dấu “=” xảy ra khi $x = 50$ Vậy diện tích lớn nhất của đất rào thu được là $6250 \text{ m}^2$ .	0,25

*Lưu ý:*

- Điểm toàn bài lẻ đến 0,25
- Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

Xem thêm: **KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 9**  
<https://thcs.toanmath.com/khao-sat-chat-luong-toan-9>