

I) GIỚI HẠN KIẾN THỨC:

- **Đại số:** Đến hết bài 24 – *Phép nhân và phép chia phân thức đại số.*

- **Hình học:** Đến hết bài 37 – *Hình đồng dạng.*

II) BÀI TẬP THAM KHẢO:

Phần 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: Chọn đáp án đúng

Câu 1. Điều kiện xác định của phân thức $\frac{2x+1}{x+5}$ là:

A. $2x + 1 \neq 0$

B. $2x + 1 \neq 0$ và $x + 5 \neq 0$

C. $x + 5 \neq 0$

D. $2x + 1 \neq 0$ hoặc $x + 5 \neq 0$

Câu 2. Điều kiện xác định của phân thức $\frac{2x+1}{x^3-x}$ là:

A. $x \neq 0$

B. $x \neq 1$

C. $x \neq 0; x \neq 1$

D. $x \neq 0; x \neq \pm 1$

Câu 3. Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 4x + 4$ thành nhân tử ta được:

A. $x^2(x - 1)$

B. $(x - 1)(x - 2)(x + 2)$

C. $(x - 1)(x - 4)$

D. $(x - 1)(x - 2)^2$

Câu 4. Phân thức $\frac{2x^2}{3y}$ bằng phân thức nào

A. $\frac{4x}{6y}$

B. $\frac{6x^2}{9y}$

C. $\frac{8x^2y}{-12y}$

D. $\frac{4x^3}{6y}$

Câu 5. Mẫu thức chung của các phân thức $\frac{5}{x+3}; \frac{x-1}{3-x}; \frac{2x+1}{x^2-9}$ là:

A. $(x + 3)^2$

B. $(x - 3)^2$

C. $(x + 3)(x - 9)$

D. $(x + 3)(x - 3)$

Câu 6. Chọn khẳng định đúng:

A. $\frac{x}{y} = \frac{2x}{3y}$

B. $\frac{3x}{y} = \frac{6x}{2y}$

C. $\frac{x(x+y)}{5(x+y)} = \frac{5}{x}$

D. $\frac{x}{x+y} = \frac{1}{y}$

Câu 7. Chọn cách viết đúng.

A. $\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}$

B. $\frac{A}{B} = \frac{-A}{B}$

C. $\frac{A}{B} = \frac{A}{-B}$

D. $\frac{A}{B} = -\frac{A}{B}$

Câu 8. Cho tam giác MNP vuông tại M , khi đó:

A. $NP^2 = MN^2 - MP^2$

B. $NP^2 = MN^2 + MP^2$

C. $MN^2 = MP^2 + NP^2$

D. $MP^2 = NP^2 + MN^2$

Câu 9. Trong những phát biểu sau, phát biểu nào là định lý Pythagore đảo?

A. Nếu một tam giác có bình phương độ dài một cạnh bằng tích các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

B. Nếu một tam giác có bình phương độ dài một cạnh bằng bình phương tổng độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

C. Nếu một tam giác có bình phương độ dài một cạnh bằng tổng các độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

D. Nếu một tam giác có bình phương độ dài một cạnh bằng tổng các bình phương độ dài của hai cạnh kia thì tam giác đó là tam giác vuông.

Câu 10. Cho $\Delta HIK \sim \Delta MNP$ biết $HK = 3\text{cm}, HI = 4\text{cm}, MP = 9\text{cm}, NP = 12\text{cm}$. Khi đó:

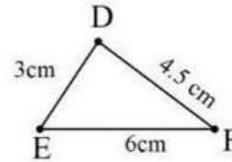
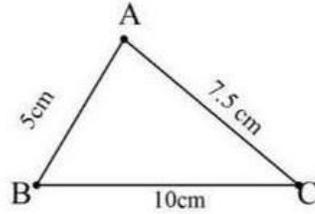
A. $MN = 8\text{cm}$ và $IK = 6\text{cm}$.

B. $MN = 8\text{cm}$ và $IK = 4\text{cm}$.

C. $MN = 12\text{cm}$ và $IK = 4\text{cm}$.

D. $MN = 3\text{cm}$ và $IK = 2\text{cm}$.

Câu 11. Cho hai tam giác ABC và MNP có kích thước như trong hình, hai tam giác có đồng dạng với nhau không, nếu có thì tỉ số đồng dạng là bao nhiêu?



A. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ tỉ số đồng dạng là 2.

B. Hai tam giác không đồng dạng.

C. $\triangle ABC \sim \triangle FED$ tỉ số đồng dạng là $\frac{5}{3}$.

D. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ tỉ số đồng dạng là $\frac{5}{3}$.

Câu 12. Cho $\triangle DEF$ và $\triangle ILK$, biết $DE = 10\text{cm}$; $EF = 4\text{cm}$; $IL = 20\text{cm}$; $LK = 8\text{cm}$ cần thêm điều kiện gì để $\triangle DEF \sim \triangle ILK$ (c-g-c)?

A. $\hat{E} = \hat{I}$.

B. $\hat{E} = \hat{L}$.

C. $\hat{P} = \hat{I}$.

D. $\hat{F} = \hat{K}$.

Câu 13. Cho $\triangle A'B'C'$ và $\triangle ABC$ có $\hat{A} = \hat{A}'$. Để $\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ cần thêm điều kiện là

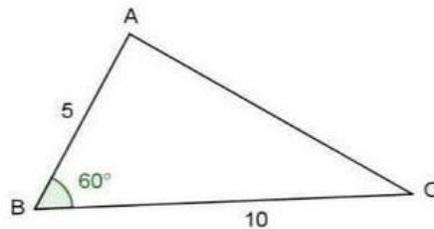
A. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$.

B. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC}$.

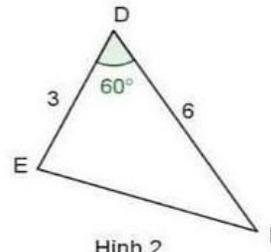
C. $\frac{A'B'}{AB} = \frac{BC}{B'C'}$.

D. $\frac{B'C'}{BC} = \frac{AC}{A'C'}$.

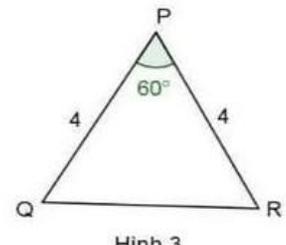
Câu 14. Hãy chỉ ra cặp tam giác đồng dạng với nhau từ các tam giác sau đây



Hình 1



Hình 2



Hình 3

A. Hình 1 và hình 2.

B. Hình 2 và hình 3.

C. Hình 1 và hình 3.

D. Hình 1, hình 2 và hình 3.

Câu 15. Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\hat{B} = \hat{E}$, $\frac{BA}{BC} = \frac{DE}{EF}$ thì

A. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

B. $\triangle ABC \sim \triangle EDF$.

C. $\triangle BAC \sim \triangle DFE$.

D. $\triangle ABC \sim \triangle FDE$.

Câu 16. Cho $\triangle MNP \sim \triangle KIH$, biết $\hat{M} = \hat{K}$; $MN = 2\text{cm}$; $MP = 8\text{cm}$; $KH = 4\text{cm}$ thì KI bằng bao nhiêu?

A. $KI = 2\text{cm}$.

B. $KI = 6\text{cm}$.

C. $KI = 4\text{cm}$.

D. $KI = 1\text{cm}$.

Câu 17. Cho $\triangle ABC$, lấy hai điểm D và E lần lượt nằm bên cạnh AB và AC sao cho $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

Kết luận nào sau đây sai

A. $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

B. $DE \parallel BC$.

C. $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC}$.

D. $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$.

Câu 18. Nếu ΔABC và ΔMNP có $\hat{A} = \hat{N}$; $\hat{B} = \hat{M}$ thì

A. $\Delta ABC \sim \Delta MNP$.

B. $\Delta CAB \sim \Delta NMP$.

C. $\Delta ABC \sim \Delta PMN$.

D. $\Delta ABC \sim \Delta NMP$.

Câu 19. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$), O là giao điểm hai đường chéo AC và BD . Khẳng định nào sau đây đúng

A. $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.

B. $OA \cdot OD = OB \cdot OC$.

C. $OA \cdot OB = OC \cdot OD$.

D. $OA \cdot AB = OC \cdot CD$

Phần 2. TỰ LUẬN

Bài 1. Thực hiện các phép tính sau:

1) $\frac{x+1}{x-5} + \frac{x-18}{x-5} + \frac{x+2}{x-5}$

2) $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-10}{x-2} + \frac{x+3}{x-2}$

3) $\frac{4-x^2}{x-3} + \frac{2x-2x^2}{3-x} + \frac{5-4x}{x-3}$

4) $\frac{x^2-1}{2x-y} - \frac{3x^2-3}{2x-y} - \frac{2x^2+7}{y-2x}$

5) $\frac{x+1}{x-5} - \left[\frac{1-x}{x+5} + \frac{2x(1-x)}{25-x^2} \right]$

6) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \left(\frac{y^2}{xy-y^2} + \frac{x^2}{x^2-xy} \right)$

7) $\frac{x-y}{xy+y^2} - \frac{3x+y}{x^2-xy} \cdot \frac{y-x}{x+y}$

8) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{1-3x}{x^3+x} : \frac{x-1}{x^2+1}$

Bài 2. Rút gọn các biểu thức sau:

1) $A = \left(\frac{x}{xy-y^2} + \frac{2x-y}{xy-x^2} \right) \cdot \frac{x^2y-xy^2}{x^2-2xy+y^2}$

2) $B = \left(\frac{x+y}{2x-2y} - \frac{x-y}{2x+2y} - \frac{2y^2}{y^2-x^2} \right) : \frac{2y}{x-y}$

3) $C = \left(\frac{x^3+y^3}{x+y} - xy \right) : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x+y}$

4) $D = \left(\frac{x}{x-1} - \frac{4x}{x^2+x+1} - \frac{2x+1}{x^3-1} \right) \cdot \left(x + \frac{2x+1}{x-1} \right)$

Bài 3. Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2}{x^2+2x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \right) : \frac{2x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$

1) Rút gọn biểu thức A và tìm điều kiện của x để giá trị của A được xác định.

2) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = -3$

3) Tính giá trị của biểu thức A tại x thỏa mãn $|x| - \frac{1}{2} = 0$.

4) Tìm giá trị của x để $A = 3$.

5) Tìm giá trị của x để $A = \frac{2}{3}$.

6) Tìm giá trị của x để $A > 0$.

7) Tìm giá trị của x để $A > 2$.

Bài 4. Cho biểu thức: $D = \frac{1}{x+4} + \frac{x}{x-4} + \frac{24-x^2}{x^2-16}$.

1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức D.

2) Chứng minh $D = \frac{5}{x-4}$.

3) Tính giá trị của biểu thức D tại $x = 10$.

4) Tìm các số nguyên x để giá trị của biểu thức D là số nguyên.

Bài 5. Cho biểu thức $A = \frac{x-1}{x^2-9}$; $B = \frac{3}{x+3} + \frac{1}{x-3} - \frac{18}{9-x^2}$ với $x \neq \pm 3$.

1) Tính giá trị của A với $x = 4$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị của x để $B = 4$.

4) Tìm x nguyên để $\frac{B}{A}$ nhận giá trị nguyên.

Bài 6. Cho biểu thức $A = \frac{x+2}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{x+2}$, $B = \frac{2x^2-x}{x^2-2x}$ với $x \neq 0, x \neq \pm 2$.

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm x để $A < 0$.

3) Rút gọn $M = A : B$

4) Tính giá trị của M khi $x^2 - 9 = 0$.

5) Tính giá trị nguyên của x để M nhận giá trị nguyên.

Bài 7. Cho hình thang $ABCD$ có $AB \parallel CD$. Gọi O là giao của hai đường chéo.

a) Chứng minh $\triangle OAB \sim \triangle OCD$.

b) Từ O kẻ đường thẳng song song với DC cắt AD tại I . Chứng minh $\triangle DOI \sim \triangle DBA$.

c) Chứng minh $AB \cdot DO = DB \cdot IO$.

Bài 8. Cho hình thang $ABCD$ có đáy lớn CD . Qua A vẽ đường thẳng song song với BC cắt DC tại K . Qua B vẽ đường thẳng song song với AD cắt DC tại I , BI cắt AC tại F , AK cắt BD tại E .

Chứng minh:

a) $\triangle AFB \sim \triangle CFI$

b) $AE \cdot KD = AB \cdot EK$

c) $AB^2 = CD \cdot EF$

Bài 9. Cho $\triangle ABC$ nhọn có hai đường cao BH và CK cắt nhau tại O .

a) Chứng minh $\triangle ABH \sim \triangle ACK$.

b) Chứng minh $\triangle AHK \sim \triangle ABC$.

c) Từ K kẻ $KI \perp AC$ tại I . Chứng minh $\triangle COH \sim \triangle CKI$.

d) Chứng minh $\triangle KBO \sim \triangle ICK$ từ đó suy ra $KB \cdot KC = CI \cdot BO$.

Bài 10. Cho $\triangle ABC$ nhọn, các đường cao AD, BE và CF cắt nhau tại H .

a) Chứng minh $AF \cdot AB = AE \cdot AC$ và $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$.

b) Chứng minh EB là phân giác \widehat{DEF} .

c) Gọi giao điểm của AD và EF là K . Chứng minh $AK \cdot HD = HK \cdot AD$

Bài 11.

a) Cho $x + y - 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x + 2024$.

b) Cho $\frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{2}{3}$, tính giá trị của biểu thức $B = \frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$

c) Cho $\begin{cases} 2a = by + cz \\ 2b = ax + cz \\ 2c = ax + by \end{cases}$ và $a + b + c \neq 0$, tính giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{z+2}$

d) Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{a^3 + b^3 + abc} + \frac{1}{b^3 + c^3 + abc} + \frac{1}{c^3 + a^3 + abc} \leq \frac{1}{abc}$$

Bài 12. a) Cho $abc = 2$. Rút gọn biểu thức $A = \frac{a}{ab + a + 2} + \frac{b}{bc + b + 1} + \frac{2c}{ac + 2c + 2}$

b) Cho $a + b + c = 0$. Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} \right) \left(\frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} \right)$

c) Rút gọn biểu thức: $P = \frac{(1^4+4)(5^4+4)(9^4+4) \dots (21^4+4)}{(3^4+4)(7^4+4)(11^4+4) \dots (23^4+4)}$