MÔN TOÁN

I. HÌNH THỨC, THỜI GIAN

1. **Hình thức đề thi:** Tự luận.
2. **Thời gian làm bài:** 150 phút.

II. NỘI DUNG ĐỀ THI

- Nội dung trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 do Bộ GDĐT ban hành.
- Phạm vi kiến thức: Nội dung câu hỏi sẽ tập trung chủ yếu vào các chủ đề sau:

TT	Chủ đề	Nội dung	Tỉ lệ mức độ tư duy	Điểm
1	**Biến đổi đại số**	- Bài toán liên quan đến biến đổi đại số (bài toán rút gọn, tính giá trị của một biểu thức chứa căn (bậc hai, bậc ba). Tìm giá trị của biến để biểu thức nhận giá trị nguyên; Tìm giá trị của biến thỏa điều kiện cho trước; tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức chứa căn bậc hai, bài toán chứng minh đẳng thức...). - Bài toán về chủ đề đa thức (tính chia hết của đa thức, tính chất nghiệm của đa thức, đa thức hệ số nguyên/hệ số hữu tỉ...).	Biết (10%) Hiểu (10%) Vận dụng (5%)	5,0
2	**Phương trình, hệ phương trình, hàm số**	- Phương trình, bất phương trình, hệ phương trình bậc nhất. - Bài toán liên quan đến đồ thị hàm số bậc nhất hoặc đồ thị hàm số bậc hai. - Một số vấn đề liên quan đến phương trình bậc hai: giải phương trình bậc hai, định lí Viète. - Bài toán về phương trình, hệ phương trình đại số. - Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.	Biết (10%) Hiểu (10%) Vận dụng (5%)	5,0
3	**Thống kê, xác suất**	- Tính xác suất của biến cố bằng cách kiểm đếm số trường hợp có thể xảy ra và số trường hợp thuận lợi cho biến cố trong một số mô hình xác suất đơn giản; Xác	Biết (5%) Hiểu (5%)	2,0

TT	Chủ đề	Nội dung	Tỉ lệ mức độ tư duy	Điểm
		suất thực nghiệm; Xác suất của biến cố; Dữ liệu; Biểu đồ...		
4	**Hình học**	Giải được các bài toán về góc liên quan đến đường tròn, tứ giác nội tiếp đường tròn, đường tiếp tuyến, đường phân giác, tam giác đồng dạng, hai góc bằng nhau; Chứng minh đẳng thức, vuông góc, song song, thẳng hàng, đồng quy, bất đẳng thức trong hình học; Các bài toán thực tế; Các bài tính toán về diện tích các hình trong hình học; ... Lưu ý HS được phép: - Dùng tính chất các đường đồng quy trong tam giác; Các tính chất trong tam giác cân. Các dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp. - Dùng mối liên hệ vuông góc giữa đường kính và dây, đường kính đi qua điểm chính giữa cung căng dây và dây căng cung; - Sử dụng các định lí Ceva, Menelaus; - Sử dụng các kết quả về phương tích của một điểm đối với một đường tròn; - Được phép sử dụng các kết quả về trục đẳng phương của hai đường tròn.	Biết (7,5%) Hiểu (7,5%) Vận dụng (5%)	4,0
5	**Số học**	- Các bài toán về ước số, bội số, chia hết. - Bài toán về số nguyên tố và hợp số; số chính phương; số lập phương. - Đồng dư thức và ứng dụng. - Phương trình nghiệm nguyên. - Bài toán về cấu tạo số. - Phương pháp quy nạp toán học. - Bài toán liên quan lãi suất. Lãi suất đơn, lãi suất kép, giảm hoặc tăng giá so với giá gốc, … Lưu ý: Cho phép sử dụng định lí: “Cho p là số nguyên tố và a là số nguyên không chia hết cho p, ta có: $a^{p-1} \equiv 1 \pmod p$	Biết (5%) Hiểu (5%)	2,0

TT	Chủ đề	Nội dung	Tỉ lệ mức độ tư duy	Điểm
6	**Bất đẳng thức**	- Các bài toán về bất đẳng thức; các bài toán về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất. - Các phép biến đổi tương đương chứng minh bất đẳng thức và ứng dụng bất đẳng thức AM-GM (bất đẳng thức Cauchy) cho 2, 3 số không âm, bất đẳng thức Cauchy – Schwarz (bất đẳng thức Bunhiacopsky). Lưu ý: Cho phép sử dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz; Bất đẳng thức AM-GM (bất đẳng thức Cauchy) cho 2, 3 số không âm.	Biết (2,5%) Hiểu (2,5%) Vận dụng (5%)	2,0

III. CẤU TRÚC ĐỀ THI

Đề thi được ra với thang điểm 20,0 điểm gồm có 7 bài. Nội dung câu hỏi đáp ứng một số yêu cầu sau:

Bài 1 *(4,0 điểm)* Các dạng toán về căn thức, biểu thức đại số.

Bài 2 *(3,0 điểm)* Phương trình – hệ phương trình; Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình – phương trình.

Bài 3 *(3,0 điểm)* Bài toán liên quan phương trình bậc hai, hệ thức Viète và ứng dụng.

Bài 4 *(2,0 điểm)* Thống kê và xác suất.

Bài 5 *(2,0 điểm)* Số học.

Bài 6 *(4,0 điểm)* Hình học phẳng.

(Bám sát Chương trình Giáo dục phổ thông 2018; Các câu từ dễ đến khó).

Bài 7 *(2,0 điểm)* Bất đẳng thức, GTLN – GTNN.

Lưu ý: Các chủ đề/nội dung trong đề thi chính thức có thể gia giảm so với phạm vi kiến thức bên trên một cách thích hợp nhưng phải bảo đảm đủ các thành phần của năng lực và theo mức độ tư duy được quy định trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 với tỉ lệ: 40% biết, 40% hiểu và 20% vận dụng./.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG THÁP	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2026-2027
ĐỀ MINH HỌA	**Môn: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)** *Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề*
(Đề thi có 02 trang)	

Bài 1 ***(4,0 điểm).***

Cho số thực $a=\sqrt{17-12\sqrt{2}}+2\sqrt{2}+6$ và biểu thức

$$P(x)=\left(\frac{1}{x-4}+\frac{3\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-2x-4\sqrt{x}+8}\right)\left(\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{2\sqrt{x}}-4\right) \text{ với } x>0 \text{ và } x\neq 4.$$

a) Rút gọn a và $P(x)$, sau đó tính giá trị của biểu thức $P(x)$ tại $x=a$.

b) Đặt $Q(x)=P(x)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$. Chứng minh rằng $Q(x)>2$.

Bài 2 ***(3,0 điểm).***

a) Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B về A, nhờ xuôi chiều gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là 4 km/h. Vì thế, thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3\left(y^3-3y\right)=3x^2-2 \\ 4x^3y=2x^2+1. \end{cases}$

Bài 3 ***(3 điểm).***

a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số bậc hai $y=x^2$ có đồ thị là một parabol (P) và đường thẳng $d: y=2(m-3)x-m+4$. Chứng minh rằng parabol (P) và đường thẳng d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 với mọi giá trị thực của tham số m, và nếu hai hoành độ này dương thì chúng thỏa mãn $(x_1-2)(x_2-2)<0$.

b) Cho hai phương trình bậc hai với ẩn x sau: $x^2+x+m=0$ và $x^2+mx+1=0$ (m là tham số). Định m để hai phương trình trên có ít nhất một nghiệm chung.

Bài 4 ***(2,0 điểm).***

Cho n số nguyên dương phân biệt tùy ý, không vượt quá 2025.

a) Với $n=1014$, chứng minh luôn tồn tại ba số a,b,c trong n số đó sao cho $a=b+c$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của n để luôn tồn tại ba số a,b,c trong n số đó sao cho $a=b+c$.

Bài 5 ***(2,0 điểm).***

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a,k,m). Cho ba số nguyên dương a,k,m thỏa mãn đẳng thức $k+a^k=m+2a^m$ (1).

a) Chứng minh $k>m$.

b) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a,k,m) thỏa mãn (1).

Bài 6 ***(4,0 điểm).***

Cho tam giác ABC vuông cân tại C, nội tiếp đường tròn tâm (O). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm D sao cho $BD=BC$. Vẽ DH vuông góc AC tại H, tia phân giác của góc $\widehat{CAB}$ cắt DH tại K và cắt đường tròn (O) tại E. Tia CK cắt AB tại M và cắt đường tròn (O) tại F. Tia AC và tia BE cắt nhau tại N.

a) Tính số đo của $\widehat{ANB}$

b) Chứng minh $\widehat{ADK}=\widehat{AFM}$

c) Chứng minh M là trung điểm của đoạn thẳng AD

d) Đường phân giác của $\widehat{BCF}$ cắt BF tại U và đường tròn (O) tại L. Đường tròn tâm (I) tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại S (S thuộc cung nhỏ BC) và tiếp xúc với BF tại T, đồng thời đường tròn (I) cắt CL tại R, V (R nằm giữa C và V). Tia BV cắt (O) tại P. Vẽ dây PQ song song với CF. Chứng minh B, R, Q thẳng hàng.

Bài 7 ***(2,0 điểm).***

Cho x,y,z là các số thực dương.

a) Chứng minh $\sqrt{(x+y)(x+z)}\geq\sqrt{xy}+\sqrt{xz}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x}{x+\sqrt{(x+y)(x+z)}}+\frac{y}{y+\sqrt{(y+z)(y+x)}}+\frac{z}{z+\sqrt{(z+x)(z+y)}}.$$

-- HẾT --

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh:……………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG THÁP **ĐÁP ÁN ĐỀ MINH HỌA**	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2026-2027 Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN) *(Đáp án có 08 trang)*

Đáp án và thang điểm:

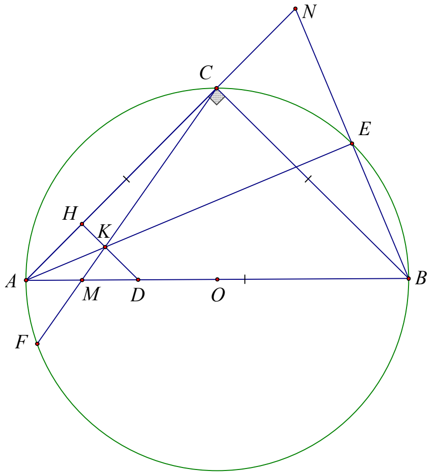
Bài	Nội dung	Điểm
1	Cho số thực $a=\sqrt{17-12\sqrt{2}}+2\sqrt{2}+6$ và biểu thức $$P(x)=\left(\frac{1}{x-4}+\frac{3\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-2x-4\sqrt{x}+8}\right)\left(\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{2\sqrt{x}}-4\right) \text{ với } x>0 \text{ và } x\neq 4.$$ c) Rút gọn a và $P(x)$, sau đó tính giá trị của biểu thức $P(x)$ tại $x=a$. d) Đặt $Q(x)=P(x)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$. Chứng minh rằng, $Q(x)>2$.	**4,0**
a)	Rút gọn a và $P(x)$, sau đó tính giá trị của biểu thức $P(x)$ tại $x=a$.	**2,0**
	Ta có $a=\sqrt{17-12\sqrt{2}}+2\sqrt{2}+6=\sqrt{\left(3-2\sqrt{2}\right)^2}+2\sqrt{2}+6$	0,25
	$=3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+6=9$.	0,25
	$P(x)=\left(\frac{1}{x-4}+\frac{3\sqrt{x}+10}{x\sqrt{x}-2x-4\sqrt{x}+8}\right)\left(\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{2\sqrt{x}}-4\right)$ $=\left(\frac{1}{x-4}+\frac{3\sqrt{x}+10}{x\left(\sqrt{x}-2\right)-4\left(\sqrt{x}-2\right)}\right)\cdot\frac{x-4\sqrt{x}+4}{2\sqrt{x}}$	0,25
	$=\left(\frac{1}{x-4}+\frac{3\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x-4\right)}\right)\cdot\frac{x-4\sqrt{x}+4}{2\sqrt{x}}$	0,25
	$=\frac{4\sqrt{x}+8}{\left(x-4\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{2\sqrt{x}}$	0,25
	$=\frac{4\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)^2}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{2\sqrt{x}}$	0,25
	$=\frac{2}{\sqrt{x}}$.	0,25
	Khi đó, $P(a)=P(9)=\frac{2}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$.	0,25

Bài	Nội dung	Điểm
b)	Đặt $Q(x)=P(x)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$. Chứng minh rằng, $Q(x)>2$.	**2,0**
	Ta có $Q(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}\left(x-\sqrt{x}+1\right)$	0,25
	$=2\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$	0,25
	Áp dụng Bất đẳng thức $AM-GM$ cho hai số thực dương $\sqrt{x};\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ ta được $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geq 2$.	0,25
	$\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1\geq 1$.	0,25
	Suy ra $Q(x)=2\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1\right)\geq 2$.	0,25
	Đẳng thức chỉ xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	0,25
	$x=1$ (vô lý, do $x\neq 1$).	0,25
	Vậy đẳng thức không xảy ra, nghĩa là $Q(x)>2$ với mọi $x>0$ và $x\neq 1$.	0,25
2	a) Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B về A nhờ xuôi chiều gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là 4 km/h, vì thế thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B. b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3\left(y^3-3y\right)=3x^2-2 \\ 4x^3y=2x^2+1. \end{cases}$	**3,0**
a)	Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24 km. Khi từ B về A nhờ xuôi chiều gió nên tốc độ lúc về nhanh hơn tốc độ lúc đi là 4 km/h, vì thế thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B.	**1,5**
	Ta có 30 phút $=\dfrac{1}{2}$ giờ. Gọi x (km/h) là tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B. Điều kiện: $x>0$.	0,25
	Tốc độ của xe đạp khi đi từ B về A là $x+4$ (km/h).	0,25
	Thời gian xe đạp đi từ A đến B là $\dfrac{24}{x}$ (giờ). Thời gian xe đạp đi từ B về A là $\dfrac{24}{x+4}$ (giờ).	0,25
	Do thời gian về ít hơn thời gian đi $\dfrac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình $\dfrac{24}{x}-\dfrac{24}{x+4}=\dfrac{1}{2}$	0,25

Bài	Nội dung	Điểm
	$x^2+4x-192=0$ Giải phương trình ta được hai nghiệm là: $x=12$ và $x=-16$	0,25
	Do $x>0$ nên $x=12$. Vậy tốc độ của xe đạp khi đi từ A đến B là 12 km/h.	0,25
b)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3\left(y^3-3y\right)=3x^2-2 \\ 4x^3y=2x^2+1. \end{cases}$	**1,5**
	Do $(0,y)$ không là nghiệm của hệ đã cho nên hệ phương trình ban đầu trở thành: $\begin{cases} y^3-3y=\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^3} \\ 4y=\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3} \end{cases}$	0,25
	$\begin{cases} y^3-3y=\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x^3} \\ 12y=\dfrac{6}{x}+\dfrac{3}{x^3} \end{cases}$	0,25
	Cộng hai vế của phương trình trên vế theo vế ta được $y^3+9y=\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{9}{x}$	0,25
	$\left(y-\dfrac{1}{x}\right)\left(y^2+\dfrac{y}{x}+\dfrac{1}{x^2}+9\right)=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{1}{x}$.	0,25
	Từ đó ta có: $4x^2=2x^2+1$ $2x^2=1$ Do đó $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
	▪ Với $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=\sqrt{2}$. ▪ Với $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=-\sqrt{2}$. Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: $S=\left\{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right),\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\sqrt{2}\right)\right\}$.	0,25
3	a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số bậc hai $y=x^2$ có đồ thị là một parabol (P) và đường thẳng $d: y=2(m-3)x-m+4$. Chứng minh rằng parabol (P) và đường thẳng d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2 với mọi giá trị thực của tham số m, và nếu hai hoành độ này dương thì chúng thỏa mãn $(x_1-2)(x_2-2)<0$. b) Cho hai phương trình bậc hai với ẩn x sau: $x^2+x+m=0$ và $x^2+mx+1=0$ (m là tham số). Định m để hai phương trình trên có ít nhất một nghiệm chung.	**3,0**
a)	Cho hàm số bậc hai $y=x^2$ có đồ thị là một parabol (P) và đường thẳng $d: y=2(m-3)x-m+4$. Chứng minh rằng parabol (P) và đường thẳng d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2, và nếu hai hoành độ này dương thì chúng thỏa mãn	**1,5**

Bài	Nội dung	Điểm
	$(x_1-2)(x_2-2)<0$.	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2=2(m-3)x-m+4 \Leftrightarrow x^2-2(m-3)x+m-4=0$.	0,25
	Ta có $\Delta'=\left[-(m-3)\right]^2-(m-4)=m^2-7m+13=\left(m-\dfrac{7}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0,\forall m$.	0,25
	Suy ra phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2, nghĩa là parabol (P) và đường thẳng d luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2.	0,25
	Hai nghiệm x_1,x_2 có hoành độ dương khi và chỉ khi $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-3)>0\\x_1x_2=m-4>0\end{cases} \Leftrightarrow m>4$.	0,25
	Khi đó, $(x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4=m-4-4(m-3)+4$	0,25
	$=-3(m-4)<0$ với mọi $m>4$.	0,25
b)	Cho hai phương trình bậc hai với ẩn x sau: $x^2+x+m=0$ và $x^2+mx+1=0$ (m là tham số). Định m để hai phương trình trên có ít nhất một nghiệm chung.	**1,5**
	Gọi x_0 là nghiệm chung của hai phương trình. Ta có: $x_0^2+x_0+m=0\,(*)$ và $x_0^2+mx_0+1=0$	0,25
	Do đó $(x_0^2+x_0+m)-(x_0^2+mx_0+1)=0$	0,25
	$x_0+m-mx_0-1=0$ $x_0(1-m)-(1-m)=0$	0,25
	$(1-m)(x_0-1)=0$ Vậy $m=1; x_0=1$	0,25
	* Với $m=1$ ta có cả hai phương trình đều trở thành: $x^2+x+1=0$ Ta có: $\Delta=1-4=-3<0$ đó cả hai phương trình đều vô nghiệm.	0,25
	* Với $x_0=1$, từ phương trình (*) ta có: $1^2+1+m=0$ do đó $m=-2$ Ta có: $m=-2$, phương trình $x^2+x+m=0$ có hai nghiệm là 1 và -2 Và phương trình $x^2+mx+1=0$ có nghiệm kép là 1 (nhận) Vậy $m=-2$ thì hai phương trình trên có ít nhất một nghiệm chung.	0,25
4	Cho n số nguyên dương phân biệt tùy ý, không vượt quá 2025. a) Với $n=1014$, chứng minh luôn tồn tại ba số a,b,c trong n số đó sao cho $a=b+c$. b) Tìm giá trị nhỏ nhất của n để luôn tồn tại ba số a,b,c trong n số đó sao cho $a=b+c$.	**2,0**
a)	Với $n=1014$, chứng minh luôn tồn tại ba số a,b,c trong n số đó sao cho $a=b+c$.	**1,0**
	Gọi 1014 số nguyên dương đề cho là $1\le a_1<a_2<\ldots<a_{1014}\le 2025$. Xét hiệu $1\le a_2-a_1<a_3-a_1<\ldots<a_{1014}-a_1\le 2024$.	0,25
	Rõ ràng $a_i\ne a_i-a_1$ với mọi $i=2,3,\ldots,1014$ nên 2026 số nguyên dương phân biệt	0,25

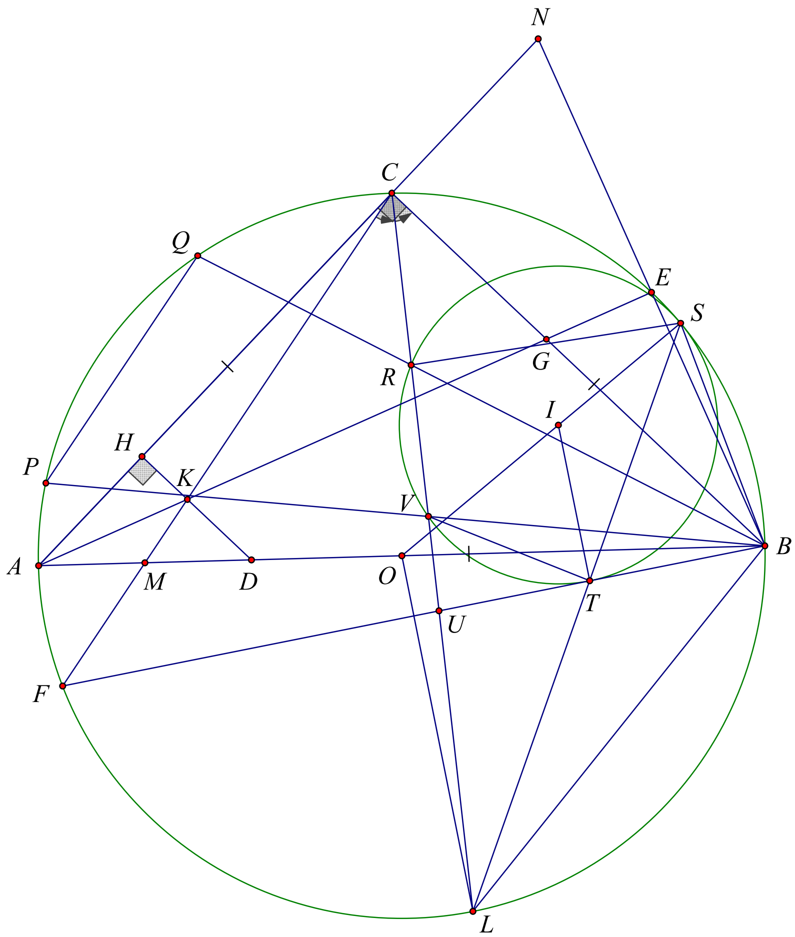
<table>
<tr><th>Bài</th><th>Nội dung</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td>$a_2, a_3, \ldots, a_{1014}$, $a_2 - a_1, a_3 - a_1, \ldots, a_{1014} - a_1$ thuộc vào tập $\{1, 2, \ldots, 2025\}$.</td><td></td></tr>
<tr><td>Theo nguyên lý Dirichlet, tồn tại hai số $i, j \in \{2, 3, \ldots, 1014\}$ sao cho $a_i = a_j - a_1$.
$a_j = a_i + a_1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Dễ thấy $a_i \neq a_j$ vì nếu không thì $a_1 = 0$, vô lý. Vậy luôn tồn tại ba số nguyên dương phân biệt trong các số đã cho thỏa yêu cầu bài toán.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Tìm giá trị nhỏ nhất của n để luôn tồn tại ba số a, b, c trong n số đó sao cho $a = b + c$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>Rõ ràng nếu với k số nguyên dương không vượt quá 2025, không tồn tại ba số a, b, c nào thỏa mãn $a = b + c$ thì với ít hơn k số nguyên dương không vượt quá 2025 cũng không thỏa yêu cầu.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta sẽ chứng minh có 1013 số nguyên dương không vượt quá 2025 nhưng không thỏa yêu cầu bài toán, thì $n = 1014$ sẽ là giá trị nhỏ nhất cần tìm.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Xét tập $S = \{1013, 1014, \ldots, 2025\}$ ta thấy $1013 + 1014 = 2027 > 2025$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Do đó, không tồn tại ba số a, b, c nào thuộc S thỏa yêu cầu bài toán.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a, k, m). Cho ba số nguyên dương a, k, m thỏa mãn đẳng thức $k + a^k = m + 2a^m$ (1).
c) Chứng minh $k > m$.
d) Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a, k, m) thỏa mãn (1).</td><td>2,0</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>Chứng minh $k > m$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>Ta có (1) ta có $k - m = 2a^m - a^k$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Nếu $k - m \leq 0$
$m \geq k$ thì $a^m \geq a^k$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $k - m = 2a^m - a^k \geq 2a^k - a^k = a^k > 0$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $k - m > 0$
$k > m$, vô lý.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương (a, k, m) thỏa mãn (1).</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>Do $k > m$ nên từ (1) ta có $a^m\left(2 - a^{k-m}\right) = k - m > 0$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $2 - a^{k-m} > 0$
$a^{k-m} < 2$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Suy ra $a^{k-m} = 1$, dẫn đến $a = 1$, do $k - m > 0$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Khi đó, thay trở lại phương trình ta được $k - m = 1$.
$k = m + 1$
Vậy tất cả các bộ ba số nguyên dương (a, k, m) thỏa mãn là $(1, t+1, t)$ với t là số nguyên dương tùy ý.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Cho tam giác ABC vuông cân tại C, nội tiếp đường tròn tâm (O). Trên đoạn thẳng AB lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Vẽ DH vuông góc AC tại H, tia phân giác của góc $\widehat{CAB}$ cắt</td><td>4,0</td></tr>
</table>

Bài	Nội dung	Điểm
	DH tại K và cắt đường tròn (O) tại E. Tia CK cắt AB tại M và cắt đường tròn (O) tại F. Tia AC và tia BE cắt nhau tại N.	
		0,25
a)	Tính số đo của $\widehat{ANB}$	**1,00**
	Vì ΔABC vuông cân tại C nên $\widehat{CAB}=\widehat{ABC}=45^0$	0,25
	Vì AE là phân giác $\widehat{CAB}$ nên $\widehat{CAE}=\widehat{EAB}=22,5^0$	0,25
	Mà $\widehat{CAE}=\widehat{CBE}=22,5^0$ (góc nội tiếp cùng chắn cung CE)	0,25
	Trong ΔNBC vuông tại C, $\widehat{CNB}=90^0-22,5^0=67,5^0$ Vậy $\widehat{ANB}=67,5^0$	0,25
b)	Chứng minh $\widehat{ADK}=\widehat{AFM}$	**0,75**
	Ta có: DH // BC (cùng vuông với AC) nên $\widehat{ADH}=\widehat{ABC}$ (đồng vị)	0,25
	Mà $\widehat{AFM}=\widehat{ABC}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC)	0,25
	Nên $\widehat{ADK}=\widehat{AFM}$	0,25
c)	Chứng minh M là trung điểm của đoạn thẳng AD	**1,0**
	Xét ΔAMC có AK là phân giác $\widehat{CAM}$ nên $\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{KM}{KC}$	0,25
	Xét ΔMCB có DK // BC (cùng vuông với AC) nên theo định lí Thales ta có $\dfrac{DM}{BD}=\dfrac{KM}{KC}$	0,25
	Suy ra $\dfrac{DM}{BD}=\dfrac{AM}{AC}$	0,25
	Vì $BD=BC=CA$ nên $DM=AM$ Vậy M là trung điểm của AD	0,25
d)	Đường phân giác của $\widehat{BCF}$ cắt BF tại U và đường tròn (O) tại L. Đường tròn tâm (I) tiếp xúc trong với đường tròn (O) tại S (S thuộc cung nhỏ BC) và tiếp xúc với BF tại T, đồng thời đường tròn (I) cắt CL tại R, V (R nằm giữa C và V). Tia BV cắt (O) tại P. Vẽ dây PQ song song với CF. Chứng minh B, R, Q thẳng hàng.	**1,0**
	Ta có: $IT\perp BF$; $OL\perp BF$ nên $OL \parallel IT$ Suy ra: $\widehat{OLT}+\widehat{ITL}=180°$	0,25

Bài	Nội dung	Điểm
	Lại có: $\widehat{OLS}=\widehat{OSL}$ (ΔOLS cân) $\widehat{ITS}=\widehat{IST}$ (ΔITS cân) nên: $\widehat{OLT}=\widehat{ITS}$ suy ra: $\widehat{ITS}+\widehat{ITL}=180^\circ$ vậy ba điểm S, T, L thẳng hàng.	
	Xét ΔLTB và ΔLBS có: $\widehat{BLT}$ chung; $\widehat{LBT}=\widehat{LSB}$ Do đó $\Delta LTB \backsim \Delta LBS$ (g.g) Suy ra: $\dfrac{LB}{LS}=\dfrac{LT}{LB}$ $LB^2=LS.LT$	0,25
	Xét ΔLVT và ΔLSR có: $\widehat{VLT}$ chung; $\widehat{LVT}=\widehat{LSR}$ (tứ giác SRVT nội tiếp) Do đó $\Delta LVT \backsim \Delta LSR$ (g.g) Suy ra: $\dfrac{LV}{LS}=\dfrac{LT}{LR}$ $LV.LR=LS.LT$ Nên $LB^2=LV.LR$ Suy ra $\dfrac{LB}{LV}=\dfrac{LR}{LB}$ Do đó $\Delta LBV \backsim \Delta LRB$ (c.g.c) Suy ra: $\widehat{LBV}=\widehat{LRB}$	0,25
	$\widehat{LBU}+\widehat{UBV}=\widehat{LCB}+\widehat{RBC}$ Mà $\widehat{LBU}=\widehat{LCB}$ nên $\widehat{UBV}=\widehat{RBC}$ PQ//CF suy ra $\overset{\frown}{FP}=\overset{\frown}{QC}$ nên $\widehat{UBV}=\widehat{QBC}$ Do đó $\widehat{RBC}=\widehat{QBC}\left(=\widehat{UBV}\right)$ Suy ra hai tia BR và BQ trùng nhau. Vậy B, R, Q thẳng hàng	0,25
7	Cho x,y,z là các số thực dương. c) Chứng minh $\sqrt{(x+y)(x+z)}\ge\sqrt{xy}+\sqrt{xz}$. d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $$P=\frac{x}{x+\sqrt{(x+y)(x+z)}}+\frac{y}{y+\sqrt{(y+z)(y+x)}}+\frac{z}{z+\sqrt{(z+x)(z+y)}}.$$	**2,0**
a)	Chứng minh $\sqrt{(x+y)(x+z)}\ge\sqrt{xy}+\sqrt{xz}$.	**0,5**
	Bất phương trình đã cho tương tương $x^2+xy+xz+yz\ge xy+xz+2x\sqrt{yz}$ $x^2+yz\ge 2x\sqrt{yz}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho hai số dương x^2, yz ta được $x^2+yz\ge 2x\sqrt{yz}$, do đó bất phương trình trên đúng.	0,25
b)	Tìm giá trị nhỏ nhất của P.	**1,5**
	Lập luận tương tự câu a) ta có $\sqrt{(y+z)(y+x)}\ge\sqrt{yz}+\sqrt{yx}$	0,25

Bài	Nội dung	Điểm
	và $\sqrt{(z+x)(z+y)} \geq \sqrt{zx}+\sqrt{zy}$.	0,25
	Suy ra $P \leq \dfrac{x}{x+\sqrt{xy}+\sqrt{xz}}+\dfrac{y}{y+\sqrt{yz}+\sqrt{yx}}+\dfrac{z}{z+\sqrt{zx}+\sqrt{zy}}$	0,25
	$\leq \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}+\dfrac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$	0,25
	≤ 1	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ $\begin{cases} x^2 = yz \\ y^2 = zx \\ z^2 = xy \end{cases}$. Do đó $x=y=z$ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là 1 khi $x=y=z$.	0,25

<u>Ghi chú</u>: Hình cho toàn bài 6



--- HẾT ---