

Họ tên học sinh:.....; Số báo danh:.....

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho cặp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cặp số nhân đã cho là

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-3		$+\infty$

Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

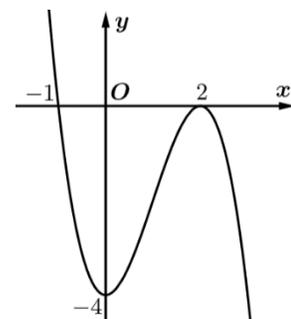
- A. 1. B. -3 . C. 4. D. 2.

Câu 3. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó $N(t)$ là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị: trăm người) tại thời điểm t (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào (đơn vị: tuần)?

- A. $(0; 10)$. B. $(0; 8)$. C. $(8; 10)$. D. $(8; 12)$.

Câu 4. Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
B. $y = x^3 - 4$.
C. $y = x^2 - 4$.
D. $y = -x^2 - 4$.



Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

- A. $x^2 + C$. B. $x^2 + 6x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $2x^2 + 6x + C$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 7. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 6$

B. $S = 7$.

C. $S = 8$.

D. $S = 9$.

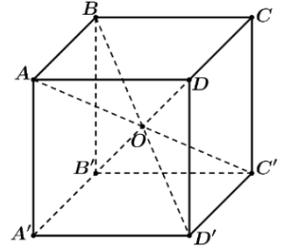
Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{OA} + \vec{OA'} = \vec{0}$.

B. $\vec{OA} + \vec{OC'} = \vec{0}$.

C. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$.

D. $\vec{OA} + \vec{OD} = \vec{0}$.



Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $(-2; -1; -3)$.

B. $(-3; 2; -1)$.

C. $(2; -3; -1)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 10. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là

A. [40; 60).

B. [20; 40).

C. [60; 80).

D. [80; 100).

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 2 = 0$

. Gọi φ là góc giữa Δ và (P) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{5}{9}$.

B. $\sin \varphi = \frac{7}{9}$.

C. $\sin \varphi = \frac{1}{9}$.

D. $\sin \varphi = \frac{1}{3}$.

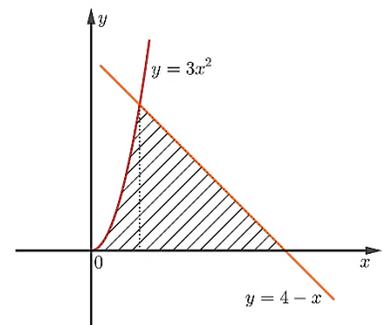
Câu 12. Gọi (H) là phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{11}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{13}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.



PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+			-
y		$+\infty$	0	

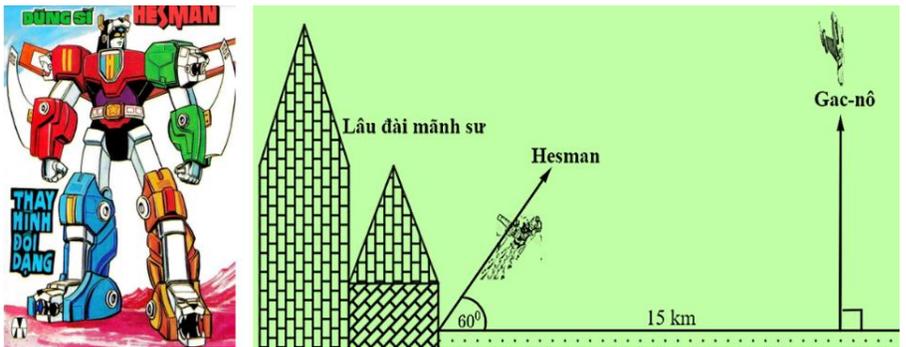
- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = 1$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận ngang.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận xiên.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có tất cả bốn đường tiệm cận.

Câu 2. Dũng sĩ Hesman là một robot khổng lồ do năm con robot mãnh sư ghép lại mà thành. Cùng với thanh gươm ánh sáng vô cùng lợi hại, Hesman đã giúp đỡ các bạn của mình chống lại các thế lực xấu nhằm bảo vệ hòa bình cho vũ trụ và hành tinh Arus xinh đẹp. **Tác giả: Hùng Lâm (1956-2025).**

Một trong những thế lực ấy chính là tên người đá Gác-nô, sau khi chống phá các bạn không thành, hắn trở lại phi thuyền và bay thẳng lên bầu trời hòng trốn thoát với vận tốc $v = 2t$ (km/phút) trong 8 phút liên tiếp, từ phút thứ 9 trở đi Gác-nô chuyển động thẳng đều.

Khi ấy từ lâu đài Mãnh sư, Hesman và các bạn cũng phát hiện ra điều này, mọi người tức tốc vào buồng lái và khởi động để Hesman

bay thẳng về phía Gác-nô, hợp với phương ngang một góc 60° (tham khảo hình vẽ) với gia tốc 3 km/phút^2 . Biết rằng Hesman xuất phát sau Gác-nô 3 phút và khoảng cách



hai vị trí xuất phát bằng 15 km . Ta xem các đường bay của Hesman và Gác-nô là đồng phẳng.

- a) Sau 4 phút kể từ khi xuất phát, Hesman ở vị trí A cách mặt đất 12 km .
- b) Sau 15 phút kể từ khi bỏ trốn, Gác-nô bay được đoạn đường 176 km .
- c) Khi Hesman đến vị trí A thì Hesman còn cách vị trí Gác-nô 30 km (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Tại vị trí A, Kíp cùng các bạn quyết định cho Hesman chỉnh hướng bay về phía Gác-nô với gia tốc $a \text{ km/phút}^2$ và dự kiến sau đúng 20 phút sẽ bắt kịp Gác-nô, khi đó $a \in (0,5; 0,6)$.

Câu 3. Trong một live show âm nhạc có ca sĩ Mỹ Tâm tham gia, nhiều fan hâm mộ đã tỏ ra lo ngại rằng ban tổ chức có thể hủy show với một vài lý do khác nhau. Những lo ngại này là đúng vì có đến 0,302 khả năng show diễn sẽ bị hủy. Nếu vé bán hết thì chắc chắn live show sẽ diễn ra.

Nếu trời mưa thì ban tổ chức không thể bán hết vé, khi đó khả năng hủy show là 50%.

Nếu trời không mưa thì khả năng vé được bán hết là 90%; trong trường hợp còn vé thì khả năng hủy show là 5%.

a) Nếu vé chưa được bán hết khi trời không mưa thì xác suất để show vẫn diễn ra bằng 0,95.

b) Xác suất để trời mưa bằng 0,55.

c) Xác suất để ban tổ chức không bán hết vé bằng 0,64.

d) Sau cùng thì show của Mỹ Tâm cũng đã diễn ra, xác suất hôm đó trời mưa bằng 0,43 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 4. Vào **rạng sáng ngày 1/1/2025**, hệ thống phòng thủ hành tinh phát hiện một thiên thạch lớn có tên là 2025-XH3 đang di chuyển từ vị trí

$A(-60; -45; -10)$ hướng đến vị trí

$B(-20; -15; 0)$ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$

thích hợp (đơn vị: nghìn km).

Các nhà khoa học từ Trái Đất cho rằng thiên thạch

chuyển động thẳng đều và sẽ đến vị trí B vào **rạng sáng ngày 19/1/2025**.

Giả sử bề mặt Trái Đất được mô hình hóa là một mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2$.

a) Phương trình thể hiện đường đi của thiên thạch là $d : \begin{cases} x = -60 + 4t \\ y = -45 + 3t \\ z = -10 + 2t \end{cases}$.

b) Nếu không có gì thay đổi thì thiên thạch sẽ va vào Trái Đất.

c) Vị trí va chạm dự kiến giữa thiên thạch và Trái Đất cách điểm A một khoảng 71,4 nghìn km (làm tròn đến hàng phần chục).

d) Trong tình thế cấp bách ấy, các nhà khoa học đã quyết định phóng một tên lửa từ vị trí E thuộc mặt đất đi thẳng về phía thiên thạch để làm thay đổi quỹ đạo của nó, BE là tiếp tuyến của mặt cầu (Trái Đất). Tốc độ của tên lửa là 2,5 nghìn $km/ngày$; dự kiến tên lửa sẽ va chạm với thiên thạch tại vị trí B ; vì vậy họ phải phóng tên lửa vào **ngày 11/1/2025**.

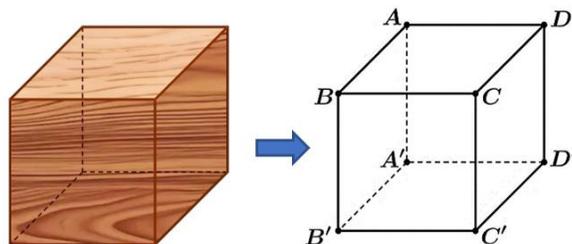


PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$; trong đó: a, b là các số thực và thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và không ngừng tăng lên với tốc độ 12 tế bào/giờ. Số lượng của quần thể nấm này tại thời điểm $t = 8$ giờ là bao nhiêu tế bào (làm tròn đến hàng đơn vị)?



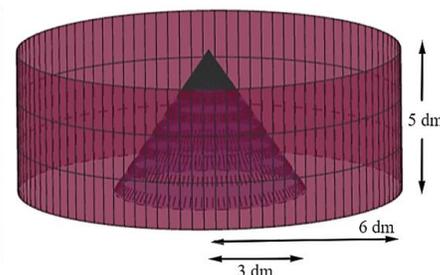
Câu 2. Một khối gỗ có dạng lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông cạnh 2 dm . Tính khoảng cách từ vị trí C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ của khối gỗ đó theo đơn vị dm , làm tròn đến hàng phần trăm.



Câu 3. Một cửa hàng bán lẻ bán được 2500 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, họ phải đặt hàng từ nhà máy sản xuất tivi nhiều lần trong năm, mỗi lần đặt hàng với số lượng tivi như nhau. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về thì cửa hàng chỉ trưng bày được một nửa số tivi đó, một nửa còn lại phải lưu vào kho; chi phí gửi trong kho là 10 \$ cho một cái tivi và chỉ tính cho một lần nhập hàng trong năm. Chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng là 20 \$, ngoài ra cửa hàng phải trả thêm 9 \$ cho mỗi tivi. Hỏi mỗi lần đặt hàng trong năm thì cửa hàng cần đặt bao nhiêu tivi để chi phí mà cửa hàng phải trả là nhỏ nhất?

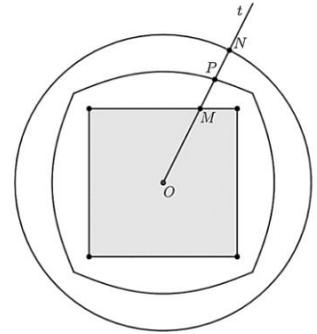
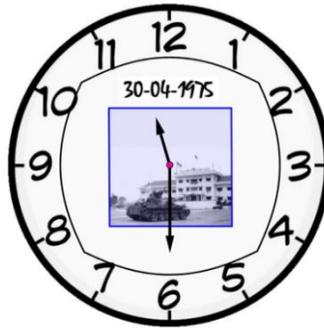


Câu 4. Một bể cá hình trụ thủy tinh có bán kính đáy bằng 6 dm , chiều cao bằng 5 dm ; bên trong bể cá người ta đặt một vật trang trí là khối nón đặc (đỉnh hình nón sẽ được bố trí vòi bơm nước cho bể cá), đáy hình nón có bán kính bằng 3 dm và có tâm trùng với đáy hình trụ, chiều cao hình nón bằng với chiều cao hình trụ. Người ta bơm nước vào bể với tốc độ $0,5 \text{ lít/phút}$; đến phút thứ 40 thì tốc độ dâng lên của nước là **bao nhiêu cm/phút** (làm tròn đến hàng phần trăm)?

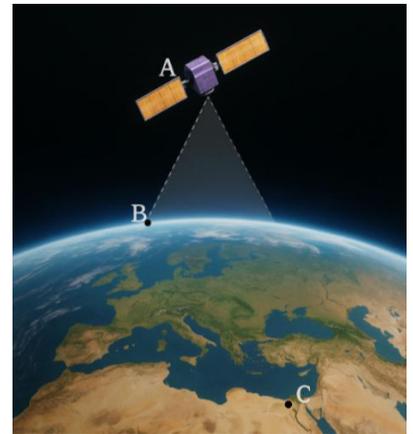


Câu 5. Trong một cuộc thi sáng tạo các chủ đề liên quan đến **Kỷ niệm 50 năm ngày miền Nam hoàn toàn giải phóng, tại hệ thống trường Nguyễn Khuyến-Lê Thánh Tông**, một em học sinh đến từ lớp 12B1 đã đạt giải đặc biệt với một thiết kế vô cùng độc đáo. Em học sinh này đã thiết kế bề mặt của một chiếc đồng hồ treo tường bằng sự **kết hợp giữa lịch sử, mỹ thuật và toán học**.

- Phần trong của mặt đồng hồ là hình vuông có cạnh bằng 2 dm , nơi đây lưu giữ **hình ảnh của chiếc xe tăng 390 của bộ đội Việt Nam tiến vào dinh độc lập**.
- Phần ngoài của mặt đồng hồ là đường tròn có bán kính bằng 2 dm .
- Đường cong trung gian có tên (L) là tập hợp tất cả điểm P sao cho nếu kẻ tia Ot bất kỳ cắt hình vuông và đường tròn lần lượt tại M, N thì P là trung điểm MN (O là tâm đường tròn). Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L) theo đơn vị dm^2 và làm tròn đến hàng phần trăm.



Câu 6. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể bất kỳ trong không gian. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, một vệ tinh đang ở vị trí tọa độ $A(-1; -3; -5)$ thường xuyên truyền tín hiệu đến các trạm thu ở các vị trí $B(-1; 1; -1)$ và $C(1; -1; -1)$ trên mặt đất. Biết rằng mặt đất được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Người ta xác định được tọa độ điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài $MA+MB+MC$ bé nhất. Tính giá trị $a+b+c$ và làm tròn đến hàng phần chục.



HẾT

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 0512

PHẦN I				PHẦN II				PHẦN III			
1B	2A	3B	4A	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 1	99	Câu 4	0,06
5B	6B	7B	8B	Sai	Sai	Đúng	Sai	Câu 2	1,41	Câu 5	7,67
				Đúng	Đúng	Sai	Đúng				
9D	10B	11B	12A	Đúng	Sai	Đúng	Đúng	Câu 3	100	Câu 6	-2,1
				Sai	Đúng	Đúng	Sai				

ĐÁP ÁN MÃ ĐỀ 0739

PHẦN I				PHẦN II				PHẦN III			
1A	2D	3B	4A	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 1	100	Câu 4	0,06
5B	6B	7C	8B	Sai	Sai	Đúng	Sai	Câu 2	1,41	Câu 5	7,67
				Đúng	Đúng	Sai	Đúng				
9B	10A	11B	12C	Đúng	Đúng	Đúng	Sai	Câu 3	99	Câu 6	-2,1
				Sai	Sai	Đúng	Đúng				

ĐỀ SỐ	ĐỀ THI THỬ KÌ THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA 2025
15	

Môn: Toán; khối: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A. $q = \frac{1}{2}$.

B. $q = 2$.

C. $q = -2$.

D. $q = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	4	-3	$+\infty$

Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 1.

B. -3 .

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số, ta có $y_{CB} = y(-2) = 4$; $y_{CT} = y(3) = -3$.

Do đó $y_{CB} + y_{CT} = 4 + (-3) = 1$.

Câu 3. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó $N(t)$ là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị: trăm người) tại thời điểm t (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào (đơn vị: tuần)?

A. $(0; 10)$.

B. $(0; 8)$.

C. $(8; 10)$.

D. $(8; 12)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $N'(t) = -3t^2 + 24t$; $N'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

Dựa vào bảng biến thiên ta có số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng $(0; 8)$ (tuần).

t	0	8	12
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$			

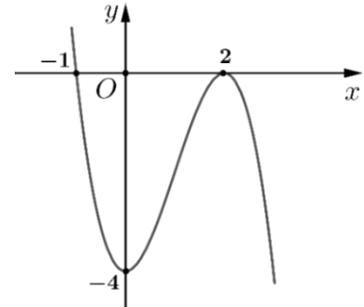
Câu 4. Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

B. $y = x^3 - 4.$

C. $y = x^2 - 4.$

D. $y = -x^2 - 4.$



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số trong hình là đồ thị của một hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Dựa vào đồ thị hàm số ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A. $x^2 + C.$

B. $x^2 + 6x + C.$

C. $2x^2 + C.$

D. $2x^2 + 6x + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x) dx = \int (2x + 6) dx = x^2 + 6x + C.$

Câu 6. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 6$

B. $S = 7.$

C. $S = 8.$

D. $S = 9.$

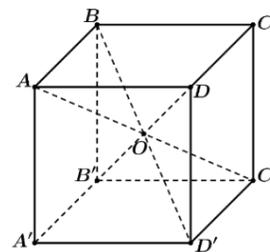
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \left(x + 2 \ln|x|\right) \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 7.$

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?



- A. $\vec{OA} + \vec{OA'} = \vec{0}$.
- B. $\vec{OA} + \vec{OC'} = \vec{0}$.**
- C. $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$.
- D. $\vec{OA} + \vec{OD} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì O là trung điểm của AC' nên $\vec{OA} + \vec{OC'} = \vec{0}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của \vec{a} là

- A. $(-2; -1; -3)$.
- B. $(-3; 2; -1)$.
- C. $(2; -3; -1)$.
- D. $(-1; 2; -3)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.
- B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 0 \end{cases}$.**
- C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.
- D. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có Oy đi qua điểm $M(0; 2; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình

$$\text{tham số là } \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 0 \end{cases}$$

Câu 10. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là

- A. [40; 60).
- B. [20; 40).**
- C. [60; 80).
- D. [80; 100).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $n = 42$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $Q_1 = x_{11} \in [20; 40)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z+2=0$. Gọi φ là góc giữa Δ và (P) . Tính $\sin \varphi$.

A. $\sin \varphi = \frac{5}{9}$.

B. $\sin \varphi = \frac{7}{9}$.

C. $\sin \varphi = \frac{1}{9}$.

D. $\sin \varphi = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -2)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

Khi đó ta có $\sin(\Delta; (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{7}{9}$.

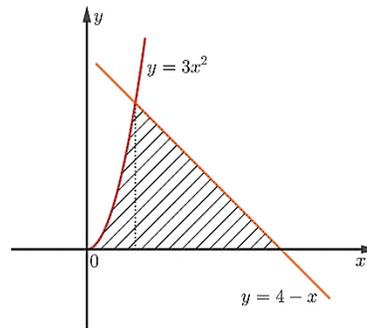
Câu 12. Gọi (H) là phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{11}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{13}{2}$.

D. $\frac{7}{2}$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số $y = 3x^2$, $y = 4 - x$ là:

$3x^2 = 4 - x \Leftrightarrow x = 1$ hay $x = -\frac{4}{3}$ (loại).

Diện tích của (H) bằng $S = \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^4 (4 - x) dx = \frac{11}{2}$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$+$		$-$	
y		$+\infty$	0	-2

Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

Đúng

Sai

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = 1$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận ngang.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận xiên.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+1}$ có tất cả bốn đường tiệm cận.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Mệnh đề đúng.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang $y = \pm 2$.

c) Mệnh đề đúng.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ nên đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có đường tiệm cận xiên.

d) Mệnh đề sai.

Đặt $g(x) = \frac{1}{f(x)+1}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ (vì $f(x) \rightarrow 2$); $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{1}{-2+1} = -1$ (vì $f(x) \rightarrow -2$).

Vì vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ có hai tiệm cận ngang $y = \frac{1}{3}$; $y = -1$.

Xét $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$. Phương trình này có một nghiệm thuộc khoảng $(1; +\infty)$.

Do đó đồ thị hàm số $y = g(x)$ có một tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số $y = g(x)$ có tất cả ba đường tiệm cận.

Câu 14. Trong một live show âm nhạc có ca sĩ Mỹ Tâm tham gia, nhiều fan hâm mộ đã tỏ ra lo ngại rằng ban tổ chức có thể hủy show với một vài lý do khác nhau. Những lo ngại này là đúng vì có đến 0,302 khả năng show diễn sẽ bị hủy.

Nếu vé bán hết thì chắc chắn live show sẽ diễn ra.

Nếu trời mưa thì ban tổ chức không thể bán hết vé, khi đó khả năng hủy show là 50%.

Nếu trời không mưa thì khả năng vé được bán hết là 90%; trong trường hợp còn vé thì khả năng hủy show là 5%.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Nếu vé chưa được bán hết khi trời không mưa thì xác suất để show vẫn diễn ra bằng 0,95.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Xác suất để trời mưa bằng 0,55.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Xác suất để ban tổ chức không bán hết vé bằng 0,64.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Sau cùng thì show của Mỹ Tâm cũng đã diễn ra, xác suất hôm đó trời mưa bằng 0,43 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

--	--

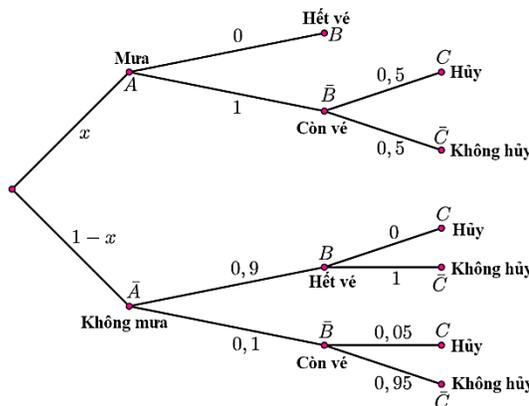
Hướng dẫn giải

a) **Mệnh đề đúng.**

Nếu vé chưa được bán hết khi trời không mưa thì xác suất để show vẫn diễn ra bằng $1 - 0,05 = 0,95$.

b) **Mệnh đề sai.**

Gọi A là biến cố: “Trời mưa”, B là biến cố: “Vé được bán hết”, C là biến cố: “Show bị hủy”. Đặt $P(A) = x \in (0; 1)$ là xác suất để trời mưa, ta có sơ đồ hình cây bên cạnh.



đồ hình cây bên cạnh.

Khi đó

$$P(C) = x \cdot 1 \cdot 0,5 + (1-x) \cdot 0,9 \cdot 0 + (1-x) \cdot 0,1 \cdot 0,05 = 0,302 \Rightarrow x = 0,6 \text{ hay } P(A) = 0,6.$$

c) **Mệnh đề đúng.**

Ta có: $P(\bar{B}) = \underbrace{x \cdot 1 + (1-x) \cdot 0,1}_{x=0,6} = 0,64$.

d) **Mệnh đề đúng.**

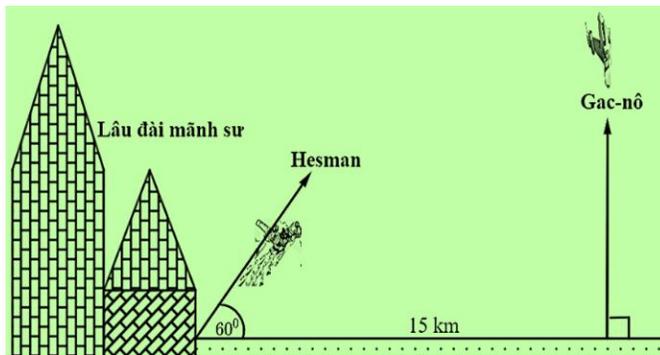
Ta có: $P(\bar{C}) = 1 - 0,302 = 0,698$; $P(A|\bar{C}) = \frac{P(A\bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,6 \cdot 1 \cdot 0,5}{0,698} = \frac{150}{349} \approx \boxed{0,43}$.

Câu 15. Dũng sĩ Hesman (Tác giả: Hùng Lân (1956-2025)) là một robot khổng lồ do năm con robot mãnh sư ghép lại mà thành. Cùng với thanh gươm ánh sáng vô cùng lợi hại, Hesman đã giúp đỡ các bạn của mình chống lại các thế lực xấu nhằm bảo vệ hòa bình cho vũ trụ và hành tinh Arus xinh đẹp.

Một trong những thế lực ấy chính là tên người đá Gac-nô, sau khi chống phá các bạn không thành, hắn trở lại phi thuyền và bay thẳng lên bầu trời hòng trốn thoát với vận tốc $v_1 = 2t$ (km/phút) trong 8 phút liên tiếp, từ phút thứ 9 trở đi Gac-nô chuyển động thẳng đều.

Khi ấy từ lâu đài Mãnh sư, Hesman và các bạn cũng phát hiện ra điều này, mọi người tức tốc vào buồng lái và khởi động để Hesman bay thẳng về phía Gac-nô, hợp với phương ngang một

góc 60° (tham khảo hình vẽ) với gia tốc $3 \text{ km} / \text{phút}^2$. Biết rằng Hesman xuất phát sau Gac-nô 3 phút và khoảng cách hai vị trí xuất phát bằng 15 km . Ta xem các đường bay của Hesman và Gac-nô là đồng phẳng.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

Đúng	Sai
-------------	------------

ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

a) Sau 4 phút kể từ khi xuất phát, Hesman ở vị trí A cách mặt đất 12 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Sau 15 phút kể từ khi bỏ trốn, Gac-nô bay được đoạn đường 176 km.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Khi Hesman đến vị trí A thì Hesman còn cách vị trí Gac-nô 30 km (làm tròn đến hàng đơn vị).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Tại vị trí A, Kip cùng các bạn quyết định cho Hesman chỉnh hướng bay về phía Gac-nô với gia tốc $a \text{ km/phút}^2$ và dự kiến sau đúng 20 phút sẽ bắt kịp Gac-nô, khi đó $a \in (0,5; 0,6)$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hướng dẫn giải

Xét hình vẽ với các điểm như sau.

a) Mệnh đề sai.

Sau 4 phút kể từ khi xuất phát, Hesman bay được đoạn đường

$$OA = s_2(4) = \int_0^4 3t dt = 24 \text{ km}.$$

Khoảng cách Hesman với mặt đất khi đó là

$$AH = OA \cdot \sin 60^\circ = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ km}.$$

b) Mệnh đề đúng.

Vị trí Gac-nô sau 15 phút bay là $s_1(15) = \int_0^8 2t dt + 7 \cdot 16 = 176 \text{ km}$.

c) Mệnh đề sai.

Khi Hesman đến A, Hesman bay được 4 phút còn Gac-nô bay được 7 phút.

Ta có: $OH = 12 \text{ km}$; $s_2(7) = \int_0^7 2t dt = 49 \text{ km}$; $AC = \sqrt{3^2 + (49 - 12\sqrt{3})^2} \approx 28 \text{ km}$.

d) Mệnh đề đúng.

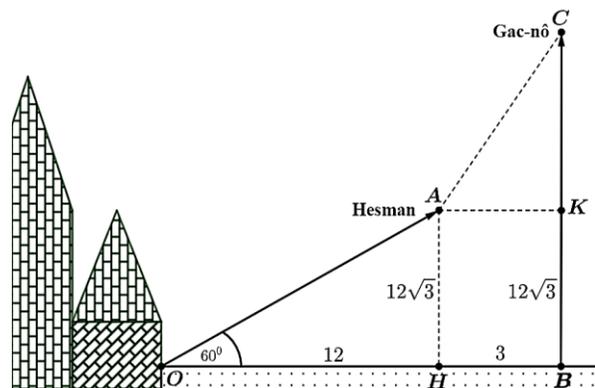
Khi Hesman bay được 24 phút thì Gac-nô bay được 27 phút.

Ta có: $BC = s_1(27) = \int_0^8 2t dt + 19 \cdot 16 = 368 \text{ km}$; $CK = BC - BK = 368 - 12\sqrt{3} \text{ km}$.

Khoảng cách Hesman cần phải chinh phục: $AC = \sqrt{AK^2 + CK^2} \approx 347,23 \text{ km}$ (lưu vào A).

Khi đó $\int_0^{20} (at + 12) dt = AC \Rightarrow a \cdot \int_0^{20} t dt + \int_0^{20} 12 dt = AC$ ($AC \approx 347,23$).

Ta tính được $a \approx 0,54 \in (0,5; 0,6)$.



ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Câu 16. Vào rạng sáng ngày 1/1/2025, hệ thống phòng thủ hành tinh phát hiện một thiên thạch lớn có tên 2025-XH3 đang di chuyển từ vị trí $A(-60; -45; -10)$ hướng đến vị trí $B(-20; -15; 0)$ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp (đơn vị: nghìn km).

Các nhà khoa học từ Trái Đất cho rằng thiên thạch chuyển động thẳng đều và sẽ đến vị trí B vào rạng sáng ngày 19/1/2025.

Giả sử bề mặt Trái Đất được mô hình hóa là một mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 6,4^2$.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:	Đúng	Sai
a) Phương trình thể hiện đường đi của thiên thạch là $d : \begin{cases} x = -60 + 4t \\ y = -45 + 3t \\ z = -10 + 2t \end{cases}$.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) Nếu không có gì thay đổi thì thiên thạch sẽ va vào Trái Đất.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) Vị trí va chạm dự kiến giữa thiên thạch và Trái Đất cách điểm A một khoảng 71,4 nghìn km (làm tròn đến hàng phần chục).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) Trong tình thế cấp bách ấy, các nhà khoa học đã quyết định phóng một tên lửa từ vị trí E thuộc mặt đất đi thẳng về phía thiên thạch để làm thay đổi quỹ đạo của nó, BE là tiếp tuyến của mặt cầu (Trái Đất). Tốc độ của tên lửa là 2,5 nghìn $km/ngày$; dự kiến tên lửa sẽ va chạm với thiên thạch tại vị trí B ; vì vậy họ phải phóng tên lửa vào ngày 11/1/2025.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Ta có $\overline{AB} = (40; 30; 10) = 10(4; 3; 1) = 10\vec{u}$ với $\vec{u} = (4; 3; 1)$ là vector chỉ phương cho quỹ

đạo di chuyển của thiên thạch nên phương trình quỹ đạo đó là $d : \begin{cases} x = -60 + 4t \\ y = -45 + 3t \\ z = -10 + t \end{cases}$.

b) Mệnh đề đúng.

Trái đất là mặt cầu có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 6,4$.

Ta có: $\overline{OA} = (-60; -45; -10) \Rightarrow [\overline{OA}, \vec{u}] = (15; -20; 0)$.

$$\text{Khi đó: } d(O, d) = \frac{[\overline{OA}, \vec{u}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{15^2 + (-20)^2 + 0^2}}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 1^2}} = \frac{25\sqrt{26}}{26} \approx \boxed{4,9 < R} = 6,4.$$

Do đó nếu không có gì thay đổi thì thiên thạch sẽ vào Trái Đất trong thời gian tới.

c) Mệnh đề đúng.

Giả sử thiên thạch va vào Trái Đất tại vị trí M ; H là hình chiếu của O trên đường thẳng AM .

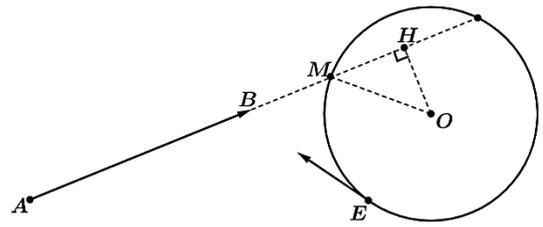
ĐỀ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Ta có $OH = d(O, d) = \frac{25\sqrt{26}}{26}$; $MH = \sqrt{OM^2 - OH^2} = \sqrt{\frac{10999}{650}}$;

$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{\frac{148225}{26}} \approx 75,5$ (nghìn km).

Khi đó $AM = AH - MH$

$= \sqrt{\frac{148225}{26}} - \sqrt{\frac{10999}{650}} \approx \boxed{71,4}$ (nghìn km).



d) Mệnh đề sai.

Ta có $BE = \sqrt{OB^2 - OE^2} = \sqrt{25^2 - 6,4^2} = \frac{\sqrt{14601}}{5} \approx 24,17$ (nghìn km).

Số ngày để tên lửa hoàn thành sứ mệnh $\frac{BE}{2,5} \approx 9,67$ ngày; ta có $18 - 9,67 = 8,33$ ngày.

Vậy tên lửa phải được phóng vào ngày **9/1/2025**.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$; trong đó: a, b là các số thực và thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và không ngừng tăng lên với tốc độ 12 tế bào/giờ. Số lượng của quần thể nấm này tại thời điểm $t = 8$ giờ là bao nhiêu tế bào (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

Đáp số: 99

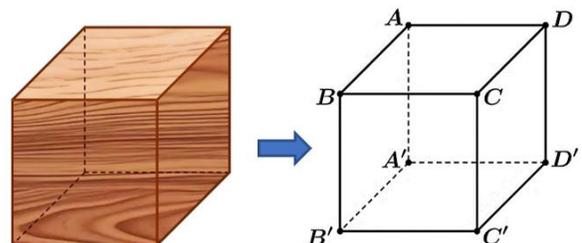
Hướng dẫn giải

Ta có $P'(t) = \frac{0,75ae^{-0,75t}}{(b + e^{-0,75t})^2}$, $t \geq 0$.

Theo giả thiết: $\begin{cases} P(0) = 20 \\ P'(0) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b+1} = 20 \\ \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20(b+1) \\ \frac{0,75 \times 20(b+1)}{(b+1)^2} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 25 \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$.

Do vậy $P(t) = \frac{25}{\frac{1}{4} + e^{-0,75t}} \Rightarrow P(8) \approx 99$ (tế bào).

Câu 18. Một khối gỗ có dạng lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông cạnh 2 dm. Tính khoảng cách từ vị trí C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ của khối gỗ đó theo đơn vị dm, làm tròn đến hàng phần trăm.



Trả lời:

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Đáp số: 1,41**Hướng dẫn giải**

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'C').$$

$$\text{Khi đó } d(C, (BDD'B')) = CO = \frac{1}{2}CA = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2} \approx \boxed{1,41 \text{ dm}}.$$

Câu 19. Một cửa hàng bán lẻ bán được 2500 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, họ phải đặt hàng từ nhà máy sản xuất tivi nhiều lần trong năm, mỗi lần đặt hàng với số lượng tivi như nhau. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về thì cửa hàng chỉ trưng bày được một nửa số tivi đó, một nửa còn lại phải lưu vào kho; chi phí gửi trong kho là 10 \$ cho một cái tivi và chỉ tính cho một lần nhập hàng trong năm. Chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng là 20 \$, ngoài ra cửa hàng phải trả thêm 9 \$ cho mỗi tivi. Hỏi mỗi lần đặt hàng trong năm thì cửa hàng cần đặt bao nhiêu tivi để chi phí mà cửa hàng phải trả là nhỏ nhất?

**Trả lời:** **Đáp số:** 100**Hướng dẫn giải**

Gọi x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần ($x \in \mathbb{N}$, $1 \leq x \leq 2500$).

Số tivi lưu vào kho mỗi lần là $\frac{x}{2}$; do đó **chi phí lưu vào kho** là $10 \cdot \frac{x}{2} = 5x$ \$.

Số lần đặt hàng trong năm là $\frac{2500}{x}$ và **chi phí đặt hàng** là: $\frac{2500}{x}(20+9x)$ \$.

Tổng số chi phí mà cửa hàng phải trả là: $\frac{2500}{x}(20+9x) + 5x = 5x + \frac{50000}{x} + 22500$ \$.

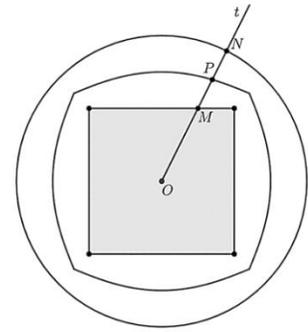
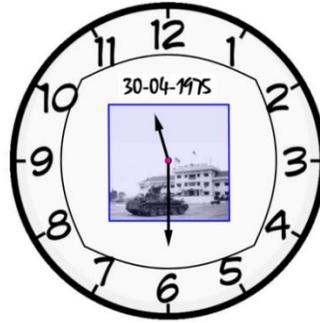
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có: $5x + \frac{50000}{x} \geq 1000$.

Dấu bằng xảy ra khi $5x = \frac{50000}{x} \Rightarrow x = 100$.

Vậy mỗi năm cửa hàng cần đặt hàng $\frac{2500}{100} = 25$ lần, mỗi lần 100 cái.

- Câu 20.** Trong một cuộc thi sáng tạo các chủ đề liên quan đến **Kỷ niệm 50 năm ngày miền Nam hoàn toàn giải phóng**, tại hệ thống trường Nguyễn Khuyến, Lê Thánh Tông, một em học sinh đến từ lớp 12B1 đã đạt giải đặc biệt với một thiết kế vô cùng độc đáo. Em học sinh này đã thiết kế bề mặt của một chiếc đồng hồ treo tường bằng sự **kết hợp giữa lịch sử, mỹ thuật và toán học**.
- Phần trong của mặt đồng hồ là hình vuông có cạnh bằng 2 dm, nơi đây lưu giữ **hình ảnh của chiếc xe tăng 390 của bộ đội Việt Nam tiến vào dinh độc lập**.

- Phần ngoài của mặt đồng hồ là đường tròn có bán kính bằng 2 dm .
- Đường cong trung gian có tên (L) là tập hợp tất cả điểm P sao cho nếu kẻ tia Ot bất kỳ cắt hình vuông và đường tròn lần lượt tại M, N thì P là trung điểm MN (O là tâm đường tròn). Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L) theo đơn vị dm^2 và làm tròn đến hàng phần trăm.



Trả lời:

Đáp số: 7,67

Hướng dẫn giải

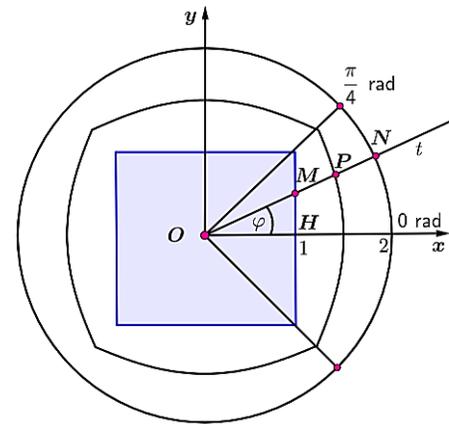
Xét hình vẽ sau với O là tâm hình vuông và tia Ox đi qua trung điểm H của một cạnh hình vuông, gọi φ là góc hợp bởi tia Ox và tia Ot với $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

bởi tia Ox và tia Ot với $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

$$\text{Ta có: } r_\varphi = OP = \frac{OM + ON}{2} = \frac{1}{2\cos\varphi} + 2 = \frac{1 + 2\cos\varphi}{2\cos\varphi}.$$

Diện tích của đường cong (L) là:

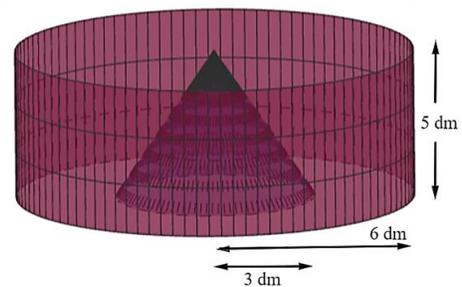
$$S = 8 \cdot \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (r_\varphi)^2 d\varphi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1 + 2\cos\varphi}{2\cos\varphi}\right)^2 d\varphi \approx \boxed{7,67} \text{ dm}^2.$$



Câu 21. Một bể cá hình trụ thủy tinh có bán kính đáy bằng 6 dm , chiều cao bằng 5 dm ; bên trong bể cá người ta đặt một vật trang trí là khối nón đặc (đỉnh hình nón sẽ được bố trí với bơm nước cho bể cá), đáy hình nón có bán kính bằng 3 dm và có tâm trùng với đáy hình trụ, chiều cao hình nón bằng với chiều cao hình trụ. Người ta bơm nước vào bể với tốc độ $0,5\text{ lít/phút}$; đến phút thứ 40 thì tốc độ dâng lên của nước là **bao nhiêu cm/phút** (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Đáp số: 0,06



Hướng dẫn giải

Gọi $r_h = a \cdot h + b$ là bán kính hình nón tương ứng với chiều cao h của mực nước.

$$\text{Ta có } h = 0, r_h = 3 \text{ và } h = 5, r_h = 0; \text{ suy ra } \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ 5a + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{5} \\ b = 3 \end{cases}; \text{ do vậy } \boxed{r_h = 3 - \frac{3}{5}h}.$$

ĐỂ KHÔNG MỘT AI BỊ BỎ LẠI PHÍA SAU

Diện tích mặt nước trong bể ứng với chiều cao h là $S(h) = 6^2 \cdot \pi - r_h^2 \cdot \pi = \pi \left(-\frac{9}{25}h^2 + \frac{18}{5}h + 27 \right)$.

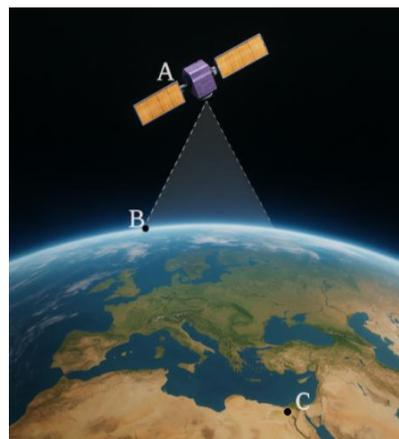
Thể tích nước ứng với chiều cao h là $V(h) = \int_0^h S(h) \cdot dh = \pi \left(-\frac{3}{25}h^3 + \frac{9}{5}h^2 + 27h \right)$ (*).

Sau 40 phút bơm nước thì $V(h) = 40 \times 0,5 \Rightarrow \pi \left(-\frac{3}{25}h^3 + \frac{9}{5}h^2 + 27h \right) = 40 \times 0,5 \Rightarrow \boxed{h \approx 0,232}$.

Đạo hàm theo t hai vế của (*): $\frac{dV(h)}{dt} = \pi \left(-\frac{9}{25}h^2 + \frac{18}{5}h + 27 \right) \frac{dh}{dt}$.

Thay $\frac{dV(h)}{dt} = 0,5$ dm/phút; $h \approx 0,232$; ta có $\frac{dh}{dt} \approx 5,72 \times 10^{-3}$ dm/phút = $\boxed{0,06}$ cm/phút.

Câu 22. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể bất kỳ trong không gian. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, một vệ tinh đang ở vị trí tọa độ $A(-1; -3; -5)$ thường xuyên truyền tín hiệu đến các trạm thu ở các vị trí $B(-1; 1; -1)$ và $C(1; -1; -1)$ trên mặt đất. Biết rằng mặt đất được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Người ta xác định được tọa độ điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài $MA + MB + MC$ bé nhất. Tính giá trị $a + b + c$ và làm tròn đến hàng phần chục.



Trả lời:

Đáp số: **-2,1**

Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

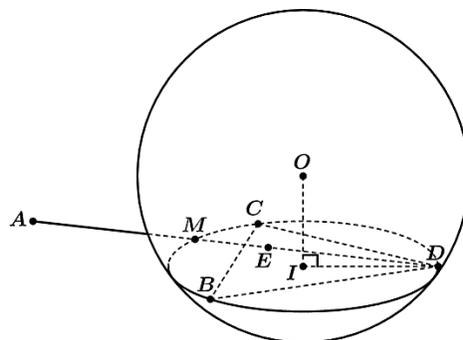
Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0; 4; 4) \\ \overrightarrow{AC} = (2; 2; 4) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; 8; -8) = 8(1; 1; -1)$.

Mặt phẳng (ABC) qua $A(-1; -3; -5)$, vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$ nên có phương trình $x + y - z - 1 = 0$.

Ta có $d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{3}} < R$ nên (ABC) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - (d(O, (ABC)))^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Chọn điểm D thuộc (C) sao cho $\triangle BCD$ đều, suy ra $D(1; 1; 1)$.

Xét điểm M thuộc cung nhỏ BC , lấy E thuộc đoạn DM sao cho $\boxed{MC = ME}$.



Mặt khác $CME = CBD = 60^\circ$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CD). Vì vậy tam giác CME đều.

Xét hai tam giác CMB và CED có $\begin{cases} CM = CE, CB = CD \\ CBM = CDE \end{cases}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CM).

Do đó hai tam giác CMB, CED bằng nhau, suy ra $\overline{MB = ED}$.

Khi đó $MA + MB + MC = MA + ME + ED \geq AD = \sqrt{(1+1)^2 + (1+3)^2 + (1+5)^2} = 2\sqrt{14} \approx 7,48$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $M = AD \cap (S)$ hay $M = AD \cap (C)$.

Ta có $\overline{AD} = (2; 4; 6) = 2(1; 2; 3)$; đường thẳng AD có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

Thay phương trình AD vào phương trình (S) thì: $(1+t)^2 + (1+2t)^2 + (1+3t)^2 = 3 \Rightarrow t = 0 \vee t = -\frac{6}{7}$.

- Với $t = 0$ ta có điểm $D(1; 1; 1)$.
- Với $t = -\frac{6}{7}$ ta có điểm $M\left(\frac{1}{7}; -\frac{5}{7}; -\frac{11}{7}\right)$; suy ra $a + b + c = \frac{1}{7} - \frac{5}{7} - \frac{11}{7} = -\frac{15}{7} \approx -2,1$.

————— HẾT —————