

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Giới hạn dãy số:
 - + Giới hạn hữu hạn của dãy số, định lý về giới hạn hữu hạn.
 - + Giới hạn vô cực của dãy số.
- Giới hạn hàm số:
 - + Giới hạn hữu hạn của hàm số tại 1 điểm, của hàm số tại vô cực.
 - + Giới hạn vô cực của hàm số.
 - + Giới hạn hàm số dạng vô định.
- Hàm số liên tục:
 - + Hàm số liên tục tại một điểm.
 - + Hàm số liên tục trên một khoảng.
- Đạo hàm và ứng dụng:
 - + Đạo hàm của hàm số thường gặp, đạo hàm của hàm hợp, đạo hàm của hàm số lượng giác.
 - + Ý nghĩa của đạo hàm, viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số.
 - + Đạo hàm cấp 2.
- Vector trong không gian:
 - + Tính chất của vector trong không gian.
 - + Quy tắc trung điểm, trọng tâm, hình bình hành, ba điểm đối với phép cộng, phép trừ vector.
 - + Phân tích một vector theo hai vector.
- Quan hệ vuông góc trong không gian:
 - + Hai đường thẳng vuông góc; đường thẳng vuông góc với mặt phẳng; hai mặt phẳng vuông góc nhau.
 - + Góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng với mặt phẳng; góc giữa hai mặt phẳng.
 - + Khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến một mặt bên; khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau (có quan hệ vuông góc nhau).

II. BÀI TẬP MINH HỌA

A. PHẦN TỰ LUẬN

CHỦ ĐỀ 1. GIỚI HẠN DÃY SỐ, GIỚI HẠN HÀM SỐ VÀ TÍNH LIÊN TỤC CỦA HÀM SỐ

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 2n + 1}{n^2 + 2} & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + 3n + 2}{n^2 + 2n - 3} & \text{c) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 4}{3n^3 - 4n + 1} \\ \text{d) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4^n - 5 \cdot 2^{2n+1}}{3^n + 4^n} & \text{e) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 - n + 1} - 2n). \end{array}$$

Bài 2. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 3x + 1) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x + 2}{x + 1} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x + 3}{x + 2} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3x - 2x}}{x - 1}. \end{array}$$

Bài 3. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 - 2x^2 + x - 3) & \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 4x + 2}{3 - 2x^2} & \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^3 + 2x + 5}{3x^2 + x + 4} \\ \text{d) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 5}}{2x - 1} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x - 1} - x). \end{array}$$

Bài 4. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x - 3}{3 - x} & \text{khi } x \neq 3 \\ 3 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$ tại điểm $x = 3$.

Bài 5. Xét tính liên tục của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+1 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ trên $\mathbb{R}$.

Bài 6. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x > 2 \\ 1-m & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 2$.

Bài 7. Chứng minh rằng:

a) Phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất hai nghiệm;

b) Phương trình $4x^3 - 8x^2 + 1 = 0$ có 3 nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$;

c*) Phương trình $x^5 - 5x^3 + 4x - 1 = 0$ có đúng 5 nghiệm.

CHỦ ĐỀ 2. ĐẠO HÀM CỦA HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

Bài 8. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

- | | | |
|--|----------------------------------|---|
| a) $y = 3x^2 + 4x + \sqrt{x}$ | b) $y = (x^2 + x)(5 - 3x^2)$ | c) $y = \frac{2x^2 - 6x + 5}{2x + 4}$ |
| d) $y = \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{x^4}$ | e) $y = (1 - 2x)^{10}$ | f) $y = \frac{3}{(x^2 + x + 1)^3}$ |
| g) $y = \sqrt{4x^2 + x^5}$ | h) $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ | i) $y = \sin x + \cos x$ |
| j) $y = \tan x - \cos x$ | k) $y = \sin 3x + \cos 2x + x^2$ | l) $y = 2 \sin 2x \cdot \cos 3x$ |
| m) $y = \tan\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ | n) $y = \sin^5 x$ | o) $y = \sin^4\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ |

Bài 9. Giải các bất phương trình sau:

a) $y' \geq 0$ với $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

b) $y' < 0$ với $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

c) $f'(x) > g'(x)$ biết $f(x) = x^3 + x - \sqrt{2}$; $g(x) = 3x^2 + x + \sqrt{2}$.

Bài 10. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $f(x) = 2x^4 - 2x^2 + 3x$

b) $f(x) = \sin x$

c) $f(x) = \cos x$.

Bài 11. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết:

a) Tiếp điểm có hoành độ bằng 2.

b) Tiếp điểm có tung độ bằng 3.

c) Hệ số góc của tiếp tuyến bằng -4 .

d) Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$.

e) Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $\Delta: 4x - y = 0$.

Bài 12. Một chất điểm chuyển động có quy luật: $s(t) = -t^3 + 6t^2 - 9t + 1$ (s tính theo mét, t tính theo giây).

a) Tính vận tốc tức thời của chuyển động trên tại thời điểm $t = 5(s)$.

b) Tính gia tốc tức thời của chuyển động trên tại thời điểm $t = 6(s)$.

c*) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của vận tốc tức thời của chất điểm trong 5 giây đầu.

Bài 13. *Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 1$. Tìm những điểm trên trục tung mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị hàm số đã cho.

Bài 14. *Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Tìm tọa độ hai điểm $A; B$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đã cho sao cho tiếp tuyến của (C) tại $A; B$ song song với nhau và $AB = 4\sqrt{2}$.

CHỦ ĐỀ 3. QUAN HỆ VUÔNG GÓC

Bài 15. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi K là trung điểm của BC .

a) Chứng minh $(SOK) \perp (SBC)$.

b) Tính góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

c) Tính khoảng cách từ O đến (SBC) .

d) Tính khoảng cách giữa AD và SC .

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ; đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$; $ACB = 30^\circ$.

a) Chứng minh rằng $(SAB) \perp (SBC)$.

b) Tính góc giữa SC với (SAB) .

c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) .

d) Tính khoảng cách từ điểm A đến (SBC) .

Bài 17. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a .

a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' với BC .

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB với $B'C$ biết góc giữa $A'B$ với mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

Bài 18. *Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có hình chóp $A'ABD$ là hình chóp đều, $AB = AA' = a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , cạnh a , cạnh $SA \perp (ABCD)$.

Biết $SA = a\sqrt{3}$, $BAD = 120^\circ$.

a) Chứng minh $(SAC) \perp (SBD)$.

b) Tính góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$.

c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$.

d) Tính khoảng cách giữa AB và SC .

e) *Gọi P là điểm bất kì thuộc đoạn thẳng SA . Dựng thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng đi qua P và vuông góc với SA . Tìm vị trí điểm P để diện tích thiết diện thu được bằng một nửa diện tích hình thoi $ABCD$.

B. TRẮC NGHIỆM

MỨC ĐỘ 1, 2: NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

A. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$.

B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

C. $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$.

D. $\left(-\frac{4}{3}\right)^n$.

Câu 2. Dãy số nào sau đây có giới hạn là $+\infty$?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 5n^2}$.

B. $\frac{1 + 2n}{5n + 5n^2}$.

C. $u_n = \frac{1 + n^2}{5n + 5}$.

D. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 5n^3}$.

Câu 3. Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2 \cdot 5^n}$ là

A. $-\frac{5}{2}$.

B. $-\frac{1}{50}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{25}{2}$.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{3n^2 + 2})$ là

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0.

D. 1.

Câu 5. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{2x^3 + 2}$ là

A. $-\infty$.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

- Câu 6.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2+3x}{1-x}$ bằng
- A. $-\infty$. B. 2. C. -3 . D. $+\infty$.
- Câu 7.** Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3-\sqrt{2x+7}}{x^2-1} = -\frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó: $a.b$ bằng
- A. -6 . B. 6. C. -3 . D. 5.
- Câu 8.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4+x^3-2}{2x^3+x}$ bằng
- A. 2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 9.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3+4x+1}{x-4}$. Hàm số đã cho gián đoạn tại điểm
- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=4$. D. $x=0$.
- Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 4 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. Hàm số gián đoạn tại 2. B. Hàm số gián đoạn tại 3.
C. Hàm số chỉ liên tục tại 2. D. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- Câu 11.** Giả sử $u = u(x)$, $v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại các điểm x thuộc khoảng xác định. Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?
- A. $(u+v)' = u' + v'$. B. $(u-v)' = u' - v'$.
C. $(uv)' = u'v + v'u$. D. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v}$.
- Câu 12.** Hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos 5\pi}$ có đạo hàm bằng
- A. 2π . B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. 0.
- Câu 13.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 5$. Phương trình $y' = 0$ có tập nghiệm là
- A. $\{-1; 2\}$. B. $\{-1; 3\}$. C. $\{0; 4\}$. D. $\{1; 2\}$.
- Câu 14.** Cho hàm số $y = \frac{-x^2+2x-3}{x-2}$. Đạo hàm của hàm số là
- A. $-1 - \frac{3}{(x-2)^2}$. B. $1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. C. $-1 + \frac{3}{(x-2)^2}$. D. $1 - \frac{3}{(x-2)^2}$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Giá trị $y'(0)$ bằng
- A. $y'(0) = \frac{1}{2}$. B. $y'(0) = \frac{1}{3}$. C. $y'(0) = 1$. D. $y'(0) = 2$.
- Câu 16.** Hàm số $y = \sin^2 x \cdot \cos x$ có đạo hàm là
- A. $y' = \sin x (3\cos^2 x - 1)$. B. $y' = \sin x (3\cos^2 x + 1)$.
C. $y' = \sin x (\cos^2 x + 1)$. D. $y' = \sin x (\cos^2 x - 1)$.
- Câu 17.** Đạo hàm của $y = (x^5 - 2x^2)^2$ là
- A. $10x^9 - 28x^6 + 16x^3$. B. $10x^9 - 14x^6 + 16x^3$.

C. $10x^9 + 16x^3$.

D. $7x^6 - 6x^3 + 16x$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm của hàm số là

A. $\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. B. $\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. C. $\frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. D. $\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$. B. $\frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. C. $\frac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$. D. $\frac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y = 3\sin 2x + \cos 3x$ là

A. $y' = 3\cos 2x - \sin 3x$. B. $y' = 3\cos 2x + \sin 3x$.
C. $y' = 6\cos 2x - 3\sin 3x$. D. $y' = -6\cos 2x + 3\sin 3x$.

Câu 21. Hàm số $y = -\frac{3}{2}\sin 7x$ có đạo hàm là

A. $-\frac{21}{2}\cos x$. B. $-\frac{21}{2}\cos 7x$. C. $\frac{21}{2}\cos 7x$. D. $\frac{21}{2}\cos x$.

Câu 22. Hàm số $y = \frac{1}{2}\cot x^2$ có đạo hàm là

A. $\frac{-x}{2\sin x^2}$. B. $\frac{x}{\sin^2 x^2}$. C. $\frac{-x}{\sin x^2}$. D. $\frac{-x}{\sin^2 x^2}$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos 2x + x$ là

A. $y' = 4\sin x + \sin 2x + 1$. B. $y' = 4\sin 2x + 1$.
C. $y' = 1$. D. $y' = 4\sin x - 2\sin 2x + 1$.

Câu 24. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2$ (t tính bằng giây; s tính bằng mét). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 18\text{m/s}^2$.
B. Gia tốc của chuyển động khi $t = 4s$ là $a = 9\text{m/s}^2$.
C. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 12\text{m/s}$.
D. Vận tốc của chuyển động khi $t = 3s$ là $v = 24\text{m/s}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của đồ thị với trục hoành là

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 1. D. -2.

Câu 26. Gọi (P) là đồ thị của hàm số $y = 2x^2 - x + 3$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (P) tại điểm $M(1; 4)$ là

A. $y = 3x + 1$. B. $y = 3x - 1$. C. $y = -3x - 1$. D. $y = -3x + 1$.

Câu 27. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^4 + x$. Tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $d: x + 5y = 0$ có phương trình là

A. $y = 5x - 3$. B. $y = 3x - 5$. C. $y = 2x - 3$. D. $y = x + 4$.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 8x + 1$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $\Delta: y = x + 2017$ là

- A. $y = x + 2018$. B. $y = x + 4$.
C. $y = x - 4$; $y = x + 28$. D. $y = x - 2018$.

Câu 29. Tiếp tuyến kẻ từ điểm $A(2;3)$ tới đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{x-1}$ có phương trình là

- A. $y = -28x + 59$; $y = x + 1$. B. $y = -24x + 51$; $y = x + 1$.
C. $y = -28x + 59$. D. $y = -28x + 59$; $y = -24x + 51$.

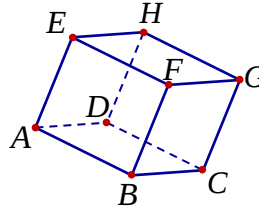
Câu 30. Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5$ là

- A. $f''(x) = 2x + 6$. B. $f''(x) = x^2 + 6x$.
C. $f''(x) = x^2 - 3x - 5$. D. $f''(x) = 2x + 3$.

Câu 31. Hàm số $y = \frac{x}{x-2}$ có đạo hàm cấp hai là

- A. $y'' = 0$. B. $y'' = \frac{1}{(x-2)^2}$. C. $y'' = -\frac{4}{(x-2)^2}$. D. $y'' = \frac{4}{(x-2)^3}$.

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (tham khảo hình vẽ). Tính tổng ba vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ ta được.



- A. $\overrightarrow{AG}$. B. $\overrightarrow{AH}$. C. $\overrightarrow{AF}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 33. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Hãy chỉ ra mệnh đề **sai**?

- A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$. B. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

Câu 34. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích vector $\overrightarrow{B'C'}$ qua các vector $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

- A. $\overrightarrow{B'C'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{B'C'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

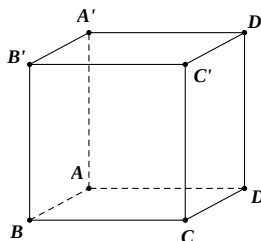
Câu 35. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của BC' . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + 2\vec{c}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$. D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 36. Cho tam giác ABC đều. Giá trị $\sin(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC})$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'D'}$.



A. a^2 .

B. $a\sqrt{2}$.

C. 0.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Hai vectơ $\vec{u}$, $\vec{u}'$ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng d và d' . $d \perp d'$ khi:

A. $\vec{u}$, $\vec{u}'$ cùng phương.

B. $\vec{u} = \vec{u}'$.

C. $\cos(\vec{u}, \vec{u}') = 1$.

D. $\cos(\vec{u}, \vec{u}') = 0$.

Câu 39. Trong không gian, cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng a và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. Có duy nhất một.

B. Có vô số.

C. Có một hoặc vô số.

D. Không có.

Câu 40. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. Hai mặt phẳng vuông góc thì chúng cắt nhau.

B. Hai mặt phẳng cắt nhau thì không vuông góc.

C. Hai mặt phẳng vuông góc thì góc của chúng bằng 90° .D. Hai mặt phẳng có góc bằng 90° thì chúng vuông góc.

Câu 41. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

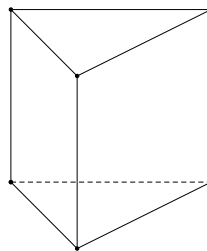
A. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có các cạnh bên vuông góc với các mặt đáy.

B. Hình lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật được gọi là hình hộp chữ nhật.

C. Hình hộp có các cạnh bằng nhau gọi là hình lập phương.

D. Hình lăng trụ đứng có đáy là một đa giác đều được gọi là hình lăng trụ đều.

Câu 42. Tính chất nào sau đây không phải là tính chất của hình lăng trụ đứng?



A. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng vuông góc với nhau.

B. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là những hình chữ nhật.

C. Các cạnh bên của hình lăng trụ đứng bằng nhau và song song với nhau.

D. Hai đáy của hình lăng trụ đứng có các cạnh tương ứng song song và bằng nhau.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Khi đó khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng?

A. $BA \perp (SAC)$.

B. $BA \perp (SBC)$.

C. $BA \perp (SAD)$.

D. $SA \perp (SCD)$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. A là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.B. B là hình chiếu vuông góc của C lên mặt phẳng (SAB) .C. D là hình chiếu vuông góc của C lên mặt phẳng (SAD) .D. A là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (SAB) .

Câu 45. Qua một điểm O cho trước có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (α) cho trước?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 46. Tập hợp các điểm M cách đều hai điểm A và B trong không gian là

A. Đường trung trực của AB .B. Mặt phẳng trung trực của AB .C. Một đường thẳng song song với AB .D. Một mặt phẳng song song với AB .

Câu 47. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai vectơ chỉ phương của chúng có số đo bằng 90° .

- B.** Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai đường thẳng đó có số đo bằng 90^0 .
C. Hai đường thẳng vuông góc nếu tích vô hướng giữa hai vector chỉ phương của chúng bằng 0.
D. Hai đường thẳng vuông góc nếu góc giữa hai vector chỉ phương của chúng có số đo bằng 0^0 .

- Câu 48.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?
A. 30^0 . **B.** 45^0 . **C.** 60^0 . **D.** 90^0 .
- Câu 49.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB \perp (ABCD)$ và đáy là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $AD \perp (SAC)$.
- Câu 50.** Cho hình chóp $S.ABC$ có hai mặt bên (SBC) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) . Tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây **sai**?
A. $SC \perp (ABC)$.
B. Nếu A' là hình chiếu vuông góc của A lên (SBC) thì $A' \in SB$.
C. $(SAC) \perp (ABC)$.
D. $BA \perp (SAC)$.
- Câu 51.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Có bao nhiêu mặt của hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông?
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 52.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng
A. 45^0 . **B.** 60^0 . **C.** 30^0 . **D.** 90^0 .
- Câu 53.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình vuông. Từ A kẻ $AM \perp SB$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $AM \perp (SBD)$. **B.** $AM \perp (SBC)$. **C.** $SB \perp (MAC)$. **D.** $AM \perp (SAD)$.
- Câu 54.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng
A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}}{7}$.
- Câu 55.** Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $2a$. Khoảng cách từ đỉnh S tới mặt phẳng đáy là
A. a . **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $a\sqrt{3}$.
- Câu 56.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy có tâm O và cạnh bằng a , cạnh bên bằng a . Khoảng cách từ O đến (SAD) bằng
A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **D.** a .
- Câu 57.** Cho tứ diện $OABC$, trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$. Khoảng cách giữa OA và BC bằng
A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** a . **D.** $\frac{a}{2}$.
- Câu 58.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Khoảng cách giữa AC' và CD' bằng
A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$.
- Câu 59.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa SM và BC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 60. Cho tứ diện $OABC$ trong đó OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = OB = OC = a$. Gọi I là trung điểm BC . Khoảng cách giữa AI và OC bằng

- A. a . B. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

MỨC ĐỘ 3, 4: VẬN DỤNG - VẬN DỤNG CAO

Câu 61. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ m^2 - 2 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$. Giá trị của m để $f(x)$ liên tục tại $x = 2$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. $-\sqrt{3}$. C. $\pm\sqrt{6}$. D. ± 3 .

Câu 62. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x} & \text{khi } x > 0 \\ 1+3x & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$.
C. Hàm số gián đoạn tại $x = 0$. D. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$.

Câu 63. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & \text{khi } x > 1 \\ x^2 + 3 & \text{khi } x < 1 \\ k^2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Hàm số $f(x)$ gián đoạn tại $x = 1$ khi

- A. $k \neq \pm 2$. B. $k \neq 2$. C. $k \neq -2$. D. $k \neq \pm 1$.

Câu 64. Cho hàm số $y = -\cos x + \sqrt{3} \sin x - 2x - 2021$. Số nghiệm của phương trình $y' = 0$ trong đoạn $[0; 4\pi]$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 65. Giá trị của m để các hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ có $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $m \leq \sqrt{2}$ B. $m \leq 2$ C. $m \leq 0$ D. $m < 0$

Câu 66. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{2 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}$ là

- A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{2 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}}$. B. $y' = \frac{1 + \tan^2\left(x + \frac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}}$.
C. $y' = \frac{1 + \tan^2\left(x + \frac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}} \cdot \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. D. $y' = \frac{1 + \tan^2\left(x + \frac{1}{x}\right)}{2\sqrt{2 + \tan\left(x + \frac{1}{x}\right)}} \cdot \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$.

Câu 67. Cho hàm số $y = 2 - \frac{4}{x}$ có đồ thị (C) . Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: y = -x + 2$ và tiếp xúc với (C) thì phương trình của Δ là

- A. $y = x + 4$. B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = x + 6 \end{cases}$. D. Không tồn tại.

- Câu 68.** Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Có bao nhiêu cặp điểm A, B thuộc (C) mà tiếp tuyến tại đó song song với nhau?
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.
- Câu 69.** Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{x+1}$ biết d cách đều 2 điểm $A(2;4)$ và $B(-4;-2)$.
A. $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$, $y = x+3$, $y = x+1$ **B.** $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$, $y = x+5$, $y = x+4$
C. $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$, $y = x+4$, $y = x+1$ **D.** $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$, $y = x+5$, $y = x+1$
- Câu 70.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?
A. $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{4}$. **C.** $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$. **D.** $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{4}$.
- Câu 71.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Cắt hình lập phương bởi mặt phẳng trung trực của AC' . Diện tích thiết diện là
A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S = a^2$. **C.** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 72.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm của cạnh AB . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng đáy là trung điểm H của CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC) là
A. $\frac{a\sqrt{21}}{4\sqrt{29}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{\sqrt{29}}$. **C.** $\frac{4a\sqrt{21}}{\sqrt{29}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{2\sqrt{29}}$.
- Câu 73.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khoảng cách giữa ($AB'C$) và ($A'DC'$) bằng
A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 74.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{5}$ và $BC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SD và BC bằng
A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $a\sqrt{3}$.
- Câu 75.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng ($ABCD$) là trung điểm của cạnh AB . Gọi K là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường SD và HK theo a .
A. $\frac{3a}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{5}$.
- Câu 76.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a là
A. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$. **B.** $\frac{a\sqrt{42}}{4}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{42}}{8}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{42}}{4}$.
- Câu 77.** Cho hình chóp $S.ABC$ tam giác ABC vuông tại B , $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác SAB đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC là

A. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$. B. $\frac{2a\sqrt{11}}{11}$. C. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{33}}{11}$.

Câu 78. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4a$; $BC = 3a$, gọi I là trung điểm của AB , hai mặt phẳng (SIC) và (SIB) cùng vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a là

A. $\frac{12a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{3a\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AD , góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM là

A. $\frac{a\sqrt{285}}{9}$. B. $\frac{3a\sqrt{285}}{19}$. C. $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. D. $\frac{2a\sqrt{285}}{9}$.

Câu 80. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, tam giác SAB cân tại đỉnh S nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Khoảng cách AB và SD là

A. $\frac{a\sqrt{177}}{59}$. B. $\frac{6a\sqrt{177}}{59}$. C. $\frac{2a\sqrt{177}}{59}$. D. $\frac{3a\sqrt{177}}{59}$.

-----HẾT-----