



A. NỘI DUNG:

1. Phân thức đại số, phân thức bằng nhau, điều kiện xác định của phân một phân thức, giá trị của phân thức, tính chất cơ bản của phân thức đại số.
2. Các phép biến đổi, phép tính về phân thức đại số như: Rút gọn phân thức đại số, quy đồng mẫu nhiều phân thức, cộng, trừ, nhân, chia phân thức đại số.
3. Hai tam giác đồng dạng, ba trường hợp đồng dạng của hai tam giác, định lí Pythagore.

B. MỘT SỐ BÀI TẬP THAM KHẢO

ĐẠI SỐ

Bài 1. Rút gọn phân thức:

a) $\frac{3x(1-x)}{2(x-1)}$

b) $\frac{3(x-y)(x-z)^2}{6(x-y)(x-z)}$

c) $\frac{x^2-16}{4x-x^2} (x \neq 0, x \neq 4)$

Bài 2. Rút gọn, rồi tính giá trị các phân thức sau:

a) $A = \frac{(2x^2+2x)(x-2)^2}{(x^3-4x)(x+1)}$ với $x = \frac{1}{2}$

b) $B = \frac{x^3-x^2y+xy^2}{x^3+y^3}$ với $x = -5, y = 10$

Bài 3. Thực hiện các phép tính

a) $\frac{1}{1-x} + \frac{2x}{x^2-1}$

b) $\frac{3}{2x+6} - \frac{x-6}{2x^2+6x}$

c) $\frac{1}{xy-x^2} - \frac{1}{y^2-xy}$

d) $\frac{5x+10}{4x-8} \cdot \frac{4-2x}{x+2}$

e) $\frac{1-4x^2}{x^2+4x} : \frac{2-4x}{3x}$

f) $\frac{5x-15}{4x+4} : \frac{x^2-9}{x^2+2x+1}$

g) $\frac{2x}{x^2+2xy} + \frac{y}{xy-2y^2} + \frac{4}{x^2-4y^2}$

h) $\left(\frac{3x}{1-3x} + \frac{2x}{3x+1} \right) : \frac{6x^2+10x}{1-6x+9x^2}$

Bài 4. Cho phân thức: $A = \frac{2x-1}{x^2-x}$

a. Tìm điều kiện để giá trị của phân thức A được xác định.

b. Tính giá trị của phân thức khi $x = 0$ và khi $x = 3$.

Bài 6. Cho biểu thức $A = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$ với $(x \neq -3, x \neq 3)$

a. Rút gọn A

b. Tìm x để $A = 4$

c. Tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{x^2+x-6} + \frac{1}{2-x}$

a. Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.

b. Rút gọn A.

c. Tìm x để $A = \frac{-3}{4}$

d. Tính giá trị của biểu thức A khi $x^2 - 9 = 0$

e. Tìm x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 8. Cho biểu thức $A = \frac{x}{2x-4} - \frac{x-2}{2x+4} + \frac{8}{x^2-4}$

a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = -4$.

c. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 9. Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{x-3} - \frac{x+1}{x+3} + \frac{3x-3}{9-x^2}$ và $B = \frac{x+1}{x-3}$ (với $x \neq \pm 3$)

a. Tính giá trị của B biết $|x-4|=1$

b. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm x để $M = 5$, biết $M = B : A$

d. Tìm giá trị nguyên của x để N có giá trị nguyên, biết $N = B - A$

Bài 10. Cho 2 biểu thức

$P = \frac{x+3}{x-2}$ và $Q = \frac{x-1}{x+2} + \frac{5x-2}{x^2-4}$ với $x > 0$; $x \neq \pm 2$

a. Tính giá trị của biểu thức P khi $x = -3$

b. Chứng minh : $Q = \frac{x}{x-2}$

c. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{Q}{P}$ có giá trị nguyên.

Bài 11: Công ty da giày Hải Phòng nhận sản xuất 10000 đôi giày cho một đối tác nước ngoài với thời hạn là x ngày. Do cải tiến kĩ thuật, công ty không những hoàn thành trước kế hoạch đề ra một ngày mà còn sản xuất thêm được 200 đôi giày.

a) Hãy biểu diễn qua x:

i) Số lượng đôi giày công ty phải sản xuất trong một ngày theo kế hoạch.

ii) Số lượng đôi giày thực tế công ty đã sản xuất được trong một ngày.

iii) Số lượng đôi giày làm thêm trong một ngày.

b) Tính số lượng đôi giày mà công ty làm thêm trong một ngày với $x = 25$.

Bài 12: Một tàu thủy du lịch đi từ Hà Nội tới Việt Trì, sau đó nó nghỉ lại tại Việt Trì 2 giờ trước khi quay trở lại Hà Nội. Quãng đường từ Hà Nội tới Việt Trì là 70 km. Vận tốc của dòng nước là 5 km/h. Gọi vận tốc thực của tàu là x km/h.

a) Hãy biểu diễn:

i) Thời gian tàu đi ngược dòng từ Hà Nội tới Việt Trì.

ii) Thời gian tàu đi xuôi dòng từ Việt Trì tới Hà Nội.

iii) Thời gian kể từ lúc tàu xuất phát đến khi tàu quay trở về Hà Nội.

b) Tính thời gian kể từ lúc xuất phát đến khi tàu về tới Hà Nội, biết rằng vận tốc lúc ngược dòng của tàu là 20 km/h.

Bài 13. Để hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 150 cây xanh. Khi bắt đầu thực hiện, chi đoàn được tăng cường thêm 3 đoàn viên. Gọi x là số đoàn viên ban đầu của chi đoàn và giả sử số cây mỗi đoàn viên trồng là như nhau. Viết phân thức biểu thị theo x :

- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định;
- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế;
- Số cây mỗi đoàn viên trồng theo dự định nhiều hơn số cây mỗi đoàn viên trồng theo thực tế.

Bài 14. Một xí nghiệp theo kế hoạch cần phải sản xuất 120 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do cải tiến kĩ thuật nên xí nghiệp đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn quy định 1 ngày và làm thêm được 5 tấn hàng. Gọi x là số ngày xí nghiệp cần làm theo quy định. Viết phân thức biểu thị theo x :

- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định;
- Số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế;
- Tỉ số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày trên thực tế và số tấn hàng xí nghiệp làm trong 1 ngày theo dự định.

Bài 15* . a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2x^2 - 4x + 7}{x^2 - 2x + 2}$.

b) Cho x, y, z đôi một khác nhau thỏa mãn: $\frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x} = 2024$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{y^2}{x+y} + \frac{z^2}{y+z} + \frac{x^2}{z+x} - 2023$$

HÌNH HỌC

Bài 1. Cho góc xAy . Trên tia Ax lấy 2 điểm B và C sao cho $AB = 8\text{cm}$, $AC = 15\text{cm}$. Trên tia Ay lấy 2 điểm D và E sao cho $AD = 10\text{cm}$, $AE = 12\text{cm}$.

- CMR: $\triangle ABE$ và $\triangle ADC$ đồng dạng, tính tỉ số đồng dạng
- CMR: $AB \cdot DC = AD \cdot BE$;
- Tính DC , biết $BE = 10\text{cm}$;
- Gọi I là giao điểm của BE và CD . CMR: $IB \cdot IE = ID \cdot IC$.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại B , đường cao BH . Cho $AB = 15\text{cm}$, $BC = 20\text{cm}$.

- Chứng minh: $\triangle CHB \sim \triangle CBA$, tính tỉ số đồng dạng.
- Tính độ dài BH .
- Chứng minh: $AB^2 = AH \cdot AC$

Bài 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB > AC$. M là một điểm tùy ý trên cạnh BC . Qua M kẻ tia Mx vuông góc với BC , cắt đoạn thẳng AB tại I , cắt tia CA tại D .

- Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle MDC$;
- Tính CD và MD nếu $AB = 8\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$ và $CM = \frac{3}{5}CB$;
- Chứng minh $BI \cdot BA = BM \cdot BC$;
- Gọi K là giao điểm của CI và BD . Chứng minh $BI \cdot BA + CI \cdot CK$ không phụ thuộc vào vị trí của điểm M .

Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH

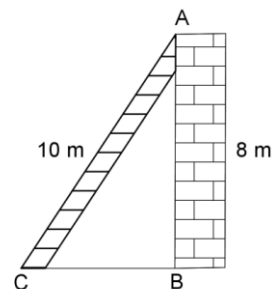
- Chứng minh rằng: $\triangle ABC \sim \triangle HBA$
- Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AB , từ B kẻ đường thẳng vuông góc với BC cắt MN

kéo dài tại I . Chứng minh rằng: $MN \parallel AC$ và $IB^2 = IM.IN$.

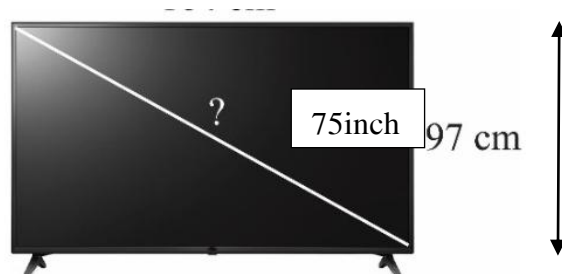
c) Gọi O là giao điểm của IC và AH. Chứng minh O là trung điểm của AH.

Bài 5. Một cột cờ có bóng trên mặt đất dài $8,4m$. Tại cùng một thời Điểm, một chiếc cọc cao $0,8m$ có bóng trên mặt đất dài $1,2m$. Tính chiều cao của cột cờ (tại cùng một thời điểm, tia sáng mặt trời tạo với cột cờ và chiếc cọc hai góc bằng nhau).

Bài 6. Cần đặt chân chiếc thang dài $10m$ cách chân bức tường một khoảng bao nhiêu mét để đỉnh thang chạm đỉnh tường (như hình vẽ)? Biết chiều cao của bức tường là $8m$.

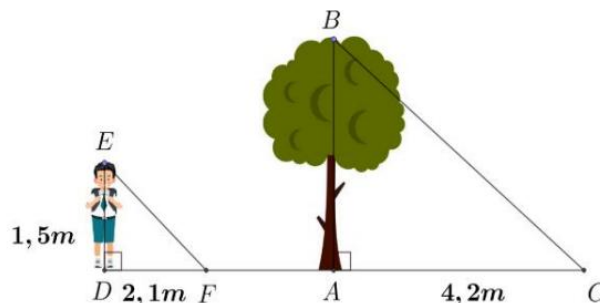


Bài 7. Bác Toàn muốn mua một chiếc ti vi 75 inch (đây là độ dài đường chéo của màn hình chiếc Tivi và $1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$), biết chiều cao của màn hình là 97 cm . Hỏi nếu khoảng trống đặt ti vi có bề ngang là 150 cm thì có thể đặt chiếc ti vi này vào đó không? Vì sao?



Bài 8. Bạn Hoàng cao $1,5 \text{ mét}$ có bóng trên mặt đất dài $2,1 \text{ mét}$. Cùng lúc ấy, một cái cây gần đó có bóng trên mặt đất dài $4,2 \text{ mét}$. Tính chiều cao của cây.

(Chú ý: Tại cùng một thời điểm các tia sáng chiếu song song với nhau nên góc tạo bởi các tia sáng với phương thẳng đứng là bằng nhau).



Bài 9. Với số liệu được ghi trên hình vẽ bên, tính khoảng cách CD từ con tàu đến trạm quan trắc đặt tại điểm C

