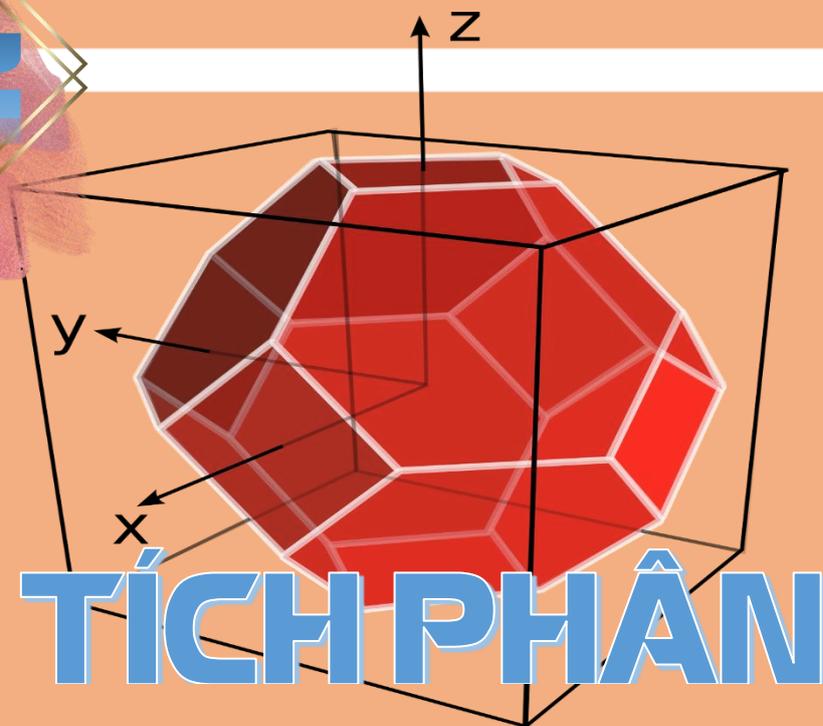


Tách từ đề thi THPT Quốc Gia Bộ GD 2016-2019

12



TÍCH PHÂN

SỐ PHỨC

TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN OXYZ





# NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG





**TOÁN THONG-MATH**  
Name:.....

**TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG - NĂM HỌC 2019 - 2020**  
**GIẢI TÍCH 12: CHƯƠNG III**

**Chuyên Đề**

**NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN -BGD**

**NGUYÊN HÀM**  
**NGUYÊN HÀM CƠ BẢN**

- Câu 1:** (ĐỀ MINH HỌA BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \sqrt{2x-1}$ .
- A.  $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$ .
- C.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$ .
- Câu 2:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ .
- A.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$ .      B.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$ .
- C.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$ .      D.  $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$ .
- Câu 3:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ .
- A.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$       B.  $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln|5x-2| + C$
- C.  $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$       D.  $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$
- Câu 4:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x$  là
- A.  $x^4 + x^2 + C$       B.  $3x^2 + 1 + C$       C.  $x^3 + x + C$       D.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$
- Câu 5:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x$  là
- A.  $x^4 + x + C$       B.  $4x^3 + 1 + C$       C.  $x^5 + x^2 + C$       D.  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$
- Câu 6:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^4 + x^2$  là
- A.  $4x^3 + 2x + C$       B.  $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$       C.  $x^4 + x^2 + C$       D.  $x^5 + x^3 + C$ .
- Câu 7:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^3 + x^2$  là
- A.  $x^4 + x^3 + C$       B.  $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$       C.  $3x^2 + 2x + C$       D.  $x^3 + x^2 + C$
- Câu 8:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 5$  là
- A.  $x^2 + 5x + C$ .      B.  $2x^2 + 5x + C$ .      C.  $2x^2 + C$ .      D.  $x^2 + C$ .
- Câu 9:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 6$  là:
- A.  $x^2 + 6x + C$ .      B.  $2x^2 + C$ .      C.  $2x^2 + 6x + C$ .      D.  $x^2 + C$ .
- Câu 10:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 3$  là
- A.  $2x^2 + C$ .      B.  $x^2 + 3x + C$ .      C.  $2x^2 + 3x + C$ .      D.  $x^2 + C$ .



- Câu 11:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x + 4$  là
- A.  $2x^2 + 4x + C$ .      B.  $x^2 + 4x + C$ .      C.  $x^2 + C$ .      D.  $2x^2 + C$ .
- Câu 12:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Biết  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  và  $F(2) = 1$ . Tính  $F(3)$ .
- A.  $F(3) = \ln 2 - 1$       B.  $F(3) = \ln 2 + 1$       C.  $F(3) = \frac{1}{2}$       D.  $F(3) = \frac{7}{4}$
- Câu 13:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + 1$  là
- A.  $x^3 + C$       B.  $\frac{x^3}{3} + x + C$       C.  $6x + C$       D.  $x^3 + x + C$
- Câu 14:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ ,  $f(0) = 1$ ,  $f(1) = 2$ . Giá trị của biểu thức  $f(-1) + f(3)$  bằng
- A.  $4 + \ln 15$       B.  $2 + \ln 15$       C.  $3 + \ln 15$       D.  $\ln 15$
- Câu 15:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$  trên khoảng  $(-1; +\infty)$  là
- A.  $2 \ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C$ .      B.  $2 \ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C$ .  
 C.  $2 \ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C$ .      D.  $2 \ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C$ .
- Câu 16:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$  trên khoảng  $(1; +\infty)$  là
- A.  $3 \ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$ .      B.  $3 \ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$ .  
 C.  $3 \ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$ .      D.  $3 \ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$ .
- Câu 17:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 2x$ .
- A.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$       B.  $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$   
 C.  $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$       D.  $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$
- Câu 18:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos 3x$
- A.  $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$ .      B.  $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$ .  
 C.  $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$ .      D.  $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$ .
- Câu 19:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2 \sin x$ .
- A.  $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$ .      B.  $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$ .  
 C.  $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$ .      D.  $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$ .
- Câu 20:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 3 - 5 \sin x$  và  $f(0) = 10$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A.  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$

B.  $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$

C.  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$

D.  $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$

**Câu 21:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nguyên hàm  $F(x)$  của hàm số  $f(x) = \sin x + \cos x$  thỏa mãn

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

A.  $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$

B.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$

C.  $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$

D.  $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

**Câu 22:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 7^x$ .

A.  $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$  B.  $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$  C.  $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$  D.  $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

**Câu 23:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + x$  là

A.  $e^x + x^2 + C.$

B.  $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C.$

C.  $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C.$

D.  $e^x + 1 + C.$

**Câu 24:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x + 2x$

thỏa mãn  $F(0) = \frac{3}{2}$ . Tìm  $F(x)$ .

A.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}.$

B.  $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}.$

C.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}.$

D.  $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}.$

### CÁC PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

**Câu 25:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{2x+1}{(x+2)^2}$  trên

khoảng  $(-2; +\infty)$  là:

A.  $2 \ln(x+2) + \frac{1}{x+2} + C.$

B.  $2 \ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + C.$

C.  $2 \ln(x+2) - \frac{3}{x+2} + C.$

D.  $2 \ln(x+2) + \frac{3}{x+2} + C.$

**Câu 26:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$  trên

khoảng  $(2; +\infty)$  là

A.  $3 \ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C.$

B.  $3 \ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C.$

C.  $3 \ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C.$

D.  $3 \ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C.$

**Câu 27:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và

$f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

A.  $-\frac{41}{400}$

B.  $-\frac{1}{10}$

C.  $-\frac{391}{400}$

D.  $-\frac{1}{40}$

**Câu 28:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x(1 + \ln x)$  là

A.  $2x^2 \ln x + 3x^2.$

B.  $2x^2 \ln x + x^2.$

C.  $2x^2 \ln x + 3x^2 + C.$

D.  $2x^2 \ln x + x^2 + C.$







- A.  $I = 7$ .                      B.  $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ .                      C.  $I = 3$ .                      D.  $I = 5 + \pi$ .

**Câu 46:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và

$$f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ khi đó } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{\pi^2 + 2}{8}$ .                      B.  $\frac{\pi^2 + 8\pi + 8}{8}$ .                      C.  $\frac{\pi^2 + 8\pi + 2}{8}$ .                      D.  $\frac{\pi^2 + 6\pi + 8}{8}$ .

**Câu 47:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0) = 4$  và

$$f'(x) = 2\sin^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ khi đó } \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A.  $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$ .                      B.  $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$ .                      C.  $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$ .                      D.  $\frac{\pi^2 - 4}{16}$ .

**Câu 48:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)  $\int_1^2 e^{3x-1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$                       B.  $\frac{1}{3}e^5 - e^2$                       C.  $e^5 - e^2$                       D.  $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

**Câu 49:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)  $\int_0^1 e^{3x+1} dx$  bằng

- A.  $\frac{1}{3}(e^4 - e)$                       B.  $e^4 - e$                       C.  $\frac{1}{3}(e^4 + e)$                       D.  $e^3 - e$

**Câu 50:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Tính:

$$I = F(e) - F(1)?$$

- A.  $I = e$                       B.  $I = \frac{1}{e}$                       C.  $I = \frac{1}{2}$                       D.  $I = 1$

### PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

**Câu 51:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Biết  $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ , với  $a, b, c$

là các số nguyên. Tính  $S = a + b + c$ .

- A.  $S = 6$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = -2$ .                      D.  $S = 0$ .

**Câu 52:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tính tích phân  $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$  bằng cách đặt

$u = x^2 - 1$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$                       B.  $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$   
 C.  $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$                       D.  $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$

**Câu 53:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho  $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ , với  $a, b, c$  là các số

hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a - b = -c$                       B.  $a + b = c$                       C.  $a + b = 3c$                       D.  $a - b = -3c$



**Câu 54:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho  $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ , với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?  
**A.**  $a + b = -2c$       **B.**  $a + b = c$       **C.**  $a - b = -c$       **D.**  $a - b = -2c$

**Câu 55:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Biết  $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên dương. Tính  $P = a + b + c$   
**A.**  $P = 24$       **B.**  $P = 12$       **C.**  $P = 18$       **D.**  $P = 46$

**Câu 56:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho  $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỷ. Giá trị của  $3a + b + c$  bằng  
**A.**  $-2$ .      **B.**  $-1$ .      **C.**  $2$ .      **D.**  $1$ .

**Câu 57:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính tích phân  $I = \int_0^\pi \cos^3 x \cdot \sin x dx$ .  
**A.**  $I = -\frac{1}{4}\pi^4$ .      **B.**  $I = -\pi^4$ .      **C.**  $I = 0$ .      **D.**  $I = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 58:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$ , với  $a, b$  là các số hữu tỉ. Tính  $S = a^3 + b^3$ .  
**A.**  $S = 2$ .      **B.**  $S = -2$ .      **C.**  $S = 0$ .      **D.**  $S = 1$ .

**Câu 59:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính tích phân  $I = \int_1^e x \ln x dx$ :  
**A.**  $I = \frac{1}{2}$       **B.**  $I = \frac{e^2 - 2}{2}$       **C.**  $I = \frac{e^2 + 1}{4}$       **D.**  $I = \frac{e^2 - 1}{4}$

**Câu 60:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho  $\int_1^e (1 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $a + b = c$       **B.**  $a + b = -c$       **C.**  $a - b = c$       **D.**  $a - b = -c$

**Câu 61:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho  $\int_1^e (2 + x \ln x) dx = ae^2 + be + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?  
**A.**  $a + b = -c$       **B.**  $a + b = c$       **C.**  $a - b = c$       **D.**  $a - b = -c$

**TÍCH PHÂN HÀM ẨN**

**Câu 62:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho  $\int_0^4 f(x) dx = 16$ . Tính  $I = \int_0^2 f(2x) dx$   
**A.**  $I = 32$ .      **B.**  $I = 8$ .      **C.**  $I = 16$ .      **D.**  $I = 4$

**Câu 63:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho  $\int_0^6 f(x) dx = 12$ . Tính  $I = \int_0^2 f(3x) dx$ .  
**A.**  $I = 6$       **B.**  $I = 36$       **C.**  $I = 2$       **D.**  $I = 4$

**Câu 64:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$  và  $2f(1) - f(0) = 2$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .  
**A.**  $I = -12$       **B.**  $I = 8$       **C.**  $I = 1$       **D.**  $I = -8$



- Câu 65:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(5)=1$  và  $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$ , khi đó  $\int_0^5 x^2 f'(x)dx$  bằng
- A. 15.                                      B. 23.                                      C.  $\frac{123}{5}$ .                                      D. -25.
- Câu 66:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(6)=1$  và  $\int_0^1 xf(6x)dx = 1$ , khi đó  $\int_0^6 x^2 f'(x)dx$  bằng
- A.  $\frac{107}{3}$ .                                      B. 34.                                      C. 24.                                      D. -36.
- Câu 67:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)dx$ .
- A.  $I = -6$                                       B.  $I = 0$                                       C.  $I = -2$                                       D.  $I = 6$
- Câu 68:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{5}$  và  $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng
- A.  $-\frac{4}{35}$                                       B.  $-\frac{71}{20}$                                       C.  $-\frac{79}{20}$                                       D.  $-\frac{4}{5}$
- Câu 69:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{2}{9}$  và  $f'(x) = 2x [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng.
- A.  $-\frac{35}{36}$                                       B.  $-\frac{2}{3}$                                       C.  $-\frac{19}{36}$                                       D.  $-\frac{2}{15}$
- Câu 70:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{3}$  và  $f'(x) = x [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng
- A.  $-\frac{11}{6}$                                       B.  $-\frac{2}{3}$                                       C.  $-\frac{2}{9}$                                       D.  $-\frac{7}{6}$
- Câu 71:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$ . Biết  $f(0)=4$  và  $f'(x) = 2\cos^2 x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ , khi đó  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$  bằng
- A.  $\frac{\pi^2 + 4}{16}$ .                                      B.  $\frac{\pi^2 + 14\pi}{16}$ .                                      C.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$ .                                      D.  $\frac{\pi^2 + 16\pi + 16}{16}$ .
- Câu 72:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(4)=1$  và  $\int_0^1 xf(4x)dx = 1$ , khi đó  $\int_0^4 x^2 f'(x)dx$  bằng
- A.  $\frac{31}{2}$ .                                      B. -16.                                      C. 8.                                      D. 14.
- Câu 73:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0;1]$  thỏa mãn  $f(1)=0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$  và  $\int_0^1 x^2 f(x)dx = \frac{1}{3}$ . Tính tích phân  $\int_0^1 f(x)dx$



A.  $\frac{7}{5}$

B. 1

C.  $\frac{7}{4}$

D. 4

**Câu 74:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(3) = 1$

và  $\int_0^1 xf(3x) dx = 1$ , khi đó  $\int_0^3 x^2 f'(x) dx$  bằng

A. 3.

B. 7.

C. -9.

D.  $\frac{25}{3}$ .

Hết

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.A	3.A	4.D	5.D	6.B	7.B	8.A	9.A	10.B
11.B	12.B	13.D	14.C	15.B	16.A	17.A	18.B	19.D	20.A
21.D	22.B	23.B	24.D	25.D	26.D	27.B	28.D	29.D	30.C
31.C	32.A	33.A	34.C	35.A	36.C	37.D	38.C	39.C	40.D
41.C	42.C	43.D	44.C	45.A	46.C	47.C	48.A	49.A	50.C
51.B	52.C	53.A	54.A	55.D	56.B	57.C	58.C	59.C	60.C
61.C	62.B	63.D	64.D	65.D	66.D	67.D	68.D	69.B	70.B
71.C	72.B	73.A	74.C						





**TOÁN THÔNG-MATH**  
Name:.....

**TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG - NĂM HỌC 2019 - 2020**  
**GIẢI TÍCH 12: CHƯƠNG III**

**Chuyên Đề**

**ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN -BGD**

**DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG**

**Câu 1:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$       B.  $S = \int_0^2 e^x dx$       C.  $S = \pi \int_0^2 e^x dx$       D.  $S = \int_0^2 e^{2x} dx$

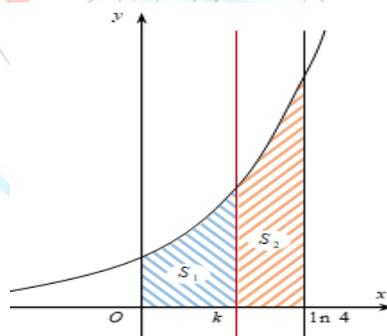
**Câu 2:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $S = \int_0^2 2^x dx$       B.  $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$       C.  $S = \int_0^2 2^{2x} dx$       D.  $S = \pi \int_0^2 2^x dx$

**Câu 3:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^3 - x$  và đồ thị hàm số  $y = x - x^2$ .

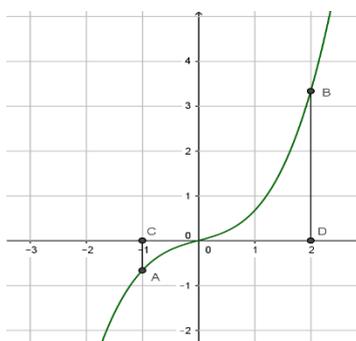
- A.  $\frac{37}{12}$       B.  $\frac{9}{4}$       C.  $\frac{81}{12}$       D. 13

**Câu 4:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hình thang cong ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $0 < k < \ln 4$ ) chia ( $H$ ) thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ bên. Tìm  $k$  để  $S_1 = 2S_2$ .



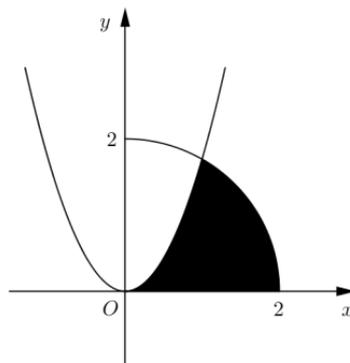
- A.  $k = \frac{2}{3} \ln 4$ .      B.  $k = \ln 2$ .      C.  $k = \ln \frac{8}{3}$       D.  $k = \ln 3$ .

**Câu 5:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = 2$ . Đặt  $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$ ,  $b = \int_0^2 f(x) dx$ , mệnh đề nào sau đây đúng?



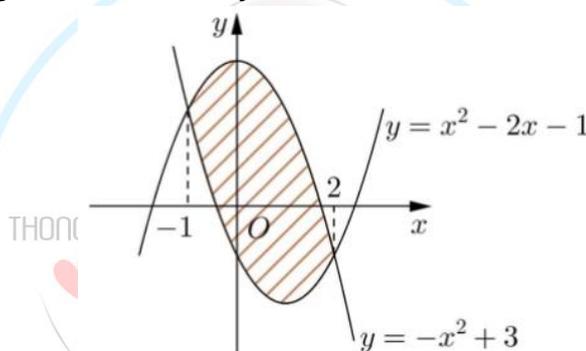
- A.  $S = b - a$                       B.  $S = b + a$                       C.  $S = -b + a$                       D.  $S = -b - a$

**Câu 6:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = \sqrt{3}x^2$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4 - x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của  $(H)$  bằng



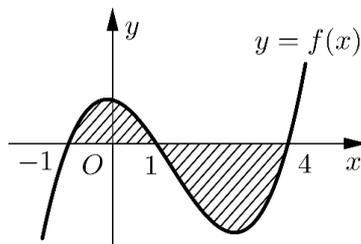
- A.  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$                       B.  $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$                       C.  $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$                       D.  $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$

**Câu 7:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A.  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$     B.  $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$     C.  $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$     D.  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$

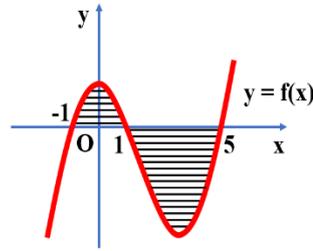
**Câu 8:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1$  và  $x = 4$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$                       B.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$   
 C.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$                       D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$

**Câu 9:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x), y = 0, x = -1$  và  $x = 5$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?





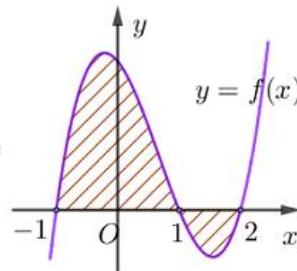
A.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

B.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

C.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

D.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

**Câu 10:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 2$  (như hình vẽ sau).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

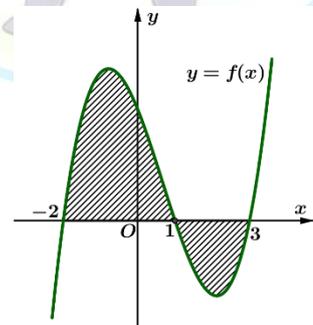
A.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

B.  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D.  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

**Câu 11:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -2$  và  $x = 3$  (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

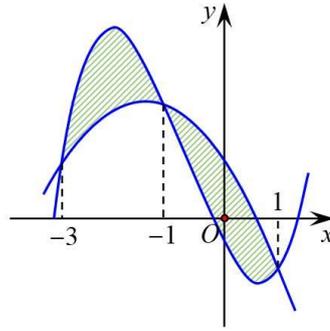
B.  $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

C.  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

D.  $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

**Câu 12:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 1$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng





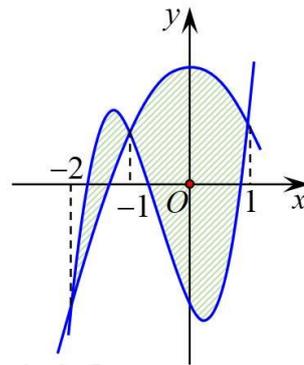
A.  $\frac{9}{2}$

B. 8

C. 4

D. 5

**Câu 13:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$  và  $g(x) = dx^2 + ex + 2$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-2; -1; 1$ .



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

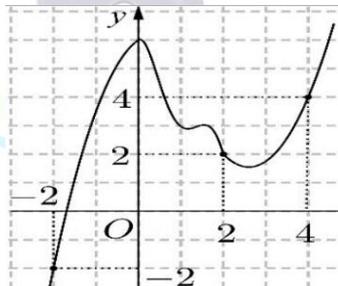
A.  $\frac{37}{6}$

B.  $\frac{13}{2}$

C.  $\frac{9}{2}$

D.  $\frac{37}{12}$

**Câu 14:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $h(x) = 2f(x) - x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



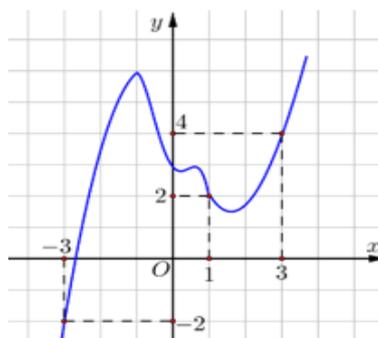
A.  $h(4) = h(-2) > h(2)$

B.  $h(4) = h(-2) < h(2)$

C.  $h(2) > h(4) > h(-2)$

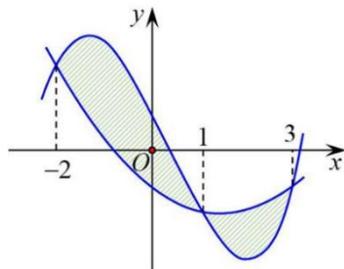
D.  $h(2) > h(-2) > h(4)$

**Câu 15:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?



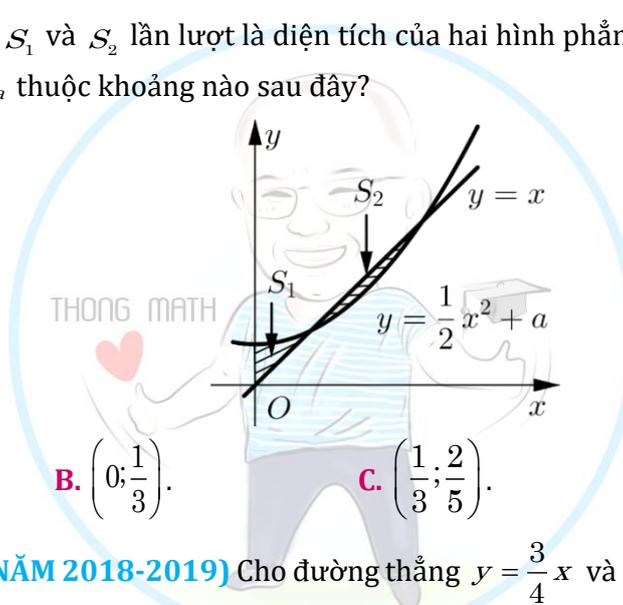


**Câu 19: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$  và  $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ , ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-2; 1; 3$  (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



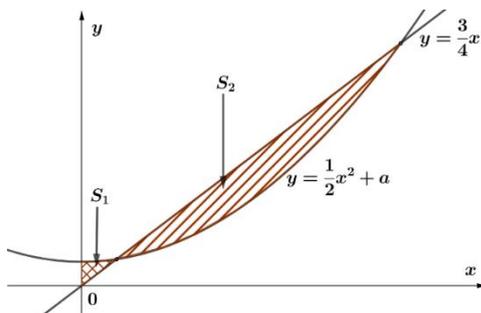
- A.  $\frac{253}{48}$                       B.  $\frac{125}{24}$                       C.  $\frac{125}{48}$                       D.  $\frac{253}{24}$

**Câu 20: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho đường thẳng  $y = x$  và Parabol  $y = \frac{1}{2}x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương). Gọi  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào sau đây?



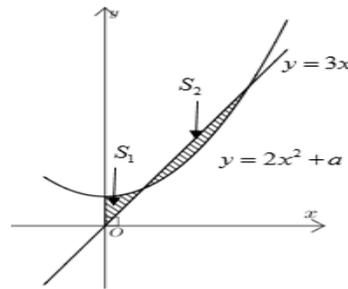
- A.  $(\frac{3}{7}; \frac{1}{2})$ .                      B.  $(0; \frac{1}{3})$ .                      C.  $(\frac{1}{3}; \frac{2}{5})$ .                      D.  $(\frac{2}{5}; \frac{3}{7})$

**Câu 21: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho đường thẳng  $y = \frac{3}{4}x$  và parabol  $y = \frac{1}{2}x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương). Gọi  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?



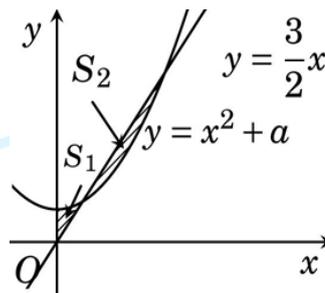
- A.  $(\frac{1}{4}; \frac{9}{32})$ .                      B.  $(\frac{3}{16}; \frac{7}{32})$ .                      C.  $(0; \frac{3}{16})$ .                      D.  $(\frac{7}{32}; \frac{1}{4})$ .

**Câu 22: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho đường thẳng  $y = 3x$  và parabol  $y = 2x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương). Gọi  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?



- A.  $\left(\frac{4}{5}; \frac{9}{10}\right)$ .      B.  $\left(0; \frac{4}{5}\right)$ .      C.  $\left(1; \frac{9}{8}\right)$ .      D.  $\left(\frac{9}{10}; 1\right)$

**Câu 23:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho đường thẳng  $y = \frac{3}{2}x$  và parabol  $y = x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương). Gọi  $S_1$  và  $S_2$  lần lượt là diện tích của 2 hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào sau đây



- A.  $\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{16}\right)$ .      B.  $\left(\frac{2}{5}; \frac{9}{20}\right)$ .      C.  $\left(\frac{9}{20}; \frac{1}{2}\right)$ .      D.  $\left(0; \frac{2}{5}\right)$ .

**BÀI TOÁN THỰC TẾ**

**Câu 24:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{180}t^2 + \frac{11}{18}t$  ( $m/s$ ), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 5 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  ( $m/s^2$ ) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng

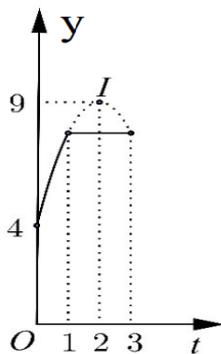
- A.  $22(m/s)$       B.  $15(m/s)$       C.  $10(m/s)$       D.  $7(m/s)$

**Câu 25:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -5t + 10$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 0,2m.      B. 2m.      C. 10m.      D. 20m.

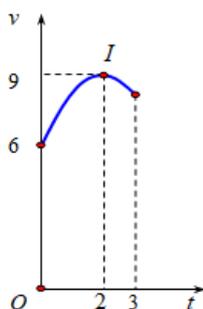
**Câu 26:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc vào thời gian  $t$  (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2; 9)$  và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).





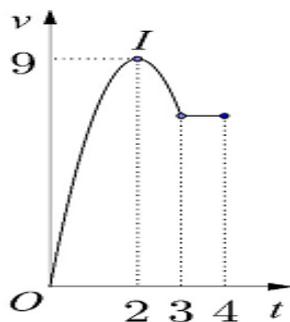
- A.  $s = 23,25$  (km)      B.  $s = 21,58$  (km)      C.  $s = 15,50$  (km)      D.  $s = 13,83$  (km)

**Câu 27:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh  $I(2; 9)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường  $s$  mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



- A.  $s = 24,25$  (km)      B.  $s = 26,75$  (km)      C.  $s = 24,75$  (km)      D.  $s = 25,25$  (km)

**Câu 28:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc thời gian  $t$  (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường Parabol có đỉnh  $I(2; 9)$  với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường  $s$  mà vật chuyển động trong 4 giờ đó.



- A.  $s = 26,5$  (km)      B.  $s = 28,5$  (km).      C.  $s = 27$  (km).      D.  $s = 24$  (km).

**Câu 29:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc  $v$  (km/h) phụ thuộc vào thời gian  $t$  (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh  $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$  và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường  $s$  người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy.

- A.  $s = 4$  (km).      B.  $s = 2,3$  (km).      C.  $s = 4,5$  (km).      D.  $s = 5,3$  (km).



**Câu 30:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng

A.  $20$ (m/s)                      B.  $16$ (m/s)                      C.  $13$ (m/s)                      D.  $15$ (m/s)

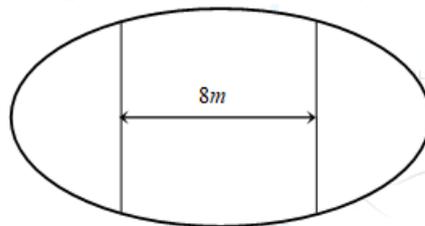
**Câu 31:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$  (m/s), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 10 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng

A.  $15$ (m/s)                      B.  $9$ (m/s)                      C.  $42$ (m/s)                      D.  $25$ (m/s)

**Câu 32:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật  $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$  (m/s), trong đó  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng

A.  $25$ (m/s)                      B.  $36$ (m/s)                      C.  $30$ (m/s)                      D.  $21$ (m/s)

**Câu 33:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng  $16m$  và độ dài trục bé bằng  $10m$ . Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng  $8m$  và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là  $100.000$  đồng/ $1m^2$ . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)



A. 7.862.000 đồng                      B. 7.653.000 đồng                      C. 7.128.000 đồng                      D. 7.826.000 đồng

**Câu 34:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là  $200.000$  đồng/ $m^2$  và phần còn lại là  $100.000$  đồng/ $m^2$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết  $A_1A_2 = 8m, B_1B_2 = 6m$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3m$ .

A. 7322000 đồng.                      B. 7213000 đồng.                      C. 5526000 đồng.                      D. 5782000 đồng.

**THỂ TÍCH VẬT THỂ**

**Câu 35:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tính thể tích  $V$  của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ , biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có



hoành độ  $x$  ( $1 \leq x \leq 3$ ) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là  $3x$  và  $\sqrt{3x^2 - 2}$ .

A.  $V = 32 + 2\sqrt{15}$       B.  $V = \frac{124\pi}{3}$       C.  $V = \frac{124}{3}$       D.  $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$

**Câu 36:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$       B.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$       C.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$       D.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$

**Câu 37:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay ( $H$ ) xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       B.  $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$       C.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$       D.  $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

**Câu 38:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2(x - 1)e^x$ , trục tung và trục hoành. Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay thu được khi quay hình ( $H$ ) xung quanh trục  $Ox$ .

A.  $V = 4 - 2e$       B.  $V = (4 - 2e)\pi$       C.  $V = e^2 - 5$       D.  $V = (e^2 - 5)\pi$

**Câu 39:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \cos x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = \pi - 1$       B.  $V = (\pi - 1)\pi$       C.  $V = (\pi + 1)\pi$       D.  $V = \pi + 1$

**Câu 40:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{2 + \sin x}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \pi$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quay quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = 2(\pi + 1)$       B.  $V = 2\pi(\pi + 1)$       C.  $V = 2\pi^2$       D.  $V = 2\pi$

**Câu 41:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = \frac{4\pi}{3}$       B.  $V = 2\pi$       C.  $V = \frac{4}{3}$       D.  $V = 2$

**Câu 42:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức:

A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$       B.  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$       C.  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$       D.  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$



**Câu 43:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 2, y = 0, x = 1, x = 2$ . Gọi  $V$  là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay  $(H)$  xung quanh trục  $Ox$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$     B.  $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$     C.  $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$     D.  $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

**Câu 44:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hình phẳng  $D$  giới hạn bởi đường cong  $y = e^x$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 1$ . Khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

A.  $V = \frac{\pi e^2}{2}$ .    B.  $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ .    C.  $V = \frac{e^2 - 1}{2}$ .    D.  $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$ .

----- Hết -----



### BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.D	5.A	6.B	7.D	8.B	9.B	10.C
11.A	12.C	13.A	14.C	15.D	16.B	17.A	18.C	19.A	20.C
21.B	22.A	23.B	24.B	25.C	26.B	27.C	28.C	29.C	30.B
31.D	32.C	33.B	34.A	35.C	36.A	37.A	38.D	39.C	40.B
41.A	42.A	43.A	44.D						



# Số Phức





**TOÁN THONG-MATH**  
Name:.....

**TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2019 – 2020**  
**GIẢI TÍCH 12: CHƯƠNG IV**

**Chuyên Đề**

**SỐ PHỨC – BGD**

**SỐ PHỨC VÀ CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.D	3.B	4.A	5.D	6.D	7.A	8.B	9.D	10.C
11.D	12.B	13.B	14.B	15.D	16.B	17.D	18.A	19.B	20.C
21.A	22.D	23.A	24.C	25.C	26.A	27.A	28.B	29.D	30.D
31.C	32.C	33.C	34.B	35.D	36.C	37.C	38.D	39.A	40.D
41.D	42.C	43.A	44.C	45.D	46.B	47.B	48.B	49.D	50.B
51.C	52.A	53.D	54.C	55.A	56.B	57.D	58.C	59.C	60.C
61.D	62.D	63.D	64.A	65.C	66.B	67.C	68.B	69.A	70.D
71.D	72.B	73.B	74.C	75.B	76.A	77.D	78.D	79.A	80.B
81.D	82.A	83.A	84.D	85.C	86.A	87.B			

**SỐ PHỨC VÀ CÁC YẾU TỐ CƠ BẢN**

- Câu 1:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức  $z = 3 - 2i$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $\bar{z}$ .  
**A.** Phần thực bằng  $-3$  và Phần ảo bằng  $-2i$ . **B.** Phần thực bằng  $-3$  và Phần ảo bằng  $-2$ .  
**C.** Phần thực bằng  $3$  và Phần ảo bằng  $2i$ . **D.** Phần thực bằng  $3$  và Phần ảo bằng  $2$ .
- Câu 2:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Kí hiệu  $a, b$  lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức  $3 - 2\sqrt{2}i$ . Tìm  $a, b$ .  
**A.**  $a = 3; b = 2$  **B.**  $a = 3; b = 2\sqrt{2}$   
**C.**  $a = 3; b = \sqrt{2}$  **D.**  $a = 3; b = -2\sqrt{2}$
- Câu 3:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?  
**A.**  $z = -2 + 3i$ . **B.**  $z = 3i$ . **C.**  $z = -2$ . **D.**  $z = \sqrt{3} + i$ .
- Câu 4:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho số phức  $z = 2 - 3i$ . Tìm phần thực  $a$  của  $z$ .  
**A.**  $a = 2$ . **B.**  $a = 3$ . **C.**  $a = -3$ . **D.**  $a = -2$ .
- Câu 5:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức  $z = 2 + i$ . Tính  $|z|$ .  
**A.**  $|z| = 3$ . **B.**  $|z| = 5$ . **C.**  $|z| = 2$ . **D.**  $|z| = \sqrt{5}$ .
- Câu 6:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số phức  $-3 + 7i$  có phần ảo bằng:  
**A.**  $3$  **B.**  $-7$  **C.**  $-3$  **D.**  $7$
- Câu 7:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số phức có phần thực bằng  $3$  và phần ảo bằng  $4$  là  
**A.**  $3 + 4i$  **B.**  $4 - 3i$  **C.**  $3 - 4i$  **D.**  $4 + 3i$
- Câu 8:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số phức  $5 + 6i$  có phần thực bằng  
**A.**  $-5$ . **B.**  $5$  **C.**  $-6$ . **D.**  $6$ .
- Câu 9:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Số phức có phần thực bằng  $1$  và phần ảo bằng  $3$  là  
**A.**  $-1 - 3i$  **B.**  $1 - 3i$  **C.**  $-1 + 3i$  **D.**  $1 + 3i$
- Câu 10:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Số phức liên hợp của số phức  $3 - 4i$  là  
**A.**  $-3 - 4i$ . **B.**  $-3 + 4i$ . **C.**  $3 + 4i$ . **D.**  $-4 + 3i$ .
- Câu 11:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Số phức liên hợp của số phức  $5 - 3i$  là



- A.  $-5 + 3i$ .                      B.  $-3 + 5i$ .                      C.  $-5 - 3i$ .                      D.  $5 + 3i$ .

**Câu 12:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Số phức liên hợp của số phức  $1 - 2i$  là  
A.  $-1 - 2i$ .                      B.  $1 + 2i$ .                      C.  $-2 + i$ .                      D.  $-1 + 2i$ .

**Câu 13:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Số phức liên hợp của số phức  $3 - 2i$  là  
A.  $-3 + 2i$ .                      B.  $3 + 2i$ .                      C.  $-3 - 2i$ .                      D.  $-2 + 3i$ .

### PHÉP TOÁN TRÊN TẬP SỐ PHỨC

**Câu 14:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho số phức  $z = 2 + 5i$ . Tìm số phức  $w = iz + \bar{z}$   
A.  $w = 7 - 3i$ .                      B.  $w = -3 - 3i$ .                      C.  $w = 3 + 7i$ .                      D.  $w = -7 - 7i$

**Câu 15:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i$  và  $z_2 = 7 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 - z_2$ .  
A.  $z = 11$                       B.  $z = 3 + 6i$                       C.  $z = -1 - 10i$                       D.  $z = -3 - 6i$

**Câu 16:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2 - 3i = 3 - 2i$ .  
A.  $z = 1 - 5i$ .                      B.  $z = 1 + i$ .                      C.  $z = 5 - 5i$ .                      D.  $z = 1 - i$ .

**Câu 17:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = i(3i + 1)$ .  
A.  $\bar{z} = 3 - i$ .                      B.  $\bar{z} = -3 + i$ .                      C.  $\bar{z} = 3 + i$ .                      D.  $\bar{z} = -3 - i$ .

**Câu 18:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho hai số phức  $z_1 = 1 + i$  và  $z_2 = 2 - 3i$ . Tính môđun của số phức  $z_1 + z_2$ .  
A.  $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$ .                      B.  $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$ .                      C.  $|z_1 + z_2| = 1$ .                      D.  $|z_1 + z_2| = 5$ .

**Câu 19:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 3i$  và  $z_2 = -2 - 5i$ . Tìm phần ảo  $b$  của số phức  $z = z_1 - z_2$ .  
A.  $b = -2$ .                      B.  $b = 2$ .                      C.  $b = 3$ .                      D.  $b = -3$ .

**Câu 20:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tính môđun của số phức  $z$  biết  $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$ .  
A.  $|z| = 25\sqrt{2}$                       B.  $|z| = 7\sqrt{2}$                       C.  $|z| = 5\sqrt{2}$                       D.  $|z| = \sqrt{2}$

**Câu 21:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho hai số phức  $z_1 = 5 - 7i$  và  $z_2 = 2 + 3i$ . Tìm số phức  $z = z_1 + z_2$ .  
A.  $z = 7 - 4i$                       B.  $z = 2 + 5i$                       C.  $z = -2 + 5i$                       D.  $z = 3 - 10i$

**Câu 22:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Cho số phức  $z = 1 - i + i^3$ . Tìm phần thực  $a$  và phần ảo  $b$  của  $z$ .  
A.  $a = 0, b = 1$                       B.  $a = -2, b = 1$   
C.  $a = 1, b = 0$                       D.  $a = 1, b = -2$

**Câu 23:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Tính môđun của số phức  $z$  thỏa mãn  $z(2 - i) + 13i = 1$ .  
A.  $|z| = \sqrt{34}$                       B.  $|z| = 34$                       C.  $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$                       D.  $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$

### Bài toán tìm số phức quy về giải phương trình và hệ phương trình nghiệm thực

**Câu 24:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Hỏi có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện  $|z - i| = 5$  và  $z^2$  là số thuần ảo?  
A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 0





- Câu 37: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+3|=5$  và  $|z-2i|=|z-2-2i|$ . Tính  $|z|$ .
- A.  $|z|=17$ .                      B.  $|z|=\sqrt{17}$ .                      C.  $|z|=\sqrt{10}$ .                      D.  $|z|=10$ .
- Câu 38: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|=5$  và  $|z+3|=|z+3-10i|$ . Tìm số phức  $w=z-4+3i$ .
- A.  $w=-3+8i$ .                      B.  $w=1+3i$ .                      C.  $w=-1+7i$ .                      D.  $w=-4+8i$ .
- Câu 39: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để tồn tại duy nhất số phức  $z$  thỏa mãn  $z\bar{z}=1$  và  $|z-\sqrt{3}+i|=m$ . Tìm số phần tử của  $S$ .
- A. 2.                                      B. 4.                                      C. 1.                                      D. 3.
- Câu 40: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho số phức  $z=a+bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z+2+i-|z|(1+i)=0$  và  $|z|>1$ . Tính  $P=a+b$ .
- A.  $P=-1$                               B.  $P=-5$                               C.  $P=3$                                       D.  $P=7$
- Câu 41: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z^2|=2|z+\bar{z}|+4$  và  $|z-1-i|=|z-3+3i|$ ?
- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 3.
- Câu 42: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$ . Môđun của  $z$  bằng
- A. 3.                                      B. 5.                                      C.  $\sqrt{5}$ .                                      D.  $\sqrt{3}$ .
- Câu 43: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z=7-16i$ . Môđun của số phức  $z$  bằng.
- A.  $\sqrt{5}$ .                                      B. 5.                                      C.  $\sqrt{3}$ .                                      D. 3.
- Câu 44: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-3i|=5$  và  $\frac{z}{z-4}$  là số thuần ảo?
- A. 0                                      B. Vô số                                      C. 1                                      D. 2
- Câu 45: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+3i|=\sqrt{13}$  và  $\frac{z}{z+2}$  là số thuần ảo?
- A. Vô số.                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 1.
- Câu 46: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$ ?
- A. 1                                      B. 3                                      C. 2                                      D. 4
- Câu 47: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu số phức thỏa mãn  $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$ ?
- A. 2                                      B. 3                                      C. 1                                      D. 4
- Câu 48: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$ ?
- A. 1                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 2
- Câu 49: (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Xét số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

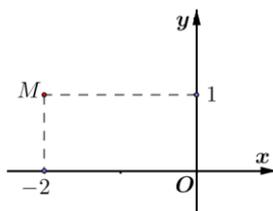


- A.  $\frac{3}{2} < |z| < 2$ .      B.  $|z| > 2$ .      C.  $|z| < \frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$ .

- Câu 50:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $|z|(z - 4 - i) + 2i = (5 - i)z$ ?
- A. 2      B. 3      C. 1      D. 4

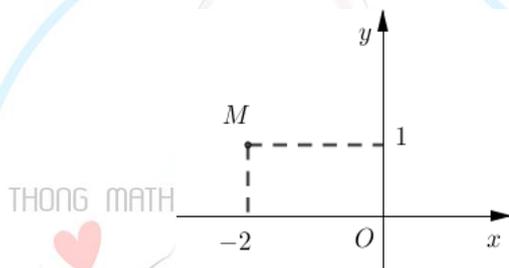
### BIỂU DIỄN TẬP HỢP ĐIỂM CỦA SỐ PHỨC

- Câu 51:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm  $M$  như hình bên?



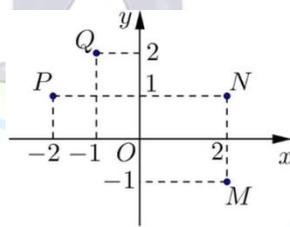
- A.  $z_1 = 2 + i$       B.  $z_2 = 1 + 2i$       C.  $z_3 = -2 + i$       D.  $z_4 = 1 - 2i$

- Câu 52:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



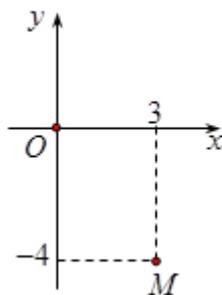
- A.  $z = -2 + i$       B.  $z = 1 - 2i$       C.  $z = 2 + i$       D.  $z = 1 + 2i$

- Câu 53:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức  $z = -1 + 2i$ ?



- A.  $N$ .      B.  $P$ .      C.  $M$ .      D.  $Q$ .

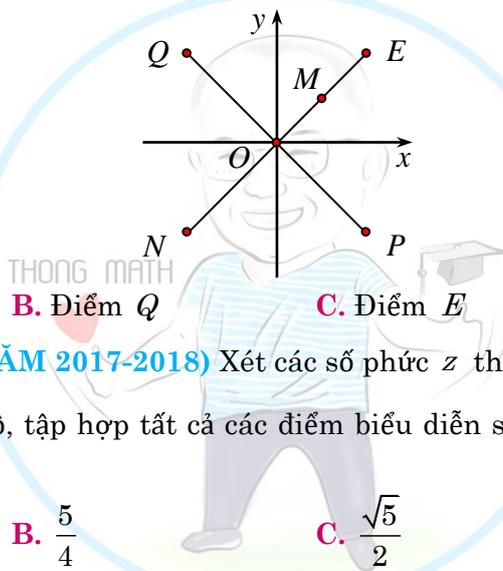
- Câu 54:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Tìm phần thực và phần ảo của số phức  $z$ .



- A. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3$       B. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4i$   
 C. Phần thực là  $3$  và phần ảo là  $-4$       D. Phần thực là  $-4$  và phần ảo là  $3i$



- Câu 55: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - i, z_2 = 1 + i$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $2z_1 + z_2$  có tọa độ là:
- A.  $(5; -1)$ .                      B.  $(-1; 5)$ .                      C.  $(5; 0)$ .                      D.  $(0; 5)$ .
- Câu 56: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Cho số phức  $z = 1 - 2i$ . Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = iz$  trên mặt phẳng tọa độ ?
- A.  $Q(1; 2)$                       B.  $N(2; 1)$                       C.  $M(1; -2)$                       D.  $P(-2; 1)$
- Câu 57: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + i$  và  $z_2 = 2 + i$ . Trên mặt phẳng  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $z_1 + 2z_2$  có tọa độ là
- A.  $(2; 5)$ .                      B.  $(3; 5)$ .                      C.  $(5; 2)$ .                      D.  $(5; 3)$ .
- Câu 58: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Cho số phức  $z_1 = 1 - 2i, z_2 = -3 + i$ . Tìm điểm biểu diễn của số phức  $z = z_1 + z_2$  trên mặt phẳng tọa độ.
- A.  $N(4; -3)$ .                      B.  $M(2; -5)$ .                      C.  $P(-2; -1)$ .                      D.  $Q(-1; 7)$ .
- Câu 59: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong mặt phẳng tọa độ, điểm  $M$  là điểm biểu diễn của số phức  $z$ . Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức  $2z$ ?



- A. Điểm  $N$                       B. Điểm  $Q$                       C. Điểm  $E$                       D. Điểm  $P$
- Câu 60: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} + i)(z + 2)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 1                      B.  $\frac{5}{4}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- Câu 61: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} + 3i)(z - 3)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng:
- A.  $\frac{9}{2}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C. 3                      D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
- Câu 62: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} + 2i)(z - 2)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 2                      B.  $2\sqrt{2}$                       C. 4                      D.  $\sqrt{2}$
- Câu 63: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$  là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của  $z$  là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là
- A.  $(1; -1)$ .                      B.  $(1; 1)$ .                      C.  $(-1; 1)$ .                      D.  $(-1; -1)$ .



- Câu 64: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - i$  và  $z_2 = 1 + 2i$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $3z_1 + z_2$  có tọa độ là
- A.  $(4; -1)$ .                      B.  $(-1; 4)$ .                      C.  $(4; 1)$ .                      D.  $(1; 4)$ .
- Câu 65: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hai số phức  $z_1 = -2 + i$  và  $z_2 = 1 + i$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , điểm biểu diễn số phức  $2z_1 + z_2$  có tọa độ là
- A.  $(3; -3)$ .                      B.  $(2; -3)$ .                      C.  $(-3; 3)$ .                      D.  $(-3; 2)$ .
- Câu 66: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + i)z = 3 - i$ . Hỏi điểm biểu diễn của  $z$  là điểm nào trong các điểm  $M, N, P, Q$  ở hình bên?
- A. Điểm  $P$ .                      B. Điểm  $Q$ .                      C. Điểm  $M$ .                      D. Điểm  $N$ .
- Câu 67: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Cho các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = 4$ . Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức  $w = (3 + 4i)z + i$  là một đường tròn. Tính bán kính  $r$  của đường tròn đó.
- A.  $r = 4$ .                      B.  $r = 5$ .                      C.  $r = 20$ .                      D.  $r = 22$ .
- Câu 68: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(\bar{z} - 2i)(z + 2)$  là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức  $z$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt{2}$                       C. 2                      D. 4
- Câu 69: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp điểm biểu diễn của các số phức  $w = \frac{4 + iz}{1 + z}$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A.  $\sqrt{34}$ .                      B. 26.                      C. 34.                      D.  $\sqrt{26}$ .
- Câu 70: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp điểm biểu diễn số phức  $w = \frac{3 + iz}{1 + z}$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A.  $2\sqrt{3}$ .                      B. 12.                      C. 20.                      D.  $2\sqrt{5}$ .
- Câu 71: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $w$  thỏa mãn  $w = \frac{2 + iz}{1 + z}$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 10.                      B.  $\sqrt{2}$ .                      C. 2.                      D.  $\sqrt{10}$ .
- Câu 72: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp các điểm biểu diễn của số phức  $w$  thỏa mãn  $w = \frac{5 + iz}{1 + z}$  là một đường tròn có bán kính bằng
- A. 52.                      B.  $2\sqrt{13}$ .                      C.  $2\sqrt{11}$ .                      D. 44.

### PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI CỦA SỐ PHỨC

- Câu 73: (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Kí hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình  $4z^2 - 16z + 17 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức  $w = iz_0$ ?



A.  $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ .      B.  $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ .      C.  $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$ .      D.  $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$ .

**Câu 74:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức  $1 + \sqrt{2}i$  và  $1 - \sqrt{2}i$  là nghiệm?

A.  $z^2 + 2z + 3 = 0$       B.  $z^2 - 2z - 3 = 0$       C.  $z^2 - 2z + 3 = 0$       D.  $z^2 + 2z - 3 = 0$

**Câu 75:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Kí hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $3z^2 - z + 1 = 0$ . Tính  $P = |z_1| + |z_2|$ .

A.  $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$       B.  $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$       C.  $P = \frac{2}{3}$       D.  $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

**Câu 76:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Ký hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - z + 6 = 0$  Tính  $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$ .

A.  $P = \frac{1}{6}$ .      B.  $P = \frac{1}{12}$ .      C.  $P = -\frac{1}{6}$ .      D.  $P = 6$ .

**Câu 77:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Kí hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + 4 = 0$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là điểm biểu diễn của  $z_1, z_2$  trên mặt phẳng tọa độ. Tính  $T = OM + ON$  với  $O$  là gốc tọa độ.

A.  $T = \sqrt{2}$ .      B.  $T = 2$ .      C.  $T = 8$ .      D. 4.

**Câu 78:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Gọi  $z_1$  và  $z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $4z^2 - 4z + 3 = 0$ . Giá trị của biểu thức  $|z_1| + |z_2|$  bằng:

A.  $3\sqrt{2}$       B.  $2\sqrt{3}$       C. 3      D.  $\sqrt{3}$

**Câu 79:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Ký hiệu  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 3z + 5 = 0$ . Giá trị của  $|z_1| + |z_2|$  bằng

A.  $2\sqrt{5}$ .      B.  $\sqrt{5}$ .      C. 3.      D. 10.

**Câu 80:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Gọi  $z_1, z_2$  là 2 nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 6z + 14 = 0$ . Giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  bằng:

A. 36.      B. 8.      C. 28.      D. 18.

**Câu 81:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Kí hiệu  $z_1; z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 + z + 1 = 0$ . Tính  $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2$ .

A.  $P = 1$       B.  $P = 2$       C.  $P = -1$       D.  $P = 0$

**Câu 82:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức phương trình  $z^2 - 6z + 10 = 0$ . Giá trị  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

A. 16.      B. 56.      C. 20.      D. 26.

**Câu 83:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 5 = 0$ . Giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

A. 6.      B. 8.      C. 16.      D. 26.

**Câu 84:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 4z + 7 = 0$ . Giá trị của  $z_1^2 + z_2^2$  bằng

A. 10.      B. 8.      C. 16.      D. 2.



**Câu 85: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Kí hiệu  $z_1, z_2, z_3$  và  $z_4$  là bốn nghiệm phức của phương trình  $z^4 - z^2 - 12 = 0$ . Tính tổng  $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$ .

- A.  $T = 4$                       B.  $T = 2\sqrt{3}$                       C.  $T = 4 + 2\sqrt{3}$                       D.  $T = 2 + 2\sqrt{3}$

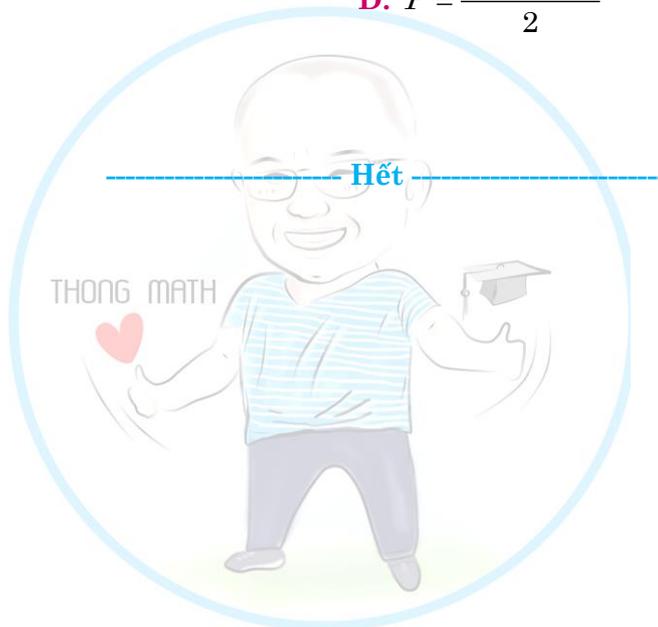
**CỰC TRỊ (Max min) CỦA SỐ PHỨC**

**Câu 86: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Xét số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$ . Tính  $P = a + b$  khi  $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $P = 10$                       B.  $P = 4$                       C.  $P = 6$                       D.  $P = 8$

**Câu 87: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Xét số phức  $z$  thỏa mãn  $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$ . Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của  $|z - 1 + i|$ . Tính  $P = m + M$ .

- A.  $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$                       B.  $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$   
 C.  $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$                       D.  $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$







**TOÁN THONG-MATH**  
Name:.....

**TÀI LIỆU ÔN THI THPT QG – NĂM HỌC 2019 – 2020**  
**HÌNH HỌC 12: CHƯƠNG III**

**Chuyên Đề**

**TỌA ĐỘ ĐIỂM – PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU- MP – ĐƯỜNG THẲNG -BGD**

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.B	2.D	3.B	4.A	5.C	6.D	7.A	8.C	9.C	10.A
11.A	12.B	13.B	14.B	15.A	16.D	17.D	18.A	19.C	20.C
21.A	22.D	23.B	24.A	25.B	26.C	27.A	28.D	29.D	30.C
31.C	32.C	33.B	34.C	35.C	36.B	37.A	38.C	39.B	40.C
41.D	42.C	43.A	44.C	45.B	46.D	47.A	48.A	49.C	50.B
51.B	52.A	53.D	54.A	55.D	56.D	57.C	58.B	59.D	60.C
61.D	62.C	63.B	64.B	65.B	66.A	67.A	68.C	69.D	70.C
71.C	72.A	73.A	74.B	75.D	76.A	77.C	78.B	79.B	80.B
81.B	82.C	83.B	84.C	85.C	86.D	87.B	88.A	89.B	90.D
91.C	92.A	93.B	94.A	95.C	96.C	97.B	98.D	99.C	100.C
101.A	102.C	103.D	104.C	105.A	106.C	107.D	108.A	109.A	110.A
111.A	112.A	113.A	114.C	115.C	116.B	117.C	118.C	119.C	120.C
121.C	122.D	123.D	124.D	125.C	126.C				

**TỌA ĐỘ ĐIỂM- TỌA ĐỘ VEC TƠ**

- Câu 1:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;-2;3)$  và  $B(-1;2;5)$ . Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$ .
- A.  $I(-2;2;1)$ .      B.  $I(1;0;4)$ .      C.  $I(2;0;8)$ .      D.  $I(2;-2;-1)$ .
- Câu 2:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(3;-4;0)$ ,  $B(-1;1;3)$ ,  $C(3,1,0)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  trên trục hoành sao cho  $AD = BC$ .
- A.  $D(-2;1;0)$ ,  $D(-4;0;0)$       B.  $D(0;0;0)$ ,  $D(-6;0;0)$   
C.  $D(6;0;0)$ ,  $D(12;0;0)$       D.  $D(0;0;0)$ ,  $D(6;0;0)$
- Câu 3:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxy)$  ?
- A.  $\vec{i} = (1;0;0)$       B.  $\vec{k} = (0;0;1)$       C.  $\vec{j} = (0;1;0)$       D.  $\vec{m} = (1;1;1)$
- Câu 4:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;2;1)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $OA$ .
- A.  $OA = 3$       B.  $OA = 9$       C.  $OA = \sqrt{5}$       D.  $OA = 5$
- Câu 5:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;-4;3)$  và  $B(2;2;7)$ . Trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  có tọa độ là
- A.  $(1;3;2)$       B.  $(2;6;4)$       C.  $(2;-1;5)$       D.  $(4;-2;10)$
- Câu 6:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-2)$  và  $B(2;2;1)$ . Vector  $\overline{AB}$  có tọa độ là
- A.  $(3;3;-1)$       B.  $(-1;-1;-3)$       C.  $(3;1;1)$       D.  $(1;1;3)$



- Câu 7:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;1;-1)$  và  $B(2;3;2)$ , véc tơ  $\overline{AB}$  có tọa độ là  
**A.**  $(1;2;3)$ .      **B.**  $(-1;-2;3)$ .      **C.**  $(3;5;1)$ .      **D.**  $(3;4;1)$ .
- Câu 8:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;-1;1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là  
**A.**  $(3;0;0)$ .      **B.**  $(3;-1;0)$ .      **C.**  $(0;0;1)$ .      **D.**  $(0;-1;0)$ .
- Câu 9:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2;1;-1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
**A.**  $(0;0;-1)$ .      **B.**  $(2;0;-1)$ .      **C.**  $(0;1;0)$ .      **D.**  $(2;0;0)$ .
- Câu 10:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(3;1;-1)$  trên trục  $Oy$  có tọa độ là  
**A.**  $(0;1;0)$ .      **B.**  $(3;0;0)$ .      **C.**  $(0;0;-1)$ .      **D.**  $(3;0;-1)$ .
- Câu 11:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-2;3;1)$  và  $B(5;6;2)$ . Đường thẳng  $AB$  cắt mặt phẳng  $(Oxz)$  tại điểm  $M$ . Tính tỉ số  $\frac{AM}{BM}$ .  
**A.**  $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$       **B.**  $\frac{AM}{BM} = 2$       **C.**  $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$       **D.**  $\frac{AM}{BM} = 3$
- Câu 12:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2;3;-1)$ ,  $N(-1;1;1)$  và  $P(1;m-1;2)$ . Tìm  $m$  để tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$ .  
**A.**  $m = -6$ .      **B.**  $m = 0$ .      **C.**  $m = -4$ .      **D.**  $m = 2$ .
- Câu 13:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(3;-1;1)$ . Hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên mặt phẳng  $(Oyz)$  là điểm  
**A.**  $M(3;0;0)$       **B.**  $N(0;-1;1)$       **C.**  $P(0;-1;0)$       **D.**  $Q(0;0;1)$
- Câu 14:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho hai vectơ  $\vec{a}(2;1;0)$ ,  $\vec{b}(-1;0;-2)$ . Tính  $\cos(\vec{a}, \vec{b})$   
**A.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$ .      **B.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$ .      **C.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$ .      **D.**  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$ .

**PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

- Câu 15:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và tính bán kính  $R$  của  $(S)$   
**A.**  $I(-1;2;1)$  và  $R = 3$       **B.**  $I(1;-2;-1)$  và  $R = 3$   
**C.**  $I(-1;2;1)$  và  $R = 9$       **D.**  $I(1;-2;-1)$  và  $R = 9$
- Câu 16:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ .  
**A.**  $I(-1;2;-4), R = 5\sqrt{2}$       **B.**  $I(-1;2;-4), R = 2\sqrt{5}$   
**C.**  $I(1;-2;4), R = 20$       **D.**  $I(1;-2;4), R = 2\sqrt{5}$
- Câu 17:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian hệ tọa độ  $Oxyz$ , tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$  là phương trình của một mặt cầu.  
**A.**  $m > 6$       **B.**  $m \geq 6$       **C.**  $m \leq 6$       **D.**  $m < 6$



- Câu 18:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$ . Tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .
- A.  $R = 3$ .                      B.  $R = 18$ .                      C.  $R = 9$ .                      D.  $R = 6$ .
- Câu 19:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$ . Tính bán kính  $R$  của  $(S)$ .
- A.  $R = 8$ .                      B.  $R = 4$ .                      C.  $R = 2\sqrt{2}$ .                      D.  $R = 64$ .
- Câu 20:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là
- A.  $(3; 1; -1)$                       B.  $(3; -1; 1)$                       C.  $(-3; -1; 1)$                       D.  $(-3; 1; -1)$
- Câu 21:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$  có bán kính bằng
- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C. 3                      D. 9
- Câu 22:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. 9.                      B.  $\sqrt{15}$ .                      C.  $\sqrt{7}$ .                      D. 3.
- Câu 23:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. 9.                      B. 3.                      C. 15.                      D.  $\sqrt{7}$ .
- Câu 24:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -2; 3)$ . Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên trục  $Ox$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm  $I$ , bán kính  $IM$ ?
- A.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$                       B.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$   
 C.  $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$                       D.  $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$
- Câu 25:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $I(1; 1; 1)$  và  $A(1; 2; 3)$ . Phương trình của mặt cầu có tâm  $I$  và đi qua  $A$  là
- A.  $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$ .                      B.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ .                      D.  $x+1^2 + y+1^2 + (z+1)^2 = 5$ .
- Câu 26:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$ . bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A.  $\sqrt{7}$ .                      B. 9.                      C. 3.                      D.  $\sqrt{15}$ .
- Câu 27:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 7 = 0$ . Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. 3.                      B. 9.                      C.  $\sqrt{15}$ .                      D.  $\sqrt{7}$ .

**PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG**

**Bài toán về vtpt - viết pt mặt phẳng**

- Câu 28:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - z + 2 = 0$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?
- A.  $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$                       B.  $\vec{n}_1 = (3; -1; 2)$                       C.  $\vec{n}_3 = (3; -1; 0)$                       D.  $\vec{n}_2 = (3; 0; -1)$



- Câu 29:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến là  
**A.**  $\vec{n}_1 = (3; 2; 1)$       **B.**  $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$       **C.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$       **D.**  $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$
- Câu 30:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 3x + 2y + z - 4 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến là  
**A.**  $\vec{n}_3 = (-1; 2; 3)$       **B.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; -3)$       **C.**  $\vec{n}_2 = (3; 2; 1)$       **D.**  $\vec{n}_1 = (1; 2; 3)$
- Câu 31:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + 3y + z - 1 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến là  
**A.**  $\vec{n}_1 = (2; 3; -1)$       **B.**  $\vec{n}_3 = (1; 3; 2)$       **C.**  $\vec{n}_4 = (2; 3; 1)$       **D.**  $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$
- Câu 32:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến là  
**A.**  $\vec{n}_4 = (1; 3; 2)$       **B.**  $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$       **C.**  $\vec{n}_3 = (2; 1; 3)$       **D.**  $\vec{n}_2 = (-1; 3; 2)$
- Câu 33:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 1 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?  
**A.**  $\vec{n}_3 = (1; 2; -1)$ .      **B.**  $\vec{n}_4 = (1; 2; 3)$ .      **C.**  $\vec{n}_1 = (1; 3; -1)$ .      **D.**  $\vec{n}_2 = (2; 3; -1)$ .
- Câu 34:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?  
**A.**  $\vec{n}_1 (2; -1; -3)$ .      **B.**  $\vec{n}_4 (2; 1; 3)$ .      **C.**  $\vec{n}_2 (2; -1; 3)$ .      **D.**  $\vec{n}_3 (2; 3; 1)$ .
- Câu 35:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?  
**A.**  $\vec{n}_3 = (-3; 1; -2)$ .      **B.**  $\vec{n}_2 = (2; -3; -2)$ .      **C.**  $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$ .      **D.**  $\vec{n}_4 = (2; 1; -2)$ .
- Câu 36:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?  
**A.**  $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$ .      **B.**  $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$ .      **C.**  $\vec{n}_2 = (4; 1; -1)$ .      **D.**  $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$ .
- Câu 37:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0; 1; 1)$  và  $B(1; 2; 3)$ . Viết phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$ .  
**A.**  $x + y + 2z - 3 = 0$       **B.**  $x + y + 2z - 6 = 0$   
**C.**  $x + 3y + 4z - 7 = 0$       **D.**  $x + 3y + 4z - 26 = 0$
- Câu 38:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho 3 điểm  $A(1; 0; 0)$ ;  $B(0; -2; 0)$ ;  $C(0; 0; 3)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ ?  
**A.**  $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$ .      **B.**  $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$ .      **C.**  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{3} = 1$ .      **D.**  $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ .
- Câu 39:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng  $(Oyz)$ ?  
**A.**  $y = 0$       **B.**  $x = 0$       **C.**  $y - z = 0$       **D.**  $z = 0$
- Câu 40:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(1; 2; -3)$  và có một véc tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ ?  
**A.**  $x - 2y + 3z - 12 = 0$ .      **B.**  $x - 2y - 3z + 6 = 0$ .  
**C.**  $x - 2y + 3z + 12 = 0$ .      **D.**  $x - 2y - 3z - 6 = 0$ .



- Câu 41:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;-1;0)$ ,  $P(0;0;2)$ . Mặt phẳng  $(MNP)$  có phương trình là:
- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ .      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ .      C.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ .      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$
- Câu 42:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxz)$  có phương trình là
- A.  $z = 0$ .      B.  $x + y + z = 0$ .      C.  $y = 0$ .      D.  $x = 0$ .
- Câu 43:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4;0;1)$  và  $B(-2;2;3)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ ?
- A.  $3x - y - z = 0$       B.  $3x + y + z - 6 = 0$       C.  $3x - y - z + 1 = 0$       D.  $6x - 2y - 2z - 1 = 0$
- Câu 44:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(3;-1;-2)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua  $M$  và song song với  $(\alpha)$ ?
- A.  $(\alpha): 3x + y - 2z - 14 = 0$ .      B.  $(\alpha): 3x - y + 2z + 6 = 0$ .  
C.  $(\alpha): 3x - y + 2z - 6 = 0$ .      D.  $(\alpha): 3x - y - 2z + 6 = 0$ .
- Câu 45:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;1)$  và  $B(2;1;0)$ . Mặt phẳng qua  $A$  và vuông góc với  $AB$  có phương trình là
- A.  $3x - y - z - 6 = 0$       B.  $3x - y - z + 6 = 0$       C.  $x + 3y + z - 5 = 0$       D.  $x + 3y + z - 6 = 0$
- Câu 46:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(2;-1;2)$  và song song với mặt phẳng  $(P): 2x - y + 3z + 2 = 0$  có phương trình là
- A.  $2x + y + 3z - 9 = 0$       B.  $2x - y + 3z + 11 = 0$       C.  $2x - y - 3z + 11 = 0$       D.  $2x - y + 3z - 11 = 0$
- Câu 47:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$  cho điểm  $A(1;2;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt trục  $Ox$  có phương trình là
- A.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$
- Câu 48:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-1;1;1)$ ,  $B(2;1;0)$   $C(1;-1;2)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $BC$  có phương trình là
- A.  $x + 2y - 2z + 1 = 0$       B.  $x + 2y - 2z - 1 = 0$       C.  $3x + 2z - 1 = 0$       D.  $3x + 2z + 1 = 0$
- Câu 49:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(5;-4;2)$  và  $B(1;2;4)$ . Mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với đường thẳng  $AB$  có phương trình là
- A.  $2x - 3y - z + 8 = 0$       B.  $3x - y + 3z - 13 = 0$   
C.  $2x - 3y - z - 20 = 0$       D.  $3x - y + 3z - 25 = 0$
- Câu 50:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;3;0)$  và  $B(5;1;-2)$ . Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là
- A.  $2x - y - z + 5 = 0$ .      B.  $2x - y - z - 5 = 0$ .      C.  $x + y + 2z - 3 = 0$ .      D.  $3x + 2y - z - 14 = 0$ .
- Câu 51:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1;2;0)$ ,  $B(3;0;2)$ . Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  là
- A.  $2x + y + z - 4 = 0$ .      B.  $2x - y + z - 2 = 0$ .



C.  $x + y + z - 3 = 0$ .

D.  $2x - y + z + 2 = 0$ .

**Câu 52:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;1;2)$  và  $B(6;5;-4)$ .

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

A.  $2x + 2y - 3z - 17 = 0$ .

B.  $4x + 3y - z - 26 = 0$ .

C.  $2x + 2y - 3z + 17 = 0$ .

D.  $2x + 2y + 3z - 11 = 0$ .

**Câu 53:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4;0;1)$ ,  $B(-2;2;3)$ . Mặt

phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  có phương trình là

A.  $6x - 2y - 2z - 1 = 0$ . B.  $3x + y + z - 6 = 0$ . C.  $x + y + 2z - 6 = 0$ . D.  $3x - y - z = 0$ .

**Câu 54:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;1;2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục  $x'Ox, y'Oy, z'Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  sao cho  $OA = OB = OC \neq 0$ ?

A. 3

B. 1

C. 4

D. 8.

**Bài toán về điểm với mặt phẳng, khoảng cách - góc**

**Câu 55:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + z - 5 = 0$ . Điểm nào dưới đây thuộc  $(P)$  ?

A.  $Q(2;-1;5)$

B.  $P(0;0;-5)$

C.  $N(-5;0;0)$

D.  $M(1;1;6)$

**Câu 56:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$ . Điểm nào dưới đây **không** thuộc  $(\alpha)$ .

A.  $N(2;2;2)$ .

B.  $M(3;-1;-2)$ .

C.  $P(1;2;3)$ .

D.  $M(1;-1;1)$ .

**Câu 57:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  có phương trình  $3x + 4y + 2z + 4 = 0$  và điểm  $A(1;-2;3)$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $A$  đến  $(P)$ .

A.  $d = \frac{5}{9}$

B.  $d = \frac{5}{29}$

C.  $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$

D.  $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$

**Câu 58:** Trong không gian  $Oxyz$ , khoảng cách giữa hai mặt phẳng  $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$  và mặt phẳng  $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$  bằng

A.  $\frac{8}{3}$ .

B.  $\frac{7}{3}$ .

C. 3.

D.  $\frac{4}{3}$ .

**Bài toán về vị trí tương đối mặt phẳng - mặt phẳng - mặt cầu**

**Câu 59:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2;1;1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$ . Biết mặt phẳng  $(P)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu  $(S)$

A.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$

B.  $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$

D.  $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

**Câu 60:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm  $I(1;2;-1)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$  ?

A.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

C.  $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$





**Câu 69:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới

đây là phương trình chính tắc của đường thẳng  $d$ : 
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases} ?$$

A.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$

C.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$

D.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$

**Câu 70:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0;-1;3)$ ,  $B(1;0;1)$ ,  $C(-1;1;2)$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua  $A$  và song song với đường thẳng  $BC$ ?

A.  $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

B.  $x - 2y + z = 0$ .

C.  $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ .

D.  $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

**Câu 71:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;-2;-3)$ ,  $B(-1;4;1)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  và song song với  $d$ ?

A.  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ .

B.  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$ .

C.  $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

D.  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$ .

**Câu 72:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ ;  $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$ . Đường thẳng vuông góc với  $(P)$ , cắt  $d_1$  và  $d_2$  có phương trình là

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

B.  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C.  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$

D.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

**Câu 73:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2;1;3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ . Đường thẳng đi qua  $A$ , vuông góc với  $d$  và cắt trục  $Oy$  có phương trình là.

A.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

**Câu 74:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $A(1;0;2)$  và đường thẳng  $d$  có phương trình:  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $A$ , vuông góc và cắt  $d$ .

A.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$

B.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$

C.  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$

D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$



**Câu 75:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-1;1;3)$  và hai đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$ ,  $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua  $M$ , vuông góc với  $\Delta$  và  $\Delta'$ .

A.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

**Câu 76:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$  và  $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng

thuộc mặt phẳng chứa  $d$  và  $d'$ , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A.  $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ .      B.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$ .  
C.  $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$ .      D.  $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$ .

**Câu 77:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua điểm  $A(1;1;1)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (1; -2; 2)$ . Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $d$  và  $\Delta$  có phương trình là.

A.  $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

**Câu 78:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua điểm  $A(1; -3; 5)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u}(1; 2; -2)$ . Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $d$  và  $\Delta$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -3 + 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$

**Câu 79:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua điểm  $A(1;1;1)$  và có vector chỉ phương  $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ . Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $d$  và  $\Delta$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 27t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = 11 - 10t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -18 + 19t \\ y = -6 + 7t \\ z = -11 - 10t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 17t \\ z = 1 + 10t \end{cases}$



**Câu 80:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$ . Gọi  $\Delta$

là đường thẳng đi qua điểm  $A(1; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u} = (0; -7; -1)$ . Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi  $d$  và  $\Delta$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

**Câu 81:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases} ?$

A.  $P(1; 2; 5)$       B.  $N(1; 5; 2)$       C.  $Q(-1; 1; 3)$       D.  $M(1; 1; 3)$

**Câu 82:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$  đi qua điểm nào dưới đây?

A.  $Q(2; -1; 2)$ .      B.  $M(-1; -2; -3)$ .      C.  $P(1; 2; 3)$ .      D.  $N(-2; 1; -2)$ .

**Câu 83:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , hình chiếu vuông góc của điểm  $M(2; 1; -1)$  trên trục  $Oz$  có tọa độ là

A.  $(2; 1; 0)$ .      B.  $(0; 0; -1)$ .      C.  $(2; 0; 0)$ .      D.  $(0; 1; 0)$ .

**Câu 84:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng

$d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{2}$ .

A.  $P(1; 1; 2)$       B.  $N(2; -1; 2)$       C.  $Q(-2; 1; -2)$       D.  $M(-2; -2; 1)$

**Câu 85:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; -1; 2)$ ,

$B(-1; 2; 3)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ . Tìm điểm  $M(a; b; c)$  thuộc  $d$  sao cho  $MA^2 + MB^2 = 28$ , biết  $c < 0$ .

A.  $M(-1; 0; -3)$ .      B.  $M(2; 3; 3)$ .      C.  $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$ .      D.  $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$ .

**Khoảng cách và vị trí tương đối**

**Câu 86:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng

$(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa  $\Delta$  và  $(P)$ .

A.  $d = \frac{1}{3}$       B.  $d = \frac{5}{3}$       C.  $d = \frac{2}{3}$       D.  $d = 2$

**Câu 87:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta$  có

phương trình:  $\frac{x-10}{5} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{1}$ . Xét mặt phẳng  $(P): 10x + 2y + mz + 11 = 0$ ,  $m$  là tham số thực.

Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với đường thẳng  $\Delta$ .

A.  $m = -2$       B.  $m = 2$       C.  $m = -52$       D.  $m = 52$

**Câu 88:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng



$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-5}{-1}$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 3y + 2z + 6 = 0$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $d$  cắt và không vuông góc với  $(P)$                       B.  $d$  vuông góc với  $(P)$   
 C.  $d$  song song với  $(P)$     D.  $d$  nằm trong  $(P)$ .

**BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐƯỜNG THẲNG - MẶT PHẪNG - MẶT CẦU.**

**Câu 89:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm  $A(2;3;0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): x + 3y - z + 5 = 0$ ?

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

**Câu 90:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;-2;3)$  và hai mặt phẳng  $(P): x + y + z + 1 = 0$ ,  $(Q): x - y + z - 2 = 0$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua  $A$ , song song với  $(P)$  và  $(Q)$ ?

- A.  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$

**Câu 91:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$  và  $D(2;0;-2)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(BCD)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

**Câu 92:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;-1;0), B(1;2;1), C(3;-2;0)$  và  $D(1;1;-3)$ . Đường thẳng đi qua  $D$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$                       B.  $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$                       C.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$                       D.  $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

**Câu 93:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  song song và cách đều hai đường thẳng  $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$  và  $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$

- A.  $(P): 2x - 2z + 1 = 0$     B.  $(P): 2y - 2z + 1 = 0$   
 C.  $(P): 2x - 2y + 1 = 0$     D.  $(P): 2y - 2z - 1 = 0$

**Câu 94:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$ . Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $OAB$  và vuông góc với mặt phẳng  $(OAB)$  có phương trình là:

- A.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$     B.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$



C.  $\frac{x + \frac{1}{3}}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-2} = \frac{z - \frac{11}{6}}{2}$

D.  $\frac{x + \frac{2}{9}}{1} = \frac{y - \frac{2}{9}}{-2} = \frac{z + \frac{5}{9}}{2}$

**Câu 95:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;2;0)$ ,  $B(2;0;2)$ ,  $C(2;-1;3)$  và  $D(1;1;3)$ . Đường thẳng đi qua  $C$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABD)$  có phương trình là

A.  $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

**Câu 96:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 3 = 0$  và đường thẳng  $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ . Hình chiếu vuông góc của  $d$  trên  $(P)$  có phương trình là

A.  $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$

B.  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$

C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$

D.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$

**Câu 97:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $A(1;2;-2)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3}$  có phương trình là

A.  $3x + 2y + z - 5 = 0$

B.  $2x + y + 3z + 2 = 0$

C.  $x + 2y + 3z + 1 = 0$

D.  $2x + y + 3z - 2 = 0$

**Câu 98:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của  $d$  trên mặt phẳng  $x+3=0$ ?

A.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$

**Câu 99:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $M(3;-1;1)$  và vuông góc với đường thẳng  $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ ?

A.  $3x - 2y + z + 12 = 0$

B.  $3x + 2y + z - 8 = 0$

C.  $3x - 2y + z - 12 = 0$

D.  $x - 2y + 3z + 3 = 0$

**Câu 100:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$  và mặt phẳng  $(P): x + y - z + 1 = 0$ . Đường thẳng nằm trong mặt phẳng  $(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với  $d$  có phương trình là:

A.  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -4t \\ z = -3t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$

**Câu 101:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$  và mặt phẳng  $(P): x - 2y - z + 3 = 0$ . Đường thẳng nằm trong  $(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với  $\Delta$  có phương trình là



$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2 \end{cases}$$

**Câu 102:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$  và  $D(1;1;3)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(BCD)$  có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$$

**Câu 103:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$  và điểm  $A(-1;3;6)$ . Gọi  $A'$  là điểm đối xứng với  $A$  qua  $(P)$ , tính  $OA'$ .

$$\text{A. } OA' = 3\sqrt{26} \quad \text{B. } OA' = 5\sqrt{3} \quad \text{C. } OA' = \sqrt{46} \quad \text{D. } OA' = \sqrt{186}$$

**Câu 104:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \text{ và mặt phẳng } (P): 2x + 2y - 3z = 0. \text{ Phương trình nào dưới đây}$$

là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của  $d_1$  và  $(P)$ , đồng thời vuông góc với  $d_2$ .

$$\text{A. } 2x - y + 2z + 22 = 0 \quad \text{B. } 2x - y + 2z + 13 = 0 \\ \text{C. } 2x - y + 2z - 13 = 0 \quad \text{D. } 2x + y + 2z - 22 = 0$$

**Câu 105:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu

$$(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2 \text{ và hai đường thẳng } d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}; \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với  $(S)$ , song song với  $d$  và  $\Delta$ ?

$$\text{A. } x + z + 1 = 0 \quad \text{B. } x + y + 1 = 0 \quad \text{C. } y + z + 3 = 0 \quad \text{D. } x + z - 1 = 0$$

**Câu 106:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu

$$(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9 \text{ và điểm } A(2;3;-1). \text{ Xét các điểm } M \text{ thuộc } (S) \text{ sao cho đường}$$

thẳng  $AM$  tiếp xúc với  $(S)$ ,  $M$  luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

$$\text{A. } 6x + 8y + 11 = 0 \quad \text{B. } 3x + 4y + 2 = 0 \quad \text{C. } 3x + 4y - 2 = 0 \quad \text{D. } 6x + 8y - 11 = 0$$

**Câu 107:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu

$$(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 = 2 \text{ và điểm } A(1;2;3). \text{ Xét các điểm } M \text{ thuộc } (S) \text{ sao cho đường}$$

thẳng  $AM$  tiếp xúc với  $(S)$ ,  $M$  luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

$$\text{A. } 2x + 2y + 2z + 15 = 0 \quad \text{B. } 2x + 2y + 2z - 15 = 0 \\ \text{C. } x + y + z + 7 = 0 \quad \text{D. } x + y + z - 7 = 0$$

**Câu 108:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , xét các điểm

$$A(0;0;1), B(m;0;0), C(0;n;0), D(1;1;1) \text{ với } m > 0; n > 0 \text{ và } m + n = 1. \text{ Biết rằng khi } m, n \text{ thay đổi,}$$

tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng  $(ABC)$  và đi qua  $D$ . Tính bán kính  $R$  của mặt cầu đó?

$$\text{A. } R = 1. \quad \text{B. } R = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad \text{C. } R = \frac{3}{2}. \quad \text{D. } R = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



**Câu 109:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2016-2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(4; 6; 2)$  và  $B(2; -2; 0)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z = 0$ . Xét đường thẳng  $d$  thay đổi thuộc  $(P)$  và đi qua  $B$ , gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$ . Biết rằng khi  $d$  thay đổi thì  $H$  thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính  $R$  của đường tròn đó.

- A.  $R = \sqrt{6}$                       B.  $R = 2$                       C.  $R = 1$                       D.  $R = \sqrt{3}$

**Câu 110:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$  và điểm  $A(-1; -1; -1)$ . Xét các điểm  $M$  thuộc  $(S)$  sao cho đường thẳng  $AM$  tiếp xúc với  $(S)$ ,  $M$  luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A.  $3x + 4y - 2 = 0$               B.  $3x + 4y + 2 = 0$   
C.  $6x + 8y + 11 = 0$               D.  $6x + 8y - 11 = 0$

**Câu 111:** (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z + \sqrt{2})^2 = 3$ . Có tất cả bao nhiêu điểm  $A(a; b; c)$  ( $a, b, c$  là các số nguyên) thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của  $(S)$  đi qua  $A$  và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 12.                      B. 8.                      C. 16.                      D. 4.

**Câu 112:** (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$ . Có tất cả bao nhiêu điểm  $A(a; b; c)$  ( $a, b, c$  là các số nguyên) thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của  $(S)$  qua  $A$  và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 12.                      B. 4.                      C. 8.                      D. 16.

**Câu 113:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 5$ . Có tất cả bao nhiêu điểm  $A(a; b; c)$  ( $a, b, c$  là các số nguyên) thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của  $(S)$  đi qua  $A$  và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 20.                      B. 8.                      C. 12.                      D. 16.

**Câu 114:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$ . Có tất cả bao nhiêu điểm  $A(a; b; c)$  ( $a, b, c$  là các số nguyên) thuộc mặt phẳng  $(Oxy)$  sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của  $(S)$  đi qua  $A$  và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

- A. 12.                      B. 16.                      C. 20.                      D. 8

**Câu 115:** (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(1; -2; 0)$ ,  $B(0; -1; 1)$ ,  $C(2; 1; -1)$  và  $D(3; 1; 4)$ . Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

- A. 1 mặt phẳng              B. 4 mặt phẳng              C. 7 mặt phẳng              D. có vô số mặt phẳng

**Câu 116:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(-2; 0; 0)$ ,  $B(0; -2; 0)$ ,  $C(0; 0; -2)$ . Gọi  $D$  là điểm khác  $O$  sao cho  $DA, DB, DC$  đôi một vuông góc nhau và  $I(a; b; c)$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ . Tính  $S = a + b + c$ .

- A.  $S = -4$ .                      B.  $S = -1$ .                      C.  $S = -2$ .                      D.  $S = -3$ .

**BÀI TOÁN CỰC TRỊ.**



**Câu 117: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $E(2;1;3)$ , mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x - 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 5)^2 = 36$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng qua  $E$ , nằm trong  $(P)$  và cắt  $(S)$  tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của  $\Delta$  là

- A.  $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

**Câu 118: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;4;-3)$ . Xét đường thẳng  $d$  thay đổi, song song với trục  $Oz$  và cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ  $A$  đến  $d$  nhỏ nhất,  $d$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(-3;0;-3)$ .      B.  $M(0;-3;-5)$ .      C.  $N(0;3;-5)$ .      D.  $Q(0;5;-3)$ .

**Câu 119: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;3;-2)$ . Xét đường thẳng  $d$  thay đổi, song song với trục  $Oz$  và cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ  $A$  đến  $d$  nhỏ nhất,  $d$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(-2;0;-2)$ .      B.  $N(0;-2;-5)$ .      C.  $Q(0;2;-5)$ .      D.  $M(0;4;-2)$ .

**Câu 120: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$ . Giả sử  $M \in (P)$  và  $N \in (S)$  sao cho  $\overline{MN}$  cùng phương với vectơ  $\vec{u}(1;0;1)$  và khoảng cách giữa  $M$  và  $N$  lớn nhất. Tính  $MN$ .

- A.  $MN = 3$       B.  $MN = 1 + 2\sqrt{2}$       C.  $MN = 3\sqrt{2}$       D.  $MN = 14$

**Câu 121: (MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ , điểm  $M(1;1;2)$  và mặt phẳng  $(P): x + y + z - 4 = 0$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua  $M$ , thuộc  $(P)$  và cắt  $(S)$  tại hai điểm  $A, B$  sao cho  $AB$  nhỏ nhất. Biết rằng  $\Delta$  có một vectơ chỉ phương là  $\vec{u}(1; a; b)$ . Tính  $t = a - b$

- A.  $T = -2$       B.  $T = 1$       C.  $T = -1$       D.  $T = 0$

**Câu 122: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;4;-3)$ . Xét đường thẳng  $d$  thay đổi, song song với trục  $Oz$  và cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ  $A$  đến  $d$  lớn nhất,  $d$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $P(-3;0;-3)$ .      B.  $Q(0;11;-3)$ .      C.  $N(0;3;-5)$ .      D.  $M(0;-3;-5)$ .

**Câu 123: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;3;-2)$ . Xét đường thẳng  $d$  thay đổi, song song với trục  $Oz$  và cách trục  $Oz$  một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ  $A$  đến  $d$  lớn nhất,  $d$  đi qua điểm nào dưới đây?

- A.  $Q(-2;0;-3)$ .      B.  $M(0;8;-5)$ .      C.  $N(0;2;-5)$ .      D.  $P(0;-2;-5)$ .

**Câu 124: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;2;1)$  và đi qua điểm  $A(1;0;-1)$ . Xét các điểm  $B, C, D$  thuộc  $(S)$  sao cho  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện  $ABCD$  có giá trị lớn nhất bằng

- A.  $\frac{64}{3}$       B. 32      C. 64      D.  $\frac{32}{3}$

**Câu 125: (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1;2;3)$  và đi qua điểm  $A(5;-2;-1)$ . Xét các điểm  $B, C, D$  thuộc  $(S)$  sao cho  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện  $ABCD$  có giá trị lớn nhất bằng.



A. 256

B. 128

C.  $\frac{256}{3}$

D.  $\frac{128}{3}$

**Câu 126:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(-1;0;2)$  và đi qua điểm  $A(0;1;1)$ . Xét các điểm  $B, C, D$  thuộc  $(S)$  sao cho  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện  $ABCD$  có giá trị lớn nhất bằng

A.  $\frac{8}{3}$

B. 4

C.  $\frac{4}{3}$

D. 8

----- Hết -----



# THE END

*Tài liệu được biên soạn lại từ các đề thi Minh họa và*

*Chính thức của Bộ Giáo Dục & Đào Tạo*

*Phù hợp cho các em học sinh ôn luyện thêm trong thời gian nghỉ.*

*Chúc các em ôn tốt và thi tốt!*

