

Bài I. (1,5 điểm)

1. Thống kê điểm thi học kỳ I môn Toán 9 của một trường THCS theo nhóm được cho bởi bảng sau (không có học sinh bỏ thi)

Điểm	≤ 7	$(7; 8]$	$(8; 9]$	$(9; 10]$
Số lượng	33	60	189	168

a) Hỏi khối 9 của trường đó có bao nhiêu học sinh?

b) Nhóm điểm nào (trong bảng) có nhiều học sinh nhất và chiếm bao nhiêu phần trăm số học sinh của khối 9?

2. Trong hộp có 13 quả bóng đỏ, 10 quả bóng vàng và 80 quả bóng trắng. Lấy ngẫu nhiên một quả trong hộp. Biết các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau, tính xác suất của biến cố A = “quả bóng lấy được không phải là màu trắng”. (Làm tròn đến hàng phần trăm.)

Bài II. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{8 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) \cdot \frac{x - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$ với $x > 0; x \neq 9$.

1. Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 4$.

2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$.

3. Cho $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị của x để biểu thức P nhận giá trị là số nguyên.

Bài III. (2,5 điểm)

1. Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường, thầy giáo đưa ra quy định tuyển chọn như sau: mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 15 quả bóng vào rổ, quả bóng vào rổ được cộng 2 điểm; quả bóng ném ra ngoài bị trừ 1 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 15 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?

2. Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ hai làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ, nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.

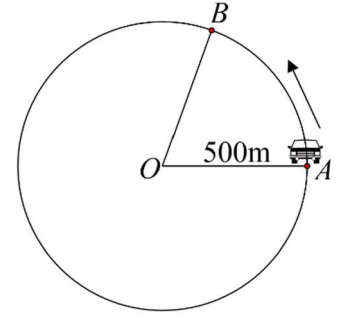
3. Biết phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Chứng minh x_1, x_2 khác 0 và tính tổng nghịch đảo hai nghiệm.

Bài IV. (4,0 điểm)

1. Để kiểm tra hệ thống cân bằng điện tử (tên Tiếng Anh viết tắt: ESP) của một chiếc ô tô, người ta tạo ra đường chạy thử dạng hình tròn (O , 500m).

Cho $\pi \approx 3,14$.

- Tính số ki-lô-mét mà ô tô đi được qua mỗi vòng chạy thử.
- Ô tô xuất phát tại vị trí A và chạy theo chiều mũi tên được 10km rồi dừng lại tại vị trí B . Tính số đo góc AOB (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



2. Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC < AB$), nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại K . Từ K kẻ tiếp tuyến thứ hai với (O) tại D . Gọi H là giao điểm của AD và BC .

- Chứng minh O, A, K, D thuộc một đường tròn.
- Kẻ đường kính DE của (O). KE cắt (O) tại F ($F \neq E$). Gọi G là giao điểm của AF với BK . Chứng minh AE song song với BC và $GF \cdot GA = GH^2$.
- Kẻ AM vuông góc với BD tại M . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM . Chứng minh B, I, F thẳng hàng.

Bài V. (0,5 điểm) Một tấm kim loại hình chữ nhật có chiều dài 64 cm và chiều rộng 40 cm. Đan cắt ở bốn góc của tấm kim loại bốn hình vuông có cạnh bằng nhau để gập thành một chiếc hộp không nắp. Giá kim loại đó là 2 500 đồng/cm². Đan chỉ có 4 440 000 đồng để mua. Hỏi kích thước cạnh hình vuông phải chọn để thể tích hộp lớn nhất trong điều kiện chi phí không vượt quá số tiền cho phép. Thể tích lớn nhất đó là bao nhiêu?

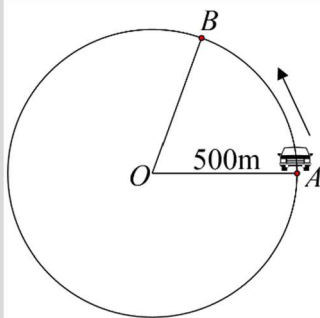
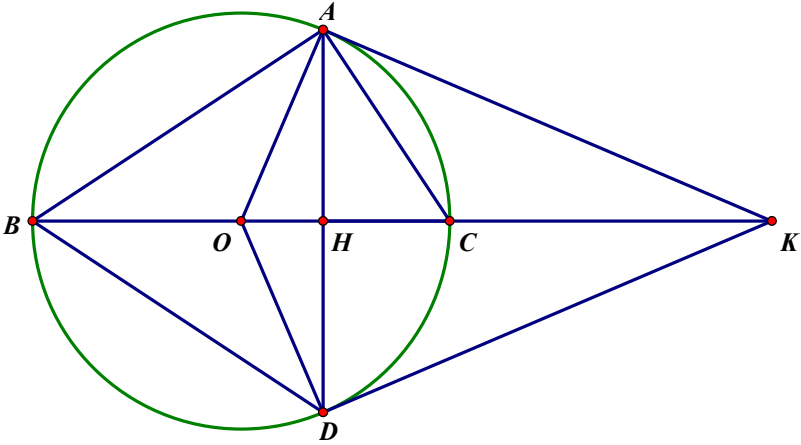
-----HẾT-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên học sinh:Số báo danh:

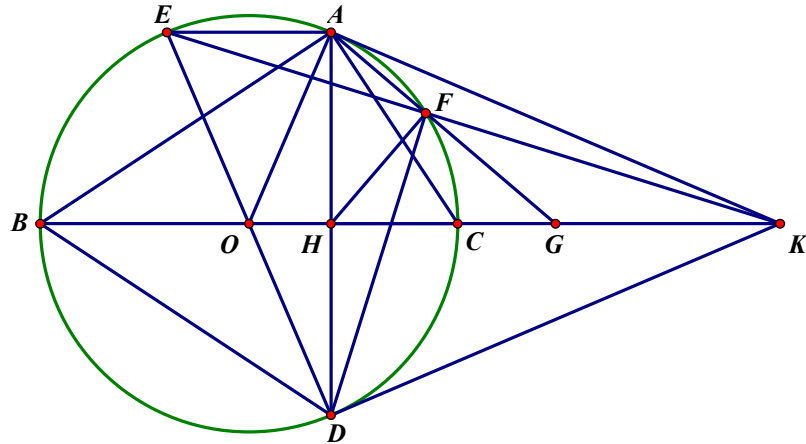
BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN	ĐIỂM
I (1,5 điểm)	1. 1,0 đ	a) Hỏi khối 9 của trường đó có bao nhiêu học sinh?	0,5
		450 học sinh	0,5
		b) Nhóm điểm nào (trong bảng) có nhiều học sinh nhất và chiếm bao nhiêu phần trăm số học sinh của khối 9?	0,5
		Nhóm điểm (8;9] có đông học sinh nhất, chiếm tỉ lệ 42%	0,5
	2. 0,5 đ	Trong hộp có 13 quả bóng đỏ, 10 quả bóng vàng và 80 quả bóng trắng. Lấy ngẫu nhiên một quả trong hộp. Biết các quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau, tính xác suất của biến cố A = “quả bóng lấy được không phải là màu trắng”. (Làm tròn đến hàng phần trăm.)	0,5
		Không gian mẫu có $13 + 10 + 80 = 103$ khả năng	0,25
		A có $13 + 10 = 23$ khả năng $p(A) = \frac{23}{103} \approx 0,22$	0,25
II (1,5 điểm)	1. 0,5 đ	Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{8 - \sqrt{x}}{x - 9} + \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \right) \cdot \frac{x - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$ với $x > 0; x \neq 9$. Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 4$.	0,5
		$x = 4$ (tmđk)	0,25
		$A = \frac{7}{2}$	0,25
	2. 0,5 đ	Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$.	0,5
		$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$.	0,5
	3. 0,5 đ	Cho $P = A \cdot B$. Tìm các giá trị của x để biểu thức P nhận giá trị là số nguyên.	0,5
		$P = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 3} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x} + 3}$	0,25

		Chỉ ra $0 < \frac{2}{\sqrt{x}+3} \leq \frac{2}{3} < 1$, mà P nguyên nên $\frac{3}{\sqrt{x}+2}$ nguyên	
		Nhưng do $0 < \frac{2}{\sqrt{x}+3} < 1$ nên không có x thỏa mãn.	0,25
III (2,5 điểm)	1. 0,5 đ	Để lập đội tuyển năng khiếu về bóng rổ của trường, thầy giáo đưa ra quy định tuyển chọn như sau: mỗi bạn dự tuyển sẽ được ném 15 quả bóng vào rổ, quả bóng vào rổ được cộng 2 điểm; quả bóng ném ra ngoài bị trừ 1 điểm. Nếu bạn nào có số điểm từ 15 điểm trở lên thì sẽ được chọn vào đội tuyển. Hỏi một học sinh muốn được chọn vào đội tuyển thì phải ném ít nhất bao nhiêu quả vào rổ?	0,5
		Gọi số quả bóng vào rổ là x ($x \in \mathbb{N}, x \leq 15$) thì số quả bóng không vào rổ là $15 - x$ Điểm mà người ném thu được là: $2x - (15 - x) = 3x - 15$	0,25
		Ta có $3x - 15 \geq 15 \Rightarrow x \geq 10$ Vậy học sinh phải ném ít nhất 10 quả vào rổ	0,25
	2. 1,5 đ	Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được giao làm 600 sản phẩm. Nhờ tăng năng suất lao động tổ 1 làm vượt mức 10% và tổ hai làm vượt mức 20% so với kế hoạch của mỗi tổ, nên cả hai tổ làm được 685 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch.	1,5
		Gọi số sản phẩm mỗi tổ làm theo kế hoạch là x, y ($x, y \in \mathbb{N}$)	0,25
		Theo kế hoạch ta có: $x + y = 600$	0,25
		Thực tế, tổ 1 làm: $x + 10\%x = 1,1x$ (sản phẩm) Thực tế, tổ 2 làm: $y + 20\%y = 1,2y$ (sản phẩm)	0,25
		Lập luận đưa ra hệ $\begin{cases} x + y = 600 \\ 1,1x + 1,2y = 685 \end{cases}$	0,25
		Giải hệ thu được $\begin{cases} x = 350 \\ y = 250 \end{cases}$ (tmđk)	0,25
		Trả lời...	0,25
	3. 0,5 đ	Biết phương trình bậc hai $2x^2 - 4x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Chứng minh x_1, x_2 khác 0 và tính tổng nghịch đảo hai nghiệm.	0,5
		Do $2 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 1 = 1 \neq 0$ nên 0 không là nghiệm của phương trình.	0,25
		Khi đó $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$ (vi-et) $\Rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 4$	0,25

IV (4,0 điểm)	1. 1,0 đ	Để kiểm tra hệ thống cân bằng điện tử (tên Tiếng Anh viết tắt: ESP) của một chiếc ô tô, người ta tạo ra đường chạy thử dạng hình tròn ($O, 500\text{m}$). Cho $\pi \approx 3,14$. a) Tính số ki-lô-mét mà ô tô đi được qua mỗi vòng chạy thử.		0,5
		$C = 2\pi R \simeq 2 \cdot 3,14 \cdot 500$		0,25
		$= 3140 (\text{m}) = 3,14 (\text{km})$		0,25
		b) Ô tô xuất phát tại vị trí A và chạy theo chiều mũi tên được 10km rồi dừng lại tại vị trí B. Tính số đo góc AOB (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).		0,5
		Độ dài cung AB (theo hướng mũi tên) là: $10 - 3,14 \cdot 3 = 0,58 (\text{km}) < \frac{1}{2}C$ cung AB theo hướng mũi tên là cung nhỏ		0,25
		Số đo cung AB tương ứng là $\frac{0,58 \cdot 360^\circ}{3,14} \simeq 66^\circ$		0,25
	2. 3,0 đ	Cho tam giác ABC vuông tại A ($AC < AB$), nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại A với đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại K. Từ K kẻ tiếp tuyến thứ hai với (O) tại D. Gọi H là giao điểm của AD và BC. a) Chứng minh O, A, K, D thuộc một đường tròn.		1,0
		Chỉ ra $\widehat{OAK} = \widehat{ODK} = 90^\circ$		0,25
		Tam giác OAK vuông tại A nên O, A, K thuộc đường tròn đường kính OK.		0,25
		Tam giác ODK vuông tại D nên O, D, K thuộc đường tròn đường kính OK.		0,25
		Suy ra bốn điểm O, A, K, D cùng thuộc một đường tròn có đường kính là OK.		0,25

b) Kẻ đường kính DE của (O) . KE cắt (O) tại F ($F \neq E$). Gọi G là giao điểm của AF với BK . Chứng minh AE song song với BC và $GF \cdot GA = GH^2$.

1,5



Chỉ ra OK vuông góc với AD tại H là trung điểm của AD .

0,5

Chỉ ra $\widehat{DAE} = 90^\circ \Rightarrow AE \perp AD \Rightarrow AE \parallel BC$

0,25

Chỉ ra $HFKD$ nội tiếp đường tròn đường kính $KD \Rightarrow \widehat{KHF} = \widehat{KDF}$

0,25

Chỉ ra $\widehat{KDF} = \widehat{DEF}$ (cùng phụ với $\widehat{EDF}$) = $\widehat{DAF}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung DF của (O))

Từ đó suy ra $\widehat{KHF} = \widehat{DAF}$ hay $\widehat{GHF} = \widehat{GAH}$

0,25

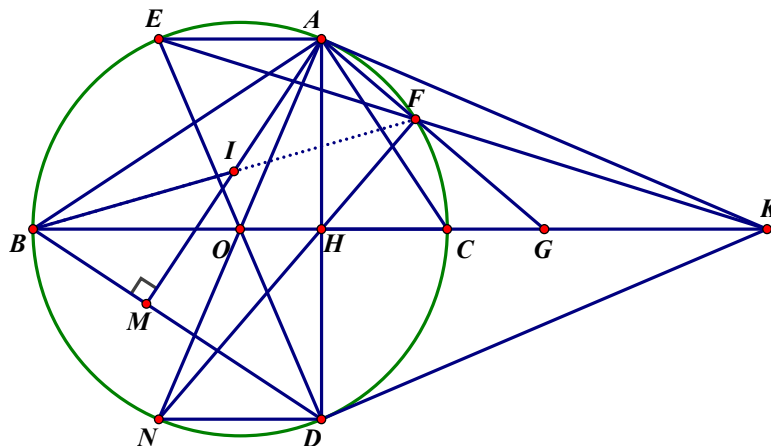
Từ đó suy ra $\triangle GHF \sim \triangle GAH$ (g.g)

0,25

$\Rightarrow GH^2 = GF \cdot GA$.

c) Kẻ AM vuông góc với BD tại M . Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM . Chứng minh B, I, F thẳng hàng.

0,5



Kẻ đường kính AN của $(O) \Rightarrow \widehat{AFN} = 90^\circ$

Từ $\triangle GHF \sim \triangle GAH$ (câu b) $\Rightarrow \widehat{GFH} = \widehat{AHG} = 90^\circ$

Suy ra N, H, F thẳng thành.

0,25

Có $\triangle ABM \sim \triangle AND$ (g.g)

Mà có I là trung điểm AM , H là trung điểm AD . Từ đó suy ra $\triangle ABI \sim \triangle ANH$ (c.g.c)

0,25

		$\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{ANH} \equiv \widehat{ANF} = \widehat{ABF}$ Suy ra B, I, F thẳng hàng	
		Cách 2 cho c Hình: - Chỉ ra $\widehat{AFH} = 90^\circ$ - Chỉ ra IH là đường trung bình của tam giác AMD $\Rightarrow IH \parallel MD \Rightarrow \widehat{AIH} = 90^\circ$ Từ đó suy ra A, I, H, F thuộc đường tròn đường kính AH. Khi đó sử dụng các góc nội tiếp của đường tròn đường kính AH và đường tròn (O) ta có: $\widehat{AFI} = \widehat{AHI} = \widehat{ADB}$ (đồng vị: $IH \parallel BM$) = $\widehat{AFB}$ Suy ra F, I, B thẳng hàng. Ngoài ra có Cách 3 (tương tự cách 2) - Gọi I' là giao của BF và AM. Vẫn sử dụng $AIHF$ nội tiếp và $IH \parallel BD$ có $\widehat{AI'F} = \widehat{BI'M} = \widehat{AHF}$ (do $\widehat{I'MB} = \widehat{AFH} = 90^\circ$ và $\widehat{I'BM} \equiv \widehat{FBD} = \widehat{FAD} \equiv \widehat{FAH}$) $= \widehat{AIF}$ Suy ra $I \equiv I'$. Suy ra F, I, B thẳng hàng.	
V (0,5 điểm)		Một tấm kim loại hình chữ nhật có chiều dài 64 cm và chiều rộng 40 cm. Đán cắt ở bốn góc của tấm kim loại bốn hình vuông có cạnh bằng nhau để gập thành một chiếc hộp không nắp. Giá kim loại đó là 2 500 đồng/cm². Đán chỉ có 4 440 000 đồng để mua. Hỏi kích thước cạnh hình vuông phải chọn để thể tích hộp lớn nhất trong điều kiện chi phí không vượt quá số tiền cho phép. Thể tích lớn nhất đó là bao nhiêu?	0,5
		Gọi x là độ dài cạnh hình vuông bị cắt thì diện tích tấm kim loại mua là $S(x) = 64 \cdot 40 - 4x^2 = 2560 - 4x^2$ Suy ra $\begin{cases} 2500(2560 - 4x^2) \leq 4440000 \\ 2x < 40 \\ 2x < 64 \end{cases} \Rightarrow 14 \leq x < 20$ Thể tích hộp không nắp: $V = x(64 - 2x)(40 - 2x)$ (cm³) $V = 4x(32 - x)(20 - x)$	0,25

		Ta tìm $14 \leq x < 20$ để V lớn nhất	
		Ta có $ \begin{aligned} V - 6048 &= 4(x^3 - 52x^2 + 640x - 1512) \\ &= 4(x - 14)(x^2 - 38x + 108) \\ &= 4(x - 14)\left[(x - 14)(x - 20) - 4x - 172\right] \end{aligned} $ Do $14 \leq x < 20 \Rightarrow \begin{cases} x - 14 \geq 0 \\ (x - 14)(x - 20) \leq 0 \Rightarrow V \leq 6048 \\ -4x - 172 < 0 \end{cases}$ Suy ra $V_{\max} = 6048 \text{ (cm}^3\text{) khi } x = 14 \text{ (cm)}$	0,25