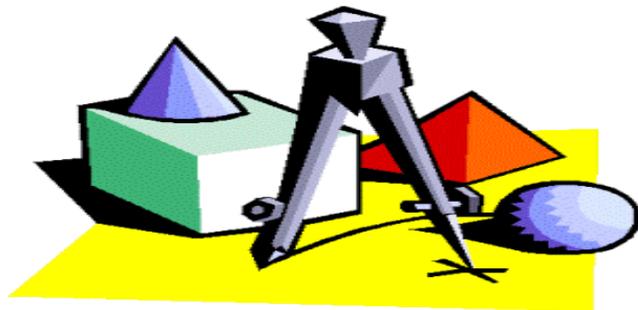




SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT PHAN ĐĂNG LỮU
TỔ TOÁN



Đề Cương TOÁN 12



HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2017 – 2018

Họ và tên học sinh:.....

Lớp:.....

Lưu Hành Nội Bộ



CHƯƠNG III. NGUYÊN HÀM_TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

BÀI 1. NGUYÊN HÀM

Dạng 1. Chứng minh hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

1. Cho hàm số $F(x) = x^2 \sin x + 2017$. Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x(2 \sin x + x \cos x)$ trên \mathbb{R} .

2. Chứng minh $F(x) = \ln(\sin x) + C$ là nguyên hàm của $f(x) = \cot x$ ($0 < x < \pi$), với C là hằng số.

Dạng 2. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ (hay tìm $\int f(x) dx$).

1. $I = \int (2x^5 - x^3 + 3x) dx$

7. $I = \int \frac{1}{3x+1} dx$

13. $I = \int \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2 dx$

2. $I = \int \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} \right) dx$

8. $I = \int \tan^2 x dx$

14. $I = \int e^{2x} dx$

3. $I = \int 2^x \left(1 + \frac{2^{-x}}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$

9. $I = \int \sin^2 \frac{x}{2} dx$

15. $I = \int \frac{4x^3 - 3x^2 + 5x}{x-1} dx$

4. $I = \int (\sin x + \cos x)^2 dx$

10. $I = \int \left(\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} \right) dx$

16. $I = \int \frac{x+5}{x^2-4x-5} dx$

5. $I = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right) dx$

11. $I = \int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\sin^2 x} \right) dx$

17. $I = \int \frac{x+5}{x^2-4x+4} dx$

6. $I = \int 2^x 5^x dx$

12. $I = \int \cot^2 x dx$

Dạng 3. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa điều kiện $F(x_0) = k$.

1) (THPTQG 2017). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$.

Tìm $F(x)$.

2) (THPTQG 2017). Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

3) Tìm $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$.

4) Tìm $F(x)$ biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ và nguyên hàm này bằng $\frac{\pi}{8}$ khi $x = \frac{\pi}{4}$.

Dạng 4. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến.

Bài 1. (THPTQG 2017). Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$.

Bài 2. Tìm các nguyên hàm sau:

1) $I = \int \frac{\ln x}{x} dx$

6) $I = \int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$

11) $I = \int \frac{3x^2 + 2}{\sqrt{x^3 + 2x - 1}} dx$

2) $I = \int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

7) $I = \int \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

12) $I = \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

3) $I = \int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} dx$

8) $I = \int x \cdot e^{x^2} dx$

13) $I = \int e^{\sqrt{x}} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

4) $I = \int \sqrt{2x-1} dx$

9) $I = \int x \sqrt{1+x^2} dx$

14) $I = \int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2 \cos x}} dx$

5) $I = \int \frac{x^3}{1+x^2} dx$

10) $I = \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

15) $I = \int \sqrt[6]{1-2x^3} \cdot x^2 dx$

19) $I = \int \frac{2x^3}{x^2-1} dx$

22) $I = \int \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{\sin x - \cos x}} dx$

16) $I = \int \frac{e^{2x}}{1-3e^{2x}} dx$

20) $I = \int \frac{1}{(1-x)\sqrt{x}} dx$

23) $I = \int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}} dx$

17) $I = \int x^2 \sqrt[3]{x^3-5} \cdot dx$

21) $I = \int \frac{1}{e^x - e^{-x}} dx$

18) $I = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

Dạng 5. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp nguyên hàm từng phần.

Bài 1. (THPTQG 2017). Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

Bài 2. Tìm các họ nguyên hàm sau:

1) $I = \int x e^x dx$

6) $I = \int x \sin(2x+1) dx$

10) $I = \int x^3 \ln(2x) dx$

2) $I = \int x \cos x dx$

7) $I = \int (1-x) \cos x dx$

11) $I = \int x \cos 2x dx$

3) $I = \int x \sin x dx$

8) $I = \int x e^{-x} dx$

4) $I = \int x \ln x dx$

9) $I = \int x \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$

5) $I = \int x^2 e^x dx$

BÀI 2. TÍCH PHÂN

Dạng 1. Tính tích phân bằng định nghĩa và các phép biến đổi cơ bản

Bài 1. Tính tích phân sau:

1) $I_1 = \int_0^2 (x^3 + 3x^2 - 2) dx$

4) $I_4 = \int_1^{16} \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$

7) $I_8 = \int_0^{\pi} \left(\sin x - 2 \cos^2 \frac{x}{2} \right) dx$

2) $I_2 = \int_0^1 x(1-x^2)^2 dx$

5) $I_6 = \int_0^1 \sqrt{e^x} dx$

3) $I_3 = \int_1^4 \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

6) $I_7 = \int_0^{\ln 2} (e^x - 1)^2 e^x dx$

Bài 2. (THPTQG 2017). Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

Bài 3. (THPTQG 2017). Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

Bài 4. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

Dạng 2. Tính tích phân các hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối $I = \int_a^b |f(x)| dx$.

Tính các tích phân sau:

1) $I_1 = \int_0^2 |1-x| dx$

3) $I_3 = \int_{-1}^0 \frac{x}{1+|x|} dx$

2) $I_2 = \int_0^2 |x^2 - x| dx$

4) $I_4 = \int_{-2}^3 \left| \frac{x}{x+3} \right| dx$

Dạng 3. Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số.

Bài 1. (THPTQG 2017). Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx.$$

Bài 3. Tính các tích phân sau:

a) $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ b) $I_2 = \int_{-1}^0 x\sqrt{x^2 + 1} dx$ c) $I_3 = \int_0^1 x(x-1)^{2010} dx$.

d) $I_4 = \int_1^e \frac{2 + 3 \ln x}{x} dx$. e) $I_5 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ f) $I_2 = \int_0^{\sqrt{8}} \sqrt{16-x^2} dx$

Bài 4. Tính các tích phân sau:

$$I_1 = \int_0^1 \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right) dx$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2} dx$$

$$I_3 = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

$$I_4 = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$$

$$I_5 = \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{x^2+1} dx$$

$$I_{16} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{\tan x} (1 + \tan^2 x) dx$$

$$I_7 = \int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{1+x} dx$$

$$I_8 = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$$

$$I_9 = \int_1^e \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx$$

$$I_{10} = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1+\tan x}}{\cos^2 x} dx$$

Dạng 4. Tính tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần

▪ **Tính các tích phân**

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cdot \sin x dx$$

$$I_3 = \int_0^1 x \cdot e^x dx$$

$$I_4 = \int_0^1 (x+1) e^{2x} dx$$

$$I_5 = \int_1^e \ln x dx$$

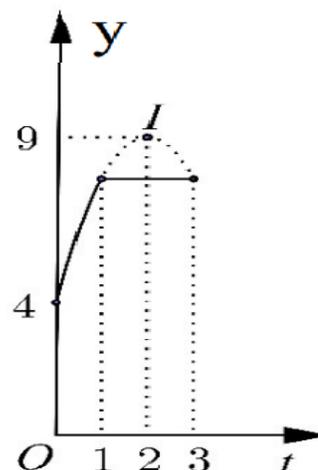
$$I_6 = \int_1^2 (x+1) \ln x dx$$

$$I_7 = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx$$

Dạng 5. Ứng dụng tích phân trong các bài toán vật lý.

Bài 1. (THPTQG 2017_ Mđ 101). Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $s = 23,25$ (km) B. $s = 21,58$ (km)
C. $s = 15,50$ (km) D. $s = 13,83$ (km)



Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 2. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

- A. 0,2m. B. 2m. C. 10m. D. 20m.

BÀI 3. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

Bài 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường:

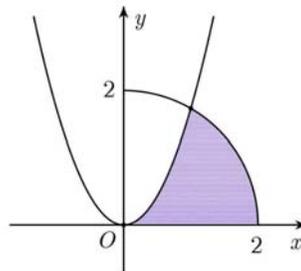
- a) $y = 2 - x^2$ và $y = -x$. b) $y = -x^2 + 4x$ và $y = x$.
c) $y = x^3 - 12x$ và $y = x^2$. d) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ và $y = 1$.

Bài 2. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục Ox :

- a) $y = 4 - x^2$, $y = 0$. b) $y = 2x - x^2$, $y = 0$. c) $y = x(1+x)^2$, $y = 0$.
d) $y = x^4 - 2x^2$, $y = 0$. e) $y = x\sqrt{4-x^2}$, $y = 0$.

Bài 3. (THPTQG 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

Bài 4. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3x^2}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).



Tính diện tích của (H) .

Bài 5. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quanh trục Ox :

- a) $y = x^3 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. b) $y = x^3 - 3x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$.
c) $y = \frac{2}{x-1}$, Ox , $x = 2$, $x = 4$. d) $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{2}$.

❖ ÔN TẬP CHƯƠNG III

❖ CÁC CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI THPTQG 2017.

➤ THPTQG 2017- Đề 101.

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$. B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$. C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$. D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Câu 2. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

- A. $V = \pi - 1$ B. $V = (\pi - 1)\pi$ C. $V = (\pi + 1)\pi$ D. $V = \pi + 1$

Câu 3. Cho $\int_0^6 f(x) dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x) dx$.

- A. $I = 6$ B. $I = 36$ C. $I = 2$ D. $I = 4$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

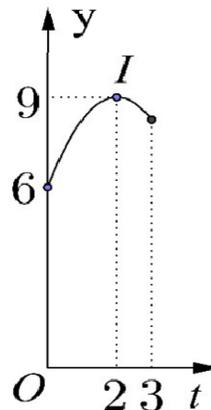
- A. $I = e$. B. $I = \frac{1}{e}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 1$.

Câu 11. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 2(\pi + 1)$ B. $V = 2\pi(\pi + 1)$ C. $V = 2\pi^2$ D. $V = 2\pi$

Câu 12.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



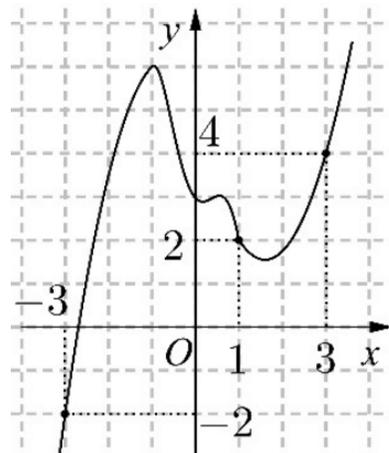
- A. $s = 24,25$ (km)
 B. $s = 26,75$ (km)
 C. $s = 24,75$ (km)
 D. $s = 25,25$ (km)

Câu 13. Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C$ B. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$
 C. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C$ D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C$

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $g(-3) > g(3) > g(1)$
 B. $g(1) > g(-3) > g(3)$
 C. $g(3) > g(-3) > g(1)$
 D. $g(1) > g(3) > g(-3)$

➤ **THPTQG 2017- Đề 103.**

Câu 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$

- A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$. B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$
 C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$ D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 16. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$ B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$
 C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$ D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 17. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = 2$. B. $a - 2b = 0$. C. $a + b = -2$. D. $a + 2b = 0$.

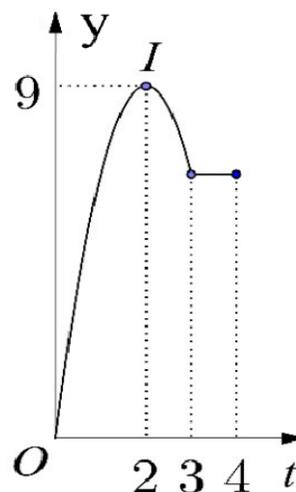
Câu 18. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$ B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$ D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$

Câu 19.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó

- A. 26,5 (km) B. 28,5 (km)
C. 27 (km) D. 24 (km)



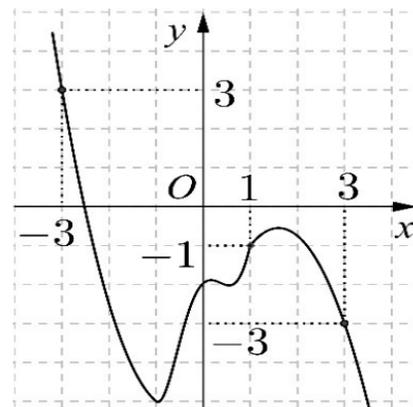
Câu 20. Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$ B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$
C. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$ D. $\int f'(x) \ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$

Câu 21.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f^2(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$
B. $g(1) < g(3) < g(-3)$
C. $g(1) < g(-3) < g(3)$
D. $g(-3) < g(3) < g(1)$



➤ **THPTQG 2017- Đề 104.**

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$ B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$
C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$ D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 23. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$ B. $V = 2\pi$ C. $V = \frac{4}{3}$ D. $V = 2$

Câu 24. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

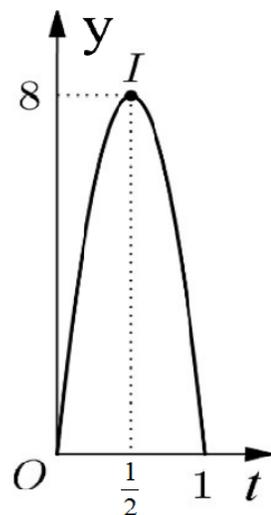
- A. $I = 7$ B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$ C. $I = 3$ D. $I = 5 + \pi$

Câu 25. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$ B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$
 C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$ D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$

Câu 26.

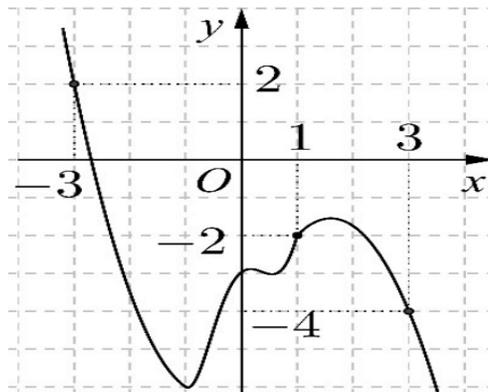
Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



- A. $s = 4,0$ (km)
 B. $s = 2,3$ (km)
 C. $s = 4,5$ (km)
 D. $s = 5,3$ (km)

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



- A. $g(1) < g(3) < g(-3)$
 B. $g(1) < g(-3) < g(3)$
 C. $g(3) = g(-3) < g(1)$
 D. $g(3) = g(-3) > g(1)$

Câu 28. Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \ln x$.

- A. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$ B. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$
 C. $\int f'(x) \ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$ D. $\int f'(x) \ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

➤ Bài tập trắc nghiệm.

Câu 29. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$

C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$

D. $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$

A. $F(3) = \ln 2 - 1$

B. $F(3) = \ln 2 + 1$

C. $F(3) = \frac{1}{2}$

D. $F(3) = \frac{7}{4}$

Câu 32. Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$. Tính $I = \int_0^2 f(2x)dx$.

A. $I = 32$

B. $I = 8$

C. $I = 16$

D. $I = 4$

Câu 33. Biết $\int_3^4 \frac{dx}{x^2+x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 6$

B. $S = 2$

C. $S = -2$

D. $S = 0$

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int_1^2 f'(x)dx$

A. $I = 1$

B. $I = -1$

C. $I = 3$

D. $I = \frac{7}{2}$

Câu 35. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$.

B. $I = -\pi^4$.

C. $I = 0$.

D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_1^e x \cdot \ln x dx$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$.

C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$.

D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{81}{12}$.

D. 13.

Câu 38. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = 4 - 2e$.

B. $V = (4 - 2e)\pi$.

C. $V = e^2 - 5$.

D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 39. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

B. $V = \int_a^b f^2(x)dx$.

C. $V = \pi \int_a^b f(x)dx$.

D. $V = \pi \int_a^b |f(x)|dx$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 40. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên.

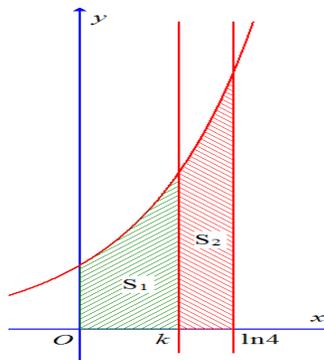
Tìm k để $S_1 = 2S_2$

A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$

B. $k = \ln 2$

C. $k = \ln \frac{8}{3}$

D. $k = \ln 3$



Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 1$. Khi đó hiệu số $F(3) - F(1)$ bằng:

A. 28

B. 32

C. 30

D. 2

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \sin x + \frac{5}{x}$. Khi đó:

A. $\int f(x) dx = \cos x + 5 \ln|x| + C$

B. $\int f(x) dx = -\cos x + 5 \ln|x| + C$

C. $\int f(x) dx = \cos x - \frac{5}{x^2} + C$

D. $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{5}{x^2} + C$

Câu 43. Xét các mệnh đề:

(I) $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$

(II) $\int \frac{4x^5 - 3x^4 - 1}{x^4} dx = 2x^2 - 3x + \frac{1}{3x^3} + C$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (I) đúng, (II) sai

B. (I) sai, (II) đúng

C. Cả (I) và (II) đều đúng

D. Cả (I) và (II) đều sai

Câu 44. Tìm nguyên hàm của $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int f(x) dx = \sin 2x + C$

B. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$. Khi đó:

A. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

B. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+3}{x-3} \right| + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-3}{x+3} \right| + C$

Câu 46. $F(x) = \ln \left| x + \sqrt{1+x^2} \right|$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$

B. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

C. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + C$

Câu 47. Cho $\int f(x) dx = F(x) + C$. Khi đó, với $a \neq 0$, ta có:

A. $\int f(ax+b) dx = F(ax+b) + C$

B. $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$

C. $\int f(ax+b) dx = aF(ax+b) + C$

D. $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{2a} F(ax+b) + C$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 48. Xét các mệnh đề:

(I) $\int \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) dx = -\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + C$

(II) $\int (5x-1)^{10} dx = \frac{1}{5} \frac{(5x-1)^{11}}{11} + C$

(III) $\int e^{12x+1} dx = e^{12x+1} + C$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Chỉ (I) và (II) B. Chỉ (I) và (III) C. Chỉ (II) và (III) D. Chỉ (II)

Câu 49. $F(x) = \frac{x}{\ln x}$ là một nguyên hàm của hàm số:

A. $f(x) = \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{(\ln x)^2}$

B. $f(x) = \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{(\ln x)^2} + C$

C. $f(x) = \frac{1}{\ln x} + \frac{1}{(\ln x)^2}$

D. $f(x) = -\frac{1}{\ln x} + \frac{1}{(\ln x)^2}$

Câu 50. Cho $f(x) = \cot^2 x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $\cot x - x + C$

B. $\cot x + x + C$

C. $-\cot x + x + C$

D. $-\cot x - x + C$

Câu 51. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

A. $F(x) = x$

B. $F(x) = \sin x + \frac{\pi}{2} - 1$

C. $F(x) = \cot x$

D. $F(x) = \cot x + \frac{\pi}{2}$

Câu 52. Cho $f(x) = 2a^x + \sqrt{x}$ ($0 < a \neq 1$). Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $2a^x \ln a + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$

B. $\frac{2a^x}{\ln a} + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$

C. $\frac{2a^x}{\ln a} + \frac{3x\sqrt{x}}{2} + C$

D. $\frac{2a^x}{\ln a} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$

Câu 53. Cho $f(x) = e^x(1 - e^{-x})$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $e^{-x} - x + C$

B. $e^x - x + C$

C. $e^{-x} + x + C$

D. $-e^x + x + C$

Câu 54. Cho $f(x) = (x+1)e^x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $xe^x + C$

B. $(x+1)e^x + C$

C. $(x-1)e^x + C$

D. $(x+2)e^x + C$

Câu 55. Cho $f(x) = \cos 6x \cdot \cos 2x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $4 \sin 8x + 2 \sin 4x + C$

B. $\frac{1}{16} \sin 8x + \frac{1}{8} \sin 4x + C$

C. $4 \sin 8x - 2 \sin 4x + C$

D. $\frac{1}{16} \sin 8x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$

Câu 56. Cho $f(x) = \cos 5x \cdot \sin 3x$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{16} \cos 8x + C$

B. $\frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{16} \cos 8x + C$

C. $2 \cos 2x + 8 \cos 8x + C$

D. $2 \cos 2x - 8 \cos 8x + C$

Câu 57. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$.

A. $f(x) = 4\sqrt{x} - x - 4$

B. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} + \frac{40}{3}$

C. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$

D. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{8}{3}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 58. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x^2} + 2$ biết $F(1) = 2$.

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + 2x - \frac{3}{2}$

B. $F(x) = x - \frac{1}{x^2} + 2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + 2x + \frac{3}{2}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + 2x + \frac{1}{2}$

Câu 59. Cho $f(x) = x \cdot \sin \frac{x}{2}$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng:

A. $-2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C$

B. $2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C$

C. $-2x \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + C$

D. $-\frac{1}{2}x \cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2} + C$

Câu 60. Cho $a < b < c$, $\int_a^b f(x) dx = 5$, $\int_c^b f(x) dx = 2$. Tính $\int_a^c f(x) dx$.

A. $\int_a^c f(x) dx = -2$

B. $\int_a^c f(x) dx = 3$

C. $\int_a^c f(x) dx = 7$

D. $\int_a^c f(x) dx = 0$

Câu 61. Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^9 f(x) dx = 9$, tính $\int_0^3 f(3x) dx$.

A. $\int_0^3 f(3x) dx = 1$

B. $\int_0^3 f(3x) dx = 2$

C. $\int_0^3 f(3x) dx = 3$

D. $\int_0^3 f(3x) dx = 4$

Câu 62. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ là:

A. 1

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\pi}{2}$

Câu 63. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{2} dx$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{2}$

Câu 64. Nếu $\int_0^1 \frac{dx}{2x+1} = \frac{1}{2} \ln a$ thì giá trị của a bằng:

A. 9

B. 3

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

Câu 65. Giá trị của $\int_0^1 x e^{-x} dx$ bằng:

A. $1 + \frac{2}{e}$

B. $1 - \frac{2}{e}$

C. $2 + \frac{1}{e}$

D. $2 - \frac{1}{e}$

Câu 66. Giá trị của $\int_1^2 x^5 \ln x dx$ bằng:

A. $\frac{32}{3} \ln 2$

B. $\frac{32}{3} \ln 2 + \frac{7}{4}$

C. $\frac{32}{3} \ln 2 - \frac{7}{4}$

D. $\ln 2 - \frac{7}{4}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 67. Kết quả của tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ là:

- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 68. Tính tích phân $\int_1^2 \frac{4}{e^{2x}} dx$.

- A. $e^{-2} - e^{-4}$ B. $2(e^{-2} - e^{-4})$ C. $e^{-2} + e^{-4}$ D. $2(e^{-2} + e^{-4})$

Câu 69. Tính tích phân $\int_0^{\pi} |\cos x| dx$.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. π

Câu 70. Cho $f(x) = xe^x$. Khi đó $\int_0^2 f''(x) dx$ bằng:

- A. $3e^2$ B. $3e^2 + 1$ C. $3e^2 - 1$ D. $e^2 + 2$

Câu 71. Giá trị của tích phân $\int_{10}^{12} \frac{2x+1}{x^2+x-2} dx$ bằng:

- A. $\ln 12 - \ln 10$ B. $\ln 77 - \ln 54$ C. $\ln 24 - \ln 20$ D. $2(\ln 77 - \ln 54)$

Câu 72. Cho $\int_0^m \frac{1}{3x+1} dx = \frac{1}{3} \ln 13$. Tìm m , biết $m > 0$.

- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Câu 73. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos x dx$. Đáp số nào sau đây đúng?

- A. 1 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\pi^4}{16}$

Câu 74. Giá trị của tích phân $\int_0^1 \frac{xdx}{(x^2+1)^3}$ bằng:

- A. $\frac{5}{16}$ B. $\frac{3}{16}$ C. $\frac{1}{16}$ D. 1

Câu 75. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$.

- A. $S = 9$ (đvdt) B. $S = \frac{9}{4}$ (đvdt) C. $S = \frac{9}{2}$ (đvdt) D. $S = \frac{9}{8}$ (đvdt)

Câu 76. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = x^3$, trục hoành và hai đường $x = -1, x = 2$.

- A. $S = \frac{17}{2}$ (đvdt) B. $S = \frac{15}{4}$ (đvdt) C. $S = \frac{17}{8}$ (đvdt) D. $S = 17$ (đvdt)

Câu 77. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^3 + x$, $y = 5x$ và các đường $x = -1, x = 1$.

- A. $S = 7$ (đvdt) B. $S = \frac{7}{8}$ (đvdt) C. $S = \frac{7}{4}$ (đvdt) D. $S = \frac{7}{2}$ (đvdt)

Câu 78. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = x^2 \ln x$, trục Ox và hai đường $x = 1, x = e^{\frac{1}{3}}$.

- A. $S = \frac{1}{4}$ (đvdt) B. $S = \frac{1}{6}$ (đvdt) C. $S = \frac{1}{9}$ (đvdt) D. $S = \frac{1}{8}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 79. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C): $y = \frac{4}{2-x}$, trục hoành và hai đường $x = -2, x = 1$.

- A. $2 \ln 2$ (đvdt) B. $4 \ln 2$ (đvdt) C. $6 \ln 2$ (đvdt) D. $8 \ln 2$ (đvdt)

Câu 80. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C): $y = \frac{3x}{x-3}$, tiệm cận ngang của (C) và hai đường $x = 0, x = 2$.

- A. $\ln 3$ (đvdt) B. $-9 \ln 3$ (đvdt) C. $9 \ln 3$ (đvdt) D. $\frac{9}{2} \ln 3$ (đvdt)

Câu 81. Gọi S là số đo của diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 + 3x + 1$ và parabol $y = x^2 - x - 2$. Tính $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right)$.

- A. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = 0$ B. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\cos\left(\frac{\pi}{S}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 82. Gọi S là số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường: $y = x \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khẳng định nào **sai** ?

- A. $\sin\left(\frac{S}{2}\right) = 1$ B. $\cos 2S = 1$ C. $\tan\left(\frac{S}{4}\right) = 1$ D. $\sin S = 1$

Câu 83. Tìm thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt[3]{x}$, $y = 0, x = 1, x = 8$ xung quanh trục Ox.

- A. $V = \pi^2$ B. $V = \frac{9\pi}{4}$ C. $V = 18,6$ D. $V = \frac{93\pi}{5}$

Câu 84. Tìm thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{\tan x}$, $y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ xung quanh trục Ox.

- A. $V = \frac{\pi}{4}$ B. $V = \frac{\pi^2}{4}$ C. $V = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$ D. $V = \frac{\pi \ln 2}{2}$

Câu 85. Tìm thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đường $y = \sqrt{x(4-x)}$ và trục hoành.

- A. $\frac{32}{3}$ (đvtt) B. $\frac{32\pi}{3}$ (đvtt) C. $\frac{16}{3}$ (đvtt) D. $\frac{16\pi}{3}$ (đvtt)

Câu 86. Tìm thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường $y = 4 - x^2, y = 0$ xung quanh trục Ox.

- A. $V = 2\pi$ B. $V = \frac{71}{82}$ C. $V = \frac{512\pi}{15}$ D. $V = \frac{8\pi^2}{3}$

Câu 87. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{4}{x}$ và $y = -x + 5$ quay quanh trục Ox.

- A. 21π (đvtt) B. 12π (đvtt) C. 33π (đvtt) D. 8π (đvtt)

CHƯƠNG IV. SỐ PHỨC

❖ **Vấn đề 1. Các tính chất của số phức.**

Bài 1. Tìm phần thực, phần ảo, môđun và số phức liên hợp của các số phức:

a/ $z = 2 - ei$ b/ $z = 4\sqrt{3}$ c/ $z = -5i$ d/ $z = \sqrt{7} - i$

Bài 2. Tìm x, y để hai số phức $z = (2x+1) + (3y-2)i$, $z' = (x-2) + (4y-3)i$ bằng nhau.

Bài 3. Biểu diễn hình học của các số phức: $4 + 2i$, $3 - i$, $-2i$, $3i$, 2 , -4 .

Bài 4. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện phần ảo bằng -2 và phần thực thuộc khoảng $(-3; 3)$.

Bài 5. ĐH KHỐI B 2010: Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z - i| = |(1 + i)z|$

Bài 6. Tìm phần thực, phần ảo, môđun của các số phức:

a/ $z = 2 - ei$ b/ $z = 4\sqrt{3}$ c/ $z = -5i$ d/ $\sqrt{7} - i$

Bài 7. Tìm các số thực x, y thỏa mãn :

a/ $(2x + 3y - 5) + (-x + 2y + 1)i = (3x + y - 2) + (4x - y - 1)i$

b/ $(2 - 3x) - i\sqrt{5} = \sqrt{2} + (1 - 5y)i$

c/ $x + 2y + \sqrt{3} + (\sqrt{2}x - y)i = 2x + y - (x + \sqrt{3}y)i$

Bài 8. (THPTQG 2017). Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

Bài 9. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện :

a/ Phần thực của z bằng (-3).

b/ Phần ảo của z bằng (-2).

c/ Phần thực của z thuộc khoảng $(-3; 2)$.

d/ Phần thực và phần ảo thuộc đoạn $[-3; 3]$.

e/ $|z| = 2$

f/ $|z| \leq 1$ và phần ảo thuộc $\left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$

g/ $2 \leq |z| < 3$

h/ phần thực bằng phần ảo.

l/ Phần ảo bằng 3 lần phần thực.

m/ Tổng bình phương phần thực và phần ảo bằng 1, phần thực của z không âm.

n/ $|z| \leq 2$ và

Bài 10. Tìm số phức z và \bar{z} biết :

a/ $|z| = 2$ và z là số thuần ảo.

b/ $|z| = 5$ và phần thực bằng 2 lần phần ảo.

❖ **Vấn đề 2. Các phép toán trên số phức.**

Bài 1. Tính:

1) $\frac{(2+3i)(1-2i)}{1+2i} + 3 - 4i$ 2) $[(3-2i) - (3+4i)]^3$

3) $\left(\frac{1-i}{1+2i}\right)^2$ 4) $\frac{2i-1}{4i} \left(i^3 - \frac{1}{i^7}\right)$

Bài 2. Thực hiện các phép tính

1) $(4+5i) + (7+9i)$

5) $(4+5i)^2 \cdot (5-4i)$

8) $\left(\frac{1-i}{i}\right)^3$

2) $(6-15i) - (2-i)$

6) $(1+i)^2 \cdot (1-i)^2 (2+i)$

9) $(1+i)^{2017}$

3) $(2+3i) \cdot (-1+2i)$

7) $\frac{1+2i}{3+i}$

4) $(\sqrt{3}+i) \cdot (\sqrt{3}-i)$

Bài 3. Xác định phần thực, phần ảo của các số phức :

1) $z = (1-i) - (3-2i) + (5+6i)$

2) $z = (3+2i)(7-4i)$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

$$3) z = \frac{6-i}{2+5i}$$

$$4) z = (3-2i)^2 - (4-i)^2$$

Bài 4. Cho $z = 5 - 3i$, tìm :

$$1) z^2$$

$$2) \frac{1}{z}$$

$$3) \bar{z}$$

$$4) z + z^2 + z^3$$

Bài 5. Giải phương trình sau trên tập các số phức.

$$1) (1-i)z + 2i - 3 = 0$$

$$2) (3+i)z = 2z + 2i - 1$$

$$3) (1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z.$$

$$4) (1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z.$$

Bài 6. Giải phương trình sau trên tập các số phức.

$$1) z + 3\bar{z} = (\overline{1-2i})^2$$

$$2) (2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2.$$

$$3) (2z-1)(1+i) + (\bar{z}+1)(1-i) = 2-2i.$$

Bài 7. Giải phương trình sau trên tập các số phức.

$$1) (2-3i)z = (1-i)(4+2i)$$

$$2) 2(1+4i)z - 5 = 6i - 7i(i-1)z$$

$$3) \frac{3-i}{1+i}z = \frac{2+i}{5-3i}$$

$$4) z + 3\bar{z} = 3-5i$$

Bài 8. (THPTQG 2017). Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

Bài 9. (THPTQG 2017). Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

Bài 10. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$.

Bài 11. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Xét các số phức $a = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-4-3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z+1-3i| + |z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất.

❖ Vấn đề 3. Phương trình bậc hai với hệ số thực.

Bài 1. Tìm các căn bậc hai của các số thực sau: 5; 9; 1; 0; -1; -2; -3; -4; -27; -49.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

$$1) -3z^2 + 2z - 1 = 0$$

$$2) 7z^2 + 3z + 2 = 0$$

$$3) 9z^2 + 8z + 10 = 0$$

$$4) 3z^2 + 5z = 0$$

$$5) 5z^2 + 9 = 0$$

$$6) z^4 + z^2 - 6 = 0$$

$$7) z^4 + 7z^2 + 10 = 0$$

$$8) z^4 + z^2 - 12 = 0$$

$$9) z^4 + 9z^2 + 14 = 0$$

Bài 3. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$.

Tính giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$.

Bài 4. (THPTQG 2017). Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

Bài 5. (THPTQG 2017). Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

Bài 6. Tìm phương trình nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ làm nghiệm.

Bài 7. Cho $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $az^2 + bz + c = 0$.

Tính $z_1 + z_2$ và $z_1 \cdot z_2$ theo a, b, c .

Bài 8. Cho số phức $z = a + bi$, hãy tìm một phương trình bậc hai với hệ số thực nhận z và \bar{z} làm nghiệm. Áp dụng : Cho $z = 3-2i$, tìm phương trình bậc hai nhận z và \bar{z} làm nghiệm.

❖ **ÔN TẬP CHƯƠNG IV.**

❖ **CÁC CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI THPTQG 2017.**

➤ **THPTQG 2017- ĐỀ 101.**

Câu 1. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $z = -2 + 3i$. B. $z = 3i$. C. $z = -2$. D. $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 2. Cho hai số phức $z_1 = 7 - 4i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 7 - 4i$ B. $z = 2 + 5i$ C. $z = -2 + 5i$ D. $z = 3 - 10i$

Câu 3. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm ?

- A. $z^2 + 2z + 3 = 0$ B. $z^2 - 2z - 3 = 0$ C. $z^2 - 2z + 3 = 0$ D. $z^2 + 2z - 3 = 0$

Câu 4. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ ?

- A. $Q(1;2)$ B. $N(2;1)$ C. $M(1;-2)$ D. $P(-2;1)$

Câu 5. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$

- A. $S = \frac{7}{3}$ B. $S = -5$ C. $S = 5$ D. $S = -\frac{7}{3}$

Câu 6. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

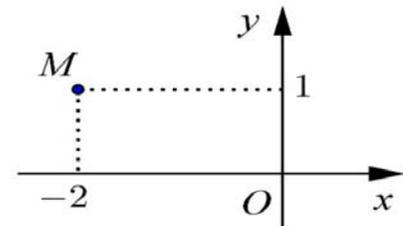
- A. 0 B. Vô số C. 1 D. 2

➤ **THPTQG 2017- ĐỀ 102.**

Câu 7.

Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên ?

- A. $z_4 = 2 + i$ B. $z_2 = 1 + 2i$
C. $z_3 = -2 + i$ D. $z_1 = 1 - 2i$



Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$

- A. $z = 11$. B. $z = 3 + 6i$ C. $z = -1 - 10i$ D. $z = -3 - 6i$

Câu 9. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $P = \frac{2}{3}$. D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 10. Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 0, b = 1$ B. $a = -2, b = 1$ C. $a = 1, b = 0$ D. $a = 1, b = -2$

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

- A. $S = 4$ B. $S = 2$ C. $S = -2$ D. $S = -4$

Câu 12. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo.

- A. 0 B. 4 C. 3 D. 2

➤ **THPTQG 2017- ĐỀ 103.**

Câu 13. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $b = -2$ B. $b = 2$ C. $b = 3$ D. $b = -3$

Câu 14. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực a của z .

- A. $a = 2$ B. $a = 3$ C. $a = -3$ D. $a = -2$

Câu 15. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$

- A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$ B. $x = \sqrt{2}, y = 2$ C. $x = 0, y = 2$ D. $x = \sqrt{2}, y = -2$

Câu 16. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

- A. $P = \frac{1}{6}$. B. $P = \frac{1}{12}$ C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

- A. $|z|=17$ B. $|z|=\sqrt{17}$ C. $|z|=\sqrt{10}$ D. $|z|=10$

Câu 18. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo ?

- A. Vô số B. 2 C. 0 D. 1

► **THPTQG 2017- ĐỀ 104.**

Câu 19. Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

- A. $|z|=3$ B. $|z|=5$ C. $|z|=2$ D. $|z|=\sqrt{5}$

Câu 20. Tìm số phức z thỏa mãn $z+2-3i=3-2i$

- A. $z=1-5i$ B. $z=1+i$ C. $z=5-5i$ D. $z=1-i$

Câu 21. Cho số phức $z_1=1-2i, z_2=-3+i$. Tìm điểm biểu diễn của số phức $z=z_1+z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

- A. $N(4;-3)$ B. $M(2;-5)$ C. $P(-2;-1)$ D. $Q(-1;7)$

Câu 22. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4=0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với O là gốc tọa độ.

- A. $T=2\sqrt{2}$. B. $T=2$ C. $T=8$. D. $T=4$.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i$.

- A. $w=-3+8i$ B. $w=1+3i$ C. $w=-1+7i$ D. $w=-4+8i$

Câu 24. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z}=1$ và $|z-\sqrt{3}+i|=m$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2 B. 4 C. 1 D. 3.

► **Bài tập trắc nghiệm.**

Câu 25. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

- A. $w=7-3i$. B. $w=-3-3i$. C. $w=3+7i$. D. $w=7-3i$.

Câu 26. Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là 4 nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng

$T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

- A. $T=4$. B. $T=2\sqrt{3}$. C. $T=4+2\sqrt{3}$. D. $T=2+2\sqrt{3}$.

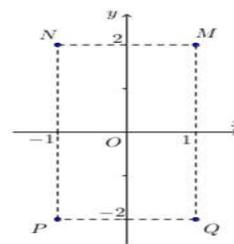
Câu 27. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức

$w=(3+4i).z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r=4$. B. $r=5$. C. $r=20$. D. $r=22$.

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên?

- A. Điểm P . B. Điểm Q .
C. Điểm M . D. Điểm N .



Câu 29. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} .

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2i. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2i. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính mô đun của số phức z_1+z_2 .

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

Câu 31. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

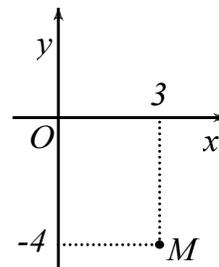
A. $\bar{z} = 3 - i$ B. $\bar{z} = -3 + i$ C. $\bar{z} = 3 + i$ D. $\bar{z} = -3 - i$

Câu 32. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$

A. $|z| = \sqrt{34}$ B. $|z| = 34$ C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$ D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$

Câu 33. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 .
- B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
- C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
- D. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.



Câu 34. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng có tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$. D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$.

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$

A. $P = \frac{1}{2}$ B. $P = 1$. C. $P = -1$ D. $P = -\frac{1}{2}$

Câu 36. Xét số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$. B. $|z| > 2$ C. $|z| < \frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Câu 37. Số nào trong các số phức sau là số thực?

A. $(\sqrt{2} + 3i) - (\sqrt{2} - 3i)$ B. $(5 + i\sqrt{2}) + (5 - i\sqrt{2})$ C. $(1 + i) + (-1 + i)$ D. $(3 - 2i) - (3 + 2i)$

Câu 38. Số nào trong các số phức sau là số thuần ảo?

A. $(\sqrt{3} + i) + (\sqrt{3} - i)$ B. $(10 - i) + (10 + i)$ C. $(5 - i\sqrt{3}) + (-5 - i\sqrt{3})$ D. $(3 + i) - (-3 + i)$

Câu 39. Tìm cặp số thực x, y thỏa mãn: $x + 2y + (2x - y)i = 2x + y + (x + 2y)i$.

A. $x = y = 0$ B. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{2}{3}$ C. $x = y = \frac{1}{2}$ D. $x = -\frac{1}{3}; y = -\frac{2}{3}$

Câu 40. Tìm cặp số thực x, y thỏa mãn: $2x + 1 + (1 - 2y)i = 2 - x - (2 - 3y)i$.

A. $x = \frac{5}{3}; y = \frac{1}{3}$ B. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{-3}{5}$ C. $x = -\frac{1}{3}; y = \frac{5}{3}$ D. $x = \frac{1}{3}; y = \frac{3}{5}$

Câu 41. Cho $z = \frac{1 - i}{1 + i}$. Chọn đáp số đúng.

A. $z = 1 + i$ B. $z = i$ C. $z = -i$ D. $z = 1 - i$

Câu 42. Cho $z = i^3 + (-i)^{25} + 2i^{23}$. Chọn đáp số đúng.

A. $z = 4i$ B. $z = 3 - 4i$ C. $z = 1 - 4i$ D. $z = -4i$

Câu 43. Cho $w = 3 + 4i$. Tìm nghịch đảo của w .

A. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$ C. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$ D. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 44. Cho $z = \frac{1+2i}{1-2i} + \frac{1-2i}{1+2i}$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A. z là số thực. C. z có thành phần thực và ảo đều khác 0.
B. z là số thuần ảo. D. $|z|=1$.

Câu 45. Cho $z = \frac{(2+i)(1-2i)}{2-i} + \frac{(2-i)(1+2i)}{2+i}$. Trong các kết luận sau, kết luận nào đúng?

- A. z là số thực. C. z có thành phần thực và ảo đều khác 0
B. z là số thuần ảo.. D. $z \cdot \bar{z} = \frac{22}{5}$.

Câu 46. Tìm căn bậc hai của số phức $z = 3 + 4i$.

- A. $\pm(2+i)$ B. $\pm\left(1+\frac{1}{2}i\right)$ C. $\pm(2-i)$ D. $\pm(-1+i)$

Câu 47. Giải phương trình sau: $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$. Chọn đáp số đúng.

- A. $z = \frac{22}{5} + \frac{4}{5}i$ B. $z = \frac{22}{5} - \frac{4}{5}i$ C. $z = \frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$ D. $z = \frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$

Câu 48. Tìm z biết: $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.

- A. $z = -\frac{2}{3} + 4i$ B. $z = -\frac{2}{3} - 4i$ C. $z = \frac{2}{3} + 4i$ D. $z = \frac{2}{3} - 4i$

Câu 49. Tìm nghiệm phức của phương trình: $x^2 - 3x + 3 = 0$.

- A. $z = \frac{3}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $z = -\frac{3}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $z = 3 \pm i\sqrt{3}$ D. $z = -3 \pm i\sqrt{3}$

Câu 50. Tập hợp các điểm biểu diễn hình học số phức thỏa mãn $|z-i+1| = |z+i-2|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $6x - 4y - 3 = 0$ B. $4x - 6y + 3 = 0$ C. $2x - 3y + 1 = 0$ D. $2x - 3y + \frac{1}{2} = 0$

Câu 51. Tập hợp các điểm biểu diễn hình học số phức thỏa mãn $\sqrt{2}|z+i| = |z+1|$ là đường tròn có phương trình nào sau đây?

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 2$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 4$
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$

❖ Bài tập tự luận.

Bài 1: Tìm môđun của số phức $z = 1 + 4i + (1-i)^3$

Bài 2: Cho hai số phức: $z_1 = \sqrt{3} - 5i$; $z_2 = \sqrt{3} - i$. Tính $\frac{z_1}{z_2}$ và $\left|\frac{z_1}{z_2}\right|$

Bài 3: Tìm phần thực, phần ảo của số phức $z = \frac{(3-4i)(1+2i)}{1-2i} + (4-3i) - (1-i)^{2013}$

Bài 4: Tìm số phức z biết $(2-3i)z + (4+i)\bar{z} = -(1+3i)^2$

Bài 5: Cho số phức $z = 4 - 3i$. Tìm $\frac{z+z^2}{z}$

Bài 6: Giải phương trình sau (ẩn z): $z + 2\bar{z} = (1+5i)^2$

Bài 7: Tìm số phức liên hợp với bình phương của chính nó.

Bài 8: Cho số phức $z = x + iy$ (x, y thuộc \mathbb{R}). Tìm phần thực và phần ảo của các số phức:

- a) $z^2 - 2z + 4i$ b) $\frac{z+i}{iz-1}$

Bài 9: Giải các phương trình sau (ẩn z):

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

a) $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$ b) $((2-i)\bar{z}+3+i)\left(iz+\frac{1}{2i}\right)=0.$

Bài 10:

a) Chứng minh: $i^{2k+1} = (-1)^k \cdot i, k \in N; i^{2k} = (-1)^k, k \in N.$

b) Giả sử $z_k = i^{2k} + i^{2k+1}, k \in N$. Tính tổng $z_k + z_{k+1}$.

Bài 11: Thực hiện các phép tính :

a) $\frac{3+i}{(1+i)(1-2i)}$; b) $\frac{(1+2i)^2 - (1-i)^2}{(3+2i)^2 - (2+i)^2}$; c) $\frac{(2+i)^3 + (2-i)^3}{(2+i)^3 - (2-i)^3}$; d) $(2-i)^6$

Bài 12: Cho hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$

a) Với điều kiện nào giữa a, b, a', b' thì tổng của chúng là số thực ? số ảo?

b) Cũng câu hỏi trên đối với hiệu $z - z'$..

Bài 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 - 4i)| = 2$.

Bài 14: Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện: $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$

Bài 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (5i - 2)| = 2$.

Bài 16: Xác định tập điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn :

a) $z = a + ai, a \in R$ b) $\frac{1}{z-i}$ là số ảo

Bài 17: Xác định tập điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn :

a) z^2 là số thực âm b) $|z - i + 2| + |z + i| = 9$.

Bài 18: Giải các phương trình trong tập số phức:

a) $z^2 + 81 = 0$ b) $z^2 - z + 2 = 0$
c) $(z - i)(z^2 + 1) = 0$ d) $(z^2 + z)^2 + 4(z^2 + z) - 12 = 0$

❖ MỘT SỐ ĐỀ THI TỐT NGHIỆP, TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG.

1/ TNPT 2009: Giải phương trình: $8z^2 - 4z + 1 = 0$ trên tập số phức.

2/ TNPT 2010: Cho 2 số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Xác định phần thực, phần ảo của số phức $z_1 - 2z_2$.

3/ TNPT 2011: Giải phương trình $(1 - i)z + (2 - i) = 4 - 5i$ trên tập số phức.

4/ TNPT 2012: Tìm các số phức $2z + \bar{z}$ và $\frac{25i}{z}$, biết $z = 3 - 4i$.

5/ TNPT 2013: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z - 2 - 4i = 0$. Tìm số phức liên hợp của z .

6/ ĐH KHỐI D 2009: Trong mpOxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - (3 - 4i)| = 2$

7/ ĐH KHỐI B 2009: Tìm số phức z thỏa: $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z\bar{z} = 25$.

8/ ĐH KHỐI A 2009: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$

9/ CĐ 2009: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

10/ ĐH KHỐI D 2010: Tìm số phức z thỏa mãn $z^4 + 7z^2 + 10 = 0$, $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

11/ ĐH KHỐI B 2010: Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z - i| = |(1 + i)z|$

12/ ĐH KHỐI A 2010: Tìm phần ảo của số phức z biết $\bar{z} = (\sqrt{2} + i)^2(1 - \sqrt{2}i)$

13/ CĐ 2010: Cho số phức z thỏa $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

14/ ĐH KHỐI D 2012: Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$.

Tìm môđun của số phức $w = z + 1 + i$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

15/ CĐ 2012: Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z - \frac{2-i}{1+i} = (3-i)z$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của z trong mp tọa độ Oxy.

16/ ĐH KHỐI D 2013: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện

$(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$

17/ CĐ 2013: Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Tìm phần thực, phần ảo của số phức $w = (1+z)\bar{z}$.

18/ ĐH KHỐI B 2014: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1-9i$. Tính môđun của z .

19/ ĐH KHỐI A 2014: Cho số phức z thỏa điều kiện $z + (2+i)\bar{z} = 3+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

20/ THPTQG 2015: Cho số phức z thỏa mãn $z^4 + 7z^2 + 10 = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z .

21/ THPTQG 2016: Cho số phức $z = 1+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Bài 1: HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN.

❖ BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Tìm tọa độ điểm M và tính $|\overline{OM}|$ biết:

a. $\overline{OM} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 7\vec{k}$

b. $\overline{OM} = -3\vec{k}$

c. $\overline{OM} = -\vec{i} + 3\vec{j}$

Bài 2: Tìm tọa độ điểm M và tính $|\overline{OM}|$ biết:

a. $\overline{MA} = 2\overline{MB}$ với $A(2;1;0)$, $B(-2;0;1)$

b. $\frac{2}{3}\overline{MA} = -\frac{1}{2}\overline{MB}$ với $A(2;1;0)$, $B(-2;0;1)$

Bài 3: Tính góc giữa hai vectơ

a. $\vec{a} = (2;1;4)$, $\vec{b} = (-6;0;3)$

b. $\vec{a} = (0;0;1)$, $\vec{b} = (2;0;2)$

Bài 4: Cho tam giác ABC biết $A(-4;-2;0)$, $B(-1;-2;4)$, $C(3;-2;1)$.

a. Tính góc giữa hai vectơ \overline{AB} , \overline{AC}

b. Tính góc giữa hai vectơ \overline{AB} , \overline{BC}

Bài 5: Cho $\vec{a} = (m;6;-5)$, $\vec{b} = (m;-m;-1)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Bài 6: Cho $\vec{a} = (m;3;-2)$, $\vec{b} = (m;-m;-1)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Bài 7: Xét sự cùng phương của các vectơ sau:

a. $\vec{a} = (1;1;1)$, $\vec{b} = (2;2;2)$; b. $\vec{a} = (2;4;6)$, $\vec{b} = (2;4;0)$; c. $\vec{a} = (1;2;0)$, $\vec{b} = (2;4;0)$.

Bài 8: Chứng minh rằng ba điểm sau thẳng hàng:

a. $A(1;3;2)$, $B(2;2;3)$, $C(0;4;1)$

b. $A(-2;1;0)$, $B(-1;3;-2)$, $C(0;5;-4)$

Bài 9: Chứng minh rằng ba điểm sau không thẳng hàng:

a. $A(1;0;3)$, $B(2;2;4)$, $C(0;3;-2)$

b. $A(-1;1;2)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;4)$

Bài 10:

a. Cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh một tứ diện.

b. Cho bốn điểm $A(-2;6;3)$, $B(1;0;6)$, $C(0;2;-1)$, $D(1;4;0)$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Bài 11:

a. Cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;0;1)$, $C(3;2;-5)$, $D(1;0;-1)$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

b. Cho ba điểm $A(3;2;6)$, $B(3;-1;0)$, $C(0;-7;3)$, $D(2;-2;3)$. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng.

Bài 12: Cho ba điểm $A(3;2;6)$, $B(3;-1;0)$, $C(0;-7;3)$.

a. Tìm tọa độ điểm A' , B' , C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của các điểm A, B, C trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz.

b. Tìm tọa độ điểm A'' , B'' , C'' lần lượt là hình chiếu vuông góc của các điểm A, B, C trên các mặt phẳng tọa độ (Oxy), (Oyz), (Oxz).

Bài 13: Cho bốn điểm $A(3;-2;-2)$, $B(3;2;0)$, $C(0;2;1)$, $D(-1;1;2)$.

a. Chứng minh bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh một tứ diện.

b. Tính thể tích của khối tứ diện ABCD.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 14. Cho bốn điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$.

a. Chứng minh A, B, C không thẳng hàng. Tính diện tích tam giác ABC ;

b. Chứng minh A, B, D không thẳng hàng. Tính diện tích tam giác ABD .

❖ **BÀI TẬP TỔNG HỢP**

1. Cho 3 vector $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (5;7;0)$, $\vec{c} = (3;-2;4)$.

a. Tìm tọa độ của vector $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$.

b. Tìm tọa độ vector \vec{x} thỏa mãn $2\vec{x} - 5\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

c. Tìm y, z để $\vec{m} = (-3; y; z)$ cùng phương \vec{a} .

d. Chứng minh rằng: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng.

e. Biểu diễn vector \vec{d} theo 3 vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

2. Tìm m để:

a. Ba điểm $A(0;3;2)$, $B(1;2;3)$, $C(2;m;4)$ thẳng hàng.

b. $\vec{a} = (2;3;-4)$ cùng phương $\vec{b} = (m;-6;8)$.

c. $\vec{a} = (1;m;-2)$ vuông góc với $\vec{b} = (m;3;-4)$.

3. Tìm vector \vec{b} cùng phương với $\vec{a} = (2\sqrt{2};-1;4)$ biết $|\vec{b}| = 10$.

4. Tìm vector \vec{b} cùng phương với $\vec{a} = (8;-10;13)$ biết $|\vec{b}| = \sqrt{37}$ và \vec{b} tạo với Oz một góc nhọn.

5. Tìm điểm M biết:

a. M thuộc trục Ox và cách đều hai điểm A, B với $A(2;-4;5)$, $B(-3;2;7)$.

b. M là giao điểm của đường thẳng AB và mp(Oxy).

c. M thuộc trục Oz và cách đều hai điểm $C(2;4;1)$, $D(-3;2;5)$.

d. M thuộc mp(Oxy) và cách đều ba điểm $A(1;-1;5)$, $B(3;4;4)$, $C(4;6;1)$.

6. Cho 4 điểm $A(-2;-3;8)$, $B(2;1;7)$, $C(1;4;5)$, $D(-7;-4;7)$. Chứng minh rằng: $ABCD$ là hình thang.

7. Cho 3 điểm $A(2;0;6)$, $B(5;3;3)$, $C(-3;-6;8)$. Tìm tọa độ điểm D thuộc mp(Oxz) để $ABCD$ là hình thang có 2 đáy là AB và CD .

8. Cho tam giác ABC có $A(-4;-1;2)$, $B(3;5;-10)$. Tìm tọa độ đỉnh C biết rằng trung điểm của các cạnh AC, BC lần lượt là M, N và M thuộc trục Oy , N thuộc mp(Oxz).

9. Trong không gian cho vector $\vec{IA} = (8;4;1)$, $\vec{IB} = (2;-2;1)$. Tìm tọa độ vector \vec{IC} thỏa mãn 3 điều kiện sau đây:

a. $\vec{IC} \perp \vec{IA}$ b. $|\vec{IC}| = |\vec{IB}|$ c. $\vec{IA}, \vec{IB}, \vec{IC}$ đồng phẳng.

10. Trong không gian cho 2 vector $\vec{OA} = (-3;0;4)$, $\vec{OB} = (5;-2;24)$. Tìm vector \vec{OE} thỏa mãn 3 điều kiện sau đây:

a. $|\vec{OE}| = 2$ b. $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OE}$ đồng phẳng c. \vec{OE} nằm trên mp(Oyz).

11. Cho 3 điểm $A(3;2;-3)$, $B(5;1;-1)$, $C(1;-2;1)$.

a. Tính góc trong A của tam giác ABC .

b. Tìm vector \vec{a} cùng phương với \vec{AB} và có $|\vec{a}| = AC$.

12. Tìm vector \vec{x} vuông góc với hai vector $\vec{a} = (3;2;2)$, $\vec{b} = (18;-22;-5)$; tạo với Oy một góc tù và có $|\vec{x}| = 14$.

13. Tìm vector \vec{x} cùng phương với $\vec{a} = (2;1;-1)$ biết $\vec{x} \cdot \vec{a} = 3$.

14. Cho 3 vector $\vec{a} = (3;-2;4)$, $\vec{b} = (5;1;6)$, $\vec{c} = (-3;0;2)$. Tìm \vec{x} sao cho $\vec{a} \cdot \vec{x} = 4$; $\vec{b} \cdot \vec{x} = 3$; $\vec{c} \cdot \vec{x} = 0$.

15. Cho $\vec{a} = (-1;1;1)$, $\vec{b} = (2;0;1)$. Tìm \vec{x} đồng phẳng với \vec{a}, \vec{b} ; vuông góc với \vec{b} và $\vec{x} \cdot \vec{a} = 7$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

16. Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(-1;3;-4), B(5;0;5), C(1;2;-1), D(1;-1;2)$.

- Chứng tỏ 3 điểm A, B, C thẳng hàng và 3 điểm A, B, D không thẳng hàng.
- Tìm tọa độ G là trọng tâm tam giác ABD.
- Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(5;7;-2), B(3;1;-1), C(9;4;-4), D(1;5;0)$.
- Chứng tỏ A, B, C, D nằm trên một mặt phẳng.
- Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng AC và BD.

17. Trong không gian cho tứ diện ABCD. Biết $A(1;-2;1), B(2;4;1), C(-1;4;2), D(-1;0;1)$.

- Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của A lên mp(BCD).
- Tính độ dài đường cao xuất phát từ A của tứ diện ABCD.

18. Trong không gian cho tam giác ABC. Biết $A(1;0;2), B(-2;1;1), C(1;-3;-2)$. D và E là hai điểm trên AB, BC sao cho $\overline{DA} = -2\overline{DB}; \overline{EB} = 2\overline{EC}$.

- Tìm tọa độ của điểm D và E.
- Tính $\cos \widehat{DAE}$.

19. Cho bốn điểm $A(1;0;1), B(-1;1;2), C(-1;1;0), D(2;-1;-2)$.

- Chứng minh A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện.
- Tính đường cao của tam giác BCD hạ từ đỉnh D.
- Tính góc \widehat{CBD} .
- Tính thể tích của khối tứ diện ABCD và từ đó suy ra độ dài đường cao của tứ diện qua đỉnh A.
- Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

20. Cho bốn điểm $A(3;0;4), B(3;6;2), C(0;4;-1), D(0;-2;1)$.

- Chứng minh A, B, C, D không đồng phẳng.
- Tính thể tích hình chóp O.ABCD và độ dài đường cao OH vẽ từ O của hình chóp O.ABCD.
- Tìm tọa độ điểm M sao cho MC vuông góc với mp(BCD) và $MC = \sqrt{211}$.

21. Cho ba điểm $A(1;1;1), B(5;1;-2), C(7;9;1)$.

- Chứng minh A, B, C không thẳng hàng.
- Tìm tọa độ chân đường phân giác trong của tam giác ABC xuất phát từ A.
- Tìm điểm M trên trục Ox cách đều A và B.
- Tìm điểm N trên mp(Oxz) cách đều A, B, C.

❖ BÀI TẬP MẶT CẦU

Bài 1: Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S) sau:

- $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$;
- $x^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 36$;
- $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

Bài 2: Xác định tâm và bán kính mặt cầu (S) sau:

- $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$;
- $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 4z + 2 = 0$;
- $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$;
- $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 8y + 15z - 3 = 0$.

Bài 3: Viết phương trình mặt cầu:

- Viết phương trình mặt cầu (S) biết tâm I(2;-1;1) và bán kính bằng 3.
- Cho ba điểm A(1;2;1), B(2;0;1), C(-1;0;-2). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm A và bán kính bằng độ dài đoạn thẳng BC.

Bài 4:

- Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm A(1;-2;3) và đi qua điểm B(0;2;-1).
- Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và đi qua điểm A(2;-1;9);
- Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là điểm M(2;-1;3) và đi qua gốc tọa độ.

Bài 5:

- Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB, A(1;2;3), B(-3;2;-1);
- Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính MN, M(1;-2;-3), N(-3;2;1);
- Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính EF, E(-1;4;-2), F(-3;2;2).

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 6:

- a. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 1 = 0$;
b. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-2;-3)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$.

Bài 7:

- a. Viết phương trình mặt cầu (S) qua 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;1)$, $O(0;0;0)$.
b. Viết phương trình mặt cầu (S) qua bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$, $D(2;2;1)$.
c. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD, với $A(3;2;6)$, $B(3;-1;0)$, $C(0;-7;3)$, $D(-2;1;-1)$.

Bài 8 :

- a. Viết phương trình mặt cầu (S) qua ba điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;0;1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (P): $x+y+z-3=0$.
b. Viết phương trình mặt cầu (S) qua ba điểm $A(7;1;0)$, $B(-3;-1;0)$, $C(3;5;0)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (P): $18x-35y-17z-2=0$.
c. Viết phương trình mặt cầu (S) qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy).
d. Viết phương trình mặt cầu (S) qua hai điểm $A(3;1;0)$, $B(5;5;0)$ và có tâm thuộc trục Ox.
e. Viết phương trình mặt cầu (S) qua hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;-2)$ và có tâm thuộc trục Oz.

► Bài tập trắc nghiệm.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm A, B, C thỏa:

$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}; \quad \overrightarrow{OB} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}; \quad \overrightarrow{OC} = \vec{j} - \vec{k}.$$

Xét các mệnh đề:

(I) $\overrightarrow{AB} = (-4; 0; 1)$

(II) $\overrightarrow{AC} = (-3; -1; -1)$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (I) đúng, (II) sai

B. (I) sai, (II) đúng

C. Cả (I) và (II) đều đúng

D. Cả (I) và (II) đều sai

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ với các vector đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, cho vector $\vec{a} = (2; 7; -1)$. Khi đó tọa độ

vector $\vec{b} = \vec{k} - \vec{a}$ là:

A. $(-1; -7; 1)$

B. $(-2; -6; 1)$

C. $(-2; -7; 2)$

D. $(-2; -7; 1)$

Câu 3: Cho tam giác ABC với $A(-3; 2; -7)$, $B(2; 2; -3)$, $C(-3; 6; -2)$. Điểm nào sau đây là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $G\left(-\frac{4}{3}; \frac{10}{3}; -4\right)$

B. $G(-4; 10; -12)$

C. $G\left(\frac{4}{3}; -\frac{10}{3}; 4\right)$

D. $G(4; -10; 12)$

Câu 4: Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (2; 2; -1)$, $\vec{c} = (4; 0; -4)$. Tìm tọa độ vector \vec{x} sao cho $\vec{x} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.

A. $\vec{x} = (-7; 0; 4)$

B. $\vec{x} = (7; 0; -4)$

C. $\vec{x} = (7; 4; 0)$

D. $\vec{x} = (7; 0; 4)$

Câu 5: Cho $\vec{a} = (5; 7; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; 4)$, $\vec{c} = (-6; 1; -1)$. Tìm tọa độ vector $3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $(3; 22; -3)$

B. $(-3; 22; -3)$

C. $(3; 22; 3)$

D. $(3; -22; -3)$

Câu 6: Cho vector $\vec{a} = (1; -3; 4)$. Tìm y, z để $\vec{b} = (2; y; z)$ cùng phương với \vec{a} .

A. $y = 6; z = 8$

B. $y = 6; z = -8$

C. $y = -6; z = 8$

D. $y = -6; z = -8$

Câu 7: Cho $A(1; -1; 3)$, $B(-2; 3; 5)$. Vector nào sau đây cùng phương với vector \overrightarrow{AB} ?

A. $6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$

B. $6\vec{i} - 8\vec{j} + 4\vec{k}$

C. $-6\vec{i} + 8\vec{j} + 4\vec{k}$

D. $-6\vec{i} - 8\vec{j} + 4\vec{k}$

Câu 8: Cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng?

A. $x = 4; y = 7$

B. $x = 4; y = -7$

C. $x = -4; y = -7$

D. $x = -4; y = 7$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018**Câu 9:** Cho $A(1;1;1)$, $B(-4;3;1)$, $C(-9;5;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overline{CA} = \overline{CB}$ B. $\overline{CA} = 2\overline{CB}$ C. $\overline{CA} = 3\overline{CB}$ D. $\overline{CA} = 4\overline{CB}$

Câu 10: Cho $A(3;-4;7)$, $B(-5;3;2)$, $C(1;2;-3)$. Tìm điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

- A. $D(9;5;6)$ B. $D(9;5;-6)$ C. $D(-9;5;6)$ D. $D(9;-5;6)$

Câu 11: Cho $M(-1;3;2)$, $N(3;4;0)$, $P(0;-1;3)$. Tìm điểm Q sao cho MNPQ là hình bình hành.

- A. $Q(-4;-2;-5)$ B. $Q(-4;2;5)$ C. $Q(-4;-2;5)$ D. $Q(4;2;5)$

Câu 12: Cho hình bình hành ABCD biết $A(3;1;2)$, $B(0;-1;-1)$, $C(-1;1;0)$. Khi đó độ dài đường chéo BD bằng:

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 13: Cho tứ diện ABCD với $A(3;0;1)$, $B(-1;4;1)$, $C(6;7;3)$, $D(1;-5;5)$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Khi đó độ dài AG bằng:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 14: Cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;4)$ và $\vec{b} = \vec{a} - 2\vec{j}$ với $\vec{j} = (0;1;0)$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là:

- A. 15 B. 19 C. 21 D. 17

Câu 15: Cho $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Khi đó tích vô hướng của hai vectơ \overline{AB} và \overline{AC} .

- A. 25 B. 27 C. 29 D. 31

Câu 16: Tính cosin của góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} biết $\vec{a} = (8;4;1)$ và $\vec{b} = (2;-2;1)$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 17: Cho $\vec{a} = (1;2;1)$ và $\vec{b} = (2;-1;0)$. Tính cosin của góc giữa các vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$.

- A. $\frac{1}{11}$ B. $\frac{2}{11}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{2}{7}$

Câu 18: Cho tam giác ABC với $A(-4;-2;0)$, $B(-1;-2;4)$, $C(3;-2;1)$. Xác định góc BAC.

- A. 135° B. 90° C. 60° D. 45°

Câu 19: Cho tứ diện ABCD với $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$. Tìm góc hợp bởi cặp cạnh đối AB và CD.

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 20: Tìm trên trục tung những điểm cách đều hai điểm $A(1;-3;7)$ và $B(5;7;-5)$.

- A. $M(0;2;0)$ B. $M(0;-2;0)$ C. $M(0;2;0)$, $N(0;-2;0)$ D. $M(0;1;0)$, $N(0;2;0)$

Câu 21: Xác định vectơ \vec{a} cùng phương với vectơ $\vec{b} = (2;1;-1)$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

- A. $\vec{a} = (4;-2;2)$ B. $\vec{a} = (6;3;-3)$ C. $\vec{a} = (-2;-1;1)$ D. $\vec{a} = (4;2;-2)$

Câu 22: Cho ba vectơ $\vec{a} = (2;3;-1)$, $\vec{b} = (1;-2;3)$, $\vec{c} = (2;-1;1)$. Hãy xác định vectơ \vec{x} biết \vec{x} vuông góc với \vec{a} , \vec{b} và $\vec{x} \cdot \vec{c} = -6$.

- A. $\vec{x} = (-3;0;0)$ B. $\vec{x} = (0;3;-3)$ C. $\vec{x} = (0;6;0)$ D. $\vec{x} = (-3;3;3)$

Câu 23: Cho các vectơ $\vec{a} = (3;-1;5)$, $\vec{b} = (1;2;-3)$. Hãy xác định vectơ \vec{c} vuông góc với trục Ox và thỏa điều kiện $\vec{c} \cdot \vec{a} = 9$, $\vec{c} \cdot \vec{b} = -4$.

- A. $\vec{c} = (0;2;1)$ B. $\vec{c} = (0;1;2)$ C. $\vec{c} = (0;1;-2)$ D. $\vec{c} = (0;-1;2)$

Câu 24: Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z + 13 = 0$$

- A. $I(2;-1;-3)$, $R=1$ B. $I(-2;1;3)$, $R=\sqrt{14}$ C. $I(2;-1;-3)$, $R=\sqrt{14}$ D. $I(-2;1;3)$, $R=1$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 25: Phương trình mặt cầu tâm $I(-1;2;3)$ và đi qua điểm $A(-2;1;1)$ là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 6$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 36$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 6$

Câu 26: Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(4;-3;7)$, $B(2;1;3)$ là:

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$ B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 35$ D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 35$

Câu 27: Phương trình mặt cầu đường kính AB với $A(9;1;3)$, $B(1;5;5)$ là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 10x + 6y + 8z + 29 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 6y - 8z + 29 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 6y - 8z + 29 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 10x - 6y + 8z + 29 = 0$

Câu 28: Phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ và $O(0;0;0)$ là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 8y + 4z = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 4y + 2z = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 8y - 4z = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x + 4y - 2z = 0$

Câu 29: Cho tam giác ABC với $A(0;1;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(-1;1;0)$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (đvdt) B. $\sqrt{6}$ (đvdt) C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ (đvdt) D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (đvdt)

Câu 30: Cho tam giác ABC với $A(7;3;4)$, $B(1;0;6)$, $C(4;5;-2)$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng:

- A. 49 (đvdt) B. $\frac{49}{2}$ (đvdt) C. 47 (đvdt) D. $\frac{47}{2}$ (đvdt)

Câu 31: Cho tam giác ABC với $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(2;1;3)$. Khi đó diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $3\sqrt{6}$ (đvdt) B. $6\sqrt{6}$ (đvdt) C. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (đvdt) D. $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ (đvdt)

Câu 32: Cho tứ diện ABCD với $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(1;-2;2)$. Thể tích của tứ diện ABCD là:

- A. 140 (đvdt) B. 70 (đvdt) C. $\frac{70}{3}$ (đvdt) D. $\frac{70}{6}$ (đvdt)

BÀI 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

❖ BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1: Cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$.

- Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A vuông góc với BC.
- Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua B và vuông góc với AC.
- Viết phương trình mặt phẳng (R) qua C và vuông góc với AB.

Bài 2: Cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(0;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại A.

Bài 3. a. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và song song với giá của mỗi vector $\vec{a} = (2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 2; -1)$.

b. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;0)$ và chứa giá của hai vector $\vec{a} = (-1;2;0)$ và $\vec{b} = (0;-2;3)$.

Bài 4.

a. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (Q) có pt:
 $3x - 4y - z - 1 = 0$.

b. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;-2;-3)$ và song song với mặt phẳng (Q) có pt:
 $3x - 3y - 1 = 0$.

c. Viết phương trình mp(P) qua điểm $A(1;1;1)$ và song song mp(Oxy).

Bài 5:

a. Cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$. Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

b. Cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;1)$, $C(1;0;1)$. Viết pt mp(ABC).

c. Cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(0;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB).

d. Cho hai điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OMN).

Bài 6:

a. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;-1;-1)$, $B(1;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-y-z-1=0$.

b. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-y-1=0$.

c. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x-3y-2z-1=0$.

Bài 7: Cho bốn điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$, $D(2;2;1)$.

a. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AC và song song với đường thẳng BD.

b. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa DC và song song với AB.

c. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa BC và song song với AD.

Bài 8:

a. Cho bốn điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;0;1)$, $C(3;2;-5)$, $D(1;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AC và BD.

b. Cho bốn điểm $A(3;2;6)$, $B(3;-1;0)$, $C(0;-7;3)$, $D(2;-2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AC và BD.

Bài 9:

a. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Ox .

b. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Oy .

c. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;-3)$ và chứa trục Oz .

Bài 10:

a. Cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;-3;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

b. Cho hai điểm $A(-2;3;0)$, $B(-2;-3;-4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

c. Cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-4;-1;4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Bài 11:

a. Viết pt mp đi qua gốc tọa độ và vuông góc với hai mặt phẳng $2x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 2y + z = 0$.

b. (P) đi qua hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(1;3;-2)$ và vuông góc với mp (β): $2x - y + 3z - 1 = 0$.

c. (P) đi qua $M(1;0;-2)$ và vuông góc với hai mp (α): $2x + y - z - 2 = 0$, (β): $x - y - z - 3 = 0$.

Bài 12: Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm M biết

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và $M(4; -3; 1)$.

b. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ và $M(1; 2; -4)$.

Bài 13: Cho mặt cầu (S) : $x^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$ và hai điểm $A(0;2;3)$, $B(0;2;-1)$.

a. Viết phương trình mp(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A.

b. Viết phương trình mp(Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm B.

Bài 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (Q) biết

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 11 = 0$ và (Q): $4x + 3z - 17 = 0$.

b. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ và (Q): $x + 2y + 2z + 5 = 0$.

Bài 15: Cho mặt cầu (S) : $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26$ và mp (P): $2x - y + 2z - 9 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện (Q) của mặt cầu (S) biết mp(Q) song song với mp(P).

Bài 16: Cho mặt cầu(S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ và mp(P): $2x - y - 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mp(Q), biết mp(Q) song song với mp(P) và tiếp xúc với (S).

Bài 17. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng sau:

a. (P): $2x + 3y - 2z + 5 = 0$ và (Q): $3x + 4y - 8z - 5 = 0$.

b. (P): $x - y - 2z + 1 = 0$ và (Q): $4x - 4y - 8z + 9 = 0$.

Bài 18. Định m, n để hai mặt phẳng sau song song

a. (P): $x + my - 2z + 2 = 0$ và (Q): $2x + 4y + 4nz - 3 = 0$.

b. (P): $2x + y + 3z - 5 = 0$ và (Q): $4mx - 3y - 3nz - 2 = 0$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 19. Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc nhau

a. (P): $(2m - 1)x - 3my + 2z - 3 = 0$ và (Q): $mx + (m - 1)y + 4z - 5 = 0$.

b. (P): $x + my - z + 2 = 0$ và (Q): $mx + 2y - mz - 12 = 0$.

Bài 20. Cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 3z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Q): $2x - 4y + 6z + 7 = 0$. Chứng minh (P) và (Q) song song.

Bài 21. Cho hai mặt phẳng (P): $3x + 6y - 3z + 7 = 0$ và (Q): $x + 2y - z + 1 = 0$. Chứng minh (P) song song (Q).

Bài 22. Tính khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; -3)$ lần lượt đến các mặt phẳng sau:

a. $2x - 2y - z - 10 = 0$ b. $-2x - 2y + 10 = 0$ c. $x - 2y - 2z = 0$

d. $3x - 2y - z + 2 = 0$ e. $x - y - 1 = 0$ f. $2x - 3z = 0$.

Bài 23. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P): $-x + 2y - 2z - 33 = 0$.

Bài 24. Tính khoảng cách từ trung điểm của đoạn AB đến mp(P): $x - y - z - 1 = 0$, với $A(1; 0; 2), B(-1; 2; 4)$.

Bài 25. Cho tam giác ABC với $A(1; 2; 3), B(-1; -2; -3), C(3; -9; 27)$ và mặt phẳng (P): $2x - 2y - z = 0$. Tính khoảng cách từ tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (P).

Bài 26. Cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

a. Tìm tọa độ tâm mặt cầu và bán kính mặt cầu;

b. Tùy theo giá trị của m, hãy xét vị trí tương đối của mặt cầu (S) và mp(P) với (P): $x + y - z + m = 0$.

Bài 27. Xác định tâm và tính bán kính đường tròn (C) được tạo bởi mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau, biết:

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 11 = 0$ và (P): $2x - 2y + z + 1 = 0$.

b. (S): $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 + (z - 4)^2 = 324$ và (P): $4x - 3z - 17 = 0$.

Bài 28. (Đề Tham Khảo Năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

❖ BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) nếu

a. (P) đi qua điểm $M(3; 1; 1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$

b. (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB với $A(2; 1; 1), B(2; -1; 3)$

c. (P) đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và song song với mỗi giá của hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; 2), \vec{b} = (3; 2; -1)$

d. (P) đi qua $M(-1; 1; 0)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x - 2y + z - 10 = 0$

e. (P) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1), B(1; 3; -2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

f. (P) đi qua ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; -3)$.

g. (P) đi qua điểm $A(2; -4; 0)$ và vuông góc với đoạn thẳng BC, có $B(5; 1; 7)$ và $C(3; 1; 5)$.

h. (P) đi qua $M(1; 0; -2)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - z - 2 = 0$, $(\beta): x - y - z - 3 = 0$.

Bài 2. Xét vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng sau:

a. (P): $2x + 3y - 2z + 5 = 0$ và (Q): $3x + 4y - 8z - 5 = 0$.

b. (P): $x - y - 2z + 1 = 0$ và (Q): $4x - 4y - 8z + 9 = 0$.

Bài 3. Định m, n để hai mặt phẳng sau song song

a. (P): $x + my - 2z + 2 = 0$ và (Q): $2x + 4y + 4nz - 3 = 0$.

b. (P): $2x + y + 3z - 5 = 0$ và (Q): $4mx - 3y - 3nz - 2 = 0$.

Bài 4. Xác định m để hai mặt phẳng sau vuông góc nhau

a. (P): $(2m - 1)x - 3my + 2z - 3 = 0$ và (Q): $mx + (m - 1)y + 4z - 5 = 0$

b. (P): $x + my - z + 2 = 0$ và (Q): $mx + 2y - mz - 12 = 0$.

Bài 5. Cho mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 8 = 0$ và điểm $M(-2; -4; 5)$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P).

Bài 6. Cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 3z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Q): $2x - 4y + 6z + 7 = 0$.

a. Chứng minh (P) và (Q) song song.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

b. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 7. Cho hai mặt phẳng (P): $3x + 6y - 3z + 7 = 0$ và (Q): $x + 2y - z + 1 = 0$.

Chứng minh (P) song song (Q)

Bài 8. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q): $x + 2y - 2z + 5 = 0$ và cách điểm $A(2; -1; 4)$ một đoạn bằng 4.

Bài 9. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 1 = 0$ và (Q): $y - z = 0$.

Bài 10. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) biết

a. $I(1; 5; 2)$ và (P): $2x + y + 3z + 1 = 0$

b. $I(1; 1; 2)$ và (P): $x + 2y + 2z + 5 = 0$

Bài 11. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) tại điểm M biết

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 22 = 0$ và $M(4; -3; 1)$.

b. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 4z + 5 = 0$ và $M(1; 2; -4)$.

Bài 12. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (Q) biết

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y + 2z - 11 = 0$ và (Q): $4x + 3z - 17 = 0$

b. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$ và (Q): $x + 2y + 2z + 5 = 0$

Bài 13. Tính bán kính đường tròn (C) được tạo bởi mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) cắt nhau, biết:

a. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 11 = 0$ và (P): $2x - 2y + z + 1 = 0$.

b. (S): $(x - 1)^2 + (y + 5)^2 + (z - 4)^2 = 324$ và (P): $4x - 3z - 17 = 0$.

Bài 14. Cho 4 điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$

a. Viết phương trình các mặt của tứ diện ABCD.

b. Viết phương trình mặt phẳng chứa AB và song song CD.

c. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (BCD).

d. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của cạnh AB.

e. Viết phương trình mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện ABCD.

f. Tính bán đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

➤ **Bài tập trắc nghiệm.**

Câu 1: Cho mặt phẳng (P) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-3; 0; 1)$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n} = (2; 6; 6)$ B. $\vec{n} = (2; -6; 6)$ C. $\vec{n} = (1; -3; 2)$ D. $\vec{n} = (1; 3; -2)$

Câu 2: Cho mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $A(4; -1; 0)$, $B(3; 1; -1)$ và song song với trục Ox . Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n} = (0; 1; 2)$ B. $\vec{n} = (0; 2; 1)$ C. $\vec{n} = (0; -1; 2)$ D. $\vec{n} = (0; -2; 1)$

Câu 3: Cho mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(5; -3; 4)$, $B(2; -4; 1)$, $C(-4; 1; -6)$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n} = (-22; -3; -21)$ B. $\vec{n} = (-22; -3; 21)$ C. $\vec{n} = (22; 3; -21)$ D. $\vec{n} = (22; -3; -21)$

Câu 4: Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ là:

A. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$ B. $6x + 3y - 2z - 6 = 0$

C. $6x + 3y - 2z + 6 = 0$ D. $6x - 3y - 2z - 6 = 0$

Câu 5: Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; 0; 3)$. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $x + y + z - 3 = 0$ B. $3x + 4y + z - 8 = 0$

C. $x - 4y + z + 2 = 0$ D. $3x - 4y - z + 2 = 0$

Câu 6: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(3; 4; 1)$, $B(-1; -2; 5)$, $C(1; 7; 1)$ là:

A. $3x - 2y + 6z - 7 = 0$ B. $3x + 2y + 6z - 23 = 0$

C. $3x + 2y + 6z + 23 = 0$ D. $3x - 2y - 6z + 5 = 0$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 20: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$; $(\beta): x + y + z + 5 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là:

- A. 3 B. 5 C. 8 D. $\frac{8}{\sqrt{3}}$

Câu 21: Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3 = 0$. Khoảng cách từ trục Oz đến mặt phẳng (α) là

- A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ B. $3\sqrt{5}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$

Câu 22: Cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z + 6 = 0$ và các điểm $A(1;1;0)$, $B(2;0;1)$, $C(5;0;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Chỉ $d(A, \alpha) = d(B, \alpha)$ B. Chỉ $d(A, \alpha) = d(C, \alpha)$
C. Chỉ $d(B, \alpha) = d(C, \alpha)$ D. $d(A, \alpha) = d(B, \alpha) = d(C, \alpha)$

Câu 23: Tìm góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2 = 0$ và $(\beta): 2x - y - 2z + 1 = 0$

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 24: Cho mặt phẳng (P). Biết hình chiếu của gốc tọa độ O trên (P) là điểm $M(2;-1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P):

- A. $x + y + z - 2 = 0$ B. $2x - y + z - 6 = 0$
C. $2x + y + z - 4 = 0$ D. $3x - y + z - 6 = 0$

Câu 25: Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $2x + y + 5z + 25 = 0$ là:

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 30$
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25^2$ D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 30^2$

Câu 26: Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (α) và (S) không có điểm chung. B. (α) tiếp xúc với (S).
C. (α) cắt (S) theo một đường tròn và không đi qua tâm của (S). D. (α) đi qua tâm của (S).

Câu 27: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (α) và (S) không có điểm chung. B. (α) tiếp xúc với (S).
C. (α) cắt (S) theo một đường tròn và không đi qua tâm của (S). D. (α) đi qua tâm của (S).

Câu 28: Cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0$. Tìm m để (α) và (S) không có điểm chung.

- A. $m < -9$ hoặc $m > 21$ B. $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$ C. $-9 < m < 21$ D. $-9 \leq m \leq 21$

Câu 29: Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - \sqrt{2} = 0$ với các trục Ox, Oy, Oz. Diện tích của tam giác MNP là:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (đvdt) B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (đvdt) C. $\sqrt{3}$ (đvdt) D. $2\sqrt{3}$ (đvdt)

Câu 30: Gọi A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + 2z - 6 = 0$ với các trục Ox, Oy, Oz. Thể tích của tứ diện OABC là:

- A. 6 (đvtt) B. 36 (đvtt) C. 18 (đvtt) D. 12 (đvtt)

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG.

❖ BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1.

a. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng d biết d đi qua $M(1; 2; -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{a} = (1; -3; 2)$.

b. Viết phương trình các trục tọa độ.

Bài 2. Viết phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-3;1)$.

Bài 3. Viết phương trình tham số đường thẳng đi qua 2 điểm $M(4;-2;0)$, $N(0;-2;1)$.

Bài 4. Cho tam giác ABC với $A(1;-2;-3)$, $B(-1;2;3)$, $C(-3,-9,15)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A và trọng tâm G của tam giác ABC .

Bài 5. Cho tam giác ABC với $A(1;-2;-3)$, $B(-1;2;3)$, $C(-3,-9,15)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và trọng tâm G của tam giác ABC .

Bài 6. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với đường thẳng d' :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

Bài 7. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với đường thẳng

$$d': \frac{x-12}{1} = \frac{y+23}{-3} = \frac{z}{4}.$$

Bài 8. Cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d qua điểm A và song song với đường thẳng BC .

Bài 9.

a. Viết pt đường thẳng d qua điểm $A(1;2;3)$ và song song trục Ox .

b. Viết pt đường thẳng d qua điểm $A(1;2;3)$ và song song trục Oy .

c. Viết pt đường thẳng d qua điểm $A(1;2;3)$ và song song trục Oz .

Bài 10. Viết pt đường thẳng d qua điểm $M(1;2;3)$ và vuông góc với mp(P): $x - 2y - z - 1 = 0$.

Bài 11. Cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$. Viết pt đường thẳng d qua gốc tọa độ và vuông góc mp(ABC).

Bài 12.

a. Viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;2;3)$ và vuông góc mp(Oxy).

b. Viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;2;3)$ và vuông góc mp(Oxz).

c. Viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;2;3)$ và vuông góc mp(Oyz).

Bài 13. Tìm giao điểm của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 + t \\ z = -2t \end{cases}$ và mp(P): $x+y-2z-4=0$.

Bài 14. Tìm giao điểm của đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ và mp(P): $x+y-2z-4=0$.

Bài 15. Cho hai điểm $A(0;2;1)$, $B(1;-1;3)$ và mp(P): $2x+y+3z=0$. Tìm giao điểm của đường thẳng AB và mp(P).

Bài 16.

a. Cho điểm $A(-2;1;0)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z-9=0$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của A lên (P).

b. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-1;2)$ trên mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 12 = 0$.

c. Tìm tọa độ điểm M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-1;2)$ trên các mặt phẳng tọa độ.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 17. Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x + 5y - z - 6 = 0$.

- a. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).
 b. Viết phương trình d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P).

Bài 18. Viết phương trình d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{1}$ lên mp (P): $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

Bài 19.

- a. Cho điểm $A(-2;1;0)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z-9=0$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua (P).
 b. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của điểm $A(1;-1;2)$ qua mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 12 = 0$.
 c. Tìm tọa độ điểm M', N', P' lần lượt là điểm đối xứng của điểm $A(1;-1;2)$ qua các mặt phẳng tọa độ.

Bài 20. Cho điểm $A(1;1;8)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm H hình chiếu vuông góc của A lên d .

Bài 21. Cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}$ và $A(2;1;-1)$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d .

Bài 22. Tìm tọa độ điểm M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ trên các trục tọa độ.

Bài 23. Cho điểm $A(1;1;8)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua d .

Bài 24. Cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{1}$ và $A(2;1;-1)$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua d .

Bài 25. Tìm tọa độ điểm M', N', P' lần lượt là điểm đối xứng của điểm $A(2;1;-1)$ qua các trục tọa độ.

Bài 26. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng d và d' cho bởi các phương trình sau:

- a. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 6 + 4t \\ z = 4 + t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 - t' \\ z = 5 + 2t' \end{cases}$; b. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = 3 + 4t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases}$;
- c. $d: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 5 + 3t' \\ z = 3 - 6t' \end{cases}$; d. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$.

Bài 27. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng:

a. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và mp(P): $2x + y + 2z = 0$. b. $d: \begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và mp(P): $3x + 5y - z - 2 = 0$.

c. $d: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$ và mp(P): $x + 2y - 2z - 9 = 0$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018**Bài 28.** Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng:

a. d: $\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mp(P): $x+2y-z+5=0$. b. d: $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$ và mp(P): $2x+y-z-5=0$.

c. d: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$ và mp(P): $2x+y+z-8=0$.

Bài 29. Cho ba điểm A(1;-3;0), B(1;-6;4), C(13;-3;0). Chứng minh tam giác ABC vuông.**Bài 30.** Cho ba điểm A(-1;1;2), B(0;1;1), C(1;0;4). Chứng minh tam giác ABC vuông.**Bài 31.** Cho ba điểm A(1;0;3), B(2;2;4), C(0;3;-2). Chứng minh tam giác ABC vuông.**Bài 32.** Cho ba điểm A(1;1;0), B(0;2;0), C(0;0;2). Chứng minh tam giác ABC vuông tại A.

Bài 33. Chứng minh hai đường thẳng d: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+3t \\ z=3-t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=2-2t' \\ y=-2+2t' \\ z=1+4t' \end{cases}$ vuông góc với nhau.

Bài 34. Chứng minh hai đường thẳng d: $\begin{cases} x=5-t \\ y=-3+2t \\ z=4t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=9+2t' \\ y=13+3t' \\ z=1-t' \end{cases}$ vuông góc với nhau.

Bài 35. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và d':

a. d: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-1+3t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=2+t' \\ y=1+2t' \\ z=1+t' \end{cases}$ b. d: $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và d': $\begin{cases} x=-1+t' \\ y=-t' \\ z=-2+3t' \end{cases}$.

c. d: $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=-2+2t' \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$ d. d: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và d': $\begin{cases} x=1+2t' \\ y=2+t' \\ z=-1+3t' \end{cases}$.

Bài 36.

a. Chứng minh hai đường thẳng d: $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=-t' \\ y=2+3t' \\ z=2t' \end{cases}$ chéo nhau.

b. Chứng minh các đường thẳng sau chéo nhau:

1. d: $\begin{cases} x=-2t \\ y=-5+3t \\ z=4 \end{cases}$ và d': $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-1}$ 2. d: $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x=1+t' \\ y=3-2t' \\ z=1 \end{cases}$.

Bài 37. Cho mặt phẳng (P): $x-2y+3z+1=0$ và mặt phẳng (Q): $2x-4y+6z+7=0$.

a. Chứng minh (P) và (Q) song song.

b. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 38. Cho hai mặt phẳng (P): $3x+6y-3z+7=0$ và (Q): $x+2y-z+1=0$.

a. Chứng minh (P) và (Q) song song.

b. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 39. Cho điểm A(1; 0; 0) và đường thẳng (d): $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến (d).

Bài 40. Cho điểm A(2;3;1) và hai đường thẳng: d': $\begin{cases} x=-5+3t' \\ y=2-t' \\ z=t' \end{cases}$. Tính khoảng cách từ A đến d'.

Bài 41. Cho hai đường thẳng d₁: $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ và d₂: $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$.

a. Chứng tỏ hai đường thẳng đó chéo nhau.

b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d₁ và d₂.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 42. Cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d': \begin{cases} x = -2t' \\ y = -5 + 3t' \\ z = 4 - t' \end{cases}$.

- a. Chứng tỏ hai đường thẳng đó chéo nhau.
b. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' .

Bài 43. Tính góc giữa hai đường thẳng sau:

a. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases}$; b. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1 + t' \\ y = -t' \\ z = -2 + 3t' \end{cases}$;

c. $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -2 + 2t' \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$; d. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 + t' \\ z = -1 + 3t' \end{cases}$.

Bài 44. Tính góc giữa hai mặt phẳng sau:

- a. (P): $2x - 2y - z - 10 = 0$ và (Q): $x - 3y + 4z - 1 = 0$ b. (P): $x + 2y - 1 = 0$ và (Q): $3y - 2z - 5 = 0$.
c. (P): $-x + 2y - z + 10 = 0$ và (Q): $x + 2z - 2 = 0$.

Bài 45. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{x+3}{3}$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 10 = 0$. Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

❖ BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1. Viết phương trình đường thẳng d biết

- a. (d) đi qua $M(1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -3; 2)$.
b. (d) đi qua hai điểm $A(2; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$.
c. (d) đi qua điểm $A(3; 2; -4)$ và song song với Ox .
d. (d) đi qua điểm $A(4; -2; 2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{4} = \frac{y-5}{2} = \frac{z-2}{3}$.
e. (d) đi qua điểm $A(3; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x - 5y + 4 = 0$.
f. (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $2x + y - z + 3 = 0$ và (Q): $x + y + z - 1 = 0$.
g. (d) đi qua điểm $A(1; 0; 5)$ và vuông góc với hai đường thẳng (d_1) và (d_2) biết
 $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và $(d_2): \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-3}$.
h. (d) đi qua điểm $A(1; 2; -2)$, vuông góc và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Bài 2. Viết phương trình đường thẳng d biết :

- a. (d) nằm trong mặt phẳng (P): $x + 2z = 0$; cắt đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{4}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$
b. (d) song song với $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$, cắt đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và cắt đường thẳng $d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$
c. (d) là đường thẳng vuông góc chung của $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$
d. (d) là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{1}$ lên mp(P):
 $x + 2y + 3z + 4 = 0$.

e. (d) đi qua điểm A(0; 1; 1), vuông góc với $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ và cắt $d_2: \begin{cases} x = -1 \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$

Bài 3. Cho tứ diện ABCD có A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1), D(1; 1; 1).

- Viết phương trình đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD).
- Viết phương trình đường thẳng qua A và qua trọng tâm tam giác BCD.

Bài 4. Cho tam giác ABC có đỉnh A(1; 2; 5); phương trình của hai đường trung tuyến lần lượt là

$$d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-3}{1} \text{ và } d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-2}{1}.$$

- Viết phương trình đường thẳng chứa các cạnh của ABC.
- Viết phương trình đường phân giác trong của góc BAC.

Bài 5. Cho tam giác ABC có A(3; -1; -1), B(1; 2; -7), C(-5; 14; -3).

- Viết phương trình đường trung tuyến AM.
- Viết phương trình đường cao BH.
- Viết phương trình đường phân giác trong của góc ABC.
- Viết phương trình đường trung trực của cạnh BC.

Bài 6. Cho bốn điểm S(1; -2; 3), A(2; -2; 3), B(1; -1; 3), C(1; -2; 5).

- Chứng minh S.ABC là một tứ diện đều.
- Viết phương trình hình chiếu vuông góc của SA, SB lên mặt phẳng (ABC).

Bài 7. Cho 4 điểm S(1; 2; -1), A(3; 4; -1), B(1; 4; 1), C(3; 2; 1).

- Chứng minh SABC là một tứ diện.
- Viết phương trình đường vuông góc chung của SA, BC.
- Viết phương trình đường cao hạ từ S của tứ diện SABC.

➤ **Vị trí tương đối giữa đường thẳng với điểm, mặt phẳng và mặt cầu.**

Bài 1. Cho điểm A(1; 0; 1) và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$

- Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d.
- Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua d.

Bài 2. Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x + 5y - z - 6 = 0$.

- Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).
- Viết phương trình d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P).

Bài 3. Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm I(4; 2; -1). Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (d).

Bài 4. Cho mặt cầu (S) có tâm I(2; 1; 3) và bán kính R = 3. Viết phương trình tiếp tuyến (d) của (S) biết (d) đi qua A(0; 0; 5) thuộc (S) và (d) song song với mặt phẳng (α): $3x - 2y + 2z + 3 = 0$.

Bài 5. Cho tứ diện ABCD có A(1; 0; 2), B(2; -1; 1), C(0; 2; 1), D(-1; 3; 0). Viết phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với các cạnh của tứ diện ABCD.

➤ **Khoảng cách và góc.**

Bài 1. Cho điểm A(1; 0; 0) và đường thẳng (d): $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến (d).

Bài 2. Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$

- Chứng tỏ hai đường thẳng đó chéo nhau.
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Bài 3. Cho đường thẳng (d) là giao tuyến của hai mặt phẳng (P): $3x - 2y + z + 3 = 0$ và (Q): $4x - 3y + 4z + 2 = 0$.

- Chứng minh rằng (d) song song với mặt phẳng (α): $2x - y - 2z - 2 = 0$.
- Tính khoảng cách giữa (d) và (P).

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Bài 4. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ và $d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{6} = \frac{z+4}{-2}$

Bài 5. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{x+3}{3}$ và mặt phẳng (P): $2x - y - 2z - 10 = 0$. Tính góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

Bài 6. Cho tứ diện ABCD có A(3; 2; 6), B(3; -1; 0), C(0; -7; 3), D(-2; 1; -1).

- Tính góc giữa AD và mặt phẳng (ABC).
- Tính góc giữa AB và trung tuyến AM của tam giác ACD.
- Chứng minh AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Tính thể tích của tứ diện ABCD.

Bài 7. Cho tứ diện SABC có đỉnh S(1; 2; 1), A(3; 2; 1), B(1; 3; 1), C(1; -2; 5).

- Tính góc tạo bởi SC và mặt phẳng (ABC).
- Tính góc tạo bởi SC và AB.
- Tính khoảng cách từ C đến (SAB).
- Tính khoảng cách từ C đến cạnh AB và khoảng cách giữa SA, BC.

➤ **Quan hệ nhiều yếu tố, hình chiếu và đối xứng.**

Bài 1. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A(1; 4; -3) và đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$.

Bài 2. Viết phương trình mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng song song $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{4}$ và $d_2:$

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{4}.$$

Bài 3. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{1}$

Bài 4. Cho đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{4}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d_1 và song song với d_2 .

Bài 5. Cho điểm M(2; 3; 1) và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

- Tìm tọa độ của H là hình chiếu vuông góc của M lên (d).
- Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua (d).

Bài 6. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng (P) và điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (P)

a) Biết (P): $2x - y + 2z - 6 = 0$, M(2; -3; 5).

b) Biết (P): $x - y + z - 4 = 0$, M(2; 1; -1).

Bài 7. Cho hai điểm A(1; 2; -1), B(7; -2; 3) và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$.

- Chứng minh đường thẳng d và đường thẳng AB cùng thuộc một mặt phẳng.
- Tìm điểm I thuộc (d) sao cho IA + IB nhỏ nhất.

Bài 8. Trong không gian Oxyz cho 4 điểm A(1; 2; 3), B(-2; 1; 0), C(-1; 0; 2), D(0; 2; 3).

- Chứng minh ABCD là tứ diện. Tính thể tích tứ diện đó.
- Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng $2x + 3y - z = 0$.
- Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chắn các nửa trục dương Ox, Oy, Oz lần lượt tại K, M, N sao cho thể tích OKMN nhỏ nhất.
- Lập phương trình mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện ABCD.
- Tìm điểm E thuộc mặt phẳng (α_1): $2x - 3y - z + 2 = 0$ sao cho EA + EB nhỏ nhất.
- Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB lên mặt phẳng (α_2): $x + 3y - z = 0$.
- Tính góc tạo bởi đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD).
- Lập phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm A, B, C.
- Viết phương trình mặt phẳng đi qua C, song song với Oy và vuông góc với mặt phẳng (α_3): $x + 2y - 3z = 0$.

➤ **BÀI TẬP NÂNG CAO.**

Bài 1: Viết phương trình đường thẳng d qua $A(1;1;0)$ và cắt hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=2+t' \end{cases}$

Đáp số: $d : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$

Bài 2: Viết phương trình đường thẳng d qua điểm $A(-4;5;3)$ và cắt 2 đt $d_1 : \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -3-2t \\ z = 2-t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x=2+2t' \\ y=-1+3t' \\ z=1-5t' \end{cases}$

Đáp số: $d : \begin{cases} x = -4+6t \\ y = 5-6t \\ z = 3-2t \end{cases}$

Bài 3: Viết phương trình đường thẳng d qua $M(2;1;0)$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d' : \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = -t \end{cases}$

Đáp số: $d : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases}$

Bài 4: Viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;2;-3)$ cắt và vuông góc với đường thẳng $d' :$

$$\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-t \\ z = -2+3t \end{cases}$$

Đáp số: $d : \begin{cases} x = 1-26t \\ y = 2+t \\ z = -3+17t \end{cases}$

➤ **Bài tập trắc nghiệm.**

Câu 1: Cho $A(1;3;-4)$, $B(2;1;-5)$. Đường thẳng qua 2 điểm A, B có vector chỉ phương là:

- A. $\vec{a} = (-4;8;4)$ B. $\vec{a} = (1;3;-4)$ C. $\vec{a} = (2;1;-5)$ D. $\vec{a} = (3;4;-9)$

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 3+t \end{cases}$ và mp(Oyz).

- A. (1;2;3) B. (0;5;2) C. (0;2;3) D. (0;-1;4)

Câu 3: Cho điểm $A(1;4;-7)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là:

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-7}{-2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-7}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{2}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 4: Tìm hình chiếu của điểm $A(2;-1;3)$ trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = -7 + 5t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

- A. $(0;-7;2)$ B. $(3;-2;4)$ C. $(-3;-12;0)$ D. $(6;3;6)$

Câu 5: Cho hai đường thẳng chéo nhau: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$ và $d': \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Tìm khoảng cách giữa d và d' :

- A. $\frac{1}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{5}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

Câu 6: Tìm m để hai đường thẳng sau cắt nhau $d: \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = 3 - t' \end{cases}$

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. Không tồn tại

Câu 7: Cho mặt phẳng (P) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{a} = (3;2;1)$ và $\vec{n} = (-3;0;1)$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2;6;6)$ B. $\vec{n} = (2;-6;6)$ C. $\vec{n} = (1;-3;2)$ D. $\vec{n} = (1;3;-2)$

Câu 8: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z = 0$ là:

- A. $x + 2y - 3z - 4 = 0$ B. $x + 2y - 3z + 7 = 0$
C. $x + 2y - 3z + 4 = 0$ D. $x + 2y - 3z - 7 = 0$

Câu 9: Cho ba điểm $A(3;4;0)$, $B(1;5;3)$, $C(2;-3;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là:

- A. $x + 8y - 2z - 35 = 0$ B. $x + y + 2z - 7 = 0$
C. $2x - y + z - 2 = 0$ D. $x - 8y - 2z + 29 = 0$

Câu 10: Cho ba mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$; $(Q): x + y - z + 2 = 0$; $(R): x - y + 5 = 0$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $(P) \perp (Q)$ B. $(Q) \perp (R)$ C. $(P) // (Q)$ D. $(P) \perp (R)$

Câu 11: Mặt phẳng đi qua $M(2;-1;2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $2x - y + 3z + 4 = 0$ có phương trình là:

- A. $x + z - 4 = 0$ B. $2x + 3z - 10 = 0$ C. $3x - 2z - 2 = 0$ D. $3x + 2z - 10 = 0$

Câu 12: Cho 4 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;2;a)$. Tìm a để 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.

- A. $a = 2$ B. $a = 9$ C. $a = \frac{9}{2}$ D. $a = -\frac{9}{2}$

Câu 13: Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z + 1 = 0$ là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y - 2z + 2 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 4 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z - 2 = 0$

Câu 14: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$, d có vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{a} = (-2;-3;4)$ B. $\vec{a} = (1;0;3)$
C. $\vec{a} = (4;-6;8)$ D. $\vec{a} = (-2;3;4)$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

$3z+1=0$ và song song với trục Ox là

- A. $x-3=0$ B. $7y-7z+1=0$ C. $y-2z+1=0$ D. $7x+y+1=0$

Câu 9 : Tìm tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm M(2; 0; 1) trên $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

- A. M'(1; 0; 2) B. M'(2; 2; 3) C. M'(0; -2; 1) D. M'(-1; -4; 0)

Câu 10 : Cho bốn điểm A(1,1,-1) , B(2,0,0) , C(1,0,1) , D (0,1,0). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. ABCD là hình thoi B. ABCD là hình chữ nhật

- C. ABCD là hình bình hành D. ABCD là hình vuông

Câu 11 : Cho mặt phẳng (P) $x-2y-3z+14=0$. Tìm tọa độ M' đối xứng với M(1;-1;1) qua (P).

- A. M'(1;-3;7) B. M'(-1;3;7) C. M'(2;-3;-2) D. M'(2;-1;1)

Câu 13 : Tìm phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M(2;0;-1) có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{1}$

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x+2}{4} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{2}$

D. $\frac{x-4}{2} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z-2}{1}$

Câu 14:

Cho 2 đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 5 + 6t \\ z = 7 + 8t \end{cases}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- A. $d_1 \perp d_2$ B. $d_1 // d_2$ C. $d_1 \equiv d_2$ D. d_1, d_2 chéo nhau

Câu 15 : Cho hai điểm A(2,0,3) , B(2,-2,-3) và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

- A. Δ và AB là hai đường thẳng chéo nhau B. A , B và Δ cùng nằm trong một mặt phẳng
- C. Tam giác MAB cân tại M với M(2,1,0) D. A và B cùng thuộc đường thẳng Δ

Câu 16 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hình chóp tam giác đều S.ABC, biết A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3). Tìm tọa độ đỉnh S biết thể tích khối chóp S.ABC bằng 36.

- A. S(9;9;9) hoặc S(7;7;7) B. S(-9;-9;-9) hoặc S(-7;-7;-7)
- C. S(-9;-9;-9) hoặc S(7;7;7) D. S(9;9;9) hoặc S(-7;-7;-7)

Câu 17 : Mặt phẳng nào sau đây chứa trục Oy?

- A. $-2x - y = 0$ B. $-2x + z = 0$ C. $-y + z = 0$ D. $-2x - y + z = 0$

Câu 18 : Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M(3;-1;-5) và vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $3x-2y+2z+7=0$ và (R): $5x-4y+3z+1=0$

- A. $2x+y-2z+15=0$ B. $2x+y-2z-15=0$ C. $x+y+z-7=0$ D. $x+2y+3z+2=0$

Câu 19 : Tồn tại bao nhiêu mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α): $x+y+z+1=0$, (β) : $2x-y+3z-4=0$ sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{26}$

- A. 0 B. 2 C. 1 D. Vô số

Câu 20 : Trong Oxyz cho A(3;4;-1), B(2;0;3), C(-3;5;4). Diện tích tam giác ABC là:

- A. 7 B. $\frac{\sqrt{1562}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{379}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{29}}{2}$

Câu 22 : Mặt phẳng (α) đi qua M(0; 0; -1) và song song với giá của hai vectơ $\vec{a}(1;-2;3)$ và $\vec{b}(3;0;5)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là:

- A. $5x - 2y - 3z - 21 = 0$ B. $5x - 2y - 3z + 21 = 0$
- C. $10x - 4y - 6z + 21 = 0$ D. $-5x + 2y + 3z + 3 = 0$

Câu 23 : Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ tại điểm

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

$M(7; -1; 5)$ có phương trình là:

- A. $6x+2y+3z-55=0$ B. $6x+2y+3z+55=0$ C. $3x+y+z-22=0$ D. $3x+y+z+22=0$

Câu 24 : Cho d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 7z + 1 = 0$. Phương trình tham số của d là:

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 8t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 - 14t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 7t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

Câu 25 : Cho 4 điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$ và $D(-1; 1; 2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là:

- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{14}$ B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$
 C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$ D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$

Câu 26 : Hai mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - z + 1 = 0$ và $(\alpha'): 3x + y + 11z - 1 = 0$

- A. Trùng nhau B. Vuông góc với nhau.
 C. Song song với nhau D. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau;

Câu 27 : Cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại điểm có tọa độ:

- A. $(0; -5; 1)$ B. $(0; 5; 1)$ C. $(0; -5; -1)$ D. $(0; 5; -1)$

Câu 28 : Cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 11 = 0$. mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 1)$ và tiếp xúc với (P) tại H . tọa độ tiếp điểm H là.

- A. $H(2; 3; -1)$ B. $H(5; 4; 3)$ C. $H(1; 2; 3)$ D. $H(3; 1; 2)$.

Câu 29 : Cho điểm $M(2; 3; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-5}{2}$ tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên (d)

- A. $H(4; 1; 5)$ B. $H(2; 3; -1)$ C. $H(1; -2; 2)$ D. $H(2; 5; 1)$

Câu 30 : Cho các điểm $A(1; 2; 0)$, $B(-3; 4; 2)$. Tìm tọa độ điểm I trên trục Ox cách đều hai điểm A, B và viết phương trình mặt cầu tâm I , đi qua hai điểm A, B .

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 20$ B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 11/4$
 C. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 20$ D. $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 20$

Câu 31 : Cho hai mặt phẳng $(P): 2x+y-z-3=0$ và $(Q): x+y+x-1=0$. Phương trình chính tắc đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-1}{1}$
 C. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{1}$ D. $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-1}{-1}$

Câu 32 : Cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(5; 4; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 6 = 0$. Tọa độ điểm M nằm trên (P) sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(-1; 3; 2)$ B. $M(1; -1; 3)$ C. $M(-1; 1; 5)$ D. $M(2; 1; -5)$

Câu 33 : Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -1; -1)$ đến mặt phẳng $(P): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính độ dài của đoạn thẳng AH .

- A. $\frac{11}{25}$ B. $\frac{22}{5}$ C. $\frac{22}{25}$ D. $\frac{11}{5}$

Câu 34 : Cho mặt cầu $(S) x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z = 0$. Trong ba điểm $(0; 0; 0)$; $(1; 2; 3)$ và $(2; -1; -1)$ thì có bao nhiêu điểm nằm trong mặt cầu (S)

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 35 : Cho $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ và $A(1; 3; -2)$. Hình chiếu của A trên (P) là $H(a; b; c)$. Giá trị của $a - b + c$ là :

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 36 : Cho mặt phẳng (P) : $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là:

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Câu 37 : Cho điểm $A(2; -1; 1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất là

- A. $2x+y-z+6=0$ B. $2x+y+z-6$ C. $2x-y+z+6=0$ D. $2x-y+z-6=0$

Câu 39 : Cho điểm $I(3,4,0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-4}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt Δ tại hai điểm A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 12

- A. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 5$ B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 25$
C. $(x+3)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 25$ D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 5$

Câu 41 : Cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0$ và mặt phẳng (P): $4x+3y+1=0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (P) cắt (S) theo một đường tròn B. (S) tiếp xúc với (P)
C. (S) không có điểm chung với (P) D. (P) đi qua tâm của (S)

Câu 42 : Cho mặt phẳng (P) : $x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là:

- A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$
C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$ D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$

Câu 43 : Cho bốn điểm $A(-1,1,1)$, $B(5,1,-1)$, $C(2,5,2)$, $D(0,-3,1)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng B. A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện
C. A, B, C, D là hình thang D. Ba điểm B, C, D thẳng hàng.

Câu 44 : Cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S)?

- A. $6x+2y+3z-55=0$ B. $2x+3y+6z-5=0$ C. $6x+2y+3z=0$ D. $x+2y+2z-7=0$

Câu 45 : Cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$ và mặt phẳng (P) : $x+y+z-6=0$ Nhận xét nào sau đây là đúng

- A. Tâm mặt cầu (S) là $I(3,3,3)$ B. (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C)
C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) D. Mặt cầu (S) và (P) không có điểm chung

Câu 46 : Cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$, $C(1;1;1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) chứa A, B sao cho khoảng cách từ C tới (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

- A. $x+y+2z-1=0$ hoặc $-2x+3y+7z+23=0$ B. $x+2y+z-1=0$ hoặc $-2x+3y+6z+13=0$
C. $x+y+z-1=0$ hoặc $-23x+37y+17z+23=0$ D. $2x+3y+z-1=0$ hoặc $3x+y+7z+6=0$

Câu 47 : Cho $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 1; -3)$. Gọi M là điểm sao cho $\overline{AM} = 2\overline{BA}$. Tìm tọa độ điểm M.

- A. **$M(-8; 4; 15)$** B. **$M(8; 4; 9)$** C. **$M(1; 0; -9)$** D. **$M(-1; 0; 9)$**

Câu 48 : Cho hai điểm $A(-3; 1; 2)$ và $B(1; 0; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là:

- A. $4x + y + 2z + 7 = 0$ B. $4x - y + 2z + 9 = 0$
C. $4x - y + 2z - 9 = 0$ D. $4x - y - 2z + 17 = 0$

Câu 49 : Cho tứ diện ABCD có $A(2;3;1)$, $B(4;1;-2)$, $C(6;3;7)$, $D(-5;-4;-8)$. Độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện là

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{45}{7}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

Câu 50 : Cho mặt phẳng (P) : $2x + y - 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P) là

A. $5x + y + 8z + 14 = 0$ B. $x + 8y + 5z + 31 = 0$
 C. $x + 8y + 5z + 13 = 0$ D. $5x + y + 8z = 0$

Câu 51 : Vector nào sau đây vuông góc với vector pháp tuyến của mặt phẳng $2x - y - z = 0$?

A. $\vec{n} = (1; 2; 0)$ B. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$ C. $\vec{n} = (2; 1; -1)$ D. $\vec{n} = (0; 1; 2)$

Câu 52 : Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-8}{4}$. Gọi (β) là mặt phẳng chứa d và song song với (α) . Khoảng cách giữa (α) và (β) là:

A. $\frac{9}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{3}{\sqrt{14}}$ C. $\frac{8}{14}$ D. $\frac{9}{14}$

Câu 53 : Cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M(4;3;4), song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S)

A. $x-2y+2z-1=0$ B. $2x+y-2z-10=0$ C. $2x+y+2z-19=0$ D. $2x+y-2z-12=0$

Câu 54 : Nếu mặt phẳng (α) qua ba điểm M(0; -1; 1), N(1; -1; 0), và P(1; 0; -2) thì nó có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (1; 2; 1)$ B. $\vec{n} = (-1; 2; -1)$ C. $\vec{n} = (2; 1; 1)$ D. $\vec{n} = (1; 1; 2)$

Câu 55 : Mặt cầu tâm I(1; -2; 3) tiếp xúc với mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z - 1 = 0$ có phương trình :

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$
 C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$

Câu 56 : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I(1;1;0) và tiếp xúc với mp(P).

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{3}$ B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{3}$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$

Câu 57 : Tọa độ giao điểm M của $d : \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng

(P): $3x + 5y - z - 2 = 0$ là:

A. (1; 1; 6) B. (12; 9; 1) C. (1; 0; 1) D. (0; 0; -2)

Câu 59 : Cho A(1; -1; 0) và B(-2; 0; 1). Phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB là:

A. $-6x + 2y + 2z - 3 = 0$ B. $-3x + y + z + 3 = 0$
 C. $-6x + 2y + 2z + 3 = 0$ D. $-3x + y + z - 3 = 0$

Cho mặt phẳng $(\alpha) : 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng d có phương trình tham số:

Câu 60 :
$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$$
 Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. d cắt (α) B. $d // (\alpha)$ C. $d \subset (\alpha)$ D. $d \perp (\alpha)$

Câu 61 : Cho hai điểm A(5,3,-4) và điểm B(1,3,4). Tìm tọa độ điểm $C \in (Oxy)$ sao cho tam giác ABC cân tại C và có diện tích bằng $8\sqrt{5}$. Chọn câu trả lời đúng nhất

A. C(-3,-7,0) và C(-3,-1,0) B. C(3,7,0) và C(3,-1,0)
 C. C(3,7,0) và C(3,1,0) D. C(-3,-7,0) và C(3,-1,0)

Câu 64 : Cho điểm M(3; 1; 2). Phương trình của mặt phẳng đi qua hình chiếu của M trên các trục tọa độ là:

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

A. $3x + y + 2z = 0$

B. $2x + 6y + 3z - 6 = 0$

C. $-3x - y - 2z = 0$

D. $-2x - 6y - 3z - 6 = 0$

Câu 65 : Cho điểm $A(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$

B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3$

Câu 66 : Cho hai điểm $A(1; 0; -3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y + z - 6 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 2z + 6 = 0$

Câu 67 : Cho ba điểm $A(2;1;-1); B(-1;0;4); C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng nào đi qua A và vuông góc BC

A. $2x - y + 5z - 5 = 0$

B. $x - 2y - 5z - 5 = 0$

C. $x - 3y + 5z + 1 = 0$

D. $2x + y + z + 7 = 0$

Câu 68 : Cho điểm $M(2;3;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-5}{2}$. Phương trình mp (P) qua M và vuông góc với đường thẳng d là.

A. $x - 2y + 2z - 16 = 0$

B. $x - 2y + 2z = 0$

C. $x - 2y + 2z + 16 = 0$

D. $x - 2y + 2z + 6 = 0$

Câu 69 : Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận điểm $G(1; 2; 1)$ làm trọng tâm?

A. $2x + 2y + z - 6 = 0$

B. $2x + y + 2z - 6 = 0$

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$

D. $2x + 2y + 6z - 6 = 0$

Câu 70 : Cho ba điểm $A(3; 2; -2)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(2; -1; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là:

A. $x - y + 2z - 5 = 0$

B. $x + y + 2z + 3 = 0$

C. $x - y + 2z + 3 = 0$

D. $x + y + 2z - 1 = 0$

Câu 71 : Cho $A(2,1,-1)$ và $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. (d) là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Tìm tọa độ M thuộc (d) sao cho $OM = \sqrt{8}$

A. $(1; -1; -1); (5/3; 1/3; 1/3)$

B. $(1; -1; -1); (5/3; -1/3; 1/3)$

C. $(1; 1; -1); (5/3; 1/3; -1/3)$

D. $(1; -1; 1); (5/3; 1/3; -1/3)$

Câu 72 : Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' biết: $A(1;0;1), B(2;1;2), D'(1;-1;1), C(4;5;-5)$. Thể tích khối hộp là:

A. 6

B. 7

C. 8

D. 9

Câu 73 : Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $A(2;5;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất là

A. $x - 4y + z - 3 = 0$

B. $x + 4y + z - 3 = 0$

C. $x + 4y + z + 3 = 0$

D. $x - 2y + z = 0$

Câu 74 : Cho hai điểm $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) là lớn nhất là

A. $x - y + 3z - 7 = 0$

B. $x + y - z + 3 = 0$

C. $x + y + 2z + 3 = 0$

D. $-x + 3y - z + 3 = 0$

Câu 75 : Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x + 2y - 3z - 4 = 0$

B. $(P): x + 2y + 3z + 14 = 0$

C. $(P): x + y + 3z - 12 = 0$

D. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$

Câu 76 : Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(9;1;1)$, cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện OABC có giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{x}{9} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$

B. $\frac{x}{27} + \frac{y}{9} + \frac{z}{3} = 1$

C. $\frac{x}{27} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$

D. $\frac{x}{27} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} + 1 = 0$

Câu 77 : Cho các điểm $A(1;-1;2), B(2;1;1), C(0;1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (ABC) sao cho d cắt và vuông góc với trục Ox.

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

A. $d : \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $d : \begin{cases} x = 3t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $d : \begin{cases} x = 3 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $d : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$

Câu 78 : Cho $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (Oxy).

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1-t \\ z = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1+t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 79 : Cho bốn điểm $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(1;1;1)$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai** ?

- A. Bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện B. Tam giác BCD đều
C. $AB \perp CD$ D. Tam giác BCD vuông cân

Câu 80 : Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 3x-y-z=0$. Xác định giá trị của m để

$d : \frac{x-1}{m+1} = \frac{y-2}{m-1} = \frac{z}{2-m}$ vuông góc với giao tuyến của (α) và (β) .

- A. $m = \frac{19}{8}$ B. $m = \frac{15}{2}$ C. $m = \frac{9}{8}$ D. Không có giá trị của m

Câu 81 : Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2,-5,1), B(0,-1,2), C(1,0,3)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và cách đều ba điểm A, B, C.

- A. 1 B. 3 C. 4 D. Vô số

Câu 82 : Trong không gian tọa độ Oxyz, cho điểm $A(0;1;1), B(1;0;-3), C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm D trên mặt cầu (S) sao cho tứ diện ABCD có thể tích lớn nhất.

- A. $D(1;0;1)$ B. $D\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ C. $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{-5}{3}\right)$ D. $(1; -1; 0)$

❖ CÁC CÂU HỎI TRONG ĐỀ THI THPTQG 2017.

➤ **ĐỀ 101.**

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $Q(2;-1;5)$ B. $P(0;0;-5)$ C. $N(-5;0;0)$ D. $M(1;1;6)$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1;0;0)$ B. $\vec{k}(0;0;1)$ C. $\vec{j}(-5;0;0)$ D. $\vec{m} = (1;1;1)$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x-2y+z+12=0$ B. $3x+2y+z-8=0$
C. $3x-2y+z-12=0$ D. $x-2y+3z+3=0$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

- A. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3t \\ z = 1-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+3t \\ z = 1-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3t \\ z = 1+t \end{cases}$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

chiều vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

- A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$ B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$
 C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$ D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng

$d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

- A. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 1+3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-t \\ z = 3+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t \\ z = 2 \end{cases}$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 .

- A. $2x - y + 2z + 22 = 0$ B. $2x - y + 2z + 13 = 0$
 C. $2x - y + 2z - 13 = 0$ D. $2x + y + 2z - 22 = 0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính $t = a - b$

- A. $T = -2$ B. $T = 1$ C. $T = -1$ D. $T = 0$

► **ĐỀ 102**

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 3$ B. $OA = 9$ C. $OA = \sqrt{5}$ D. $OA = 5$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $y = 0$ B. $x = 0$ C. $y - z = 0$ D. $z = 0$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m > 6$ B. $m \geq 6$ C. $m \leq 6$ D. $m < 6$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$ B. $x - 2y + z = 0$ C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z = 0$ B. $3x + y + z - 6 = 0$
 C. $3x - y - z + 1 = 0$ D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

A. $x+z+1=0$

B. $x+y+1=0$

C. $y+z+3=0$

D. $x+z-1=0$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A.
$$\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = -3-t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3-2t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2 \\ z = 3+2t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2 \\ z = 3-t \end{cases}$$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$ và $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = \sqrt{6}$

B. $R = 2$

C. $R = 1$

D. $R = \sqrt{3}$

► ĐỀ 103**Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Tính bán kính R của (S) .

A. $R = 3$

B. $R = 18$

C. $R = 9$

D. $R = 6$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm đoạn thẳng AB và song song với d .

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x+y-2z-14=0$

B. $3x-y+2z+6=0$

C. $3x-y+2z-6=0$

D. $3x-y-2z+6=0$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2;1;0)$ và $\vec{b}(-1;0;-2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$.Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H . Tìm tọa độ H ?

A. $H(-1;4;4)$

B. $H(-3;0;-2)$

C. $H(3;0;2)$

D. $H(1;-1;0)$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và $d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

C. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$

D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$

Tài liệu học tập môn toán học kì 2 năm 2018

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 3$ B. $T = 5$ C. $T = 2$ D. $T = 4$

➤ **ĐỀ 104**

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$. Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 64$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{b} = (-1;0;2)$. B. $\vec{c} = (1;2;2)$. C. $\vec{d} = (-1;1;2)$. D. $\vec{a} = (-1;0;-2)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa Ox, Oy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u}_2 = (1;2;0)$. B. $\vec{u}_3 = (1;0;0)$. C. $\vec{u}_4 = (-1;2;0)$ D. $\vec{u}_1 = (0;2;0)$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$ B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$
C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$ D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$ biết $c < 0$.

- A. $M(-1;0;-3)$ B. $M(2;3;3)$ C. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$ D. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$ D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác 0 sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -4$ B. $S = -1$ C. $S = -2$ D. $S = -3$