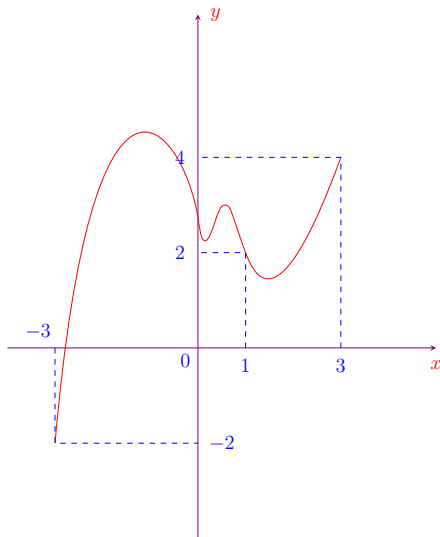


➡ CHINH PHỤC TOÁN THPT

Thầy NGUYỄN BÌNH KHÔI

ĐT: 0909 461 641

TÀI LIỆU HỌC TẬP



TOÁN 12 HỌC KÌ I

HÌNH HỌC



Blog của Fanpage
Thầy Khôi 10-11-12 và LTĐH



Phone
0909 461 641



Contact
nguyenbinhkhoi160788@gmail

LƯU HÀNH NỘI BỘ ➡

MỤC LỤC

PHẦN I HÌNH HỌC

Chương 1.	KHỐI ĐA DIỆN	2
Bài 1.	KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN	2
(A)	KIẾN THỨC CẦN NHỚ	2
(B)	BÀI TẬP RÈN LUYỆN	4
📁	Dạng 1. Nhận biết hình đa diện	4
📁	Dạng 2. Đếm số cạnh, số mặt của một hình đa diện	6
📁	Dạng 3. Phân chia, lắp ghép khối đa diện	7
(C)	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	9
Bài 2.	KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU	15
(A)	KIẾN THỨC CẦN NHỚ	15
(B)	MỘT SỐ DẠNG TOÁN CƠ BẢN	16
📁	Dạng 1. Nhận biết khối đa diện lồi, khối đa diện đều	16
📁	Dạng 2. Số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện	17
(C)	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	19
Bài 3.	THỂ TÍCH KHỐI CHÓP	23
(A)	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	23
(B)	CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	28
📁	Dạng 1. Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy	28
📁	Dạng 2. Khối chóp có mặt phẳng chứa đỉnh vuông góc với đáy	30
📁	Dạng 3. Thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy	30
📁	Dạng 4. Khối chóp đều	32
(C)	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	34
Bài 4.	THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ	40
(A)	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	40
(B)	MỘT SỐ VÍ DỤ MINH HỌA	40
📁	Dạng 1. Khối lăng trụ đứng tam giác	40
📁	Dạng 2. Khối lăng trụ đứng tứ giác	43
📁	Dạng 3. Khối lăng trụ xiên	45
(C)	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	48
Bài 5.	PHÂN CHIA KHỐI ĐA DIỆN, TỈ SỐ THỂ TÍCH	55
(A)	LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	55
(B)	MỘT SỐ VÍ DỤ MINH HỌA	56
📁	Dạng 1. Tỉ số thể tích trong khối chóp	56
📁	Dạng 2. Tỉ số thể tích trong khối lăng trụ	58
(C)	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	61

Bài 6. MỘT SỐ ĐỀ ÔN TẬP	67
(A) ĐỀ ÔN SỐ 1	67
(B) ĐỀ ÔN SỐ 2	70
(C) ĐỀ ÔN SỐ 3	74
Chương 2. MẶT NÓN, MẶT TRỤ VÀ MẶT CẦU	78
Bài 1. MẶT NÓN – KHỐI NÓN	78
(A) KIẾN THỨC CẦN NHỚ	78
(B) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	79
Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của hình nón, khối nón	79
Dạng 2. Xoay hình phẳng quanh trục tạo thành khối nón	80
Dạng 3. Thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng cho trước	81
Dạng 4. Khối nón ngoại tiếp, nội tiếp	83
Dạng 5. Gấp hình quạt để tạo thành mặt nón	83
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	85
Bài 2. MẶT TRỤ – KHỐI TRỤ	91
(A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	91
(B) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	91
Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của hình trụ, khối trụ	91
Dạng 2. Xoay hình phẳng quanh trục tạo khối trụ	92
Dạng 3. Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng cho trước	93
Dạng 4. Khối trụ ngoại tiếp, nội tiếp	94
Dạng 5. Gấp hình chữ nhật để tạo thành mặt trụ	95
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	97
Bài 3. MẶT CẦU – KHỐI CẦU	103
(A) LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	103
(B) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	103
Dạng 1. Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu, khối cầu	103
Dạng 2. Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu	104
Dạng 3. Mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện	105
Dạng 4. Tổng hợp nón, trụ, cầu	107
(C) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	109
Chương 3. HÌNH HỌC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN	113
Bài 1. TỌA ĐỘ VÉC TƠ - TỌA ĐỘ ĐIỂM	113
(A) CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	113
Dạng 1. Tọa độ véctơ	113
Dạng 2. Tọa độ điểm	114
Dạng 3. Hình chiếu, đối xứng qua các trục, các mặt toạ độ	117
Dạng 4. Tính diện tích và thể tích	117
(B) BÀI TẬP TỰ LUYỆN	119

Bài 2.	PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU	124
(A)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	124
	▮ Dạng 1. Xác định tâm, bán kính của mặt cầu cho trước	124
	▮ Dạng 2. Mặt cầu dạng khai triển	124
	▮ Dạng 3. Lập phương trình mặt cầu	125
	▮ Dạng 4. Vị trí tương đối	127
(B)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN	128
Bài 3.	PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	133
(A)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	133
	▮ Dạng 1. Xác định véc tơ pháp tuyến và điểm thuộc mặt phẳng	133
	▮ Dạng 2. Lập phương trình mặt phẳng khi biết các yếu tố liên quan	133
	▮ Dạng 3. Phương trình theo đoạn chắn	135
	▮ Dạng 4. Khoảng cách và góc	136
	▮ Dạng 5. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng	137
	▮ Dạng 6. Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu	138
(B)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN	140
Bài 4.	PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	145
(A)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	145
	▮ Dạng 1. Xác định điểm thuộc và véc tơ chỉ phương của đường thẳng	145
	▮ Dạng 2. Viết phương trình đường thẳng khi biết vài yếu tố liên quan	145
	▮ Dạng 3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng	147
	▮ Dạng 4. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng	148
	▮ Dạng 5. Góc và khoảng cách	149
	▮ Dạng 6. Hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (P)	150
	▮ Dạng 7. Hình chiếu của điểm lên đường thẳng	150
(B)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN	151
Bài 5.	MỘT SỐ BÀI TOÁN CỰC TRỊ	159
(A)	CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	159
	▮ Dạng 1. Tìm max - min bằng cách thiết lập hàm và khảo sát hàm	159
	▮ Dạng 2. Tìm max - min bằng mối quan hệ giữa đường cao và đường xiên	159
	▮ Dạng 3. Tìm max - min bằng cách quy về tìm hình chiếu của điểm lên mặt	160
	▮ Dạng 4. Tìm max - min bằng cách quy về tìm điều kiện ba điểm thẳng hàng	161
	▮ Dạng 5. Max min liên quan đến phương trình theo đoạn chắn	161
(B)	BÀI TẬP TỰ LUYỆN	163
Bài 6.	BỘ ĐỀ ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG	169
(A)	ĐỀ SỐ 1	169
(B)	ĐỀ SỐ 2	173
(C)	ĐỀ SỐ 3	176
(D)	ĐỀ SỐ 4	180
(E)	ĐỀ SỐ 5	184

PHẦN

HÌNH HỌC

Chương

1

KHỐI ĐA DIỆN

§1. KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

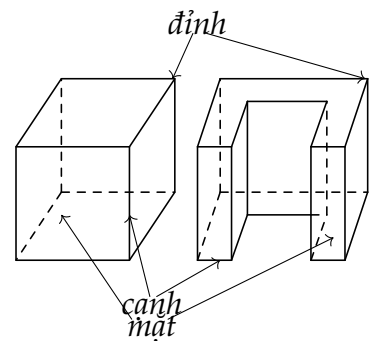
A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Khái niệm về hình đa diện

a) Hình đa diện (gọi tắt là đa diện) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

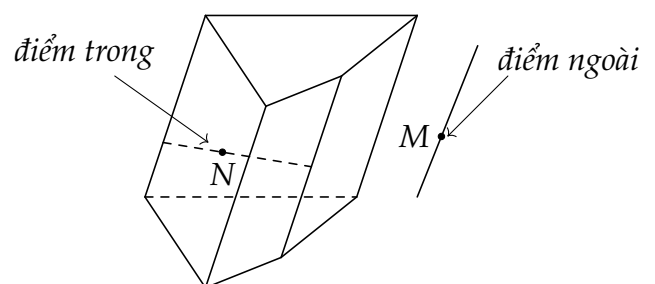
- ✓ Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- ✓ Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

b) Mỗi đa giác gọi là một mặt của hình đa diện. Các đỉnh, cạnh của các đa giác ấy theo thứ tự được gọi là các đỉnh, cạnh của hình đa diện.



2. Khái niệm về khối đa diện

- ✓ Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.
- ✓ Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.



Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện đó được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong, tập hợp những điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện.

- ✓ Mỗi hình đa diện chia các điểm còn lại của không gian thành hai miền không giao nhau là miền trong và miền ngoài của hình đa diện, trong đó chỉ có miền ngoài là chứa hoàn toàn một đường thẳng nào đó.

3. Một số phép dời hình trong không gian

Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là một phép biến hình trong không gian.

Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.

Một số phép dời hình trong không gian:

3.1. Phép tịnh tiến theo vectơ

Nội dung	Hình vẽ
Là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.	

3.2. Phép đối xứng qua mặt phẳng (P)

Nội dung	Hình vẽ
Là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của MM' . Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình H thành chính nó thì (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của H .	

3.3. Phép đối xứng qua tâm O

Nội dung	Hình vẽ
Là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm MM' . Nếu phép đối xứng tâm O biến hình (H) thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng của (H) .	

3.4. Phép đối xứng qua đường thẳng Δ (phép đối xứng trục Δ)

Nội dung	Hình vẽ
Là phép biến hình biến mọi điểm thuộc đường thẳng Δ thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc Δ thành điểm M' sao cho Δ là đường trung trực của MM' . Nếu phép đối xứng trục Δ biến hình (H) thành chính nó thì Δ được gọi là trục đối xứng của (H) .	



Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.

Phép dời hình biến đa diện (H) thành đa diện (H') , biến đỉnh, cạnh, mặt của (H) thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của (H') .

4. Hai hình bằng nhau

Hai hình đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

5. Phân chia và lắp ghép các khối đa diện

Nội dung	Hình vẽ
Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1) , (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có chung điểm trong nào thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) , hay có thể lắp ghép hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H) .	

Một số lưu ý về khối đa diện

✓ Khi cho một hình đa diện, ta cần xác định được:

- ① Đỉnh, mặt; điểm thuộc, điểm trong, điểm ngoài.
- ② Mặt bên, cạnh bên.; mặt đáy, cạnh đáy (nếu có).

✓ Các khối đa diện cần nhớ rõ tính chất:

- ① Khối tứ diện đều, khối chóp.
- ② Khối lăng trụ, khối hộp chữ nhật, khối lập phương.

B BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Dạng 1 Nhận biết hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo thành bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- ✓ Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- ✓ Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.



Ví dụ 1

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**? Số các đỉnh hoặc các mặt bất kỳ hình đa diện nào cũng

- ☐ A lớn hơn hoặc bằng 4. ☐ B lớn hơn 4.
☐ C lớn hơn hoặc bằng 5. ☐ D lớn hơn 5.

Ví dụ 2

Mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

- ☐ A Không có mặt nào. ☐ B Ba mặt.
☐ C Bốn mặt. ☐ D Hai mặt.

Ví dụ 3

Trong các mệnh đề sau, hãy chọn mệnh đề **đúng**. Trong một khối đa diện thì

- ☐ A hai mặt bất kì có ít nhất một cạnh chung. ☐ B hai cạnh bất kì có ít nhất một điểm chung.
☐ C hai mặt bất kì có ít nhất một điểm chung. ☐ D mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

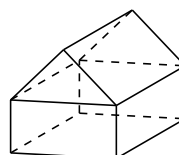
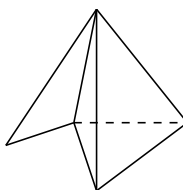
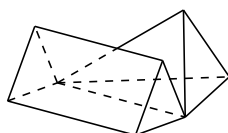
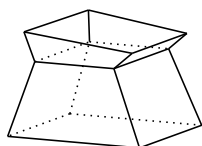
Ví dụ 4

Mỗi đỉnh của một đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

- ☐ A Ba mặt. ☐ B Hai mặt. ☐ C Bốn mặt. ☐ D Năm mặt.

Ví dụ 5

Cho các hình vẽ sau:

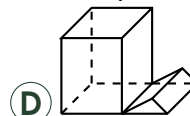
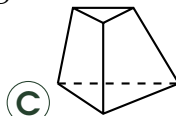
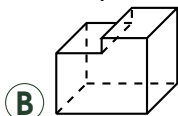


Số các hình đa diện trong các hình trên là

- ☐ A 3. ☐ B 0. ☐ C 1. ☐ D 2.

Ví dụ 6

Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình **không** là hình đa diện.



Ví dụ 7

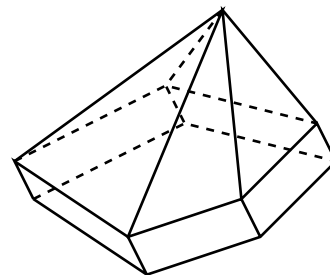
Vật thể nào trong các hình sau đây **không** phải là khối đa diện?



Ví dụ 3

Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt?

- (A) 12.
- (B) 10.
- (C) 6.
- (D) 11.



Ví dụ 4

Khối chóp ngũ giác có bao nhiêu cạnh?

- (A) 20.
- (B) 15.
- (C) 5.
- (D) 10.

Ví dụ 5

Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

- (A) 20.
- (B) 25.
- (C) 10.
- (D) 15.

Ví dụ 6

Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

- (A) 20.
- (B) 11.
- (C) 12.
- (D) 10.

Ví dụ 7

Hình lăng trụ có thể có số cạnh nào sau đây?

- (A) 2018.
- (B) 2016.
- (C) 2017.
- (D) 2015.

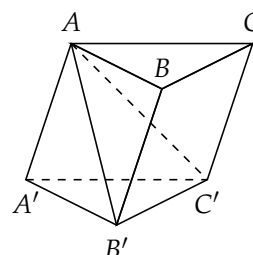
Dạng 3

Phân chia, lắp ghép khối đa diện

Ví dụ 1

Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

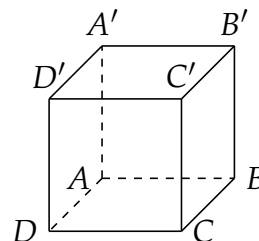
- (A) Hai khối chóp tứ giác.
- (B) Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- (C) Hai khối chóp tam giác.
- (D) Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.



Ví dụ 2

Mặt phẳng nào sau đây chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ?

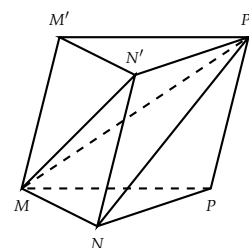
- ☐ A $(A'BC')$. ☐ B (ABC') .
☐ C $(AB'C)$. ☐ D $(A'BD)$.



Ví dụ 3

Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(MN'P')$ và (MNP') ta được những khối đa diện nào?

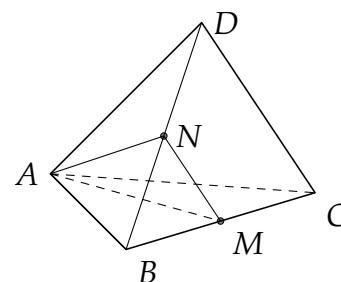
- ☐ A Ba khối tứ diện.
☐ B Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
☐ C Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
☐ D Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.



Ví dụ 4

Cho khối tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của BC và BD . Mặt phẳng (AMN) chia khối tứ diện $ABCD$ thành

- ☐ A Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
☐ B Hai khối tứ diện.
☐ C Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
☐ D Hai khối chóp tứ giác.



Ví dụ 5

Có thể dùng ít nhất bao nhiêu khối tứ diện để ghép thành một hình hộp chữ nhật?

- ☐ A 4. ☐ B 3. ☐ C 5. ☐ D 6.

—HẾT—

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Hình chóp có 20 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

- ☐ A 12 mặt. ☐ B 11 mặt. ☐ C 10 mặt. ☐ D 19 mặt.

Câu 2

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là

- ☐ A Khối bát diện đều. ☐ B Khối tứ diện đều.
☐ C Khối hộp chữ nhật. ☐ D Khối lập phương.

Câu 3

Hai khối đa diện được gọi là bằng nhau

- ☐ A Nếu có tổng số mặt bằng nhau.
☐ B Nếu có diện tích các mặt bằng nhau.
☐ C Nếu có thể tích bằng nhau.
☐ D Nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Câu 4

Cho một hình đa diện. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- ☐ A Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba cạnh.
☐ B Mỗi mặt có ít nhất ba cạnh.
☐ C Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất ba mặt.
☐ D Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 5

Số cạnh của khối tứ diện đều là

- ☐ A 5. ☐ B 7. ☐ C 8. ☐ D 6.

Câu 6

Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

- ☐ A 2019. ☐ B 2020. ☐ C 2017. ☐ D 2018.

Câu 7

Một hình đa diện có các mặt là những tam giác. Gọi M là tổng số mặt và C là tổng số cạnh của đa diện đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A $3C = 2M$. ☐ B $C = M + 2$. ☐ C $M \leq C$. ☐ D $3M = 2C$.



Câu 8

Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy một điểm M nằm giữa A và B , một điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) ta chia khối tứ diện đã cho thành bốn khối tứ diện

- ☐ A $AMCN, AMND, BMCN, BMND$.
 ☐ B $AMCN, AMND, AMCD, BMCN$.
 ☐ C $BMCD, BMND, AMCN, AMDN$.
 ☐ D $AMCD, AMND, BMCN, BMND$.

Câu 9

Mặt phẳng nào sau đây chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ?

- ☐ A $(A'BC')$.
 ☐ B (ABC') .
 ☐ C $(AB'C)$.
 ☐ D $(A'BD)$.

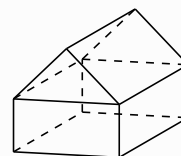
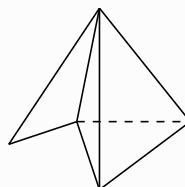
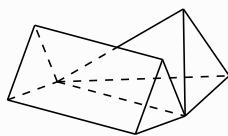
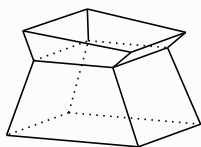
Câu 10

Khối đa diện bất kỳ có ít nhất

- ☐ A 6 đỉnh.
 ☐ B 6 mặt.
 ☐ C 4 đỉnh.
 ☐ D 8 đỉnh.

Câu 11

Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là

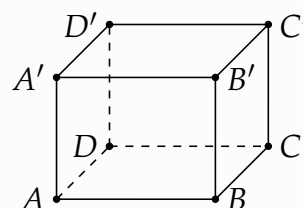


- ☐ A 0.
 ☐ B 1.
 ☐ C 3.
 ☐ D 2.

Câu 12

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- ☐ A Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{DC}$ biến điểm A' thành điểm B' .
 ☐ B Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB'}$ biến điểm A' thành điểm C' .
 ☐ C Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AC}$ biến điểm A' thành điểm D' .
 ☐ D Phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AA'}$ biến điểm A' thành điểm B' .



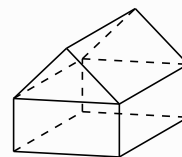
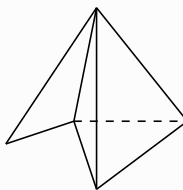
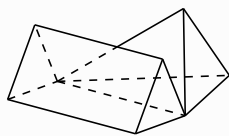
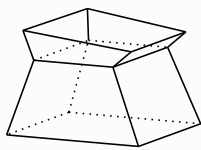
Câu 13

Khẳng định nào sau đây đúng? Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mp $(A'BC)$ ta được

- ☐ A Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
 ☐ B Hai khối chóp tứ giác.
 ☐ C Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 ☐ D Hai khối chóp tam giác.

**Câu 14**

Cho các hình vẽ sau:



Số các hình đa diện trong các hình trên là

- ☐ A 3. ☐ B 0. ☐ C 1. ☐ D 2.

Câu 15

Khái niệm nào sau đây đúng với khối chóp?

- ☐ A là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.
☐ B là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp và cả hình chóp đó.
☐ C là phần không gian được giới hạn bởi hình chóp.
☐ D là khối đa diện có hình dạng là hình chóp.

Câu 16

Hai khối đa diện được gọi là bằng nhau

- ☐ A Nếu có tổng số mặt bằng nhau.
☐ B Nếu có diện tích các mặt bằng nhau.
☐ C Nếu có thể tích bằng nhau.
☐ D Nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Câu 17

Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy một điểm M nằm giữa A và B , một điểm N nằm giữa C và D . Bằng hai mặt phẳng (MCD) và (NAB) ta chia khối tứ diện đã cho thành bốn khối tứ diện

- ☐ A $AMCN, AMND, BMCN, BMND$. ☐ B $AMCN, AMND, AMCD, BMCN$.
☐ C $BMCD, BMND, AMCN, AMDN$. ☐ D $AMCD, AMND, BMCN, BMND$.

Câu 18

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?

- ☐ A Hình tạo bởi một số hữu hạn các đa giác được gọi là hình đa diện.
☐ B Khối đa diện bao gồm không gian được giới hạn bởi hình đa diện và cả hình đa diện đó.
☐ C Mỗi cạnh của một đa giác trong hình đa diện là cạnh chung của đúng hai đa giác.
☐ D Hai đa giác bất kì trong hình đa diện hoặc là không có điểm chung, hoặc là có một điểm chung, hoặc là có một cạnh chung.



Câu 19

Khối hai mươi mặt đều thuộc khối đa diện loại nào?

- Ⓐ loại $\{3;5\}$. Ⓑ loại $\{5;3\}$. Ⓒ loại $\{3;4\}$. Ⓓ loại $\{4;3\}$.

Câu 20

Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- Ⓐ Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
 Ⓑ Hai khối chóp tam giác.
 Ⓒ Hai khối chóp tứ giác.
 Ⓓ Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Câu 21

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cách bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm AA' . Gọi góc giữa đường thẳng MB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là α , góc α thỏa mãn đẳng thức nào dưới đây?

- Ⓐ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Ⓑ $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$. Ⓒ $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$. Ⓓ $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22

Có thể dùng ít nhất bao nhiêu khối tứ diện để ghép thành một hình hộp chữ nhật?

- Ⓐ 4. Ⓑ 3. Ⓒ 5. Ⓓ 6.

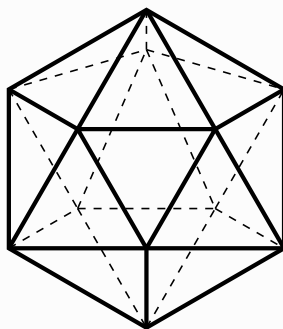
Câu 23

Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

- Ⓐ 10. Ⓑ 8. Ⓒ 12. Ⓓ 20.

Câu 24

Khối đa diện bên dưới có bao nhiêu đỉnh?



- Ⓐ 9. Ⓑ 3. Ⓒ 11. Ⓓ 12.



Câu 25

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- ☐ A Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện đều.
- ☐ B Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
- ☐ C Khối hộp là khối đa diện lồi.
- ☐ D Khối lập phương là khối đa diện lồi.

Câu 26

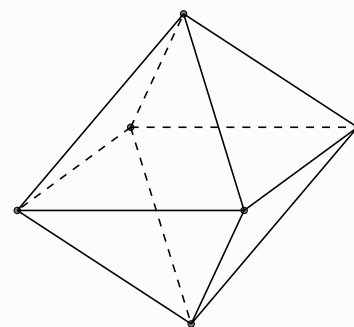
Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- ☐ A Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
- ☐ B Hai khối chóp tam giác.
- ☐ C Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
- ☐ D Hai khối chóp tứ giác.

Câu 27

Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có bao nhiêu mặt?

- ☐ A 8.
- ☐ B 9.
- ☐ C 6.
- ☐ D 4.



Câu 28

Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh?

- ☐ A 8.
- ☐ B 4.
- ☐ C 16.
- ☐ D 20.

Câu 29

Chọn khẳng định **sai**. Trong một khối đa diện,

- ☐ A mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.
- ☐ B hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.
- ☐ C mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.
- ☐ D mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Câu 30

Hình chóp tứ giác có tổng số cạnh và số đỉnh bằng

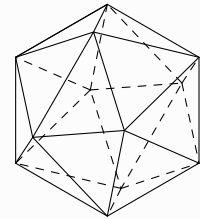
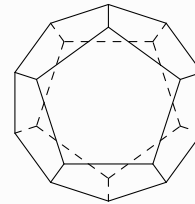
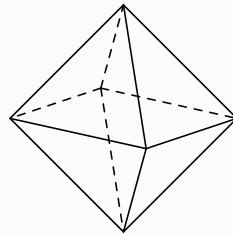
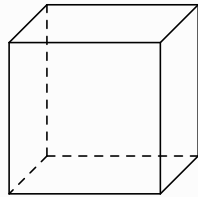
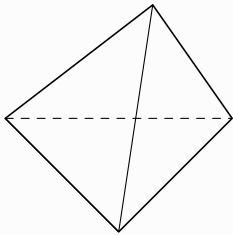
- ☐ A 12.
- ☐ B 13.
- ☐ C 8.
- ☐ D 5.





Câu 31

Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều

Khối lập phương

Khối bát diện đều

Khối 12 mặt đều

Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- (A) Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
- (B) Khối mười hai mặt đều và khối 20 mặt đều có cùng số đỉnh.
- (C) Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
- (D) Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

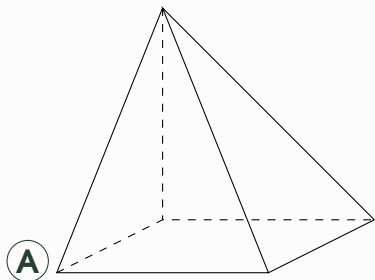
Câu 32

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

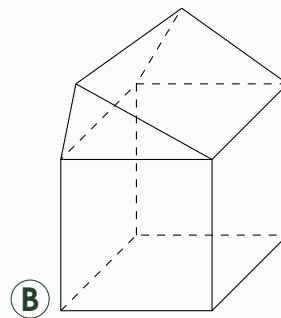
- (A) 4.
- (B) 1.
- (C) 0.
- (D) 2.

Câu 33

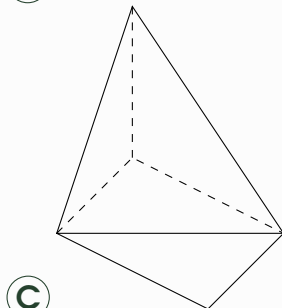
Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



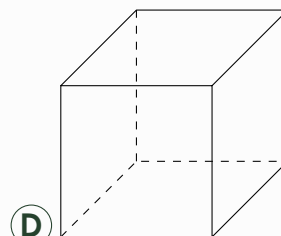
(A)



(B)



(C)



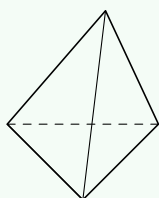
(D)

§2. KHỐI ĐA DIỆN LỖI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Một số lưu ý về khối đa diện đặc biệt

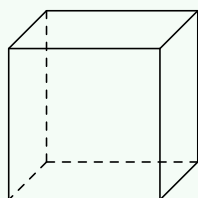
- ✓ Khối đa diện (H) là khối đa diện lồi nếu đoạn nối hai điểm bất kì thuộc (H) thì luôn thuộc (H) (đoạn đó nằm trên mặt hoặc nằm trong (H)).
- ✓ Khối đa diện đều
 - Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh;
 - Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.
 - Khối đa diện đều như vậy được kí hiệu loại $(p; q)$.
- ✓ Hình ảnh năm khối đa diện đều và các tóm tắt:



Khối tứ diện đều

Loại $\{3;3\}$

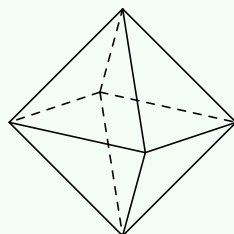
Đ, C, M: 4, 6, 4



Khối lập phương

Loại $\{4;3\}$

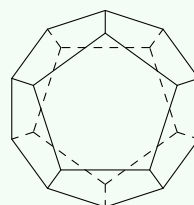
Đ, C, M: 8, 12, 6



Khối bát diện đều

Loại $\{3;4\}$

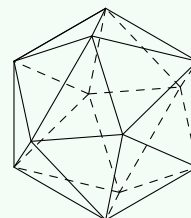
Đ, C, M: 6, 12, 8



Khối 12 mặt đều

Loại $\{5;3\}$

Đ, C, M: 20, 30, 12



Khối 20 mặt đều

Loại $\{3;5\}$

Đ, C, M: 12, 30, 20

Bảng tóm tắt 5 loại khối đa diện đều

Đa diện đều cạnh a	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Thể tích V	Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp
Tứ diện đều $\{3;3\}$	4	6	4	$\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$	$\frac{a\sqrt{6}}{4}$
Lập phương $\{4;3\}$	8	12	6	a^3	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$
Bát diện đều $\{3;4\}$	6	12	8	$\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$
Mười hai mặt đều $\{5;3\}$	20	30	12	$\frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}a^3$	$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4}a$
Hai mươi mặt đều $\{3;5\}$	12	30	20	$\frac{15 + 5\sqrt{5}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{10} + \sqrt{20}}{4}a$

1. Một số kết quả quan trọng về khối đa diện lồi

1.1. Kết quả 1

Cho một khối tứ diện đều. Khi đó:

- ✓ Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một khối tứ diện đều;
- ✓ Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều (khối tám mặt

đều).

1.2. Kết quả 2

Tâm của các mặt của một khối lập phương là các đỉnh của một khối bát diện đều.

1.3. Kết quả 3

Tâm của các mặt của một khối bát diện đều là các đỉnh của một khối lập phương.

1.4. Kết quả 4

Hai đỉnh của một khối bát diện đều được gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng thuộc một cạnh của khối đó. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện gọi là đường chéo của khối bát diện đều. Khi đó:

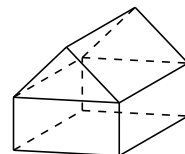
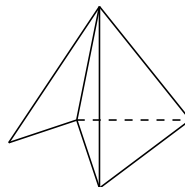
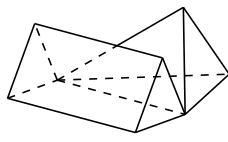
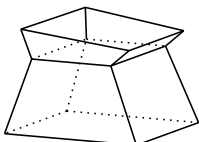
- ✓ Ba đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường;
- ✓ Ba đường chéo đôi một vuông góc với nhau;
- ✓ Ba đường chéo bằng nhau.

B MỘT SỐ DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 1 Nhận biết khối đa diện lồi, khối đa diện đều

Ví dụ 1

Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



(A) 3.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.

Ví dụ 2

Hỏi khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ có bao nhiêu mặt?

(A) 4.

(B) 20.

(C) 6.

(D) 12.

Ví dụ 3

Khối mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

(A) $\{3; 4\}$.

(B) $\{4; 3\}$.

(C) $\{3; 5\}$.

(D) $\{5; 3\}$.

Ví dụ 4

Số cạnh của khối 12 mặt đều là bao nhiêu?

(A) 14.

(B) 20.

(C) 30.

(D) 16.

**Ví dụ 5**

Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

- (A) 8. (B) 6. (C) 12. (D) 10.

Ví dụ 6

Số cạnh của hình bát diện đều là

- (A) 8. (B) 10. (C) 12. (D) 24.

Ví dụ 7

Khối hai mươi mặt đều thuộc khối đa diện loại nào?

- (A) loại $\{3; 5\}$. (B) loại $\{5; 3\}$. (C) loại $\{3; 4\}$. (D) loại $\{4; 3\}$.

Ví dụ 8

Số đỉnh của hình hai mươi mặt đều là

- (A) 12. (B) 20. (C) 30. (D) 16.

Ví dụ 9

Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng hình bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8 cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (giả sử mỗi nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?

- (A) 96 m. (B) 960 m. (C) 192 m. (D) 128 m.

Ví dụ 10

Trong các khối đa diện sau, khối đa diện nào có số đỉnh và số mặt bằng nhau?

- (A) Khối lập phương. (B) Khối bát diện đều.
(C) Khối mười hai mặt đều. (D) Khối tứ diện đều.

Ví dụ 11

Trung điểm của tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh khối đa diện nào?

- (A) Hình hộp chữ nhật. (B) Hình bát diện đều.
(C) Hình lập phương. (D) Hình tứ diện đều.

Ví dụ 12

Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh của khối đa diện nào sau đây?

- (A) Khối bát diện đều. (B) Khối lăng trụ tam giác đều.
(C) Khối chóp lục giác đều. (D) Khối tứ diện đều.

Dạng**2****Số mặt phẳng đối xứng của hình đa diện**

Ví dụ 1

Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 5. (B) 6. (C) 3. (D) 4.

Ví dụ 2

Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Ví dụ 3

Hình hộp chữ nhật với ba kích thước phân biệt có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 6. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Ví dụ 4

Hình lăng trụ lục giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 6. (B) 4. (C) 3. (D) 7.

Ví dụ 5

Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 3 mặt phẳng. (B) 2 mặt phẳng. (C) 5 mặt phẳng. (D) 4 mặt phẳng.

Ví dụ 6

Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 6 mặt phẳng. (B) 4 mặt phẳng. (C) 10 mặt phẳng. (D) 8 mặt phẳng.

Ví dụ 7

Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

- (A) 8. (B) 9. (C) 6. (D) 7.

—HẾT—



C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Hình lập phương thuộc loại khối đa diện nào?

- (A) $\{5;3\}$. (B) $\{3;4\}$. (C) $\{4;3\}$. (D) $\{3;5\}$.

Câu 2

Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng hình bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8 cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn (giả sử mỗi nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?

- (A) 96 m. (B) 960 m. (C) 192 m. (D) 128 m.

Câu 3

Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 9.

Câu 4

Một hình chóp ngũ giác đều có bao nhiêu mặt và bao nhiêu cạnh?

- (A) 6 mặt và 8 cạnh. (B) 5 mặt và 8 cạnh. (C) 5 mặt và 10 cạnh. (D) 6 mặt và 10 cạnh.

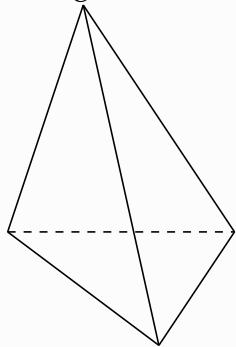
Câu 5

Hình lập phương có bao nhiêu mặt?

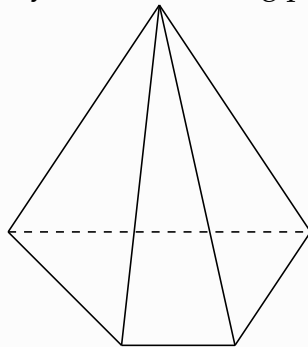
- (A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 5.

Câu 6

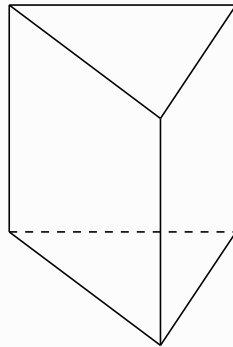
Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



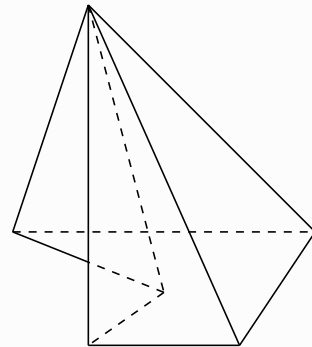
Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)



Hình (IV)

- (A) Hình (IV). (B) Hình (III). (C) Hình (II). (D) Hình (I).

Câu 7

Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

- (A) $\{5;3\}$. (B) $\{3;5\}$. (C) $\{4;3\}$. (D) $\{3;4\}$.

Câu 8

Số cạnh của một hình lập phương là

- (A) 8. (B) 12. (C) 16. (D) 10.

Câu 9

Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 10

Trong các đa diện sau đây, đa diện nào **không** luôn luôn nội tiếp được trong một mặt cầu?

- (A) Hình chóp tam giác (tứ diện). (B) Hình chóp tứ giác.
(C) Hình chóp đều ngũ giác. (D) Hình hộp chữ nhật.

Câu 11

Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $S = 4\sqrt{3}a^2$. (B) $S = \sqrt{3}a^2$. (C) $S = 2\sqrt{3}a^2$. (D) $S = 8a^2$.

Câu 12

Cho khối đa diện đều (H) loại $\{4;3\}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) (H) có 3 đỉnh và 4 mặt. (B) (H) có 6 đỉnh và 6 mặt.
(C) (H) có 4 đỉnh và 4 mặt. (D) (H) có 8 đỉnh và 6 mặt.

Câu 13

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề **sai**?

- (A) Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
(B) Khối chóp tam giác có tất cả các cạnh bằng nhau là khối đa diện đều.
(C) Khối chóp tứ giác có tất cả các cạnh bằng nhau là khối đa diện đều.
(D) Khối lập phương là khối đa diện đều.

Câu 14

Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là

- (A) 30, 20, 12. (B) 20, 12, 30. (C) 12, 30, 20. (D) 20, 30, 12.



Câu 15

Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại

- (A) $\{5;3\}$. (B) $\{4;3\}$. (C) $\{2;4\}$. (D) $\{3;5\}$.

Câu 16

Số cạnh của hình bát diện đều bằng

- (A) 12. (B) 16. (C) 30. (D) 8.

Câu 17

Tổng các góc của tất cả các mặt của khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là

- (A) 12π . (B) 18π . (C) 24π . (D) 36π .

Câu 18

Khối đa diện đều nào có loại $\{5;3\}$?

- (A) Khối lập phương. (B) Khối bát diện đều.
(C) Khối mười hai mặt đều. (D) Khối hai mươi mặt đều.

Câu 19

Khối lập phương là khối đa diện đều loại nào?

- (A) $\{3;4\}$. (B) $\{4;3\}$. (C) $\{5;3\}$. (D) $\{3;5\}$.

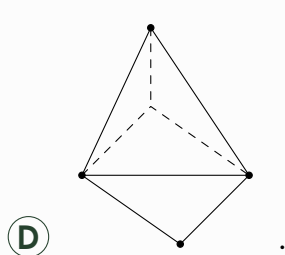
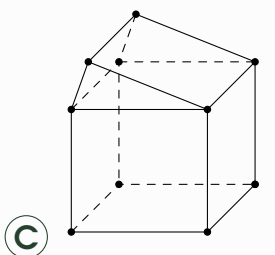
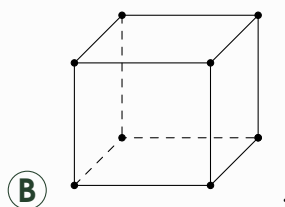
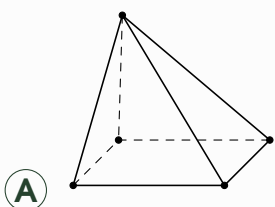
Câu 20

Khối tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 3. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

Câu 21

Hình nào dưới đây **không phải** là hình đa diện?



**Câu 22**

Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- (A) $\{5;3\}$. (B) $\{3;5\}$. (C) $\{4;3\}$. (D) $\{3;4\}$.

Câu 23

Số mặt phẳng đối xứng của hình chóp đều $S.ABC$ là bao nhiêu?

- (A) 4. (B) 2. (C) 6. (D) 3.

Câu 24

Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 25

Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

- (A) $\{5;3\}$. (B) $\{3;5\}$. (C) $\{4;3\}$. (D) $\{3;4\}$.

Câu 26

Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

- (A) 8. (B) 20. (C) 12. (D) 6.

Câu 27

Khối đa diện đều nào có loại $\{5;3\}$?

- (A) Khối lập phương. (B) Khối bát diện đều.
(C) Khối mười hai mặt đều. (D) Khối hai mươi mặt đều.

Câu 28

Mỗi cạnh của một hình đa diện là cạnh chung của đúng n mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $n = 2$. (B) $n = 5$. (C) $n = 3$. (D) $n = 4$.



§3. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Công thức tính (độ dài, diện tích,...) cho các hình phẳng đặc biệt

☑ Tam giác ABC vuông tại A :

— Diện tích $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC$;

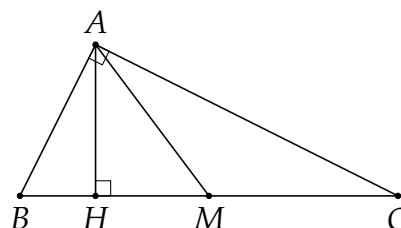
— M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$;

— Pi-ta-go: $BC^2 = AB^2 + AC^2$;

— $AM = \frac{1}{2}BC$;

— $AC^2 = CH \cdot CB$; — $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$; — $AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}}$;

— $AB^2 = BH \cdot BC$; — $AH^2 = HB \cdot HC$; — $AB \cdot AC = BC \cdot AH$;



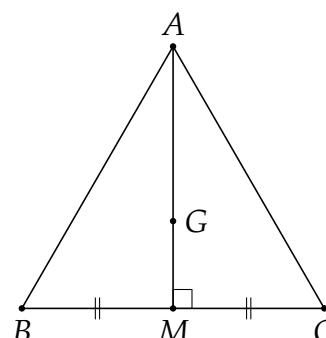
☑ Tam giác đều ABC cạnh bằng a :

— Diện tích $S_{ABC} = \frac{(\text{cạnh})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$;

— Đường cao $AM = \frac{(\text{cạnh}) \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{a \sqrt{3}}{2}$;

— G là trọng tâm và là tâm đường tròn ngoại tiếp ABC ;

— $GA = \frac{2}{3}AM = \frac{a \sqrt{3}}{3}$; $GM = \frac{1}{3}AM = \frac{a \sqrt{3}}{6}$.



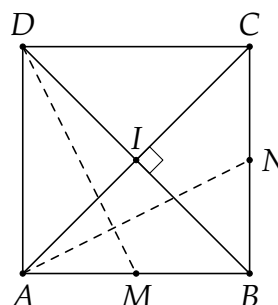
☑ Hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a :

— Diện tích $S_{ABCD} = (\text{cạnh})^2 = a^2$;

— Đường chéo $AC = (\text{cạnh}) \cdot \sqrt{2} = a \sqrt{2}$;

— I là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$;

— $AC \perp BD$; $AN \perp DM$.



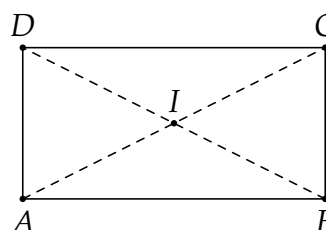
☑ Hình chữ nhật $ABCD$ có hai kích thước $AB = a$ và $BC = b$:

— Diện tích $S_{ABCD} = AB \cdot BC = a \cdot b$;

— Đường chéo $AC = BD = \sqrt{a^2 + b^2}$;

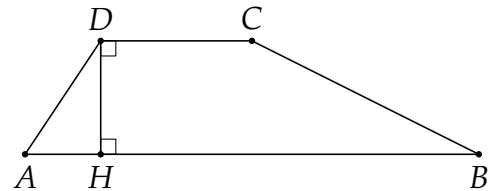
— I là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$;

— Chú ý: AC không vuông BD .



☑ Hình thang $ABCD$ có hai đáy AB và CD :

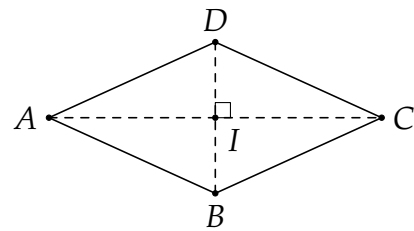
- DH là chiều cao của hình thang $ABCD$;
- Diện tích $S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DH$.



☑ Hình thoi $ABCD$:

- Các cạnh của hình thoi bằng nhau;
- Diện tích $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$;
- Nếu có một góc bằng 60° hoặc 120° thì hình thoi này thực chất là ghép của hai tam giác đều. Suy ra

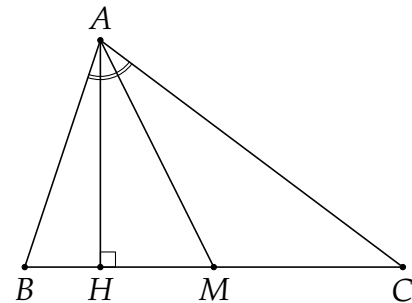
$$S_{ABCD} = 2 \cdot (\text{cạnh})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = (\text{cạnh})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



2. Các công thức tính trong tam giác thường (không đặc biệt)

☑ Các hệ thức lượng cần nhớ

- Định lý cô-sin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$;
- Tính góc: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$;
- Đường trung tuyến $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$;
- Định lý sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.



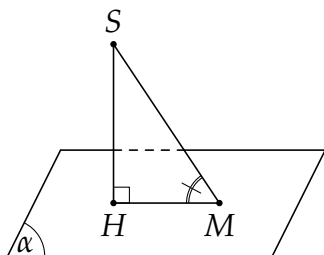
☑ Công thức tính diện tích tam giác

- $S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot h$;
- $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, với $p = \frac{a+b+c}{2}$.
- $S_{ABC} = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A$;
- $S_{ABC} = \frac{abc}{4R}$; $S_{ABC} = p \cdot r$, với R, r là bán kính đ.tròn ngoại, nội tiếp.



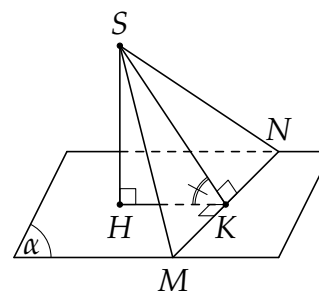
3. Cách xác định góc trong không gian

- ☑ Góc giữa đường thẳng SM với mặt phẳng (α)



- Dựng hình chiếu của SM là MH ;
- Góc cần tìm là $\widehat{SMH}$.

- ☑ Góc giữa hai mặt phẳng (SMN) và (α) .



- Kẻ $HK \perp MN$ và $SK \perp MN$
- Góc cần tìm là $\widehat{SKH}$.

4. Một số công thức tính nhanh thể tích khối chóp

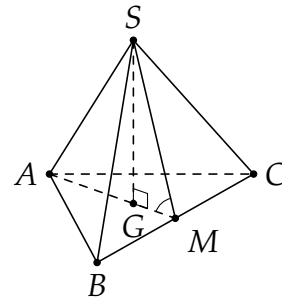
Nội dung	Hình vẽ
Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một, diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là S_1, S_2, S_3. Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2S_1 \cdot S_2 \cdot S_3}}{3}.$	
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $\widehat{ASB} = \alpha$, $\widehat{BSC} = \beta$. Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{SB^3 \cdot \sin 2\alpha \cdot \tan \beta}{12}.$	
Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b. Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3b^2 - a^2}}{12}.$	





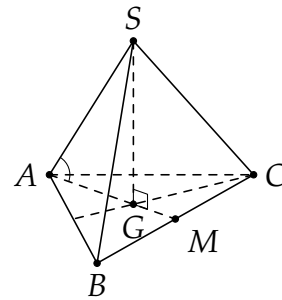
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với mặt phẳng đáy góc α . Khi đó

$$V_{S.ABC} = \frac{a^3 \tan \alpha}{24}.$$



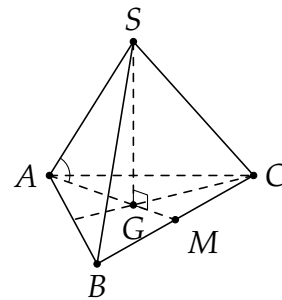
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β . Khi đó

$$V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}b^3 \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{4}.$$



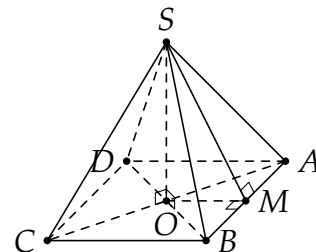
Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy góc β . Khi đó

$$V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan \beta}{12}$$



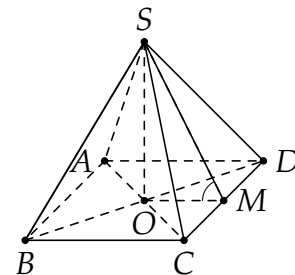
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a và $SA = SB = SC = SD = b$. Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{4b^2 - 2a^2}}{6}.$$



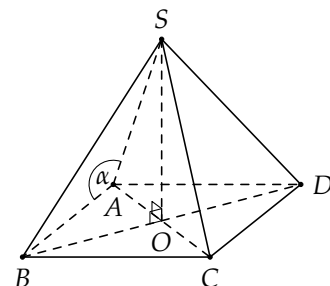
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc tạo bởi mặt bên và mặt phẳng đáy là α . Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \tan \alpha}{6}.$$



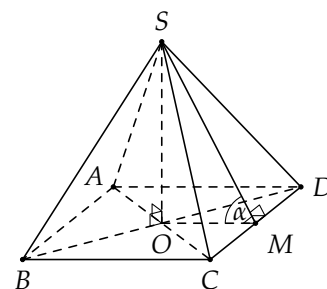
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , $\widehat{SAB} = \alpha$ với $\alpha \in (45^\circ; 90^\circ)$. Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{\tan^2 \alpha - 1}}{6}.$$



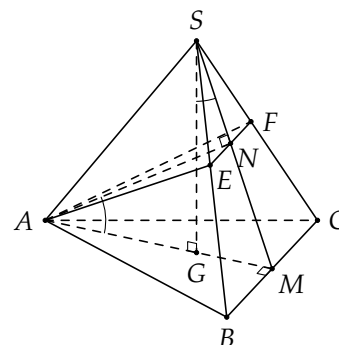
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng a , góc tạo bởi giữa mặt bên và mặt đáy bằng α với $\alpha \in (0^\circ; 90^\circ)$. Khi đó

$$V_{S.ABCD} = \frac{4a^3 \tan \alpha}{3\sqrt{(2 + \tan^2 \alpha)^3}}.$$



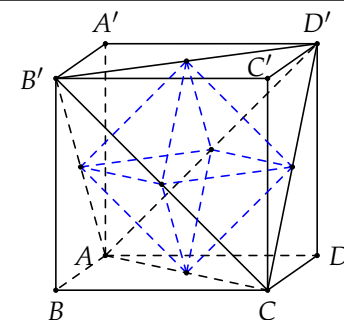
Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , song song với BC và vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Biết α là góc giữa (P) và mặt phẳng đáy. Khi đó

$$V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cot \alpha}{24}.$$



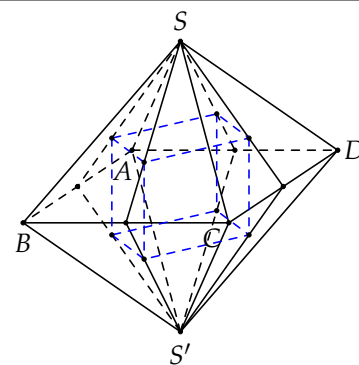
Khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của hình lập phương cạnh a . Khi đó thể tích khối bát diện đều là

$$V = \frac{a^3}{6}.$$



Tâm các mặt bên của một bát diện đều cạnh a là đỉnh của một khối lập phương. Khi đó thể tích của khối lập phương là

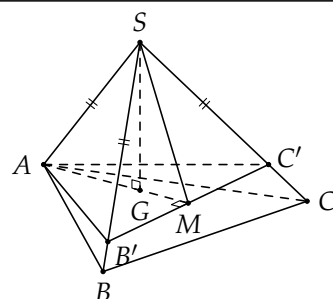
$$V = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{27}.$$



Thể tích tứ diện khi biết ba cạnh chung một đỉnh và ba góc giữa các cạnh ở đỉnh đó

$$V_{SABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2 + 2xyz}.$$

Trong đó $x = \cos \alpha, y = \cos \beta, z = \cos \gamma$.

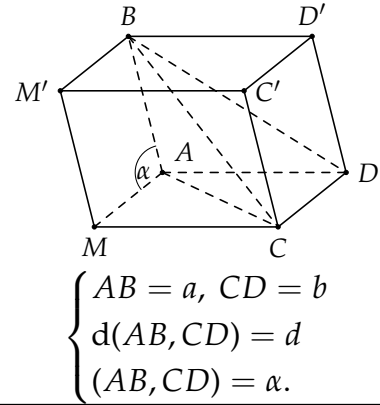


$$\begin{cases} SA = a, SB = b, SC = c \\ \widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma. \end{cases}$$



Thể tích tứ diện khi biết cặp cạnh đối, khoảng cách và góc giữa cặp cạnh đó

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}abd \sin \alpha.$$



B CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

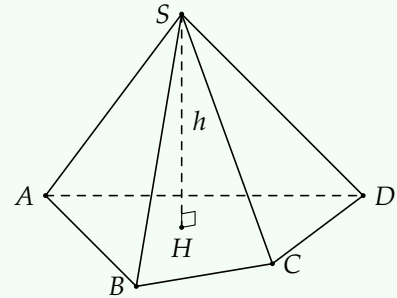
Công thức tính thể tích khối chóp

Ta có thể tích khối chóp bằng một phần ba diện tích đáy nhân với đường cao hình chóp.

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h$$

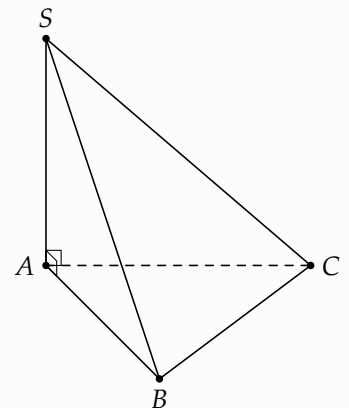
Trong đó

- ✓ $S_{\text{đáy}} = S_{ABCD}$ là diện tích mặt đáy của khối chóp.
- ✓ $h = SH$ là chiều cao của khối chóp.



Dạng 1 Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

- ① Khi vẽ hình, nên vẽ cạnh vuông góc với đáy thẳng đứng.
- ② Xác định mặt đáy và tính diện tích $S_{\text{đáy}}$.
- ③ Xác định và tính chiều cao h là cạnh bên vuông với đáy.
- ④ Thay vào công thức $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{đáy}} \cdot h$.



Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Biết rằng góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

(A) $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

(D) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

**Ví dụ 2**

Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- (A) $2a^3$. (B) $3a^3$. (C) $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. (D) a^3 .

Ví dụ 3

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = 6a^3$. (B) $V = a^3$. (C) $V = 2a^3$. (D) $V = 3a^3$.

Ví dụ 4

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác cân $AB = AC = a$, góc BAC bằng 120° , cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. (B) $\frac{3}{4}a^3$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. (D) $\frac{1}{4}a^3$.

Ví dụ 5

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B , biết $SA = AC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{2}{3}a^3$. (B) $\frac{1}{3}a^3$. (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. (D) $\frac{4}{3}a^3$.

Ví dụ 6

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. (C) $V = \sqrt{2}a^3$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Ví dụ 7

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (C) $a^3\sqrt{2}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ví dụ 8

Khối chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $SA = 2a, SB = 3a, SC = 4a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

- (A) $32a^3$. (B) $12a^3$. (C) $4a^3$. (D) $8a^3$.



Dạng 2 Khối chóp có mặt phẳng chứa đỉnh vuông góc với đáy

- ① Xác định giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt đáy.
- ② Từ đỉnh S , kẻ đoạn SH vuông góc với giao tuyến. Suy ra SH là đường cao của khối chóp.

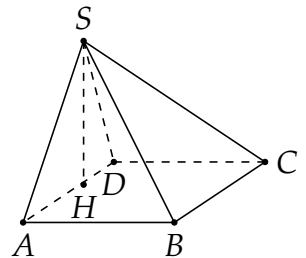
Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết $SA = a\sqrt{3}$ và $SD = a$.



Dạng 3 Thể tích khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

Với các khối chóp có giả thiết mặt phẳng vuông góc với đáy ta sử dụng các định lý về giao tuyến dưới đây:

- ☑ Hai mặt phẳng cùng vuông góc với đáy thì đoạn giao tuyến của chúng vuông góc với đáy. Tính chất này dựa trên định lý về giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

$$\text{Kí hiệu } \begin{cases} (P) \perp (R) \\ (Q) \perp (R) \\ (P) \cap (Q) = a \end{cases} \Rightarrow a \perp (R).$$

- ☑ Mặt bên nào vuông góc với đáy thì đường cao của mặt bên đó vuông góc với đáy. Tính

$$\text{chất này dựa trên định lý sau } \begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (P) \cap (Q) = a \Rightarrow d \perp (Q). \\ d \subset (P), d \perp a \end{cases}$$

Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (C) $V = \frac{a^3}{12}$. (D) $V = \frac{a^3}{4}$.

**Ví dụ 2**

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAD) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{a^3}{6}$. Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓓ $V = \frac{a^3}{2}$.

Ví dụ 3

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, mặt bên (SAD) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Ví dụ 4

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAD) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $V = \frac{3a^3}{2}$. Ⓓ $V = \frac{a^3}{2}$.

Ví dụ 5

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- Ⓐ $h = \frac{2}{3}a$. Ⓑ $h = \frac{4}{3}a$. Ⓒ $h = \frac{8}{3}a$. Ⓓ $h = \frac{3}{4}a$.

Ví dụ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với đáy. Biết khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{4a}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $V = \frac{2a^3}{3}$. Ⓑ $V = \frac{a^3}{3}$. Ⓒ $V = \frac{8a^3}{3}$. Ⓓ $V = \frac{4a^3}{3}$.

Ví dụ 7

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Tam giác SAD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, biết $SC = \frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{a^3}{3}$. Ⓑ $\frac{a^3}{9}$. Ⓒ $\frac{4a^3}{9}$. Ⓓ $\frac{2a^3}{9}$.



Ví dụ 8

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD cân tại S , nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Ví dụ 9

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{3a^3}{4}$. (B) $\frac{a^3}{2}$. (C) $\frac{a^3}{4}$. (D) $\frac{3a^3}{2}$.

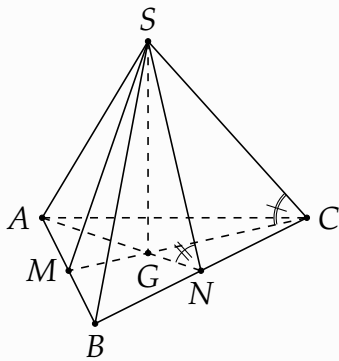
Dạng 4

Khối chóp đều

✓ Chóp tam giác đều $S.ABC$, với cạnh đáy bằng a

① SG là đường cao, với G là trọng tâm $\triangle ABC$.

$$AN = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}, GN = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$



② Diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

③ Góc giữa cạnh bên với đáy là $\widehat{SCG}$.

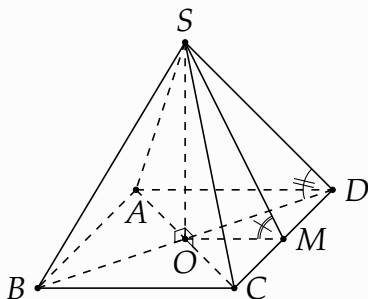
④ Góc giữa mặt bên với đáy là $\widehat{SMG}$ hoặc $\widehat{SNG}$.

⑤ Công thức giải nhanh:

$$V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan \widehat{SCG}}{12}; \quad V_{S.ABC} = \frac{a^3 \cdot \tan \widehat{SNG}}{24}.$$

⑥ Tứ diện đều cạnh a : $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

✓ Chóp tứ giác đều $S.ABCD$, với cạnh đáy bằng a .



① SO là đường cao của khối chóp.

$$AC = BD = a\sqrt{2}, OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

② Diện tích đáy $S_{\triangle ABCD} = a^2$

③ Góc giữa cạnh bên với đáy là $\widehat{SDO}$.

④ Góc giữa mặt bên với đáy là $\widehat{SMO}$.

Ví dụ 1

Thể tích V của khối tứ diện đều có cạnh bằng a là

- (A) $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (B) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. (C) $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. (D) $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

**Ví dụ 2**

Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Ví dụ 3

Thể tích V của khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên gấp đôi cạnh đáy là

Ⓐ $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Ⓑ $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$.

Ⓒ $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Ⓓ $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{4}$.



C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Cho khối chóp có đường cao và diện tích đáy lần lượt là h và S . Khi đó, thể tích V của khối chóp đó là

- (A) $V = Sh$. (B) $V = \frac{1}{2}Sh$. (C) $V = \frac{1}{3}Sh$. (D) $V = \frac{1}{6}Sh$.

Câu 2

Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A với $AB = AC = a$. Biết SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- (A) $V = \frac{a^3}{2}$. (B) $V = \frac{a^3}{3}$. (C) $V = \frac{a^3}{4}$. (D) $V = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 3

Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3}{4}$. (B) $V = \frac{a^3}{2}$. (C) $V = \frac{3a^3}{4}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 4

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy $ABCD$ và $SA = 3a$. Biết $AB = 2a$, $AD = 4a$, $BC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

- (A) $V = 21a^3$. (B) $V = 7a^3$. (C) $V = 9a^3$. (D) $V = 12a^3$.

Câu 5

Cho khối tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = 3a$, $SB = 2a$, $SC = a$. Tính thể tích khối tứ diện $S.ABC$.

- (A) $\frac{a^3}{2}$. (B) $2a^3$. (C) a^3 . (D) $6a^3$.

Câu 6

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 6. (D) 1.

Câu 7

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = 40$. (B) $V = 192$. (C) $V = 32$. (D) $V = 24$.

**Câu 8**

Một hình chóp có diện tích đáy bằng $4a^2$, cạnh bên $SA = 2a$ và tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

- Ⓐ $4a^3\sqrt{3}$. Ⓑ $\frac{4a^3}{3}$. Ⓒ $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $4a^3$.

Câu 9

Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

- Ⓐ $V = 3a^3$. Ⓑ $V = \frac{\sqrt{5}}{2}a^3$. Ⓒ $V = a^3$. Ⓓ $V = 2a^3$.

Câu 10

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB = 3a$, $AD = 2a$, $SB = 5a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- Ⓐ $V = 8a^2$. Ⓑ $V = 24a^3$. Ⓒ $V = 10a^3$. Ⓓ $V = 8a^3$.

Câu 11

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 3a$, $AC = 5a$. Biết SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- Ⓐ $V = 20\sqrt{3}a^3$. Ⓑ $V = 60\sqrt{3}a^3$. Ⓒ $V = 25\sqrt{3}a^3$. Ⓓ $V = 75\sqrt{3}a^3$.

Câu 12

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 13

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 14

Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này có hình dạng là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147 m, cạnh đáy dài 230 m. Tính thể tích của Kim tự tháp.

- Ⓐ 2 592 100 m³. Ⓑ 2 592 009 m³. Ⓒ 7 776 300 m³. Ⓓ 3 888 150 m³.



Câu 15

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

(A) $\frac{a^3\sqrt{11}}{96}$.

(B) $\frac{a^3}{3}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 16

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên hợp với đáy một góc 30° . Thể tích khối chóp bằng

(A) $a^3\sqrt{3}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\frac{a^3}{2}$.

(C) $\frac{3a^3}{2}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18

Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 3a$, $BC = 5a$, $SA = 2a\sqrt{3}$, $\widehat{SAC} = 30^\circ$ và mặt phẳng (SAC) vuông góc mặt đáy.

(A) $V = 3a^3\sqrt{2}$.

(B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

(C) $V = a^3\sqrt{3}$.

(D) $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 19

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hai mặt bên (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SC = a\sqrt{3}$.

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

(C) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 20

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD , cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

(B) $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

(C) $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

(D) $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6\sqrt{3}}$.

Câu 21

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của khối chóp $S.ABC$.

(A) $h = 12\sqrt{3}a$.

(B) $h = 6\sqrt{3}a$.

(C) $h = 4\sqrt{3}a$.

(D) $h = 2\sqrt{3}a$.



Câu 22

Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ và mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

- Ⓐ $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. Ⓑ $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Ⓒ $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. Ⓓ $\frac{a\sqrt{6}}{27}$.

Câu 23

Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Khoảng cách từ S đến (ACD) bằng

- Ⓐ $\frac{3a}{2}$. Ⓑ $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. Ⓒ $\frac{a}{2}$. Ⓓ $\frac{3\sqrt{3}a}{4}$.

Câu 24

Cho hình chóp đều $S.ABC$. Khi tăng cạnh đáy lên gấp 2 lần, để thể tích khối chóp giữ nguyên thì tan của góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy phải giảm đi bao nhiêu lần?

- Ⓐ 8 lần. Ⓑ 2 lần. Ⓒ 3 lần. Ⓓ 4 lần.

Câu 25

Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V và M là trọng tâm tam giác SAB . Tính thể tích khối chóp $M.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{V}{3}$. Ⓑ $\frac{2V}{3}$. Ⓒ $\frac{V}{2}$. Ⓓ $2V$.

Câu 26

Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại A . Biết $BC = 3a$, $AB = a$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- Ⓐ $V_{S.ABC} = \frac{4a^3}{9}$. Ⓑ $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Ⓒ $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. Ⓓ $V_{S.ABC} = \frac{2a^3}{9}$.

Câu 27

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2AB = 2a$. Gọi H là trung điểm của AD , biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy và độ dài đoạn thẳng $SA = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $V = \frac{4a^3}{3}$. Ⓑ $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓒ $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓓ $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 28

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên đáy là trung điểm H của cạnh AB , góc tạo bởi SC và đáy là 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓑ $\frac{2a^3}{3}$. Ⓒ $\frac{a^3}{3}$. Ⓓ $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.



Câu 29

Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên SA tạo với đáy một góc 60° và $SA = a\sqrt{3}$, đáy là tứ giác có 2 đường chéo vuông góc, $AC = BD = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp theo a .

- (A) $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $V = a^3$. (C) $V = 3a^3$. (D) $V = \frac{3a^2}{2}$.

Câu 30

Cho khối chóp tứ giác đều có diện tích đáy bằng 4 và diện tích của một mặt bên bằng $\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đó là

- (A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. (B) 4. (C) $\frac{4}{3}$. (D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 31

Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD ?

- (A) a . (B) $6a$. (C) $3a$. (D) $4a$.

Câu 32

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = x$, các cạnh còn lại đều bằng 18. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $648\sqrt{2}$. (B) 6481458. (C) 1458. (D) $243\sqrt{2}$.

Câu 33

Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = BC = x$, $SB = AC = y$, $SC = AB = z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 12$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. (D) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng BM . Khi điểm M di động trên cạnh CD , tìm thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABH$?

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{13}$. (B) $\frac{5a^3\sqrt{2}}{36}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 35

Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2. Gọi α là góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

- (A) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. (B) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. (C) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. (D) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

—HẾT—





§4. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

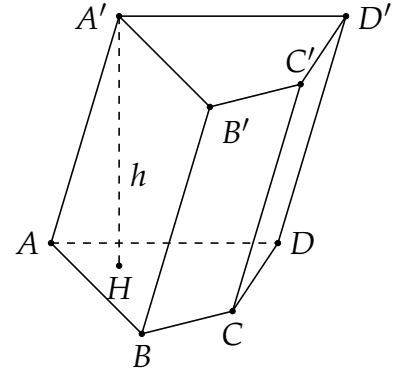
A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

✓ Lăng trụ có:

- ① Hai đáy song song và là hai đa giác bằng nhau.
- ② Các cạnh bên song song và bằng nhau.
- ③ Các mặt bên là các hình bình hành.

✓ Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{\text{đáy}} \cdot h$. Trong đó

- ① $S_{\text{đáy}}$ là diện tích đáy của khối lăng trụ;
- ② h là chiều cao của khối lăng trụ. Trong trường hợp lăng trụ đứng thì h sẽ trùng với cạnh bên.

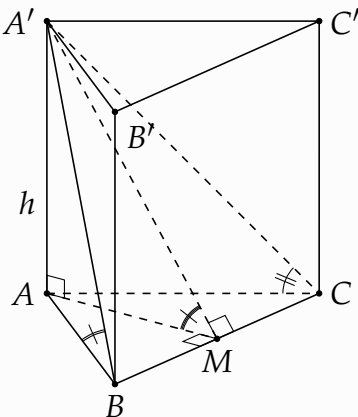


Hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$

B MỘT SỐ VÍ VỤ MINH HỌA

Dạng 1 Khối lăng trụ đứng tam giác

Minh họa hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều (lăng trụ tam giác đều)



- ① Chiều cao h là cạnh bên AA' .
 - ② Diện tích đáy $S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.
 - ③ Góc giữa $A'B, A'C$ với đáy lần lượt là $\widehat{A'BA}$ và $\widehat{A'CA}$.
 - ④ Góc giữa $A'B$ với $(AA'C'C)$ là $\widehat{BA'A}$.
 - ⑤ Diện tích hình chiếu $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'BC} \cdot \cos \varphi$.
 - ⑥ Góc giữa $(A'BC)$ với (ABC) là $\varphi = \widehat{A'MA}$; với M là trung điểm BC .
- Trường hợp ABC không phải là tam giác đều thì M không là trung điểm của BC .

Ví dụ 1

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = \frac{3a^3}{8}$. (B) $V = \frac{9a^3}{8}$. (C) $V = \frac{a^3}{4}$. (D) $V = \frac{3a^3}{4}$.

**Ví dụ 2**

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

(A) $V = \frac{a^3}{2}$.

(B) $V = a^3$.

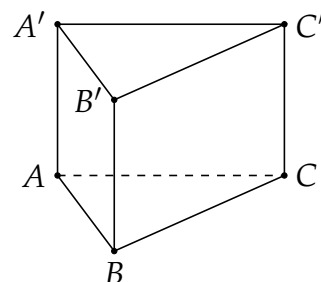
(C) $V = \frac{a^3}{6}$.

(D) $V = \frac{a^2}{3}$.

Ví dụ 3

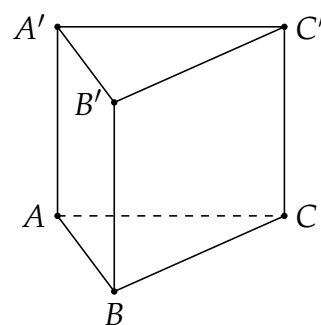
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Đáp số: $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

**Ví dụ 4**

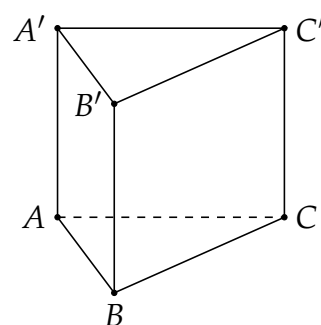
Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ với đáy ABC là tam giác vuông cân tại A . Biết $AB = 3a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy lăng trụ bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABC$.

Đáp số: $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$.

**Ví dụ 5**

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Đáp số: $V = \frac{3a^3}{4}$.

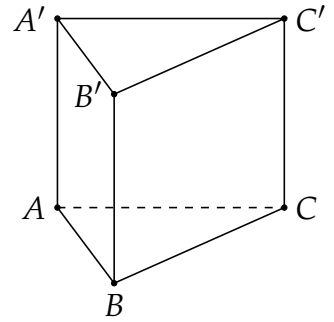




Ví dụ 6

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích tam giác $A'BC$ bằng $8\sqrt{3}$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

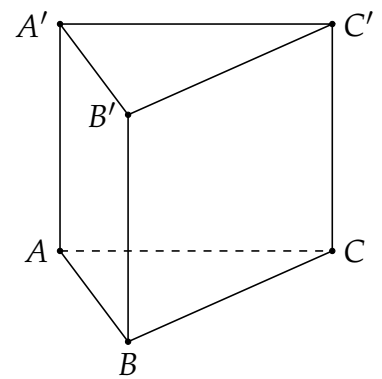
Đáp số: $V = 24\sqrt{3}$.



Ví dụ 7

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

Đáp số: $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.



Ví dụ 8

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $BC = 2a\sqrt{2}$. Biết khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{4a}{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- (A) $V = 4a^3$. (B) $V = \frac{8a^3}{3}$. (C) $V = 8a^3$. (D) $V = \frac{4a^3}{3}$.

Ví dụ 9

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) . Tìm $\cos \alpha$ khi thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ nhỏ nhất.

- (A) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. (B) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. (D) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

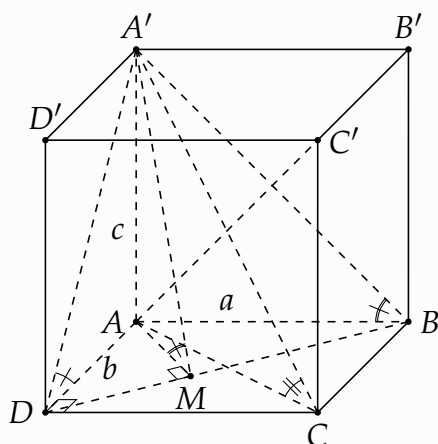
Ví dụ 10

Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B)$ bằng α với $\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- (A) $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

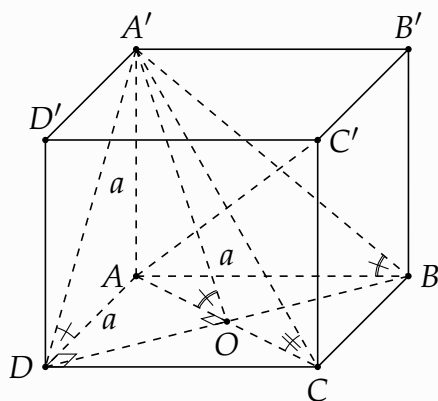
Dạng 2 Khối lăng trụ đứng tứ giác

☑ Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



- ① Các mặt đáy và mặt bên là các hình chữ nhật.
- ② Thể tích $V = AB \cdot AD \cdot AA' = abc$.
- ③ Đường chéo $A'C = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
- ④ Góc giữa $A'B, A'D, A'C$ với $(ABCD)$ lần lượt là $\widehat{A'BA}, \widehat{A'DA}$ và $\widehat{A'CA}$.
- ⑤ Góc giữa $(A'BD)$ với $(ABCD)$ là $\widehat{A'MA}$.
- ⑥ Hình hộp chữ nhật có 3 mặt phẳng đối xứng
- ⑦ Trong trường hợp đáy $ABCD$ là hình vuông thì ta gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều.

☑ Hình lập phương



- ① Các mặt của hình lập phương là hình vuông.
- ② Thể tích $V = AB^3 = a^3$.
- ③ Đường chéo $AC' = A'C = a\sqrt{3}, AC = BD = a\sqrt{2}$.
- ④ Góc giữa $A'B, A'D, A'C$ với $(ABCD)$ lần lượt là $\widehat{A'BA}, \widehat{A'DA}$ và $\widehat{A'CA}$.
- ⑤ Góc giữa $(A'BD)$ với $(ABCD)$ là $\widehat{A'O A}$.
- ⑥ Hình lập phương có 8 mặt phẳng đối xứng

Ví dụ 1

Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng $(A'D'CB)$ tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối hộp chữ nhật là

- Ⓐ $V = a^3$. Ⓑ $V = 3a^3$. Ⓒ $V = \sqrt{3}a^3$. Ⓓ $V = 9a^3$.

Ví dụ 2

Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$ và $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc 30° . Thể tích V của khối hộp chữ nhật là

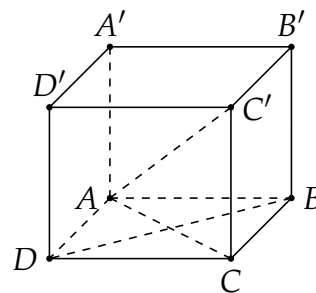
- Ⓐ $V = 3a^3\sqrt{2}$. Ⓑ $V = 2a^3$. Ⓒ $V = a^3\sqrt{2}$. Ⓓ $V = a^3\sqrt{6}$.



Ví dụ 3

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $A'C = 3a$. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

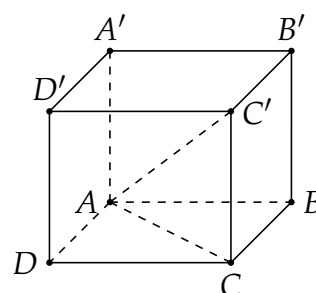
Đáp số: $V = 3a^3\sqrt{3}$.



Ví dụ 4

Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa đường chéo với đáy bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ này theo a .

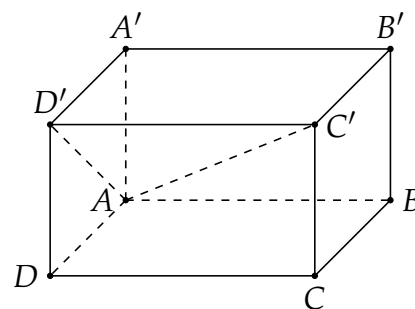
Đáp số: $V = a^3\sqrt{6}$.



Ví dụ 5

Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài AD ; AD' ; AC' lần lượt là 1; 2; 3. Tính thể tích V của khối chóp $A.A'B'C'D'$.

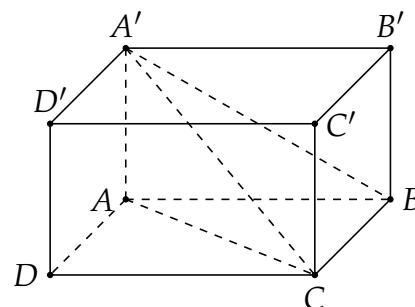
Đáp số: $V = \frac{\sqrt{15}}{3}$.



Ví dụ 6

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a\sqrt{3}$, $A'C$ hợp với $(ABCD)$ một góc bằng 30° , $(A'BC)$ hợp với $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Đáp số: $V = 2a^3\sqrt{6}$.

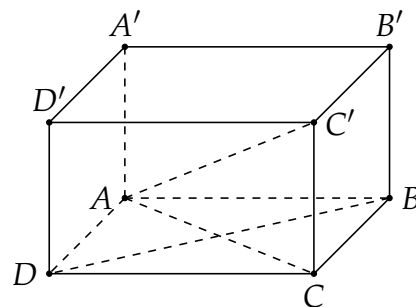




Ví dụ 7

Một hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{DAB} = 120^\circ$ và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

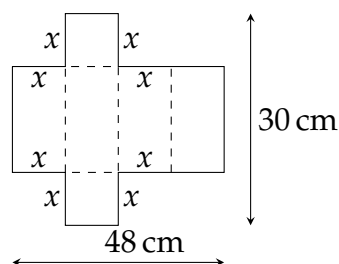
Đáp số: $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.



Ví dụ 8

Người ta cắt một phần của tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $30 \text{ cm} \times 48 \text{ cm}$ để làm thành một cái hộp có nắp như hình vẽ. Tìm x để thể tích của cái hộp lớn nhất.

Đáp số: $x = 6 \text{ cm}$.



Ví dụ 9

Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

(A) $V = 6$.

(B) $V = 8$.

(C) $V = 12$.

(D) $V = 10$.

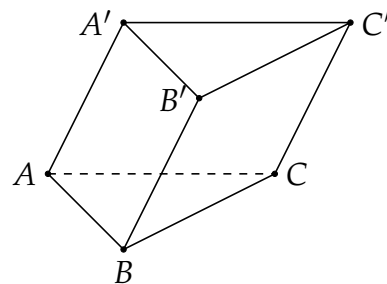
Dạng 3

Khối lăng trụ xiên

Ví dụ 1

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, $AA' = 4a$, AA' tạo với (ABC) một góc bằng 30° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Đáp số: $V = 6\sqrt{3}a^3$.

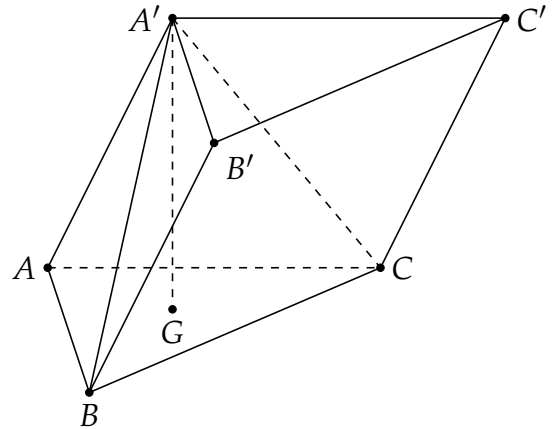




Ví dụ 2

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$. Biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

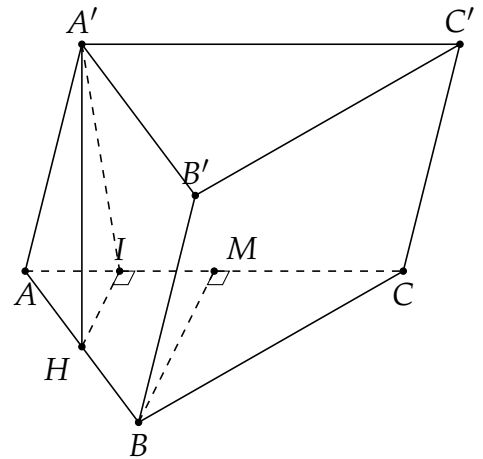
Đáp số: $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.



Ví dụ 3

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống (ABC) là trung điểm của AB . Mặt bên $(ACC'A')$ tạo với đáy góc 45° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

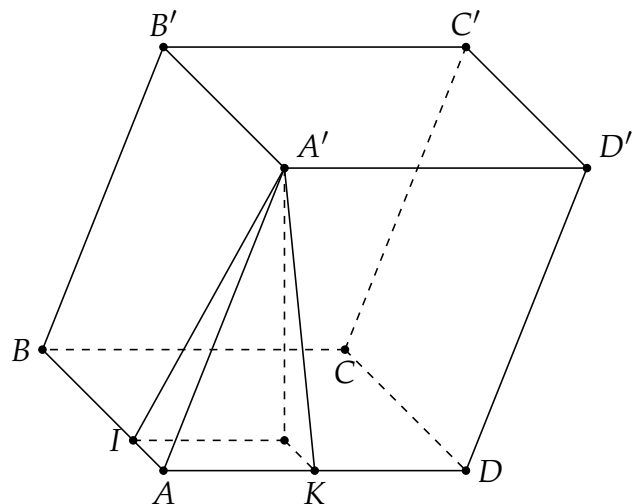
Đáp số: $V = \frac{3a^2}{16}$.



Ví dụ 4

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy những góc 45° và 60° . Tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

Đáp số: $V = 3$.



**Ví dụ 5**

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A \cdot CC'B'$ bằng

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Ví dụ 6

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- Ⓐ $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. Ⓑ $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. Ⓒ $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. Ⓓ $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Ví dụ 7

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $\widehat{ABC} = 30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB , tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- Ⓐ $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$. Ⓑ $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$. Ⓒ $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$. Ⓓ $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$.



C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao là h và diện tích đáy bằng B là

- (A) $V = Bh$. (B) $V = 3Bh$. (C) $V = \frac{1}{6}Bh$. (D) $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 2

Nếu tăng chiều dài hai cạnh đáy của khối hộp chữ nhật lên 10 lần thì thể tích tăng lên bao nhiêu lần?

- (A) 100. (B) 20. (C) 10. (D) 1000.

Câu 3

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Thể tích của khối tứ diện $CA'B'C'$ bằng

- (A) $\frac{2V}{3}$. (B) $\frac{V}{2}$. (C) $\frac{V}{6}$. (D) $\frac{V}{3}$.

Câu 4

Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 3. (C) $6\sqrt{3}$. (D) $3\sqrt{3}$.

Câu 5

Cho hình lập phương có thể tích bằng 27. Diện tích toàn phần của hình lập phương là

- (A) 36. (B) 72. (C) 45. (D) 54.

Câu 6

Tính thể tích của khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $24a^2$.

- (A) $8a^3$. (B) $64a^3$. (C) $4a^3$. (D) a^3 .

Câu 7

Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = \sqrt{6}$.

- (A) $V = 3\sqrt{3}$. (B) $V = 2\sqrt{3}$. (C) $V = \sqrt{2}$. (D) $V = 2\sqrt{2}$.

Câu 8

Tính thể tích hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = 3a$, $AC = 5a$, $AA' = 2a$.

- (A) $12a^3$. (B) $30a^3$. (C) $8a^3$. (D) $24a^3$.

Câu 9

Biết thể tích của khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ bằng 2022. Thể tích khối tứ diện $A'ABC'$ là



(A) 764.

(B) 674.

(C) 1348.

(D) 1011.

Câu 10

Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt là 15 cm^2 , 24 cm^2 , 40 cm^2 . Thể tích của khối hộp đó là

(A) 120 cm^3 .(B) 100 cm^3 .(C) 140 cm^3 .(D) 150 cm^3 .**Câu 11**

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $AA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

(A) $V = 2\sqrt{3}a^3$.(B) $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.(C) $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.(D) $V = 4\sqrt{3}a^3$.**Câu 12**

Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , $A'B = 2a$.

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.(B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.(C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.(D) $V = a^3\sqrt{3}$.**Câu 13**

Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích toàn phần S của lăng trụ là

(A) $S = 3a^2\sqrt{3}$.(B) $S = \frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$.(C) $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.(D) $S = \frac{13a^2\sqrt{3}}{4}$.**Câu 14**

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.(B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.(C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.(D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.**Câu 15**

Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 60. M là một điểm thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $M.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

(A) 10.

(B) 20.

(C) 30.

(D) 40.

Câu 16

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông cân tại B , $BA = BC = a$, $A'B$ tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

(A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.(B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.(C) $\sqrt{3}a^3$.(D) $\frac{a^3}{4}$.



Câu 17

Cho khối lăng trụ và khối chóp có diện tích đáy bằng nhau, chiều cao của khối lăng trụ bằng nửa chiều cao khối chóp. Tỉ số thể tích giữa khối lăng trụ và khối chóp đó là

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{6}$.

Câu 18

Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

(A) 14.

(B) $\frac{28}{3}$.

(C) $\frac{14}{3}$.

(D) 28.

Câu 19

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 30° . Tính thể tích của khối lăng trụ theo a .

(A) $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

(B) $V = a^3\sqrt{6}$.

(C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

(D) $V = \frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 20

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\frac{3a^3}{8}$.

(C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21

Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

(A) $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$.

(B) $\frac{3\sqrt{2}a^3}{48}$.

(C) $\frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

(D) $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$.

Câu 22

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC' . Mặt phẳng (AEF) chia khối trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

(A) 1.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{1}{4}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Câu 23

Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB , góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 60° . Tính theo a độ dài đoạn thẳng AC , biết thể tích khối chóp $B.ABCD$ bằng $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.



Ⓐ $2a\sqrt[3]{2}$.

Ⓑ $\sqrt{2}a$.

Ⓒ $2a$.

Ⓓ $2\sqrt{2}a$.

Câu 24

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác ACC' . Thể tích của khối tứ diện $GABA'$ là

Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$.

Ⓑ $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Ⓒ $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 25

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, hình chiếu của A' xuống mặt đáy (ABC) là trung điểm H của đoạn AC . Biết thể tích khối lăng trụ đã cho là $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

Ⓐ $\frac{a\sqrt{13}}{13}$.

Ⓑ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ⓒ $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Ⓓ $\frac{2a\sqrt{3}}{13}$.

Câu 26

Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích của khối 8 mặt đó là

Ⓐ 10.

Ⓑ $10\sqrt{2}$.

Ⓒ 12.

Ⓓ $\frac{75}{12}$.

Câu 27

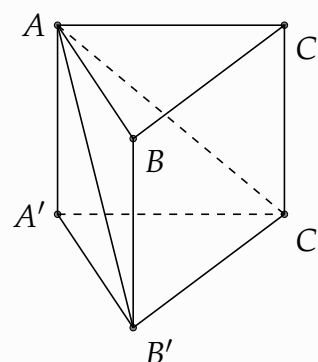
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

Ⓐ $\frac{a^3}{3}$.

Ⓑ $\frac{a^3}{6}$.

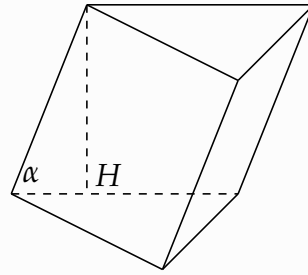
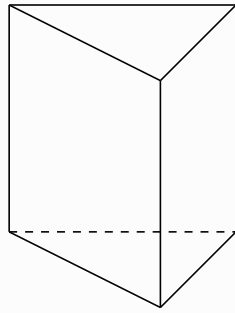
Ⓒ $\frac{a^3}{2}$.

Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Câu 28

Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Người ta ấn (đẩy) lăng trụ đó trở thành một lăng trụ xiên (vẫn giữ nguyên đáy và cạnh bên như hình vẽ) để thể tích giảm đi một nửa lúc ban đầu. Hỏi cạnh bên của lăng trụ xiên lúc này tạo với đáy góc α bằng bao nhiêu?



(A) 60° .

(B) 30° .

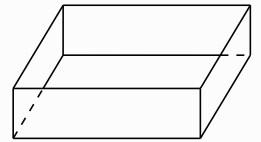
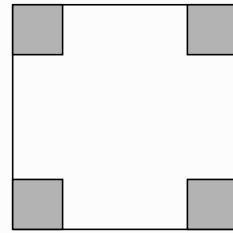
(C) 45° .

(D) 40° .

Câu 29

Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?

(A) 44 cm. (B) 42 cm. (C) 36 cm. (D) 38 cm.



Câu 30

Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Thể tích của khối lăng trụ là V . Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ là

(A) $\sqrt[3]{V}$.

(B) $\sqrt[3]{4V}$.

(C) $\sqrt[3]{2V}$.

(D) $\sqrt[3]{V6}$.

Câu 31

Một công ty muốn thiết kế một loại hộp có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông và thể tích khối hộp được tạo thành là 10 m^3 . Độ dài cạnh đáy của mỗi hộp muốn thiết kế để diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất là

(A) $\sqrt[3]{20} \text{ m}$.

(B) $\sqrt[3]{10} \text{ m}$.

(C) $\sqrt[3]{15} \text{ m}$.

(D) $\sqrt[3]{9} \text{ m}$.

Câu 32

Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$, thể tích của hộp bằng 18 lít. Để tốn ít vật liệu nhất thì kích thước của thùng là

(A) $x = 2; y = 6; z = 1.5$.

(B) $x = 1; y = 3; z = 6$.

(C) $x = 1.5; y = 4.5; z = 2.5$.

(D) $x = 0.5; y = 1.5; z = 24$.

Câu 33

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Tam giác ABC' có diện tích là $\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc α . Tìm α để thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đạt giá trị lớn nhất.

(A) $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{6}}$.

(B) $\alpha = \arctan \sqrt{6}$.

(C) $\alpha = \arctan \sqrt{2}$.

(D) $\alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$.



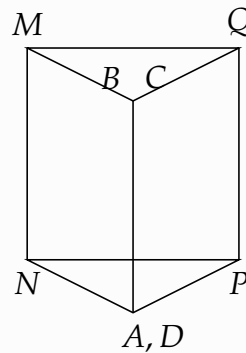
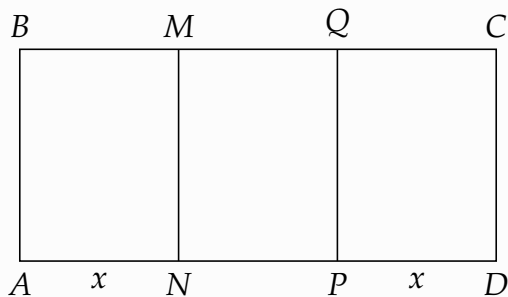
Câu 34

Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ cạnh đáy bằng 1 và chiều cao bằng x . Tìm x để góc tạo bởi đường thẳng B_1D và (B_1D_1C) lớn nhất.

- (A) $x = 1$. (B) $x = 0,5$. (C) $x = 2$. (D) $x = \sqrt{2}$.

Câu 35

Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60\text{cm}$. Ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?



- (A) $x = 30$. (B) $x = 20$. (C) $x = 15$. (D) $x = 25$.

Câu 36

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

- (A) 8. (B) $8\sqrt{2}$. (C) $16\sqrt{2}$. (D) $24\sqrt{3}$.

Câu 37

(THPT Quốc gia 2018) Ông A dự định sử dụng hết $6,5\text{ m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- (A) $2,26\text{ m}^3$. (B) $1,61\text{ m}^3$. (C) $1,33\text{ m}^3$. (D) $1,50\text{ m}^3$.

Câu 38

(THPT Quốc gia 2018) Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- (A) $9,7.a$ (đồng). (B) $97,03.a$ (đồng). (C) $90,7.a$ (đồng). (D) $9,07.a$ (đồng).

**Câu 39**

Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/ m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

- (A) 36 triệu đồng. (B) 75 triệu đồng. (C) 46 triệu đồng. (D) 51 triệu đồng.

Câu 40

Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15 cm và 5 cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

- (A) 1500 ml. (B) $750\sqrt{3}$ ml. (C) $600\sqrt{6}$ ml. (D) 1800 ml.



§5. PHÂN CHIA KHỐI ĐA DIỆN, TỈ SỐ THỂ TÍCH

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Tính thể tích 1 phần của khối đa diện

Tính thể tích 1 phần của khối đa diện

Khi phân chia một khối đa diện thành nhiều khối nhỏ. Muốn tính thể tích một phần khối nhỏ đó, ta thường dùng một trong hai cách sau:

✔ **Cách 1.** Giả sử khối lớn có thể tích V và được phân làm ba mảnh có thể tích lần lượt là V_1 , V_2 và V_3 . Khi đó $V_2 = V - V_1 - V_3$.

✔ **Cách 2.** So sánh thể tích V_0 của phần khối nhỏ cần tính so với thể tích V của khối lớn.

① Nếu thể tích giảm k lần thì $V_0 = \frac{1}{k}V$.

② Nếu diện tích mặt đáy giảm m lần, chiều cao giảm n lần thì $V_0 = \frac{1}{m.n}V$.

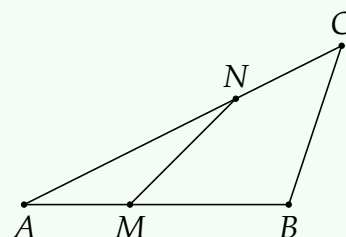
③ Nếu phép đồng dạng tỉ số k biến khối H thành khối H_0 thì $V_{H_0} = k^3 \cdot V_H$.

2. Công thức tỉ số diện tích, tỉ số thể tích (dùng để so sánh tỉ số của phần nhỏ so với tổng thể)

Tỉ số diện tích trong tam giác.

Theo hình bên thì

$$\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC}$$

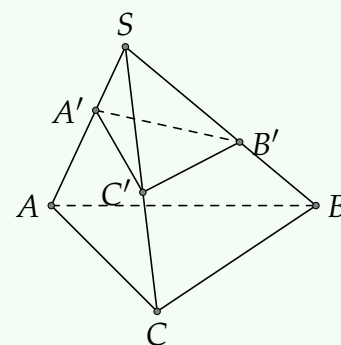


Tỉ số thể tích trong khối chóp.



Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, trên các tia SA , SB , SC lấy các điểm A' , B' , C' không trùng với điểm S khi đó ta có công thức sau

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

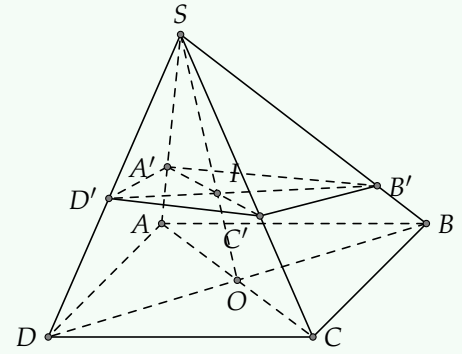




- ☑ Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD của hình chóp lần lượt tại các điểm A', B', C', D' . Đặt $\frac{SA'}{SA} = x, \frac{SB'}{SB} = y, \frac{SC'}{SC} = z, \frac{SD'}{SD} = t$. Khi đó

• Công thức 1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{y} + \frac{1}{t}$.

• Công thức 2. $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{xyzt}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right)$.

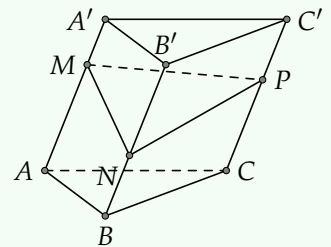


Tỉ số thể tích trong khối lăng trụ.



Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, M, N, P lần lượt là các điểm thuộc cạnh AA', BB', CC' . Khi đó ta có:

$$\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'} \right).$$

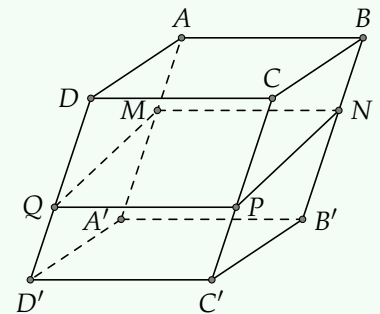


- ☑ Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AA', BB', CC', DD' . Khi đó ta có công thức:

• Công thức 1. $\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} = \frac{BN}{BB'} + \frac{DQ}{DD'}$.

• Công thức 2.

$$\frac{V_{ABCD.MNPQ}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2} \left(\frac{AM}{AA'} + \frac{CP}{CC'} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{BN}{BB'} + \frac{DQ}{DD'} \right).$$



B MỘT SỐ VÍ DỤ MINH HỌA

Dạng 1 Tỉ số thể tích trong khối chóp

Ví dụ 1

Cho khối chóp $SABC$ có thể tích V , nếu giữ nguyên chiều cao và tăng độ dài mỗi cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được bằng bao nhiêu?

Đáp số: $9V$

Ví dụ 2

Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính



theo V có giá trị là

(A) $4V$.

(B) $6V$.

(C) $12V$.

(D) $8V$.

Ví dụ 3

Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB$, $NA = 2NC$, $PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

(A) $4V$.

(B) $6V$.

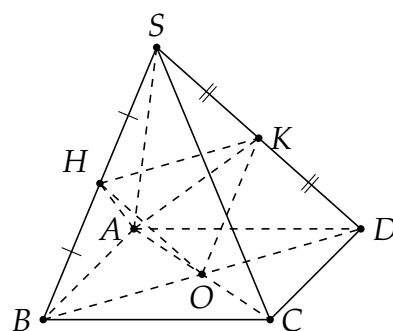
(C) $12V$.

(D) $8V$.

Ví dụ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Gọi H và K lần lượt là trung điểm SB và SD . Tính tỉ số thể tích

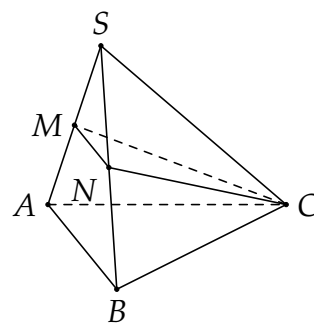
$$k = \frac{V_{OAHK}}{V_{S.ABCD}}.$$



Ví dụ 5

Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA , SB . Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

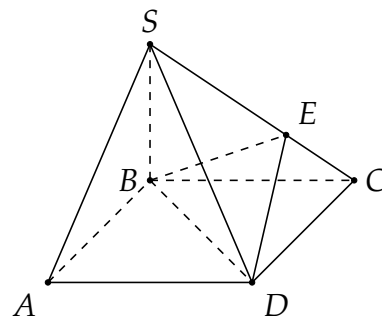
Đáp số: 4.



Ví dụ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

$$\text{Đáp số: } V = \frac{1}{3}.$$

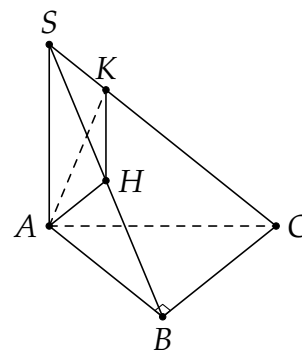




Ví dụ 7

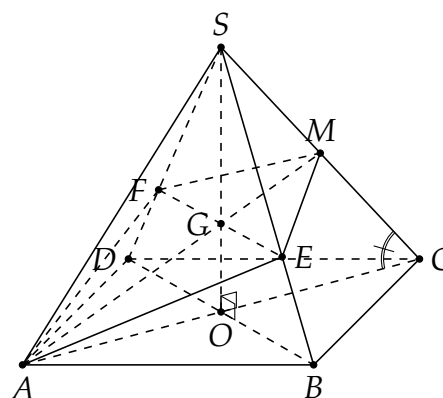
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính thể tích hình chóp $S.AHK$.

Đáp số: $\frac{8a^3}{45}$.



Ví dụ 8

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa cạnh bên với đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng qua AM đồng thời song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại E và F . Tính thể tích khối chóp $S.AEMF$ theo a .



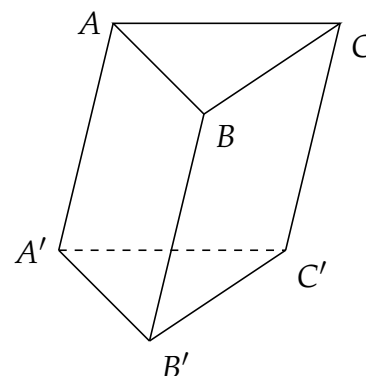
Dạng 2 Tỷ số thể tích trong khối lăng trụ

Nếu khối chóp và khối lăng trụ có cùng mặt đáy và chiều cao thì $V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3}V_{\text{trụ}}$.

Ví dụ 1

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V cạnh bên bằng $2a$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm trên cạnh AA', BB', CC' thỏa mãn $MA = \frac{1}{2}AA', NB = \frac{1}{3}BB', PC = \frac{1}{3}CC'$. V_1 là thể tích khối đa diện $ABC.MNP$. Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V}$.

Đáp số: $k = \frac{1}{18}$.

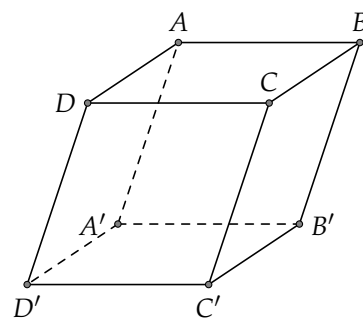




Ví dụ 2

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AA', BB', CC', DD' thỏa mãn: M là trung điểm AA' , $NB = \frac{1}{2}NB'$, P là trung điểm CC' , $QD = \frac{2}{3}DD'$. V_1 là thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$. Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V}$.

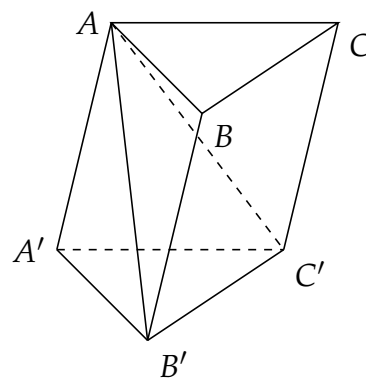
Đáp số: $k = \frac{1}{2}$.



Ví dụ 3

Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Tính thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ theo V .

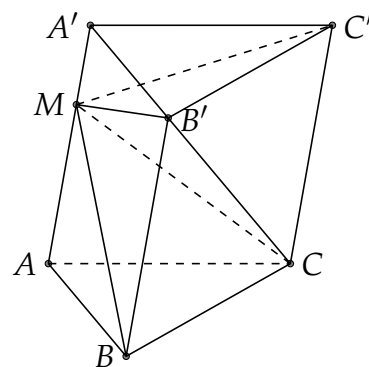
Đáp số: $\frac{2}{3}V$.



Ví dụ 4

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AA' . Tính thể tích của khối đa diện $M.BCC'B'$ theo V .

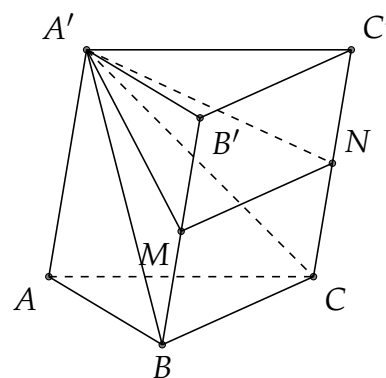
Đáp số: $\frac{2V}{3}$.





Ví dụ 5

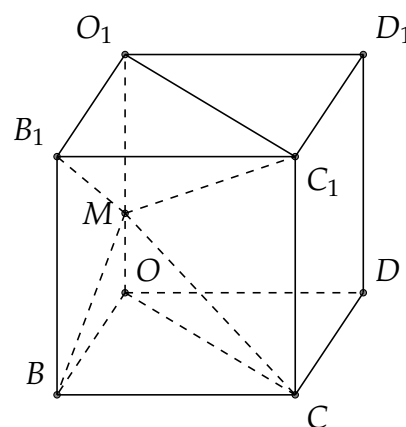
Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3 . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh bên BB', CC' . Tính thể tích V của khối chóp $A'.B'C'NM$.



Ví dụ 6

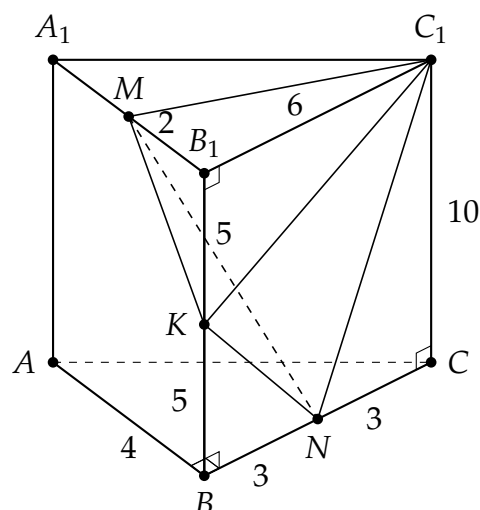
Cho hình lập phương $OBCD.O_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a , M là điểm bất kỳ thuộc đoạn OO_1 . Tính tỉ số thể tích hình chóp $MBCC_1B_1$ và hình lăng trụ $OBCO_1B_1C_1$.

Đáp số: $\frac{2}{3}$.



Ví dụ 7

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4$, $BC = 6$; chiều cao của lăng trụ bằng 10. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB_1, A_1B_1, BC . Tính thể tích khối tứ diện C_1KMN .





C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1

Cho một khối chóp có thể tích bằng V . Khi giảm diện tích đa giác đáy xuống 3 lần thì thể tích khối chóp lúc đó bằng

(A) $\frac{V}{9}$.

(B) $\frac{V}{6}$.

(C) $\frac{V}{3}$.

(D) $\frac{V}{27}$.

Câu 2

Nếu ba kích thước của một khối hộp chữ nhật tăng lên 4 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

(A) 64 lần.

(B) 16 lần.

(C) 192 lần.

(D) 4 lần.

Câu 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° , M là trung điểm BC . Tính thể tích hình chóp $S.ABMD$.

(A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

(B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

(C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

(D) $V = a^3\sqrt{3}$.

Câu 4

Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Tính tỉ số thể tích

$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}}$.

(A) $\frac{1}{2}$.

(B) 2.

(C) $\frac{1}{4}$.

(D) 4.

Câu 5

Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Điểm M là trung điểm đoạn thẳng AB , N nằm giữa đoạn AC sao cho $AN = 2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V}$.

(A) $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}$.

(B) $\frac{V_1}{V} = \frac{2}{3}$.

(C) $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.

(D) $\frac{V_1}{V} = \frac{1}{6}$.

Câu 6

Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

(A) 3.

(B) $\frac{1}{3}$.

(C) $\frac{2}{3}$.

(D) $\frac{3}{2}$.

Câu 7

Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V . Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $\frac{V}{2}$.

(B) $\frac{V}{3}$.

(C) $\frac{V}{4}$.

(D) $\frac{V}{8}$.

Câu 8

Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích V . Gọi I là trung điểm của cạnh đáy BC . Tính thể tích của khối chóp $S.ABI$ theo V .

(A) V .

(B) $\frac{V}{2}$.

(C) $\frac{V}{3}$.

(D) $\frac{V}{4}$.

Câu 9

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\frac{1}{4}$.

(B) $\frac{1}{36}$.

(C) $\frac{1}{8}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Câu 10

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

(A) $\frac{5a^3}{54}$.

(B) $\frac{4a^3}{9}$.

(C) $\frac{2a^3}{9}$.

(D) $\frac{4a^3}{27}$.

Câu 11

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , mặt phẳng (α) đi qua AG và song song với BC cắt SB, SC lần lượt tại M và N . Tính thể tích V của khối chóp $S.AMN$.

(A) $V = \frac{a^3}{9}$.

(B) $V = \frac{a^3}{6}$.

(C) $V = \frac{2a^3}{27}$.

(D) $V = \frac{2a^3}{9}$.

Câu 12

Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích của khối đa diện $A'ABC'D'$.

Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

(A) $\frac{V'}{V} = \frac{2}{5}$.

(B) $\frac{V'}{V} = \frac{2}{7}$.

(C) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.

(D) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

Câu 13

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Điểm M nằm trên cạnh AA' sao cho $AM = 2MA'$. Gọi V' là thể tích của khối chóp $M.BCC'B'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

(A) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$.

(B) $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

(C) $\frac{V'}{V} = \frac{3}{4}$.

(D) $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

**Câu 14**

Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 36. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{2}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) (trong đó (H_1) là đa diện có chứa đỉnh A). Tính thể tích của khối đa diện (H_1) .

- (A) 15. (B) 18. (C) 24. (D) 16.

Câu 15

Cho khối chóp $S.ABC$ với tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Giả sử I là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SI = \frac{1}{3}SB$. Tính thể tích khối tứ diện $SAIC$.

- (A) $\frac{a^3}{6}$. (B) $\frac{2a^3}{3}$. (C) $\frac{a^3}{9}$. (D) $\frac{a^3}{3}$.

Câu 16

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = 2AB$, $SA \perp (ABCD)$ và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = AB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ABC$ thì $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- (A) $\frac{1}{8}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{1}{6}$.

Câu 17

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SB và G là trọng tâm của tam giác SBC . Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $M.ABC$ và $G.ABD$, tính tỉ số $\frac{V}{V'}$

- (A) $\frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$. (B) $\frac{V}{V'} = \frac{4}{3}$. (C) $\frac{V}{V'} = \frac{5}{3}$. (D) $\frac{V}{V'} = \frac{2}{3}$.

Câu 18

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, A'C', BB'$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

- (A) $\frac{5}{24}V$. (B) $\frac{1}{4}V$. (C) $\frac{7}{24}V$. (D) $\frac{1}{3}V$.

Câu 19

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

- (A) $V = 12\sqrt{3}$. (B) $V = 16\sqrt{3}$. (C) $V = \frac{28\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \frac{40\sqrt{3}}{3}$.



Câu 20

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$) và $SA = a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k, 0 < k < 1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- Ⓐ $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. Ⓑ $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$. Ⓒ $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$. Ⓓ $k = \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 21

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện $S.A'B'C'D'$.

- Ⓐ $V = 4$. Ⓑ $V = 9$. Ⓒ $V = \frac{3}{2}$. Ⓓ $V = 6$.

Câu 22

Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- Ⓐ $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. Ⓑ $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. Ⓒ $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$. Ⓓ $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 23

Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Thể tích khối đa diện $ABCDMN$.

- Ⓐ $V = a^3$. Ⓑ $V = 3a^3$. Ⓒ $V = \frac{15a^3}{2}$. Ⓓ $V = \frac{5a^3}{2}$.

Câu 24

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$ theo a .

- Ⓐ $\frac{a^3}{3}$. Ⓑ $\frac{a^3}{2}$. Ⓒ a^3 . Ⓓ $2a^3$.

Câu 25

Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB$, $NA = 2NC$, $PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

- Ⓐ $4V$. Ⓑ $6V$. Ⓒ $12V$. Ⓓ $8V$.

**Câu 26**

Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích là $\frac{9}{4}$ thì độ dài mỗi cạnh bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) $\sqrt[3]{243}$. (C) $3\sqrt{3}$. (D) 3.

Câu 27

Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

- (A) 2. (B) 8. (C) 4. (D) 6.

Câu 28

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện $S.A'B'C'D'$.

- (A) $V = 4$. (B) $V = 9$. (C) $V = \frac{3}{2}$. (D) $V = 6$.

Câu 29

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA', SB = 3SB'$ và $SC = 4SC'$. Gọi V' và V lần lượt là thể tích của khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{12}$. (C) $\frac{1}{24}$. (D) $\frac{1}{9}$.

Câu 30

Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Gọi M là trung điểm SA , điểm N trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $S.BMN$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31

Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là $3V$. Tính thể tích khối đa diện $ABCA'C'$ theo V .

- (A) $2V$. (B) V . (C) $\frac{3V}{2}$. (D) $\frac{2V}{3}$.

Câu 32

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' . Mặt phẳng $(A'MD)$ chia hình lập phương thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện trên.



A $\frac{7}{17}$.

B $\frac{8}{17}$.

C $\frac{9}{17}$.

D $\frac{10}{17}$.

Câu 33

Nếu độ dài cạnh của một hình lập phương tăng gấp k lần, với $k \in \mathbb{R}$ thì thể tích của nó tăng lên gấp bao nhiêu lần?

A k^2 lần.

B k lần.

C k^3 lần.

D $\frac{k^3}{3}$ lần.

Câu 34

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = 2AB$, $SA \perp (ABCD)$ và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = AB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ABC$ thì $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\frac{1}{8}$.

B $\frac{1}{2}$.

C $\frac{1}{4}$.

D $\frac{1}{6}$.

Câu 35

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC = 2AB$, $SA \perp (ABCD)$ và M là điểm trên cạnh AD sao cho $AM = AB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABM$ và $S.ABC$ thì $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\frac{1}{8}$.

B $\frac{1}{2}$.

C $\frac{1}{4}$.

D $\frac{1}{6}$.

—HẾT—



§6. MỘT SỐ ĐỀ ÔN TẬP

A ĐỀ ÔN SỐ 1

Câu 1

Thể tích của một khối chóp có diện tích đáy bằng 4 dm^2 và chiều cao bằng 6 dm là

- (A) 4 dm^3 . (B) 24 dm^3 . (C) 12 dm^3 . (D) 8 dm^3 .

Câu 2

Thể tích của một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- (A) $V = 3Bh$. (B) $V = \frac{1}{3}Bh$. (C) $V = Bh$. (D) $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 3

Tính thể tích V của khối lập phương có cạnh bằng 2 cm .

- (A) $V = 8 \text{ cm}^3$. (B) $V = 4 \text{ cm}^3$. (C) $V = 2 \text{ cm}^3$. (D) $V = 16 \text{ cm}^3$.

Câu 4

Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a .

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (B) a^3 . (C) $\frac{a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 5

Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết thể tích của khối chóp $C'.ABC$ bằng a^3 .

- (A) $V = \frac{a^3}{9}$. (B) $V = 3a^3$. (C) $V = \frac{a^3}{3}$. (D) $V = 9a^3$.

Câu 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$; $AD = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy ($ABCD$) và $SA = a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = 6a^3$. (B) $V = a^3$. (C) $V = 3a^3$. (D) $V = 2a^3$.

Câu 7

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a, OB = b, OC = c$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

- (A) abc . (B) $\frac{abc}{3}$. (C) $\frac{abc}{2}$. (D) $\frac{abc}{6}$.

Câu 8

Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

- ☐ A $V_1 = 4V_2$.
 ☐ B $V_1 = 6V_2$.
 ☐ C $V_1 = 2V_2$.
 ☐ D $V_1 = 8V_2$.

Câu 9

Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ bằng

- ☐ A $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.
 ☐ B $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
 ☐ C $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$.
 ☐ D $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 10

Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Thể tích của khối lập phương đó là

- ☐ A 145.
 ☐ B 125.
 ☐ C 25.
 ☐ D 625.

Câu 11

Cho khối lăng trụ có thể tích bằng 58 cm^3 và diện tích đáy bằng 16 cm^2 . Chiều cao của lăng trụ là

- ☐ A $\frac{8}{87} \text{ cm}$.
 ☐ B $\frac{87}{8} \text{ cm}$.
 ☐ C $\frac{8}{29} \text{ cm}$.
 ☐ D $\frac{29}{8} \text{ cm}$.

Câu 12

Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 60. M là một điểm thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $M.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

- ☐ A 10.
 ☐ B 20.
 ☐ C 30.
 ☐ D 40.

Câu 13

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° và $SC = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- ☐ A $V = \frac{4a^3}{3}$.
 ☐ B $V = \frac{a^3 8\sqrt{6}}{3}$.
 ☐ C $V = 2\sqrt{3}a^3$.
 ☐ D $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14

Cho khối chóp tứ giác đều, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp đó là

- ☐ A $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.
 ☐ B $V = \frac{a^3}{6}$.
 ☐ C $V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$.
 ☐ D $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 15

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- ☐ A $V = a^3$.
 ☐ B $V = \frac{a^3}{3}$.
 ☐ C $V = \frac{a^3}{6}$.
 ☐ D $V = \frac{a^3}{2}$.

**Câu 16**

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' lên (ABC) trùng với trung điểm của BC . Thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$, độ dài cạnh bên của khối lăng trụ là

- (A) $a\sqrt{6}$. (B) $2a$. (C) a . (D) $a\sqrt{3}$.

Câu 17

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2AB = 2a$. Gọi H là trung điểm của AD , biết SH vuông góc với mặt phẳng đáy và độ dài đoạn thẳng $SA = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{4a^3}{3}$. (B) $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 18

Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết thể tích của khối chóp $A'.ABC$ bằng 12. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- (A) 144. (B) 24. (C) 36. (D) 72.

Câu 19

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20

Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$ và mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a . Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng.

- (A) $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{27}$.

Câu 21

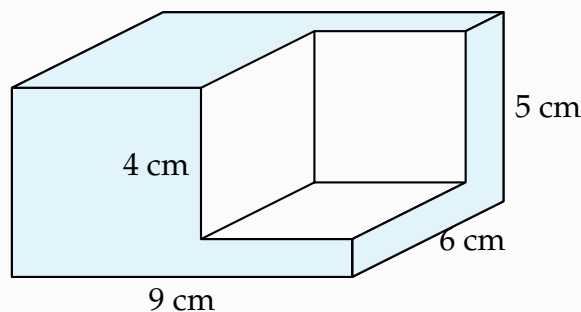
Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB . Tính tỉ số thể tích

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}}.$$

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 2. (C) $\frac{1}{4}$. (D) 4.

Câu 22

Một khối gỗ dạng hình hộp chữ nhật có các kích thước $(9 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm})$ như hình vẽ. Người ta cắt đi một phần khúc gỗ có dạng hình lập phương cạnh bằng 4 cm. Tính thể tích phần gỗ còn lại.



- Ⓐ 206 cm^3 . Ⓑ 145 cm^3 . Ⓒ 54 cm^3 . Ⓓ 262 cm^3 .

Câu 23

Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

- Ⓐ $\sqrt[3]{180^2} \text{ cm}$. Ⓑ $\sqrt[3]{360} \text{ cm}$. Ⓒ $\sqrt[3]{180} \text{ cm}$. Ⓓ $\sqrt[3]{720} \text{ cm}$.

Câu 24

Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD, BCD . Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

- Ⓐ $\frac{V}{27}$. Ⓑ $\frac{V}{9}$. Ⓒ $\frac{4V}{27}$. Ⓓ $\frac{4V}{9}$.

Câu 25

Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$, mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Ⓒ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

—HẾT—

B. ĐỀ ÔN SỐ 2

Câu 1

Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- Ⓐ Hai khối chóp tứ giác.
Ⓑ Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
Ⓒ Hai khối chóp tam giác.
Ⓓ Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

Câu 2

Hình hộp chữ nhật có ba kích thước khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- Ⓐ 3 mặt phẳng. Ⓑ 4 mặt phẳng. Ⓒ 1 mặt phẳng. Ⓓ 6 mặt phẳng.



Câu 3

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy 156 cm^2 và chiều cao $h = 0,3 \text{ m}$ bằng

- (A) $\frac{234}{5} \text{ cm}^3$. (B) $\frac{78}{5} \text{ cm}^3$. (C) 1560 cm^3 . (D) 156 cm^3 .

Câu 4

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{a^3}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5

Diện tích một mặt của một hình lập phương là 9. Thể tích khối lập phương là

- (A) 9. (B) 27. (C) 81. (D) 729.

Câu 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy ($ABCD$). Biết $AB = a$, $AD = 3a$, $SA = 2a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = 3a^3$. (B) $V = 2a^3$. (C) $V = a^3$. (D) $V = 6a^3$.

Câu 7

Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 50 m. Lượng nước trong hồ cao 1,5 m. Thể tích nước trong hồ là

- (A) 1875 m^3 . (B) 2500 m^3 . (C) 1250 m^3 . (D) 3750 m^3 .

Câu 8

Nếu cạnh của hình lập phương tăng lên gấp 2 lần thì thể tích của hình lập phương đó sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

- (A) 9. (B) 6. (C) 8. (D) 4.

Câu 9

Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ bằng bao nhiêu?

- (A) 100. (B) 20. (C) 64. (D) 80.

Câu 10

Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh $2a$?

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. (B) $2\sqrt{2}a^3$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.



Câu 11

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- ☐ A $V = a^3$.
 ☐ B $V = \frac{a^3}{3}$.
 ☐ C $V = \frac{a^3}{6}$.
 ☐ D $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 12

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$, SA vuông góc với mặt đáy, cạnh SC hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- ☐ A $V = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.
 ☐ B $V = \frac{\sqrt{15}a^3}{3}$.
 ☐ C $V = \frac{2\sqrt{15}a^3}{9}$.
 ☐ D $V = \frac{\sqrt{15}a^3}{9}$.

Câu 13

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a .

- ☐ A $V = \frac{\sqrt{26}a^3}{12}$.
 ☐ B $V = \frac{\sqrt{78}a^3}{12}$.
 ☐ C $V = \frac{\sqrt{26}a^3}{3}$.
 ☐ D $V = \frac{\sqrt{78}a^3}{3}$.

Câu 14

Cho hình hộp chữ nhật có độ dài đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$. Tính thể tích của hình hộp đã cho.

- ☐ A $V = 6$.
 ☐ B $V = 4$.
☐ C $V = 8$.
 ☐ D $V = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{18}}{6}$.

Câu 15

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$. Biết lăng trụ có thể tích $V = 2a^3$. Tính khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ theo a .

- ☐ A $d = 3a$.
 ☐ B $d = a$.
 ☐ C $d = 6a$.
 ☐ D $d = 2a$.

Câu 16

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , thể tích bằng $\frac{3a^3}{4}$. Tính độ dài cạnh AB' .

- ☐ A $3\sqrt{3}a$.
 ☐ B $3\sqrt{7}a$.
 ☐ C $2a$.
 ☐ D $\sqrt{3}a$.

Câu 17

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Biết góc tạo với hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60° , tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- ☐ A $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.
 ☐ B $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.
 ☐ C $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.
 ☐ D $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Câu 18

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hai mặt bên (SAB) , (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SC = a\sqrt{3}$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 19

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$. Biết $SA \perp (ABC)$ và SB tạo với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{48}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 20

Tính thể tích V của khối lập phương có các đỉnh là trọng tâm các mặt của khối bát diện đều cạnh a .

- (A) $V = \frac{8a^3}{27}$. (B) $V = \frac{a^3}{27}$. (C) $V = \frac{16a^3\sqrt{2}}{27}$. (D) $V = \frac{2a^3}{27}$.

Câu 21

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- (A) $36a^3$. (B) $6a^3$. (C) $36a^6$. (D) $6a^2$.

Câu 22

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{a^3}{6}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 23

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp trong nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$, biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, (SBC) hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $\frac{3R^3}{4}$. (B) $3R^3$. (C) $\frac{3R^3}{6}$. (D) $\frac{3R^3}{2}$.

Câu 24

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' . Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần, đặt V_1 là thể tích của phần đa diện chứa điểm B , V_2 là phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = 2$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = 3$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$.



Câu 25

Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x : y = 1 : 3$ và thể tích của hộp bằng $18 \text{ (dm}^3\text{)}$. Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x + y + z$ bằng

(A) $\frac{26}{3}$.

(B) 10.

(C) $\frac{19}{2}$.

(D) 26.

—HẾT—

C ĐỀ ÔN SỐ 3

Câu 1

Trung điểm của tất cả các cạnh của hình tứ diện đều là đỉnh khối đa diện nào?

(A) Hình hộp chữ nhật.

(B) Hình bát diện đều.

(C) Hình lập phương.

(D) Hình tứ diện đều.

Câu 2

Hình lập phương thuộc loại khối đa diện đều nào?

(A) $\{5; 3\}$.

(B) $\{3; 4\}$.

(C) $\{4; 3\}$.

(D) $\{3; 5\}$.

Câu 3

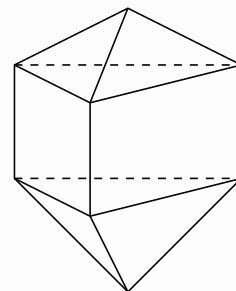
Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên.

(A) 11.

(B) 10.

(C) 12.

(D) 9.



Câu 4

Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 5.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 5

Cho hình chóp có thể tích V , diện tích mặt đáy là S . Chiều cao h tương ứng của hình chóp là

(A) $h = \frac{3V}{S}$.

(B) $h = \frac{3S}{V}$.

(C) $h = \frac{V}{S}$.

(D) $h = \frac{3V}{S^2}$.

Câu 6

Kim tự tháp Ê-kốp ở Ai Cập được xây dựng khoảng 2500 năm trước công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp đều có chiều cao bằng 147 m, cạnh đáy bằng 230 m. Tính thể tích của kim tự tháp Ê-Kốp.

(A) $11270 \text{ (m}^3\text{)}$.

(B) $7776300 \text{ (m}^3\text{)}$.

(C) $3068200 \text{ (m}^3\text{)}$.

(D) $2592100 \text{ (m}^3\text{)}$.



Câu 7

Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Tính thể tích khối chóp $A.BCC'B'$.

- (A) $V = 20$. (B) $V = 10$. (C) $V = 25$. (D) $V = 15$.

Câu 8

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh $B'C'$ và CD . Tính thể tích khối tứ diện $OO'MN$.

- (A) $\frac{a^3}{8}$. (B) a^3 . (C) $\frac{a^3}{12}$. (D) $\frac{a^3}{24}$.

Câu 9

Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{1}{3}a^3$. (B) $\frac{1}{2}a^3$. (C) $\frac{1}{6}a^3$. (D) $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 10

Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a .

- (A) $V = 3a^3$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (C) $V = a^3$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $AA' = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

- (A) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. (B) $V = a^3\sqrt{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. (D) $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 12

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $AB = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh SC hợp với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- (A) $a^3\sqrt{2}$. (B) $\frac{a^3}{4}$. (C) $3a^3$. (D) $\frac{a^3}{2}$.

Câu 13

Cần xây một hồ cá có dạng hình hộp chữ nhật với đáy có các cạnh 40 cm và 30 cm. Để trang trí người ta đặt vào đó một quả cầu thủy tinh có bán kính 5 cm. Sau đó đổ đầy hồ 30 lít nước. Hỏi chiều cao của hồ cá là bao nhiêu cm? (Lấy chính xác đến chữ số thập phân thứ 2).

- (A) 25,66. (B) 24,55. (C) 24,56. (D) 25,44.



Câu 14

Cho hình hộp chữ nhật có đường chéo $d = \sqrt{21}$. Độ dài kích thước của hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội $q = 2$. Thể tích của khối hộp chữ nhật là

- Ⓐ $V = \frac{8}{3}$. Ⓑ $V = 8$. Ⓒ $V = \frac{4}{3}$. Ⓓ $V = 6$.

Câu 15

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- Ⓐ $V = 40$. Ⓑ $V = 24$. Ⓒ $V = 32$. Ⓓ $V = 192$.

Câu 16

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Ⓒ $\frac{a^3}{4}$. Ⓓ $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 17

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , đường chéo của mặt bên $ABB'A'$ là $AB' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đó là

- Ⓐ $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. Ⓑ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 18

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- Ⓐ $\frac{a^3}{6}$. Ⓑ $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Ⓒ $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. Ⓓ $\frac{a^3}{12}$.

Câu 19

Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích là V , gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh bên SB và SC . Tính thể tích V' của khối chóp $S.AIJ$ theo V .

- Ⓐ $V' = \frac{V}{2}$. Ⓑ $V' = \frac{V}{4}$. Ⓒ $V' = \frac{V}{3}$. Ⓓ $V' = \frac{2V}{3}$.

Câu 20

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60° . Biết diện tích của $\triangle A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- Ⓐ $V = 3a^3$. Ⓑ $V = a^3\sqrt{3}$. Ⓒ $V = \frac{2a^3}{3}$. Ⓓ $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Câu 21

Tính thể tích V của khối chóp $C'.ABC$ biết thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng a^3 .

- (A) $V = 3a^3$. (B) $V = \frac{a^3}{3}$. (C) $V = \frac{a^3}{9}$. (D) $V = 9a^3$.

Câu 22

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết rằng $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = AB = 2a$, $BC = \frac{3a}{2}$. Gọi I là trung điểm cạnh đáy AB . Tính thể tích V của khối chóp $S.ICD$.

- (A) $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{2}$. (B) $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{6}$. (D) $V = \frac{7a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 23

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

- (A) $V = \frac{a^3}{2}$. (B) $V = \frac{3a^3}{2}$. (C) $V = \frac{a^3}{6}$. (D) $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 24

Một phòng học có dạng một hình hộp chữ nhật có chiều dài là 8 m, chiều rộng là 6 m, thể tích là 192 m^3 . Người ta muốn quét vôi trần nhà và bốn bức tường phía trong phòng. Biết diện tích các cửa bằng 10 m^2 , hãy tính diện tích cần quét vôi bằng m^2 .

- (A) 144. (B) 96. (C) 150. (D) 182.

Câu 25

Ông Bình đặt thợ làm một bể cá, nguyên liệu bằng kính trong suốt, không có nắp đáy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được 220500 cm^3 nước. Biết tỉ lệ giữa chiều cao và chiều rộng của bể bằng 3. Xác định diện tích đáy của bể cá để tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất.

- (A) 2220 cm^2 . (B) 1880 cm^2 . (C) 2100 cm^2 . (D) 2200 cm^2 .

—HẾT—

Chương

2

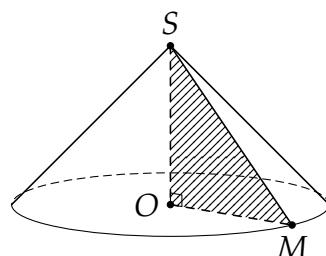
MẶT NÓN, MẶT TRỤ VÀ MẶT CẦU

§1. MẶT NÓN – KHỐI NÓN

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Mặt nón, hình nón, khối nón

- ✓ Khi quay đoạn SM quanh trục cố định SO , ta được **mặt nón**.
- ✓ Khi quay đường gấp khúc SMO quanh trục cố định SO , ta được **hình nón**.
- ✓ Hình nón và phần không gian bên trong nó tạo thành **khối nón**.



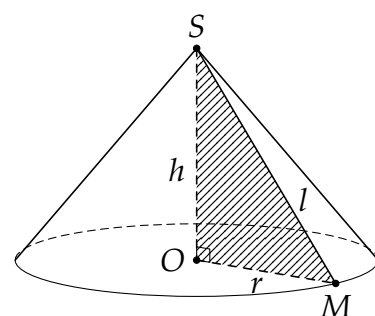
2. Các công thức tính

- ✓ Các đại lượng cần nhớ

- $SM = l$ là đường sinh;
- $SO = h$ là đường cao;
- $OM = r$ là bán kính đáy.

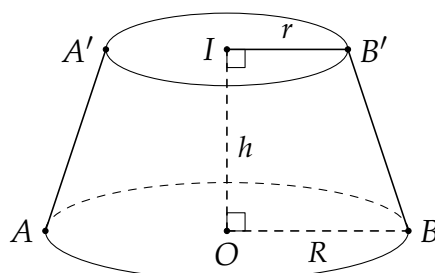
- ① Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l$;
- ② Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$;
- ③ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$;

- ✓ Khi đó ④ Thể tích: $V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.



3. Khối nón cụt

- ① Đường cao $OI = h$;
- ② Bán kính đáy lớn $OB = R$;
- ③ bán kính đáy nhỏ $IB' = r$;
- ④ Thể tích: $V_{\text{cụt}} = \frac{1}{3} \pi (R^2 + r^2 + R \cdot r) h$.





B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Xác định các yếu tố cơ bản của hình nón, khối nón

- ① Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl$;
- ② Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$;
- ③ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_d$;
- ④ Thể tích: $V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.
- ⑤ Mối quan hệ giữa đường sinh, đường cao và bán kính $l^2 = r^2 + h^2$

Ví dụ 1

Cho khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- Ⓐ $V = 16\pi\sqrt{3}$. Ⓑ $V = 12\pi$. Ⓒ $V = 4$. Ⓓ $V = 4\pi$.

Ví dụ 2

Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và có bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- Ⓐ $2a\sqrt{2}$. Ⓑ $3a$. Ⓒ $2a$. Ⓓ $\frac{3a}{2}$.

Ví dụ 3

Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12.

- Ⓐ 90π . Ⓑ 65π . Ⓒ 60π . Ⓓ 65 .

Ví dụ 4

Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng

- Ⓐ $l = 2a$. Ⓑ $l = a$. Ⓒ $l = 4a$. Ⓓ $l = a\sqrt{3}$.

Ví dụ 5

Cho một hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng $2a$, diện tích toàn phần của hình nón trên là

- Ⓐ $S_{tp} = 10\pi a^2$. Ⓑ $S_{tp} = 8\pi a^2$. Ⓒ $S_{tp} = 20\pi a^2$. Ⓓ $S_{tp} = 12\pi a^2$.

Ví dụ 6

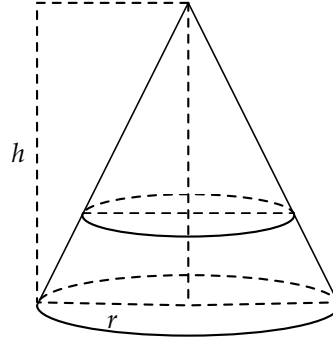
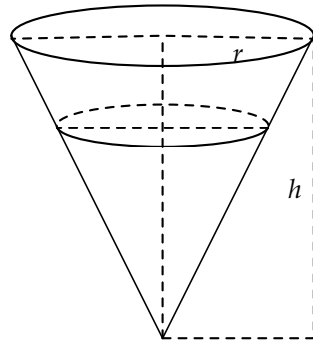
Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. Ⓑ $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. Ⓒ $V = 3\pi a^3$. Ⓓ $V = \pi a^3$.



Ví dụ 7

Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.



- Ⓐ 0,501(cm). Ⓑ 0,302(cm). Ⓒ 0,216(cm). Ⓓ 0,188(cm).

Dạng 2 Xoay hình phẳng quanh trục tạo thành khối nón

Ví dụ 1

Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón tròn xoay đó theo a .

- Ⓐ $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$. Ⓑ $S_{xq} = \pi a^2$. Ⓒ $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$. Ⓓ $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Ví dụ 2

Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và đường cao AH . Tính diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AH .

- Ⓐ $\frac{1}{2} \pi a^2$. Ⓑ $\frac{3}{4} \pi a^2$. Ⓒ πa^2 . Ⓓ $2 \pi a^2$.

Ví dụ 3

Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = a$, $\widehat{A} = 120^\circ$, đường cao AH . Tính thể tích khối nón sinh ra bởi tam giác ABC khi quay quanh đường cao AH .

- Ⓐ $\frac{\pi a^3}{2}$. Ⓑ πa^3 . Ⓒ $\frac{\pi a^3}{3}$. Ⓓ $\frac{\pi a^3}{8}$.

Ví dụ 4

Cho tam giác ABC vuông tại A , cạnh $AB = 6$, $AC = 8$ và M là trung điểm của cạnh AC . Khi đó thể tích của khối tròn xoay do tam giác BMC quay quanh cạnh AB là

- Ⓐ 96π . Ⓑ 106π . Ⓒ 98π . Ⓓ 86π .



Ví dụ 5

Cho tam giác OAB vuông cân tại O , có $OA = 4$. Lấy điểm M thuộc cạnh AB (M không trùng với A, B) và gọi H là hình chiếu của M trên OA . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác OMH quanh OA .

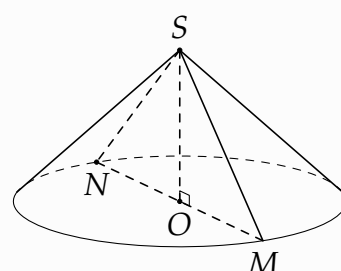
- Ⓐ $\frac{128\pi}{81}$. Ⓑ $\frac{81\pi}{256}$. Ⓒ $\frac{256\pi}{81}$. Ⓓ $\frac{64\pi}{81}$.

Dạng 3 Thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng cho trước

✓ **Loại 1:** Thiết diện qua trục của hình nón.

Thiết diện qua trục là tam giác cân SMN . Khi giải bài tập, ta chỉ quan tâm tam giác SMN có tính chất gì, để phục vụ cho việc tính toán ba thông số r, l, h .

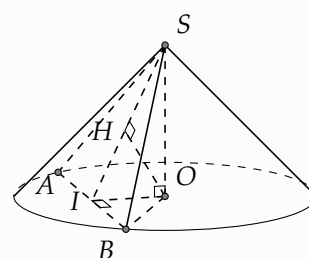
- $r = OM$
- $l = SM$
- $h = OS$



✓ **Loại 2:** Thiết diện qua đỉnh của hình nón và cắt đường tròn đáy theo một dây cung AB

Thiết diện là tam giác cân SAB với các thông số cần quan tâm

- $\widehat{SIO}$ là góc giữa (SAB) với đáy.
- OH là khoảng cách từ O đến (SAB) và $OH = \frac{OI \cdot OS}{\sqrt{OI^2 + OS^2}}$



Ví dụ 1

Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối nón.

- Ⓐ $\sqrt{3}\pi a^3$. Ⓑ $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. Ⓒ $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$. Ⓓ $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

Ví dụ 2

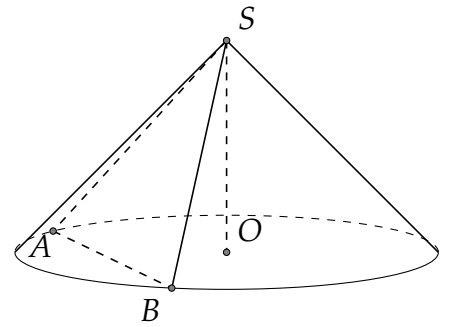
Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân cạnh huyền bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

- Ⓐ $S_{xq} = 2\pi\sqrt{2}a^2$. Ⓑ $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$. Ⓒ $S_{xq} = \pi a^2$. Ⓓ $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Ví dụ 3

Cho hình nón có đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 3\text{cm}$, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích của tam giác SAB bằng

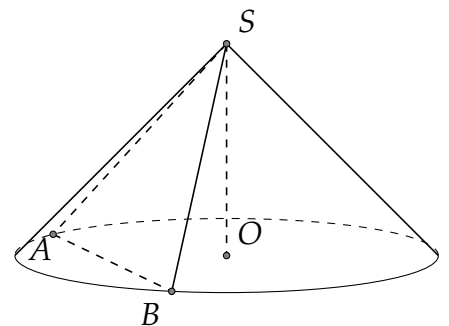
- (A) $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$. (B) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
(C) 6 cm^2 . (D) 3 cm^2 .



Ví dụ 4

Cho hình nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O , SA và SB là hai đường sinh biết $SO = 3$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 1 và diện tích tam giác SAB là 18. Tính bán kính đáy của hình nón trên.

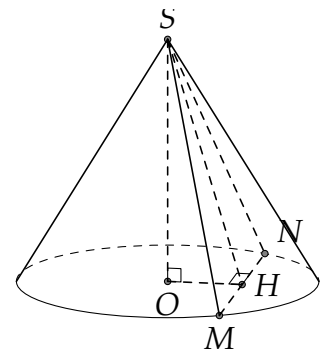
- (A) $\frac{\sqrt{674}}{4}$. (B) $\frac{\sqrt{530}}{4}$.
(C) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. (D) $\frac{23}{4}$.



Ví dụ 5

Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông có cạnh góc vuông bằng 2. Mặt phẳng (α) qua đỉnh S của hình nón đó và cắt đường tròn đáy tại M, N . Tính diện tích tam giác SMN biết góc giữa (α) và đáy hình nón bằng 60° .

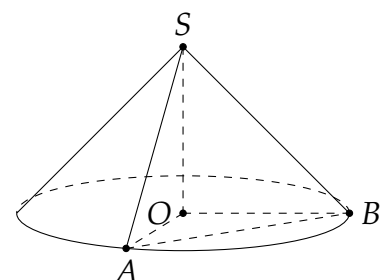
- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. (B) 2.
(C) $\frac{8\sqrt{6}}{9}$. (D) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.



Ví dụ 6

Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O và có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a , A và B là hai điểm bất kỳ trên (O) . Thể tích của khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.
(C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. (D) $\frac{a^3}{96}$.



**Dạng 4** Khối nón ngoại tiếp, nội tiếp**Ví dụ 1**

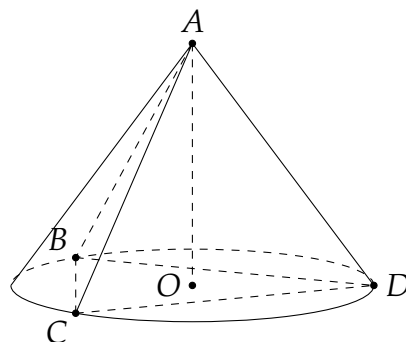
Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A , đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính theo a diện tích xung quanh S_{xq} của (N) .

(A) $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$.

(B) $S_{xq} = 12\sqrt{3}\pi a^2$.

(C) $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

(D) $S_{xq} = 6\pi a^2$.

**Ví dụ 2**

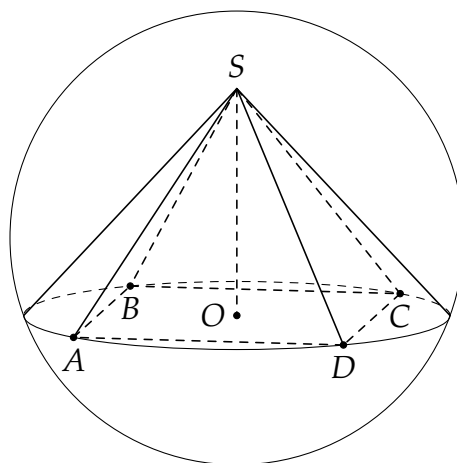
Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a và (N) là hình nón có đỉnh là S với đáy là hình tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Tỷ số thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khối nón (N) bằng

(A) $\frac{2}{\pi}$.

(B) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$.

(C) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

(D) $\frac{\pi}{4}$.

**Ví dụ 3**

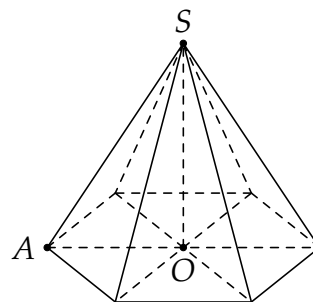
Gọi (T) là hình chóp lục giác đều có cạnh bên bằng 9 cm, cạnh đáy bằng 8 cm và (N) là hình nón có đỉnh là đỉnh của (T) và đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy của (T) . Thể tích của khối nón (N) (tính bằng cm^3) là

(A) 72π .

(B) $64\sqrt{17}\pi$.

(C) $\frac{64\sqrt{17}\pi}{3}$.

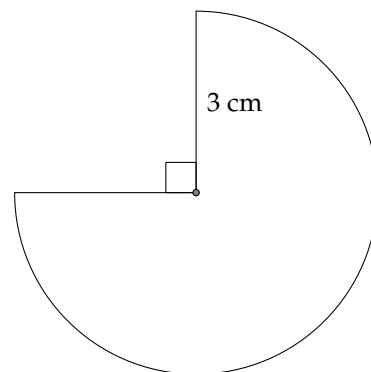
(D) $\frac{72\pi}{3}$.

**Dạng 5** Gấp hình quạt để tạo thành một nón

Ví dụ 1

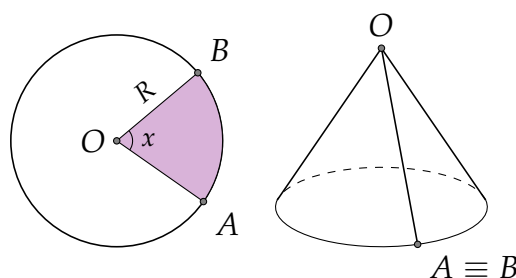
Trải mặt xung quanh của một hình nón lên một mặt phẳng ta được hình quạt (xem hình bên) là phần của hình tròn có bán kính bằng 3 cm. Bán kính đáy r của hình nón ban đầu gần nhất với số nào dưới đây?

- Ⓐ 2,23. Ⓑ 2,24.
Ⓒ 2,25. Ⓓ 2,26.



Ví dụ 2

Cho miếng tôn hình tròn tâm O , bán kính R . Cắt bớt từ miếng tôn một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không đáy (OA trùng với OB) như hình vẽ. Gọi S và S' lần lượt là diện tích của miếng tôn ban đầu và miếng tôn còn lại sau khi cắt bớt. Tìm tỷ số $\frac{S'}{S}$ để thể tích khối nón lớn nhất.



- Ⓐ $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Ⓑ $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{3}$. Ⓒ $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Ⓓ $\frac{S'}{S} = \frac{1}{4}$.



C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1

Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

- (A) $24\pi a^2$. (B) $12\pi a^2$. (C) $40\pi a^2$. (D) $20\pi a^2$.

Câu 2

Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

- (A) 60π . (B) 45π . (C) 15π . (D) 180π .

Câu 3

Cho hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích toàn phần của hình nón đã cho là

- (A) $\pi(1 + \sqrt{2})a^2$. (B) $3\pi a^2$. (C) πa^2 . (D) $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 4

Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng

- (A) $l = 2a$. (B) $l = 4a$. (C) $l = a\sqrt{3}$. (D) $l = a$.

Câu 5

Cho hình nón có bán kính đáy $R = 4$ và diện tích xung quanh bằng 20π . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A) 4π . (B) 16π . (C) $\frac{16\pi}{3}$. (D) $\frac{80\pi}{3}$.

Câu 6

Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 cm, góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích V của hình nón là

- (A) $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^3$. (B) $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9} \text{ cm}^3$. (C) $V = 8\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3$. (D) $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 7

Một khối nón tròn xoay có chu vi đáy bằng 4π , độ dài đường sinh bằng 4, khi đó thể tích V của khối nón tròn xoay bằng

- (A) $V = \frac{16\pi}{3}$. (B) $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. (C) $V = \frac{\pi\sqrt{14}}{3}$. (D) $V = \frac{2\pi\sqrt{14}}{3}$.

Câu 8

Một khối nón có diện tích toàn phần bằng 10π và diện tích xung quanh bằng 6π . Tính thể tích V của khối nón đó.

- (A) $V = \frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. (B) $V = 4\pi\sqrt{5}$. (C) $V = 12\pi$. (D) $V = 4\pi$.



Câu 9

Nếu giữ nguyên bán kính đáy của khối nón và giảm chiều cao của nó 2 lần thì thể tích khối nón này thay đổi như thế nào?

- (A) Giảm 4 lần. (B) Giảm 2 lần. (C) Tăng 2 lần. (D) Không đổi.

Câu 10

Một hình nón có diện tích mặt đáy bằng $4\pi \text{ cm}^2$, diện tích xung quanh bằng $8\pi \text{ cm}^2$. Khi đó đường cao của hình nón đó bằng bao nhiêu centimet?

- (A) 4. (B) $2\sqrt{5}$. (C) 2. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 11

Cho hình nón có chiều cao $2a$ và góc ở đỉnh bằng 90° . Tính thể tích của khối nón xác định bởi hình nón trên.

- (A) $8\pi a^3$. (B) $\frac{2\pi a^3}{3}$. (C) $\frac{\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 12

Cho hình nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \frac{4}{3}$. Ký hiệu góc ở đỉnh hình nón là 2α . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- (A) $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. (B) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. (C) $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. (D) $\cot \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 13

Cho hình nón có chiều cao bằng 3 cm, góc giữa trục và đường sinh bằng 60° . Thể tích của khối nón là:

- (A) $V = 9\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. (B) $V = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. (C) $V = 27\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. (D) $V = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 14

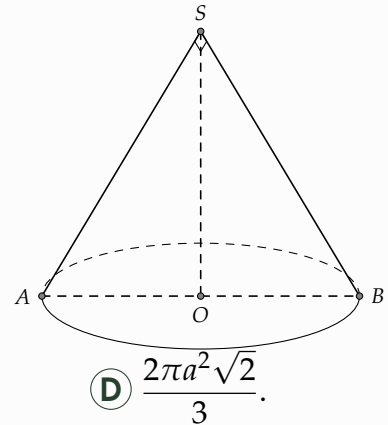
Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

- (A) $S = 2\pi a^2$. (B) $S = 3\pi a^2$. (C) $S = 4\pi a^2$. (D) $S = \frac{1}{2}\pi a^2$.



Câu 15

Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.



- ☐ A $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.
 ☐ B $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
 ☐ C $\pi a^2 \sqrt{2}$.
 ☐ D $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 16

Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AB = a$, $AC = 2a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AB .

- ☐ A $l = a\sqrt{2}$.
 ☐ B $l = a\sqrt{5}$.
 ☐ C $l = 2a$.
 ☐ D $l = a\sqrt{3}$.

Câu 17

Cho tam giác ABC vuông tại A , AH vuông góc với BC tại H , $HB = 3,6$ cm, $HC = 6,4$ cm. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích V bằng bao nhiêu?

- ☐ A $V = 205,89$ cm³.
 ☐ B $V = 65,14$ cm³.
 ☐ C $V = 65,54$ cm³.
 ☐ D $V = 617,66$ cm³.

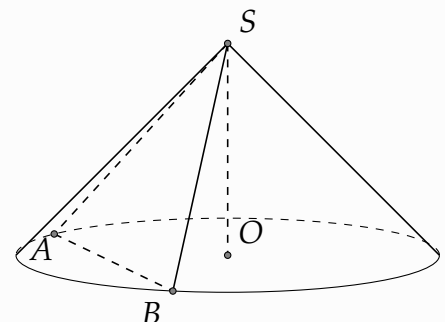
Câu 18

Gọi (H) là hình tròn xoay thu được khi cho tam giác đều ABC có cạnh a quay quanh AB . Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi (H) có thể tích bằng

- ☐ A $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{6}$.
 ☐ B $\frac{\pi a^3}{4}$.
 ☐ C $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.
 ☐ D $\frac{\pi a^3}{8}$.

Câu 19

Cho khối nón tròn xoay đỉnh S có đường cao $h = 20$ cm, bán kính đáy $r = 25$ cm. Một mặt phẳng (P) đi qua S và có khoảng cách đến tâm O của đáy là 12 cm. Thiết diện của (P) với khối nón là tam giác SAB , với A, B thuộc đường tròn đáy. Tính diện tích $S_{\triangle SAB}$ của tam giác SAB .

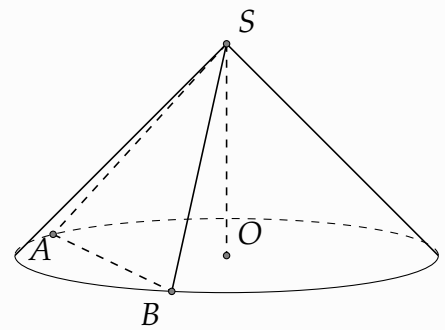


- ☐ A $S_{\triangle SAB} = 300$ cm².
 ☐ B $S_{\triangle SAB} = 500$ cm².
 ☐ C $S_{\triangle SAB} = 400$ cm².
 ☐ D $S_{\triangle SAB} = 600$ cm².

Câu 20

Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến (P) .

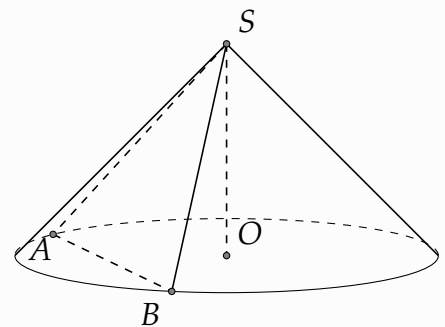
- ☐ A $\frac{2a}{\sqrt{5}}$
 ☐ B $\frac{a}{\sqrt{5}}$
 ☐ C a
 ☐ D $\frac{a\sqrt{2}}{a}$



Câu 21

Cho hình nón có đường sinh bằng $2a$ và góc ở đỉnh bằng 90° . Cắt hình nón bằng mặt phẳng (P) đi qua đỉnh sao cho góc giữa (P) và mặt đáy hình nón bằng 60° . Tính diện tích S của thiết diện tạo thành.

- ☐ A $S = \frac{4\sqrt{2}a^2}{3}$
 ☐ B $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$
 ☐ C $S = \frac{5\sqrt{2}a^2}{3}$
 ☐ D $S = \frac{8\sqrt{2}a^2}{3}$



Câu 22

Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

- ☐ A $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$
 ☐ B $S_{xq} = 9\pi$
 ☐ C $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$
 ☐ D $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$

Câu 23

Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- ☐ A $\frac{\pi a^2 \sqrt{15}}{4}$
 ☐ B $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{8}$
 ☐ C $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$
 ☐ D $\frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{6}$

Câu 24

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính thể tích $V_{(N)}$ của khối nón có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

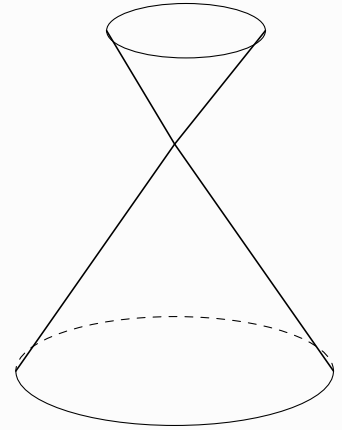
- ☐ A $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{27}$
 ☐ B $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{9}$
 ☐ C $V_{(N)} = \frac{8\sqrt{6}\pi}{9}$
 ☐ D $V_{(N)} = \frac{16\sqrt{6}\pi}{81}$



Câu 25

Một vật trang trí bằng pha lê gồm hai hình nón (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = \frac{1}{2}r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối (H_1) bằng 10 cm^3 . Thể tích toàn bộ của khối pha lê bằng

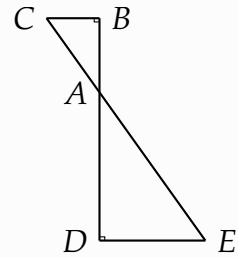
- (A) 30 cm^3 . (B) 50 cm^3 .
(C) 90 cm^3 . (D) 80 cm^3 .



Câu 26

Cho mô hình gồm hai tam giác vuông ABC và ADE cùng nằm trong một mặt phẳng như hình vẽ. Biết rằng BD cắt CE tại A , $DE = 2BC = 6$, $BD = 15$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục BD .

- (A) $V = 135\pi$. (B) $V = 105\pi$.
(C) $V = 120\pi$. (D) $V = 15\pi$.



Câu 27

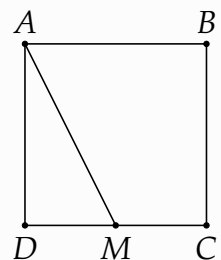
Bạn An có một cốc nước uống có dạng một hình nón cụt, đường kính miệng cốc là 8 cm , đường kính đáy cốc là 6 cm , chiều cao của cốc là 12 cm . An dùng cốc đó để đựng 10 lít nước. Hỏi An phải đựng ít nhất bao nhiêu lần?

- (A) 24 lần. (B) 26 lần. (C) 20 lần. (D) 22 lần.

Câu 28

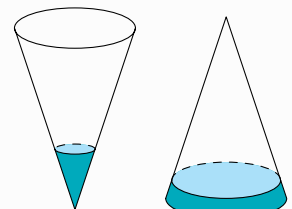
Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1 , điểm M là trung điểm của CD . Cho hình vuông (tính cả điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

- (A) $\frac{7\sqrt{2}\pi}{15}$. (B) $\frac{7\sqrt{5}\pi}{30}$. (C) $\frac{7\sqrt{10}\pi}{15}$. (D) $\frac{7\sqrt{2}\pi}{30}$.



Câu 29

Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của mực nước xấp xỉ bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15 cm .



(A) 0,5 cm.

(B) 0,3 cm.

(C) 0,188 cm.

(D) 0,216 cm.

Câu 30

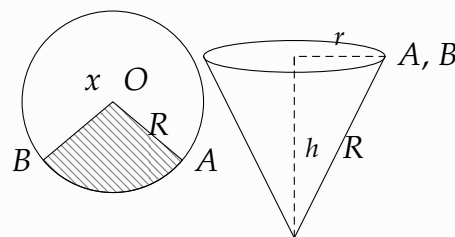
Cho một tấm bìa hình tròn như hình vẽ. Ta cắt bỏ hình quạt AOB (phần gạch chéo) rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau để biến hình tròn đó thành một cái phễu hình nón. Gọi x rad là số đo góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích của phễu đạt giá trị lớn nhất.

(A) $\frac{\sqrt{6}}{3}\pi$.

(B) $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

(C) $\frac{\pi}{3}$.

(D) $\frac{2\pi}{3}$.



HẾT

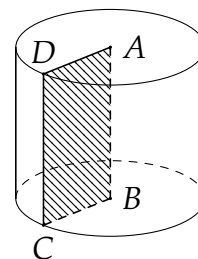


§2. MẶT TRỤ – KHỐI TRỤ

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Xoay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB

- ① Đoạn CD tạo thành mặt trụ;
- ② Đường gấp khúc $ADCB$ tạo thành hình trụ;
- ③ Hình trụ và phần không gian bên trong nó tạo thành khối trụ.

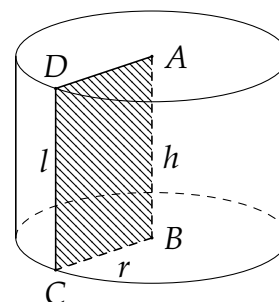


2. Các đại lượng cần nhớ

- ① $r = AD = CB$ là bán kính đáy;
- ② $l = CD$ là đường sinh;
- ③ $h = AB$ là đường cao;
- ④ Chú ý $h = l$.

3. Công thức tính

- ① Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi rl$;
- ② Diện tích đáy: $S_d = \pi r^2$;
- ③ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_d$;
- ④ Thể tích: $V = S_d \cdot h = \pi r^2 h$.



B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Xác định các yếu tố cơ bản của hình trụ, khối trụ

Ví dụ 1

Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

- Ⓐ $V = 4\pi$. Ⓑ $V = 2\pi$. Ⓒ $V = 6\pi$. Ⓓ $V = 8\pi$.

Ví dụ 2

Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- Ⓐ 85π cm². Ⓑ 35π cm². Ⓒ $\frac{35}{3}\pi$ cm². Ⓓ 70π cm².

Ví dụ 3

Hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

(A) $2a$.

(B) $\frac{2}{3}a$.

(C) $3a$.

(D) $\frac{3}{2}a$.

Ví dụ 4

Cho khối trụ có thể tích bằng $45\pi \text{ cm}^3$, chiều cao bằng 5 cm. Tính bán kính R của khối trụ đã cho

(A) $R = 3 \text{ cm}$.

(B) $R = 4,5 \text{ cm}$.

(C) $R = 9 \text{ cm}$.

(D) $R = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.

Ví dụ 5

Một khối trụ có thể tích bằng 25π . Nếu chiều cao của hình trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được một hình trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π . Tính bán kính đáy r của hình trụ ban đầu.

(A) $r = 15$.

(B) $r = 5$.

(C) $r = 10$.

(D) $r = 2$.

Ví dụ 6

Một khối trụ có thể tích bằng 25π . Nếu chiều cao của hình trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được một hình trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π . Tính bán kính đáy r của hình trụ ban đầu.

(A) $r = 15$.

(B) $r = 5$.

(C) $r = 10$.

(D) $r = 2$.

Ví dụ 7

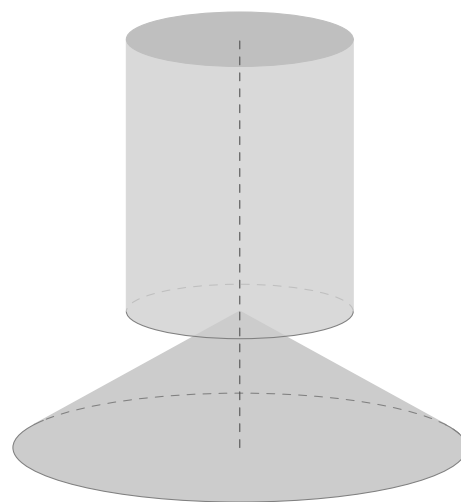
Một khối đồ chơi gồm một khối hình trụ (T) gắn chồng lên một khối hình nón (N), lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = 2r_1, h_1 = 2h_2$ (hình vẽ). Biết rằng thể tích của khối nón (N) bằng 20cm^3 . Thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng

(A) 140cm^3 .

(B) 120cm^3 .

(C) 30cm^3 .

(D) 50cm^3 .



Ví dụ 8

Bác An cần làm một cái bể đựng nước hình trụ (có đáy và nắp đáy) có thể tích $16\pi \text{ m}^3$. Tính bán kính đáy của hình trụ để nguyên vật liệu làm bể ít nhất.

(A) 0,8 m.

(B) 1,2 m.

(C) 2 m.

(D) 2,4 m.

Dạng 2

Xoay hình phẳng quanh trục tạo khối trụ



Ví dụ 1

Quay hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 4 quanh trục là đường thẳng chứa cạnh MN (M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD) được hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- (A) 32π . (B) 24π . (C) 8π . (D) 16π .

Ví dụ 2

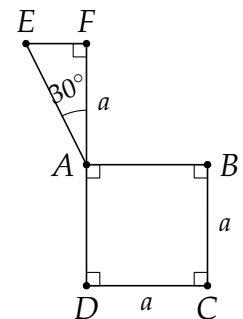
Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2\sqrt{2}a$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) bằng

- (A) $16\pi a^2$. (B) $10\pi a^2$. (C) $12\pi a^2$. (D) $8\pi a^2$.

Ví dụ 3

Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF .

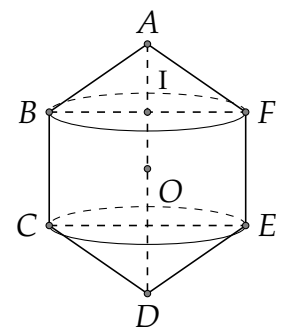
- (A) $\frac{10\pi a^3}{9}$. (B) $\frac{10\pi a^3}{7}$.
(C) $\frac{5\pi a^3}{2}$. (D) $\frac{\pi a^3}{3}$.



Ví dụ 4

Cho lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 4. Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD . Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra.

- (A) $V = 128\pi$. (B) $V = 32\pi$.
(C) $V = 16\pi$. (D) $V = 64\pi$.



Dạng 3

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng cho trước

Ví dụ 1

Bán kính đáy hình trụ bằng 4 cm, chiều cao bằng 6 cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng

- (A) 5 cm. (B) 10 cm. (C) 6 cm. (D) 8 cm.

Ví dụ 2

Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- (A) πa^3 . (B) $5\pi a^3$. (C) $4\pi a^3$. (D) $3\pi a^3$.

Ví dụ 3

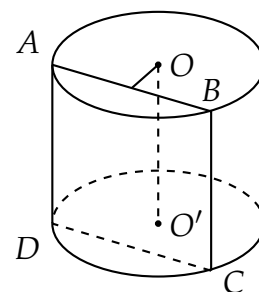
Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông và diện tích toàn phần bằng $64\pi a^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

- (A) $r = \frac{4\sqrt{6}a}{3}$. (B) $r = \frac{8\sqrt{6}a}{3}$. (C) $r = 4a$. (D) $r = 2a$.

Ví dụ 4

Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2 cm và có chiều cao bằng 3 cm. Một mặt phẳng song song với trục của hình trụ và khoảng cách giữa chúng bằng 1 cm. Tính diện tích thiết diện tạo bởi mặt phẳng đó và mặt trụ.

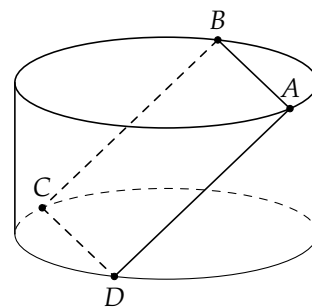
- (A) $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (B) $3\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
(C) $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. (D) $\frac{2\sqrt{3}}{5} \text{ cm}^2$.



Ví dụ 5

Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a . Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là 2 dây cung của 2 đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng

- (A) $\frac{5a^2}{4}$. (B) $\frac{5a^2}{2}$. (C) $\frac{5a^2\sqrt{2}}{2}$. (D) $5a^2$.



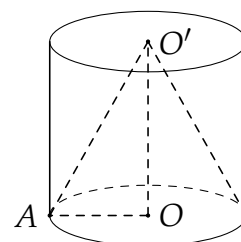
Dạng 4

Khối trụ ngoại tiếp, nội tiếp

Ví dụ 1

Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính R . Một hình nón đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỷ lệ thể tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng.

- (A) 3. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{3}$.





Ví dụ 2

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ACA'C'$ là $4\sqrt{2}a^2$. Tính thể tích khối trụ tròn xoay có một đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ và đường cao của khối trụ tròn xoay là đường cao hình lập phương đã cho.

- Ⓐ πa^3 . Ⓑ $4\pi a^3$. Ⓒ $\frac{\pi}{4}a^3$. Ⓓ $2\pi a^3$.

Ví dụ 3

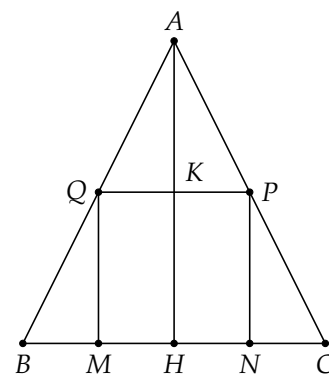
Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

- Ⓐ $V = \frac{2\pi a^2 h}{3}$. Ⓑ $V = \pi a^2 h$. Ⓒ $V = 2\pi a^2 h$. Ⓓ $V = 8\pi a^2 h$.

Ví dụ 4

Cho hình nón có bán kính đáy R , chiều cao h . Bán kính r của hình trụ nội tiếp hình nón mà có thể tích lớn nhất là

- Ⓐ $r = \frac{R}{4}$. Ⓑ $r = \frac{R}{2}$.
Ⓒ $r = \frac{2R}{3}$. Ⓓ $r = \frac{R}{3}$.



Dạng 5 Gấp hình chữ nhật để tạo thành mặt trụ

Ví dụ 1

Một tấm bìa hình chữ nhật có diện tích 4π . Người ta cuộn tròn hình chữ nhật đó sao cho có một cặp cạnh đối dính vào nhau để tạo thành một hình trụ không đáy. Biết chiều cao hình trụ bằng đường kính mặt đáy. Tính thể tích khối trụ tương ứng.

- Ⓐ π . Ⓑ 2π . Ⓒ 3π . Ⓓ 4π .

Ví dụ 2

Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{cm} \times 240\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50cm , theo hai cách như sau:

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2.

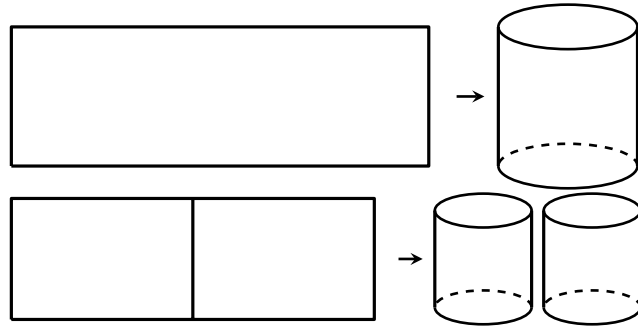
Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A $\frac{V_1}{V_2} = 1.$

B $\frac{V_1}{V_2} = 2.$

C $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}.$

D $\frac{V_1}{V_2} = 4.$



Ví dụ 3

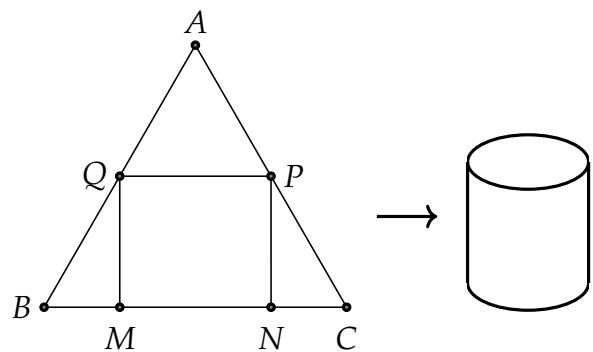
Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC ; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ . Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là

A $\frac{91125}{4\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B $\frac{91125}{2\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

C $\frac{13500\sqrt{3}}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

D $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$



—HẾT—



C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1

Hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

- (A) $2a$. (B) $\frac{2}{3}a$. (C) $3a$. (D) $\frac{3}{2}a$.

Câu 2

Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- (A) $40\pi \text{ cm}^2$. (B) $144\pi \text{ cm}^2$. (C) $72\pi \text{ cm}^2$. (D) $80\pi \text{ cm}^2$.

Câu 3

Một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, biết thể tích của khối trụ bằng 90π . Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

- (A) 60π . (B) 78π . (C) 81π . (D) 90π .

Câu 4

Cho khối trụ (T) có chiều cao và đường kính đáy cùng bằng $2a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

- (A) $S_{tp} = 5\pi a^2$. (B) $S_{tp} = 6\pi a^2$. (C) $S_{tp} = 4\pi a^2$. (D) $S_{tp} = 3\pi a^2$.

Câu 5

Nếu tăng chiều cao của một khối trụ lên 8 lần và giảm bán kính đáy đi 2 lần thì thể tích của nó tăng hay giảm bao nhiêu lần?

- (A) Giảm 2 lần. (B) Tăng 4 lần.
(C) Không tăng, không giảm. (D) Tăng 2 lần.

Câu 6

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABCD$ có $AC = 4a$. Tính thể tích khối trụ.

- (A) $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. (B) $V = 2\pi a^3$. (C) $V = 4\sqrt{2}\pi a^3$. (D) $V = \frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 7

Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông và diện tích toàn phần bằng $64\pi a^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

- (A) $r = \frac{4\sqrt{6}a}{3}$. (B) $r = \frac{8\sqrt{6}a}{3}$. (C) $r = 4a$. (D) $r = 2a$.

Câu 8

Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB . Biết $AC = 2a\sqrt{2}$ và $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

- (A) $S_{tp} = 16\pi a^2$. (B) $S_{tp} = 10\pi a^2$. (C) $S_{tp} = 12\pi a^2$. (D) $S_{tp} = 8\pi a^2$.

Câu 9

Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC} = 60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

- (A) $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. (B) $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. (C) $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. (D) $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Câu 10

Cắt mặt xung quanh của một hình trụ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên một mặt phẳng ta được hình vuông có chu vi bằng 8π . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- (A) $2\pi^2$. (B) $2\pi^3$. (C) 4π . (D) $4\pi^2$.

Câu 11

Một cái bánh kem gồm hai khối trụ T_1 và T_2 cùng trục và xếp chồng lên nhau. Bán kính, chiều cao tương ứng của hai khối trụ là r_1, h_1, r_2, h_2 . Biết rằng $r_1 = 3r_2$ và $h_2 = 3h_1$ và thể tích của bánh kem là $120\pi \text{ cm}^3$. Thể tích của khối kem T_1 là

- (A) $12\pi \text{ cm}^3$. (B) $108\pi \text{ cm}^3$. (C) $30\pi \text{ cm}^3$. (D) $90\pi \text{ cm}^3$.

Câu 12

Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

- (A) $2\sqrt{3}a^2$. (B) a^2 . (C) πa^2 . (D) $\sqrt{3}a^2$.

Câu 13

Một cái cốc hình trụ cao 15 cm đựng được 0,5 lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

- (A) 3,26 cm. (B) 3,27 cm. (C) 3,25 cm. (D) 3,28 cm.

Câu 14

Người ta ngâm một loại rượu trái cây bằng cách xếp 6 trái cây hình cầu có cùng bán kính bằng 5 cm vào một cái bình hình trụ sao cho hai quả nằm cạnh nhau tiếp xúc với nhau, các quả đều tiếp xúc với tất cả các đường sinh của mặt xung quanh của hình trụ, đồng thời quả nằm bên dưới cùng tiếp xúc với mặt đáy trụ, quả nằm bên trên cùng tiếp xúc với nắp của hình trụ, cuối cùng là đổ rượu vào đầy bình. Số lít rượu tối thiểu cần đổ vào bình gần nhất với số nào sau đây

- (A) 1,57. (B) 1,7. (C) 1570. (D) 1,2.



Câu 15

Một tấm bìa hình chữ nhật có diện tích 4π . Người ta cuộn tròn hình chữ nhật đó sao cho có một cặp cạnh đối dính vào nhau để tạo thành một hình trụ không đáy. Biết chiều cao hình trụ bằng đường kính mặt đáy. Tính thể tích khối trụ tương ứng.

- (A) π . (B) 2π . (C) 3π . (D) 4π .

Câu 16

Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm và có chiều cao là 50 cm. Một đoạn thẳng có chiều dài 100 cm và có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy. Tính khoảng cách d từ đường thẳng đó đến trục của hình trụ.

- (A) $d = 50$ cm. (B) $d = 50\sqrt{3}$ cm. (C) $d = 25$ cm. (D) $d = 25\sqrt{3}$ cm.

Câu 17

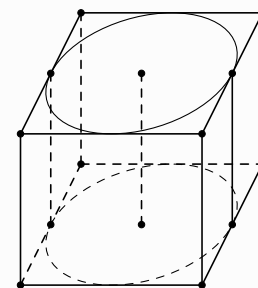
Một hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O; r)$ và $(O'; r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh O' và có đáy là hình tròn $(O; r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- (A) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$. (B) $\frac{S_1}{S_2} = 2\sqrt{3}$. (C) $\frac{S_1}{S_2} = 2$. (D) $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 18

Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ (cm²).

- (A) $S = 4(2400 + \pi)$. (B) $S = 2400(4 + \pi)$.
(C) $S = 2400(4 + 3\pi)$. (D) $S = 4(2400 + 3\pi)$.



Câu 19

Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác với độ dài cạnh đáy lần lượt 5 cm, 13 cm, 12 cm. Một hình trụ có chiều cao bằng 8 cm ngoại tiếp lăng trụ đã cho có thể tích bằng bao nhiêu?

- (A) 386π cm³. (B) 314π cm³. (C) 507π cm³. (D) 338π cm³.

Câu 20

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh $AC = 2a\sqrt{2}$ và $AA' = h$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ đã cho.

- (A) $V = 2\pi a^2 h$. (B) $V = \pi a^2 h$. (C) $V = \frac{4}{3}\pi a^2 h$. (D) $V = \frac{2}{3}\pi a^2 h$.

Câu 21

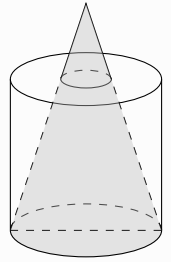
Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$. Một hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$ và lồng nhau với hình nón (hình vẽ). Tính thể tích V_0 của phần khối trụ không giao nhau với khối nón.

(A) $V_0 = \frac{7}{12}\pi R^3$.

(B) $V_0 = \frac{5}{6}\pi R^3$.

(C) $V_0 = \frac{5}{12}\pi R^3$.

(D) $V_0 = \frac{7}{6}\pi R^3$.



Câu 22

Trong các khối trụ có cùng diện tích toàn phần là 6π . Tìm bán kính đáy của khối trụ có thể tích lớn nhất.

(A) $R = 1$.

(B) $R = \frac{1}{3}$.

(C) $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

(D) $R = 3$.

Câu 23

Người ta cần đổ một ống cống thoát nước hình trụ với chiều cao 2 m, độ dày thành ống là 10 cm. Đường kính ống là 50 cm. Tính lượng bê tông cần dùng để làm ra ống thoát nước đó.

(A) $0,18\pi \text{ m}^3$.

(B) $0,045\pi \text{ m}^3$.

(C) $0,5\pi \text{ m}^3$.

(D) $0,08\pi \text{ m}^3$.

Câu 24

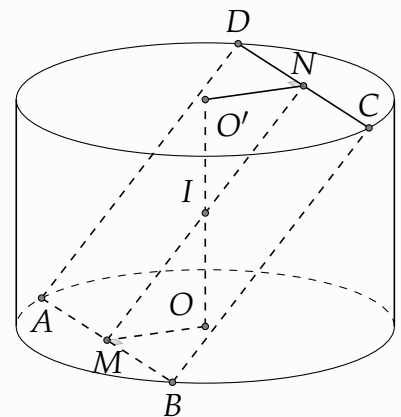
Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

(A) $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

(B) $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

(C) $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

(D) $\frac{2R}{3}$.

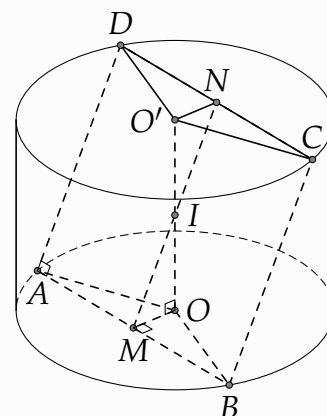




Câu 25

Cho hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao của hình trụ. Một hình vuông $ABCD$ cạnh a và có hai cạnh AB và CD lần lượt là các dây cung của hai đường tròn đáy, còn cạnh BC và AD không phải là đường sinh của hình trụ. Thể tích khối trụ trên bằng

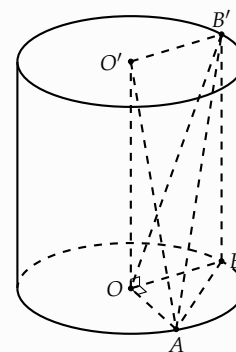
- (A) $\frac{\sqrt{10}\pi a^3}{5}$.
 (B) $\frac{\sqrt{10}\pi a^3}{25}$.
 (C) $\frac{2\sqrt{10}\pi a^3}{5}$.
 (D) $\frac{2\sqrt{10}\pi a^3}{25}$.



Câu 26

Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và tâm O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 4 cm. Gọi A và B' lần lượt là hai điểm trên đường tròn đáy tâm O và tâm O' sao cho $AB' = 4\sqrt{3}$ cm. Tính thể tích khối tứ diện $AB'O'O$.

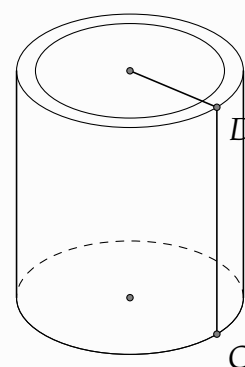
- (A) $\frac{32}{3} \text{ cm}^3$.
 (B) $\frac{8}{3} \text{ cm}^3$.
 (C) 8 cm^3 .
 (D) 32 cm^3 .



Câu 27

Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày 1,5 cm, thành xung quanh cốc dày 0,2 cm và có thể tích thật là $480\pi \text{ cm}^3$ thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh?

- (A) $80,16\pi$.
 (B) $85,66\pi$.
 (C) $75,66\pi$.
 (D) $70,16\pi$.



Câu 28

Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao 4,2m. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, sáu cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính 26cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là $380000/1\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ nhà phải chi trả ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi = 3,14159$)

- (A) 15642000.
 (B) 12521000.
 (C) 10400000.
 (D) 11833000.



Câu 29

Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

(A) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

(B) $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

(C) $\tan \alpha = 1$.

(D) $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 30

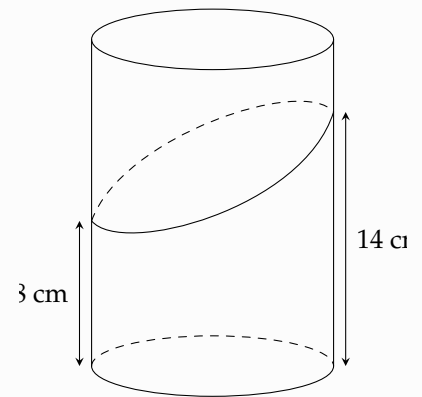
Cắt một khối trụ cao 18 cm bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là 8 cm và 14 cm. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).

(A) $\frac{2}{11}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) $\frac{5}{11}$.

(D) $\frac{7}{11}$.



—HẾT—



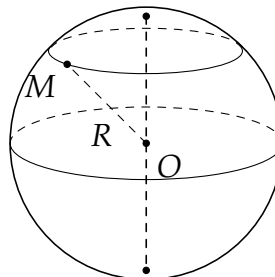
§3. MẶT CẦU – KHỐI CẦU

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1. Công thức tính diện tích, thể tích khối cầu

Cho mặt cầu tâm O và bán kính R . Khi đó:

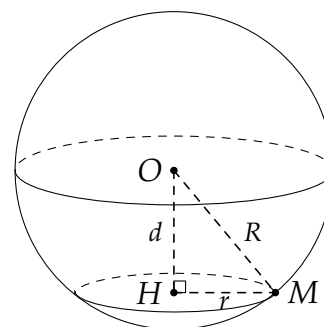
- ① Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2$
- ② Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3$



2. Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu

Xét mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và mặt phẳng (α) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm I lên mặt phẳng (α) . Khi đó $IH = d(I, (\alpha))$.

- ☑ Nếu $d(I, (\alpha)) > R$ thì (α) và (S) không có điểm chung.
- ☑ Nếu $d(I, (\alpha)) = R$ thì (α) và (S) tiếp xúc nhau tại H .



- ☑ Nếu $d(I, (\alpha)) < R$ thì (α) cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn.

① H là tâm đường tròn giao tuyến.

② HM là bán kính đường tròn giao tuyến với $HM^2 = IM^2 - IH^2$ hay $r^2 = R^2 - d^2$.

B CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1 Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu, khối cầu

Công thức cần nhớ:

① $S = 4\pi R^2$

② $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Ví dụ 1

Thể tích V của khối cầu bán kính 6cm là

- Ⓐ $V = 216\pi(\text{cm}^3)$. Ⓑ $V = 288\pi(\text{cm}^3)$. Ⓒ $V = 432\pi(\text{cm}^3)$. Ⓓ $V = 864\pi(\text{cm}^3)$.

Ví dụ 2

Một mặt cầu đường kính bằng 6 cm. Khi đó mặt cầu có diện tích là

- Ⓐ $36\pi \text{ cm}^2$. Ⓑ $144\pi \text{ cm}^2$. Ⓒ $9\pi \text{ cm}^2$. Ⓓ $12\pi \text{ cm}^2$.



Ví dụ 3

Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π , thể tích khối cầu (S) bằng

- (A) $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. (B) $20\pi\sqrt{5}$. (C) $\frac{20\pi}{3}$. (D) $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Ví dụ 4

Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1 , mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1) .

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Ví dụ 5

Cho một hình nón (N) sinh bởi tam giác đều cạnh a khi quay quanh một đường cao. Một khối cầu có thể tích bằng thể tích khối nón (N) thì có bán kính bằng

- (A) $\frac{2a\sqrt{3}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt[3]{2\sqrt{3}}}{4}$. (C) a . (D) $\frac{a}{2}$.

Ví dụ 6

Từ một khối đất sét hình trụ có chiều cao bằng 36 cm và đường tròn đáy có đường kính bằng 24 cm, bạn Toán muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 6 cm. Hỏi bạn Toán có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu như thế?

- (A) 108. (B) 54. (C) 72. (D) 18.

Dạng 2

Vị trí tương đối của mặt phẳng với mặt cầu

Ví dụ 1

Cho đường thẳng Δ và mặt cầu (S) không có điểm chung. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) ?

- (A) Không có mặt phẳng nào. (B) Vô số.
(C) 1. (D) 2.

Ví dụ 2

Mặt cầu (S) bán kính bằng 5 có tâm I cách mặt phẳng (P) một khoảng bằng 3 thì giao tuyến của (S) và (P) là một đường tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

- (A) $8\pi^2$. (B) $4\pi^2$. (C) 16π . (D) 8π .

Ví dụ 3

Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4 cm được thiết diện là một hình tròn có diện tích $9\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích khối cầu (S) .

- (A) $\frac{250\pi}{3} \text{ cm}^3$. (B) $\frac{2500\pi}{3} \text{ cm}^3$. (C) $\frac{25\pi}{3} \text{ cm}^3$. (D) $\frac{500\pi}{3} \text{ cm}^3$.

**Ví dụ 4**

Mặt cầu tâm O bán kính $R = 17$ dm. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu sao cho giao tuyến đi qua ba điểm A, B, C mà $AB = 18$ dm, $BC = 24$ dm, $CA = 30$ dm. Tính khoảng cách từ O đến (P) .

- (A) 7 dm. (B) 8 dm. (C) 14 dm. (D) 16 dm.

Dạng 3 Mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện**Ví dụ 1**

Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có độ dài cạnh bằng $\sqrt{3}$.

- (A) $V = \frac{9\pi}{2}$. (B) $V = 9\pi$. (C) $V = \pi\sqrt{6}$. (D) $V = 6\pi$.

Ví dụ 2

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $OABC$ bằng

- (A) $14\pi a^2$. (B) $12\pi a^2$. (C) $10\pi a^2$. (D) $8\pi a^2$.

Ví dụ 3

Một mặt cầu (S) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a, AD = 5a, AA' = 3a$. Mặt cầu (S) có bán kính R bằng

- (A) $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$. (B) $R = 6a$. (C) $R = 2a\sqrt{3}$. (D) $R = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Ví dụ 4

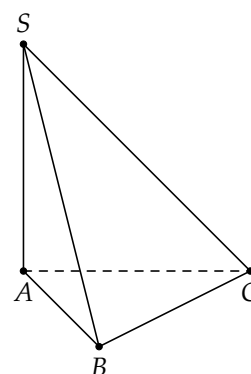
Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có bán kính là

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) 1. (D) $\sqrt{3}$.

Ví dụ 5

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $SA = a$; đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB = \frac{a}{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề **sai**.

- (A) Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$. (B) Tâm của (S) là trung điểm SC .
(C) (S) có bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) Thể tích khối cầu là $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.





Ví dụ 6

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- (A) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. (B) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. (C) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Ví dụ 7

Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện đó có bán kính bằng

- (A) $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Ví dụ 8

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp BC$; $BC \perp CD$; $CD \perp AB$, biết $AB = 5$, $BC = 4$, $CD = 3$. Bán kính khối cầu đi qua các điểm A, B, C, D là

- (A) $R = \frac{\sqrt{41}}{2}$. (B) $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. (C) $R = \frac{5}{2}$. (D) $R = 5$.

Ví dụ 9

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có bán kính là

- (A) $\frac{a\sqrt{41}}{8}$. (B) $\frac{a\sqrt{41}}{24}$. (C) $\frac{a\sqrt{41}}{16}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Ví dụ 10

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- (A) $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. (B) $V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. (C) $V = \frac{8a^3 \sqrt{2}}{3}$. (D) $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Ví dụ 11

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Đoạn thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $ABCD$. Gọi M là trung điểm SC , mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F . Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

- (A) a . (B) $\frac{a}{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $a\sqrt{2}$.

Ví dụ 12

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt đáy bằng 45° . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$.



Ⓐ $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ⓑ $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ⓒ $R = \frac{a}{2}$.

Ⓓ $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 13

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

Ⓐ $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ⓑ a .

Ⓒ $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ⓓ $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Dạng 4

Tổng hợp nón, trụ, cầu

Ví dụ 1

Một cốc nước hình trụ có đường kính bằng 8 cm, chiều cao từ đáy bên trong cốc đến miệng cốc bằng 16 cm. Giả sử mức nước trong cốc cao 10 cm so với đáy bên trong cốc. Người ta thả một viên bi hình cầu bán kính bằng 3 cm vào cốc nước đó. Hỏi mức nước dâng lên trong cốc so với ban đầu là bao nhiêu cm biết rằng viên bi ngập hoàn toàn trong nước?

Ⓐ $\frac{4}{9}$.

Ⓑ $\frac{9}{4}$.

Ⓒ $\frac{16}{3}$.

Ⓓ $\frac{27}{64}$.

Ví dụ 2

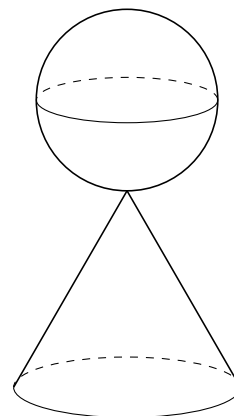
Một khối pha lê gồm một hình cầu (H_1), bán kính R và một hình nón (H_2) có bán kính đáy và đường sinh lần lượt là r, l thỏa mãn $r = \frac{l}{2}$ và $l = \frac{3R}{2}$ xếp chồng lên nhau (hình vẽ). Biết tổng diện tích mặt cầu (H_1) và diện tích toàn phần của hình nón (H_2) là 91 cm^2 . Tính diện tích của khối cầu (H_1).

Ⓐ $\frac{26}{5} \text{ cm}^2$.

Ⓑ 64 cm^2 .

Ⓒ 16 cm^2 .

Ⓓ $\frac{104}{5} \text{ cm}^2$.



Ví dụ 3

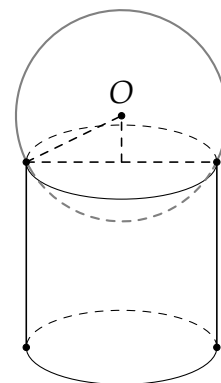
Một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng đường kính quả bóng bàn. Người ta đặt quả bóng lên chiếc cốc thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc cốc. Khi đó?

Ⓐ $27V_1 = 8V_2$.

Ⓑ $3V_1 = 2V_2$.

Ⓒ $16V_1 = 9V_2$.

Ⓓ $9V_1 = 8V_2$.





Ví dụ 4

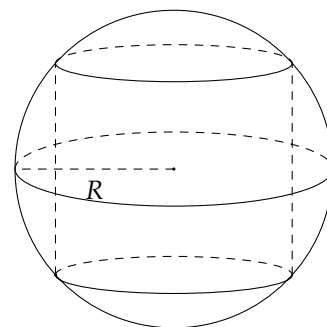
Cho khối cầu tâm O và bán kính R . Xét hai mặt phẳng $(P), (Q)$ thay đổi song song với nhau có khoảng cách là R và cùng cắt khối cầu theo thiết diện là hai hình tròn. Tổng diện tích của hai hình tròn này có giá trị lớn nhất là

- (A) $\frac{5}{4}\pi R^2$. (B) πR^2 . (C) $\frac{7}{4}\pi R^2$. (D) $\frac{3}{2}\pi R^2$.

Ví dụ 5

Thể tích lớn nhất của khối trụ nội tiếp hình cầu có bán kính R bằng

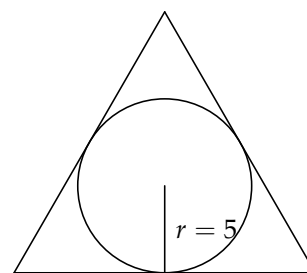
- (A) $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{8\pi R^3}{27}$.
 (C) $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$. (D) $\frac{8\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.



Ví dụ 6

Một hình nón ngoại tiếp một hình cầu có bán kính $r = 5$. Biết thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều ngoại tiếp đường tròn (hình vẽ). Tính thể tích khối nón tương ứng.

- (A) $V = 325\pi$. (B) $V = 375\pi$.
 (C) $V = 350\pi$. (D) $V = 425\pi$.





C BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1

Cho một hình tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một trục đi qua tâm hình tròn ta được một khối cầu. Diện tích mặt cầu đó là

- (A) 2π . (B) 4π . (C) π . (D) $\frac{4}{3}\pi$.

Câu 2

Cho khối cầu có thể tích $V = 4\pi a^3 (a > 0)$. Tính theo a bán kính R của khối cầu.

- (A) $R = a$. (B) $R = a\sqrt[3]{3}$. (C) $R = a\sqrt[3]{4}$. (D) $R = a\sqrt[3]{2}$.

Câu 3

Thể tích khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π là

- (A) 9π . (B) 36π . (C) $\frac{\pi}{9}$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 4

Một mặt cầu có diện tích bằng 16π . Bán kính của mặt cầu đó bằng

- (A) 4π . (B) 2π . (C) 4. (D) 2.

Câu 5

Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

- (A) $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. (C) $\frac{\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 6

Cho khối cầu có thể tích bằng $36\pi a^3$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- (A) $36\pi a^2$. (B) $12\pi a^2$. (C) $12a^2$. (D) $36a^2$.

Câu 7

Cho hai điểm phân biệt A, B . Tìm tập hợp tâm của các mặt cầu đi qua hai điểm A, B .

- (A) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB .
 (B) Đường thẳng đi qua A và vuông góc với AB .
 (C) Đường tròn đường kính AB .
 (D) Chỉ có một tâm duy nhất đó là trung điểm của AB .

Câu 8

Một cái bồn gồm hai nửa hình cầu đường kính 18dm và một hình trụ có chiều cao 36dm (như hình vẽ). Tính thể tích V của cái bồn đó.

- (A) $V = 9216\pi\text{dm}^3$. (B) $V = \frac{1024\pi}{9}\text{dm}^3$. (C) $V = \frac{16\pi}{243}\text{dm}^3$. (D) $V = 3888\pi\text{dm}^3$.

Câu 9

Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π cm. Độ dài đường xích đạo là

- Ⓐ $40\pi\sqrt{3}$ cm. Ⓑ 40π cm. Ⓒ $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ cm. Ⓓ 80π cm.

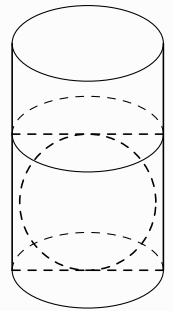
Câu 10

Cho A là điểm nằm trên mặt cầu (S) tâm O , có bán kính $R = 6$ cm. I, K là 2 điểm trên đoạn OA sao cho $OI = IK = KA$. Các mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ lần lượt qua I, K cùng vuông góc với OA và cắt mặt cầu (S) theo các đường tròn có bán kính r_1, r_2 . Tính tỉ số $\frac{r_1}{r_2}$.

- Ⓐ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{4}$. Ⓑ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{4}{\sqrt{10}}$. Ⓒ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$. Ⓓ $\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{3\sqrt{10}}$.

Câu 11

Người ta thả một viên bi dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn 4,5 cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên bi đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo thêm hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng 5,4 cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng 4,5 cm. Tính bán kính của viên bi?



- Ⓐ 4,2 cm. Ⓑ 3,6 cm. Ⓒ 2,7 cm. Ⓓ 2,6 cm.

Câu 12

Một hộp bóng bàn hình trụ có bán kính R , chứa được 5 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp theo một đường tròn và tiếp xúc với nhau. Quả trên cùng và dưới cùng tiếp xúc với hai nắp hộp. Tính phần thể tích của khối trụ mà thể tích của các quả bóng bàn không chiếm chỗ.

- Ⓐ $5\pi R^3$. Ⓑ $\frac{3\pi R^3}{4}$. Ⓒ 0. Ⓓ $\frac{10\pi R^3}{3}$.

Câu 13

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- Ⓐ $\frac{7\pi a^2}{3}$. Ⓑ $\frac{\pi a^3}{8}$. Ⓒ πa^2 . Ⓓ $\frac{7\pi a^2}{9}$.

Câu 14

Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = 3, SB = 4, SC = 5$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc. Khối cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$ có thể tích là

- Ⓐ $\frac{125\sqrt{2}\pi^3}{3}$. Ⓑ $\frac{125\sqrt{2}\pi}{3}$. Ⓒ $\frac{1000\sqrt{2}\pi}{3}$. Ⓓ $\frac{1000\sqrt{2}\pi^3}{3}$.

**Câu 15**

Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ thì có bán kính là

- (A) $a\sqrt{2}$. (B) $a\sqrt{\frac{3}{2}}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) a .

Câu 16

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng

- (A) a . (B) $a\sqrt{5}$. (C) $a\sqrt{3}$. (D) $a\sqrt{2}$.

Câu 17

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho bằng

- (A) $9\pi a^2$. (B) $\frac{9\pi a^2}{4}$. (C) $3\pi a^2$. (D) $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 18

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại $A, AB = a, AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của lăng trụ theo a .

- (A) $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. (B) $R = \frac{a}{2}$. (C) $R = 2a$. (D) $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 19

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , các cạnh bên hợp với đáy góc 30° . Hãy tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{32\sqrt{3}a^3\pi}{27}$. (B) $\frac{32a^3\pi}{27}$. (C) $\frac{8a^3\pi}{81}$. (D) $\frac{32a^3\pi}{81}$.

Câu 20

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$.

- (A) $\frac{7\pi}{4}$. (B) $\frac{7\pi}{2}$. (C) $\frac{7\pi}{6}$. (D) $\frac{7\pi}{3}$.

Câu 21

Cho tứ diện $ABCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại $C, BC = CD = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$, khoảng cách từ điểm B đến (ACD) là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ bằng bao nhiêu?

- (A) $4\pi a^3\sqrt{3}$. (B) $12\pi^3$. (C) $12\pi a^3\sqrt{3}$. (D) $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$ bằng

- Ⓐ $\frac{a\sqrt{93}}{12}$. Ⓑ $\frac{a\sqrt{29}}{8}$. Ⓒ $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $\frac{a\sqrt{37}}{6}$.

Câu 23

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C , CH vuông góc AB tại H , I là trung điểm của đoạn thẳng HC . Biết SI vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^\circ$. Gọi O là trung điểm của AB , O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABI$. Góc tạo bởi OO' và (ABC) bằng

- Ⓐ 45° . Ⓑ 90° . Ⓒ 30° . Ⓓ 60° .

Câu 24

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB = 2AD = 2DC = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SB . Mặt phẳng (α) cắt SB , SC , SD lần lượt tại P , Q , R . Tính thể tích V của khối cầu đi qua các điểm A , B , C , P , Q , R .

- Ⓐ $V = \frac{32\pi a^3}{3}$. Ⓑ $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. Ⓒ $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. Ⓓ $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

Câu 25

Một mô hình gồm các khối cầu xếp chồng lên nhau tạo thành một cột thẳng đứng. Biết rằng mỗi khối cầu có bán kính gấp đôi khối cầu nằm ngay trên nó và bán kính khối cầu dưới cùng là 50 cm. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- Ⓐ Chiều cao mô hình dưới 2 mét. Ⓑ Mô hình có thể đạt được chiều cao tùy ý.
Ⓒ Chiều cao mô hình không quá 1,5 mét. Ⓓ Chiều cao mô hình tối đa là 2 mét.

—HẾT—