

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 02 trang, 05 bài)

Thời gian: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: **31/01/2026**

Bài 1 (4.0 điểm).

1.1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right)$ với $x > 0, x \neq 1$.

(a) Rút gọn biểu thức P .

(b) Tính giá trị biểu thức P tại $x = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$.

1.2. Giải phương trình $x^3 + 26x - 26 = \sqrt[3]{26 - 25x}$.

Bài 2 (4.0 điểm).

2.1. Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn

$$(x_1^2 - 2mx_1 + 2m - 1)(x_2 - 2) = 31.$$

2.2. Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Biết rằng $P(1) = -12$ và $P(1 + \sqrt{2}) = 0$.
Tính $P(2)$.

Bài 3 (4.0 điểm).

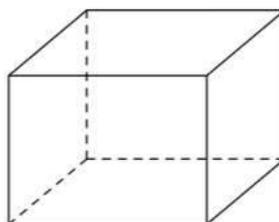
3.1. Tìm tất cả các số nguyên dương x, y sao cho các số $27x^3 + 36xy + 1$ và $27y^3 + 36xy + 1$ đều là lập phương của số nguyên.

3.2. Xét các số dương a, b, c thỏa mãn $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+1} + \sqrt{c+1} = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{a^2 + ab + b^2} + \sqrt{b^2 + bc + c^2} + \sqrt{c^2 + ca + a^2}.$$

Bài 4 (6.0 điểm).

4.1. Một người muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 dm^3 và đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

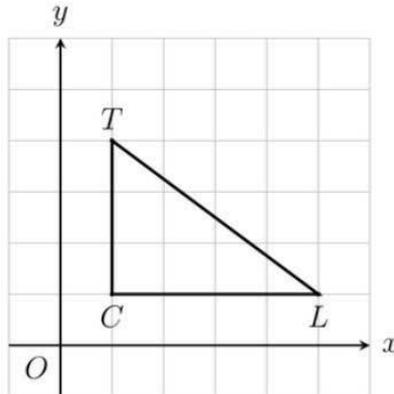


Giá thuê nhân công để xây bể là $500\,000$ đồng/ m^2 . Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây bể mà người đó phải trả là bao nhiêu?

- 4.2.** Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ và đường cao AK . Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC . Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm; M và B nằm trên nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AO). Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng MN và AK .
- (a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ nội tiếp đường tròn.
 (b) Chứng minh KA là tia phân giác của \widehat{MKN} và $AN^2 = AK \cdot AH$.
 (c) Chứng minh H là trực tâm của tam giác ABC .

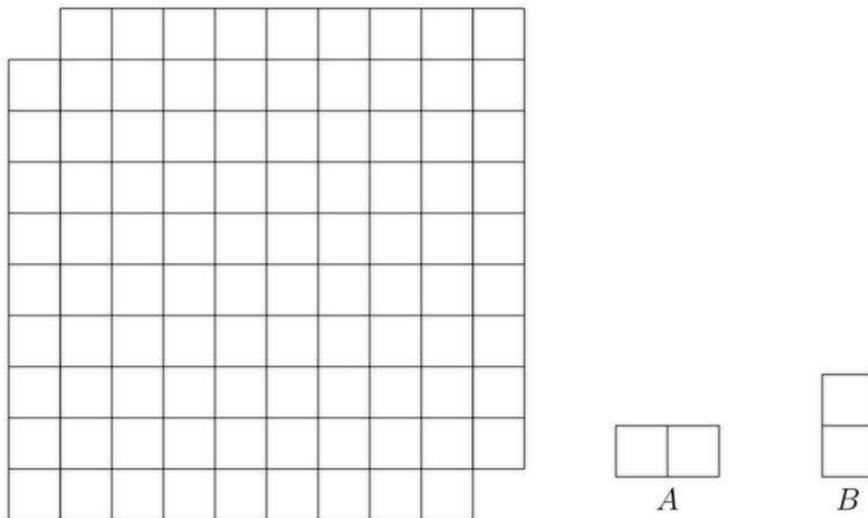
Bài 5 (2.0 điểm).

- 5.1.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác CTL với $C(1; 1)$, $T(1; 4)$ và $L(5; 1)$.



Gọi Ω là tập hợp tất cả các điểm $(x; y)$ nằm bên trong đường tròn ngoại tiếp tam giác CTL với $x, y \in \mathbb{Z}$. Chọn ngẫu nhiên một điểm thuộc Ω . Tính xác suất để điểm $(x; y)$ chọn được thỏa mãn $x \cdot y$ chẵn.

- 5.2.** Cho bảng ô vuông 10×10 mà bỏ đi hai ô ở hai góc chéo nhau như hình vẽ dưới.



Hỏi có thể phủ kín bảng ô vuông này bởi các quân domino loại A và loại B hay không (các quân domino không bị đè lên nhau)?

————— **HẾT** —————

- Thí sinh **ĐƯỢC** sử dụng máy tính cầm tay.
- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.