ĐỀ CƯƠNG ÔN THI HỌC KỲ 1 – TOÁN 12

Tặng các em! Cố lên các em nhé!

NỘI DUNG CÂU HỎI

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

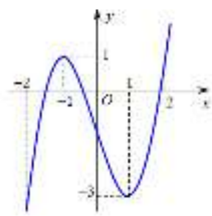
x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$.

Câu 2: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau:



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;1\right)$. B. $\left(-1;2\right)$. C. $\left(-2;-1\right)$. D. $\left(-1;1\right)$.

Câu 3: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-4$. B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. C. $y=x^3-3x^2+3x$. D. $y=x^2-4x+1$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

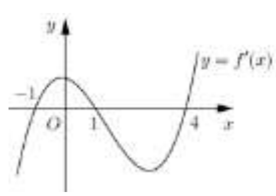
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 5: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(5;+\infty\right)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(-2;1)$. D. $(-\infty;-2)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. B. $(0;2)$. C. $(3;5)$. D. $(5;+\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Câu 10: Số giá trị nguyên của tham số m trên $[-100;100]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m-2}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$ là

A. 1. B. 99. C. 100. D. 101.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-2x^2+(m+3)x+m$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-4$. B. $m=0$. C. $m=-2$. D. $m=1$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0)>0$ hoặc $f''(x_0)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0)=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

Câu 13: Điểm cực đại của hàm số $y=-x^3+3x$ là

A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

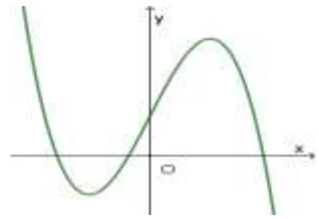
Câu 14: Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y=x^4+2x^2-1$ B. $y=x^4-2x^2-1$ C. $y=-x^4-2x^2-1$ D. $y=2x^4+4x^2+1$

Câu 15: Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

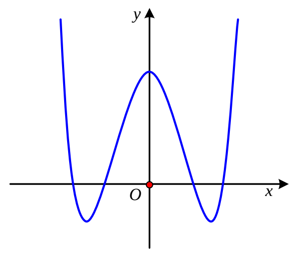
A. $y=x^4+2x^2-1$. B. $y=x^4-2x^2-1$. C. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. D. $y=2x^3+3x^2+1$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



A. $y=-x^4+2x^2+1$. B. $y=-x^3+3x+1$. C. $y=x^3-3x^2+1$. D. $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 17: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=x^4+4x^2+3$. B. $y=-x^4+4x^2+3$. C. $y=x^4-4x^2+3$. D. $y=x^3-4x^2-3$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=2$. B. $x=-2$. C. $x=3$. D. $x=1$.

Câu 19: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-12x+12$ là

A. $(-2;28)$. B. $(-2;2)$. C. $(2;-4)$. D. $x=-2$.

Câu 20: Cho hàm số $y=x-\sin 2x+3$. Chọn kết luận đúng

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{\pi}{3}$ B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-\frac{\pi}{6}$

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{\pi}{6}$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{\pi}{6}$

Câu 21: Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. B. $y(-2)=22$. C. $y(-2)=6$. D. $y(-2)=-18$.

Câu 22: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a;b;c\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

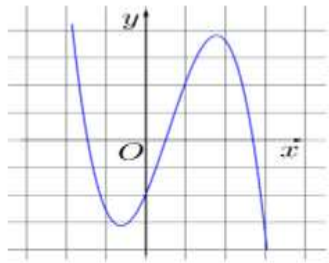
Tính $P=a-2b+3c$.

A. $P=3$. B. $P=6$. C. $P=-2$. D. $P=2$.

Câu 23: Ta xác định được các số a,b,c để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T=4a+b+c$.

A. 20. B. 23. C. 24. D. 22.

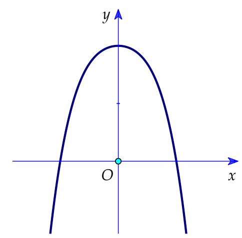
Câu 24: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a;b;c;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$. B. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.
C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. D. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

Câu 25: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b\geq 0,\ c>0.$
B. $a>0,\ b\geq 0,\ c<0.$
C. $a<0,\ b\leq 0,\ c>0.$
D. $a<0,\ b\leq 0,\ c\geq 0.$

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

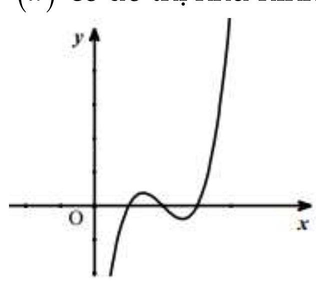
Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 28: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=5$. D. $m=-7$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có một điểm cực trị.

Câu 30: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2\left(m^2-m-6\right)x^2+m-1$ có 3 điểm cực trị.

A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 31: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-2020;2020\right]$ để hàm số $y=mx^4+\left(m+1\right)x^2+1$ có đúng một điểm cực đại?

A. 2020. B. 2018. C. 1. D. 2019.

Câu 32: Tập hợp giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-2)x^2+2m$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2]$. B. $(-\infty;0]$. C. $(0;+\infty)$. D. $(0;2)$.

Câu 33: Tìm tất cả cả các giá trị của tham số m để $y=x^3-3x^2+mx-1$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=6$.

A. $m=-3$. B. $m=3$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+2mx+m$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m<\dfrac{3}{2}$. B. $m<-\dfrac{3}{2}$. C. $m\le\dfrac{3}{2}$. D. $m>\dfrac{3}{2}$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên trên $\left[-5;7\right)$ như sau:

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	‖
y	6	↘	2	↗	9 ‖

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$. B. $\min\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=2$. C. $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=9$. D. $\max\limits_{\left[-5;7\right)} f\left(x\right)=6$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình $f\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm phân biệt

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0

D. Hàm số có 3 điểm cực trị

Câu 37: Biết rằng hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;4\right]$ tại x_0. Tính $P=x_0+2020$.

A. $P=5$. B. $P=2021$. C. $P=2023$. D. $P=2020$.

Câu 38: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M=1$. B. $M=8\sqrt{3}$. C. $M=9$. D. $M=6$.

Câu 39: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $\left[0;2\right]$.

A. $M=5$. B. $M=-5$. C. $M=\dfrac{1}{3}$. D. $M=-\dfrac{1}{3}$.

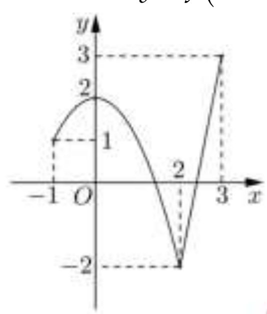
Câu 40: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m=\dfrac{17}{4}$. B. $m=10$. C. $m=5$. D. $m=3$.

Câu 41: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-x^2}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ là

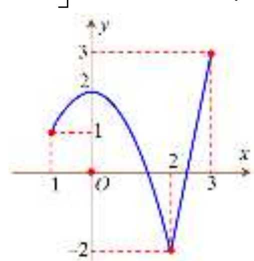
A. 0. B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. C. 2. D. 1.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(-\sin x+1\right)$. Giá trị của M – m bằng



A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.

Câu 43: Cho hàm số $f\left(x\right)$ lên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(3\sin^2 x-1\right)$ bằng

A. 3. B. 2. C. 0. D. 1

Câu 44: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=-x\left(x-2\right)^2\left(x-3\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[0;4\right]$ bằng

A. $f\left(0\right)$. B. $f\left(2\right)$. C. $f\left(3\right)$. D. $f\left(4\right)$.

Câu 45: Giả sử giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{(m+1)x+2}{-x+m}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\frac{1}{2}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\in(-5;-3)$. B. $m\in(2;4)$. C. $m\in(-9;-6)$. D. $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\frac{16}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$. B. $m>4$. C. $0<m\le 2$. D. $2<m\le 4$.

Câu 47: Tìm số dương b để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3bx^2+b-1$ trên đoạn $[-1;b]$ bằng 10

A. $b=\frac{5}{2}$. B. $b=\frac{3}{2}$. C. $b=11$. D. $b=10$.

Câu 48: Người ta muốn xây một cái bể hình hộp đứng có thể tích $V=18\left(m^3\right)$, biết đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và bể không có nắp. Hỏi cần xây bể có chiều cao h bằng bao nhiêu mét để nguyên vật liệu xây dựng là ít nhất (biết nguyên vật liệu xây dựng các mặt là như nhau)?

A. $2(m)$. B. $\frac{5}{2}(m)$. C. $1\,(m)$. D. $\frac{3}{2}(m)$.

Câu 49: Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài (theo đơn vị mét) của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là **nhỏ nhất**?

A. $\frac{56}{4+\pi}$. B. $\frac{112}{4+\pi}$. C. $\frac{84}{4+\pi}$. D. $\frac{92}{4+\pi}$.

Câu 50: Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Covid-19, các chuyên gia WHO ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=15t^2-t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

A. Ngày thứ 5. B. Ngày thứ 10. C. Ngày thứ 25. D. Ngày thứ 20.

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 53: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ B. $y=-1$ C. $y=2$ D. $x=-1$

Câu 54: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ có tiệm cận ngang là

A. $y=2$. B. $y=-1$. C. $y=\dfrac{1}{2}$. D. $x=2$.

Câu 55: Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x-2}{1-x}$. B. $y=\dfrac{x+1}{2+x}$. C. $y=x^4-x^2+2$. D. $y=-x^3+3x-1$.

Câu 56: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-2, y=-3$. B. $x=-2, y=3$. C. $x=-2, y=1$. D. $x=2, y=1$.

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1;3)$. B. $I(-1;1)$. C. $I(3;1)$. D. $I(1;3)$.

Câu 58: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. C. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. D. $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 59: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. B. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. C. $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. D. $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 60: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 61: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

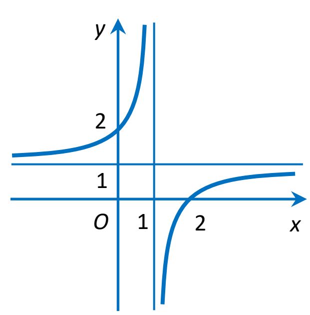
A. 1. B. 3. C. 0. D. 2 .

Câu 62: Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2 ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	2

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. B. $y=\dfrac{x+4}{x-2}$. C. $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$. D. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$.

Câu 63: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. B. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. C. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. D. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 64: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'	(gạch chéo)	||	$+$	||		
y	(gạch chéo)	|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || 1	$\searrow$	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 65: Cho hàm số $y=f\;\;x$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3 B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 66: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	||	$-$	||	$+$	
y	-4	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 67: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f\left(x\right)-1}$ là

A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 68: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, 2$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, 1$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

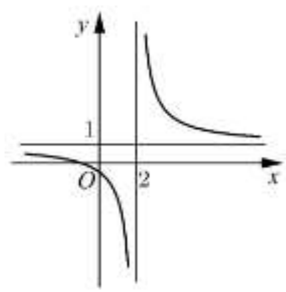
Câu 69: Số đường tiệp cận của đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+3}$ là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 70: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 71: Đường cong ở hình là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\neq 1$. B. $y'<0,\forall x\neq 2$. C. $y'>0,\forall x\neq 2$. D. $y'>0,\forall x\neq 1$.

Câu 72: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	$+\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	-2

Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. $ac>0,ab>0$. B. $ad<0;bc>0$. C. $cd<0;bd>0$. D. $ab>0;cd>0$.

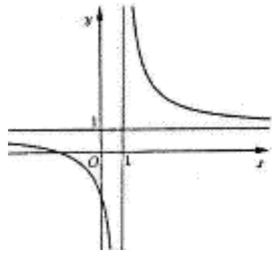
Câu 73: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c},(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 74: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-c},(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 75: Tìm tham số m để đồ thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. B. $m=\dfrac{1}{2}$. C. $m=2$. D. $m=1$.

Câu 76: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Hiệu $a-2b$ có giá trị là

A. 4. B. 0. C. 1. D. 5.

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2m}$ có 2 đường tiệm cận và 2 đường tiệm cận đó cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 1.

A. $m=\pm\dfrac{1}{3}$. B. $m=-\dfrac{1}{6}$. C. $m=\dfrac{1}{6}$. D. $m=\pm\dfrac{1}{6}$.

Câu 78: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

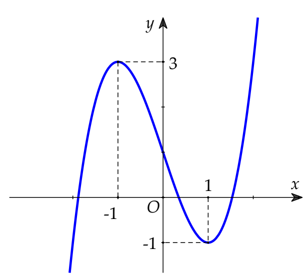
Câu 79: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)-1=0$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 80: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

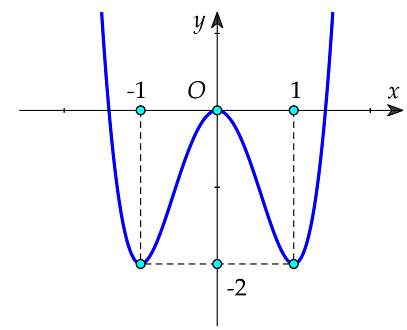
Câu 81: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^2=9$ là

A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

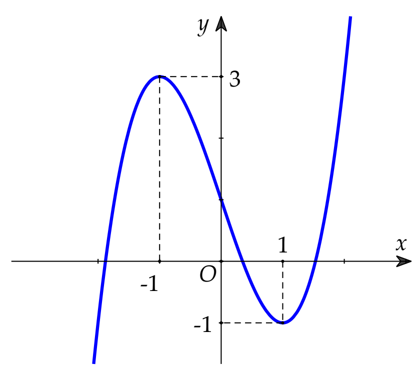
Câu 82: Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^2+2f\left(x\right)=0$ là

A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 83: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\left|2f\left(x\right)-1\right|=3$ là

A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Câu 84: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^2-3f\left(x\right)+2=0$ là

A. 6. B. 5. C. 8. D. 4.

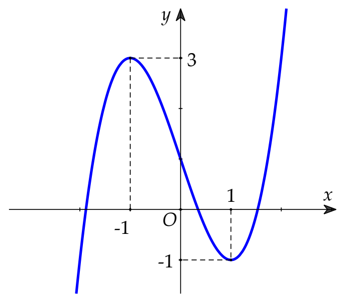
Câu 85: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x) - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-2;2)$. B. $(-1;1)$. C. $(-4;4)$. D. $[-1;1]$.

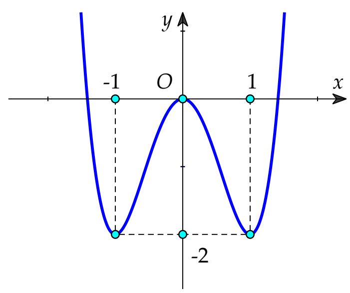
Câu 86: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - m + 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $[-1;3]$. C. $(0;4)$. D. $[0;4]$.

Câu 87: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m - 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $(-2;0)$. C. $(-3;-1)$. D. $(1;3)$.

Câu 88: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \ \Vert \ +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm là

A. $(-3;1)$. B. $(-3;1]$. C. $(1;+\infty)$. D. $[1;+\infty)$.

Câu 89: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(-\infty;-1\right);\left(-1;+\infty\right)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $\left(-3;1\right)$. B. $\left(-3;1\right]$. C. $\left(1;+\infty\right)$. D. $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 90: Số giao điểm của đồ thị $y=x^3-3x$ và trục hoành là

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 91: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(\sin x\right)=m$ có nghiệm là

A. $\left[2;+\infty\right)$. B. $\left[-1;1\right]$. C. $\left[-2;3\right]$. D. $\left[-2;5\right]$.

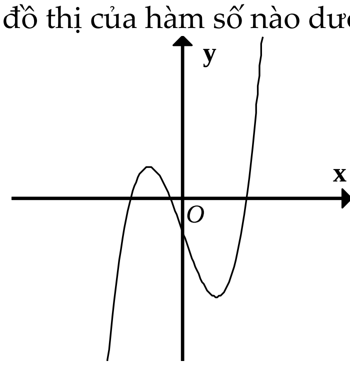
Câu 92: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(\left|\sin x\right|\right)=m$ có nghiệm là

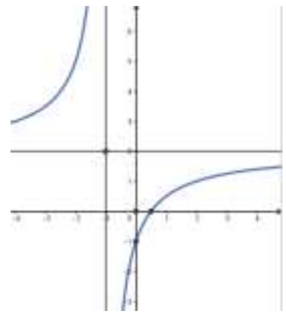
A. $\left[2;+\infty\right)$. B. $\left[-1;1\right]$. C. $\left[-2;3\right]$. D. $\left[-2;5\right]$.

Câu 93: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. B. $y=x^4-3x^2-1$. C. $y=-x^3-3x-1$. D. $y=x^3-3x-1$.

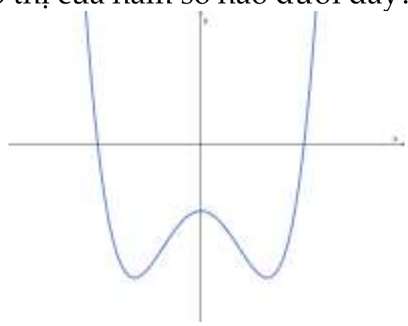
Câu 94: Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. C. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. D. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 95: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1$. B. $y=-x^4+2x^2-1$. C. $y=x^3-x^2-1$. D. $y=-x^3+x^2-1$.

Câu 96: Cho hàm số $y=x^3+3x$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 4 là

A. $k=0.$ B. $k=-2.$ C. $k=6.$ D. $k=9.$

Câu 97: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$ B. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ C. $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ D. $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$

Câu 98: Cho hàm số $y=x^3+3x$ có đồ thị (C).Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 4 là

A. $k=0$ B. $k=-2$ C. $k=6$ D. $k=9$

Câu 99: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là

A. $y=3x-2$. B. $y=-3x+2$. C. $y=x-\dfrac{2}{3}$. D. $y=-x+\dfrac{2}{3}$

Câu 100: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(H): y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ tại giao điểm của (H) và Ox là

A. $y=2x.$ B. $y=-2x+4.$ C. $y=-2x-4.$ D. $y=2x-4.$

Câu 101: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-2x+4}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=0$ là

A. $y=4x+3$. B. $y=\frac{1}{2}x+2$. C. $y=-\frac{1}{2}x+2$. D. $y=-\frac{1}{2}x-2$.

Câu 102: Cho hàm số $y=x^3-x-1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y=2x-1$. B. $y=-x-1$. C. $y=2x+2$. D. $y=-x+1$.

Câu 103: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $9x-y-14=0$?

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 104: Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$?

A. $y=9x-12$. B. $y=9x-14$. C. $y=9x-13$. D. $y=9x-11$.

Câu 105: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+3x^2-2$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-9$ là

A. $y+16=-9(x+3)$. B. $y=-9(x+3)$. C. $y-16=-9(x-3)$. D. $y-16=-9(x+3)$.

Câu 106: Số giao điểm của hai đồ thị $y=x^4-2x^2$ và $y=-x^2+2$ là

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 107: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ với trục hoành là

A. $(0;-2)$. B. $(2;0)$. C. $(0;2)$. D. $(-2;0)$.

Câu 108: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y=x-1$ là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 109: Biết đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A,\ B$ có hoành độ lần lượt $x_A,\ x_B$. Khi đó giá trị của $x_A.x_B$ bằng

A. 6. B. -2. C. 2. D. -6.

Câu 110: Biết đồ thị hàm số $y=(x-1)^2(x-5)$ cắt trục hoành tại hai điểm A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 36. B. 16. C. 4. D. 6.

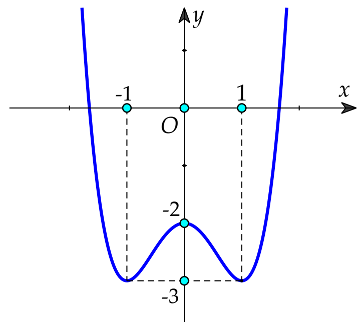
Câu 111: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $[-1;3]$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(3;+\infty)$.

Câu 112: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x^3-3x^2-1|=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(1;5)$. B. $[1;5]$. C. $(-\infty;1)$. D. $(0;5)$.

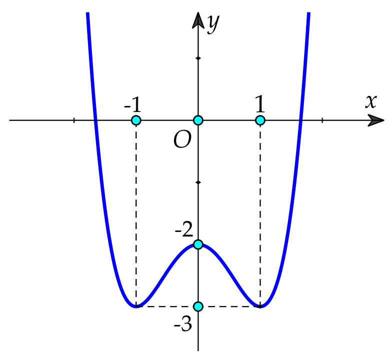
Câu 113: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2+m-1=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(-3;-2)$. B. $(0;1)$. C. $(-4;-3)$. D. $(0;5)$.

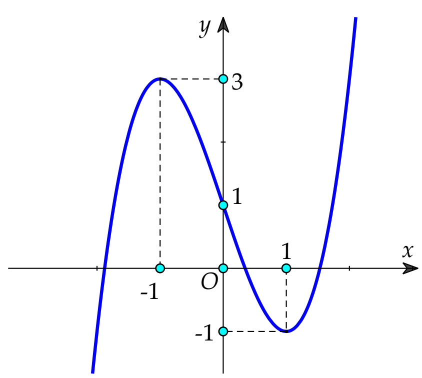
Câu 114: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2-2\right|=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(-3;-2)$. B. $(2;3)$. C. $(-2;3)$. D. $(0;2)$.

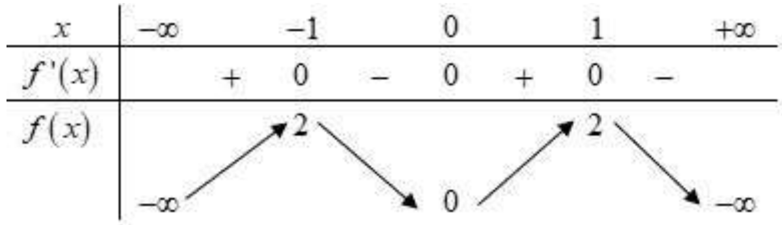
Câu 115: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|^3-3|x|+1=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $[-1;3]$. B. $[-1;1]$. C. $(-1;1)$. D. $(0;3)$.

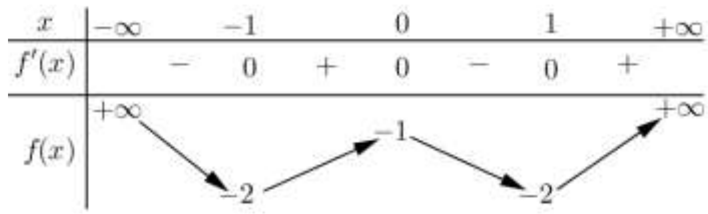
Câu 116: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

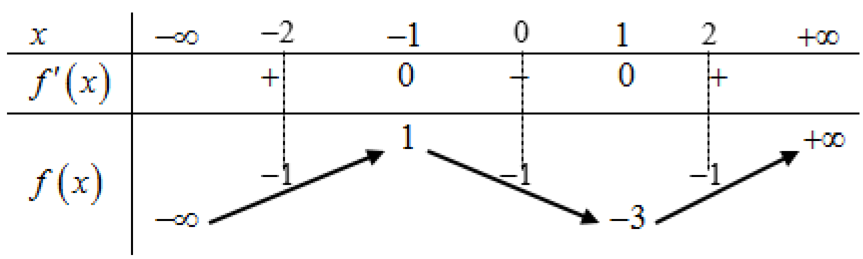
Câu 117: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

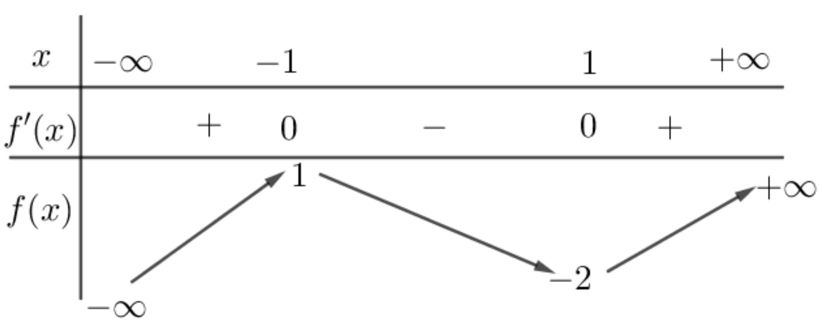
Câu 118: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$ của phương trình $2f(2\cos x+1)+3=0$ là

A. 6. B. 7. C. 11. D. 12

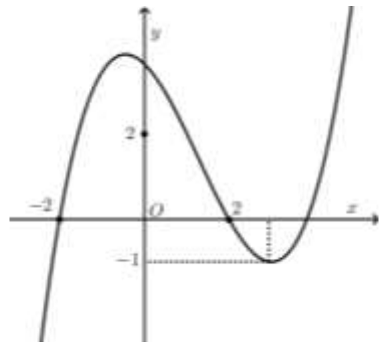
Câu 119: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x^2-x\right)\right|=2$ là

A. 1 . B. 3 . C. 2 . D. 4 .

Câu 120: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là

A. 6. B. 10. C. 12. D. 3.

Câu 121: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $0<a\neq 1, 0<b\neq 1, x; y$ bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $a^x.a^y=a^{x+y}$. B. $a^x.\left(a^y\right)^2=a^{x+2y}$. C. $a^x.b^x=\left(ab\right)^x$. D. $\dfrac{a^x}{b^y}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^{x-y}$.

Câu 122: Cho $a>0$. Dạng lũy thừa của biểu thức $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}}$ bằng:

A. $a^{\frac{40}{27}}$ B. $a^{\frac{20}{81}}$. C. $a^{\frac{40}{81}}$. D. $a^{\frac{1}{81}}$.

Câu 123: Gọi α là số thực thỏa mãn $\dfrac{\sqrt[3]{a.a^{\frac{33}{5}}}}{a^3}=a^{\alpha}$ với $0<\alpha\neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1;0)$. B. $(0;1)$. C. $(1;3)$. D. $(3;4)$.

Câu 124: Với a, b là các số thực dương phân biệt, rút gọn biểu thức $A=-\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}+\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$.

A. $\sqrt[4]{a}$. B. $-\sqrt[4]{a}$. C. $\sqrt[4]{b}$. D. $-\sqrt[4]{b}$.

Câu 125: Với a, b là những số dương, rút gọn biểu thức $\dfrac{\left(\sqrt[5]{a^2b^4}\right)^5}{\sqrt[5]{\sqrt{a^{10}b^{30}}}}$.

A. $\dfrac{a}{b}$. B. ab. C. a. D. b.

Câu 126: Hàm số nào sau đây có tập xác định **khác** với tập xác định các hàm số còn lại?

A. $y=x^0$. B. $y=x^{-2017}$. C. $y=\log x^2$. D. $y=x^e$.

Câu 127: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(x^2+4\right)^{\sqrt{3}}$. B. $y=\left(x+4\right)^{\frac{1}{2}}$. C. $y=\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^3$. D. $y=\left(x^2+2x-3\right)^{-2}$.

Câu 128: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2-x+7\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{2x^2-x+7}}$. B. $y'=\dfrac{4x-1}{\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$.

C. $y'=\dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$. D. $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$.

Câu 129: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(2x-1\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. B. $D=\left(0;+\infty\right)\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. C. $D=\left(-\infty;+\infty\right)$. D. $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 130: Nếu $(a-1)^{-\frac{1}{3}}<\left(a-1\right)^{-\frac{1}{2}}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>2$. B. $a<1$. C. $1<a<2$. D. $a>1$.

Câu 131: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}\cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4\cdot\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $m^2-n^2=25$. B. $m^2+n^2=43$. C. $3m^2-2n=2$. D. $2m^2+n=15$.

Câu 132: Cho a,b là các số thực dương thỏa $a^{2b}=5$. Tính $K=2a^{6b}-4$.

A. $K=242$. B. $K=246$. C. $K=202$. D. $K=226$.

Câu 133: Cho các số thực dương a, b thỏa $a^{\frac{2016}{2017}}>a^{\frac{2017}{2019}}$ và $\log_b\dfrac{2016}{2017}<\log_b\dfrac{2017}{2019}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<\log_a b<1$. B. $\log_a b>1$. C. $\log_b a<0$. D. $0<\log_b a<1$.

Câu 134: Cho $a>0, a\neq 1, b>0, c>0$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b+\log_a c=\log_a bc$. B. $\log_a b-\log_a c=\log_a\left(b-c\right)$.

C. $\log_a b^4=4\log_a b$. D. $\log_{a^3}c=\dfrac{1}{3}\log_a c$.

Câu 135: Cho $a>0, a\neq 1, b>0, c>0$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a b-\log_a c=\log_a\dfrac{b}{c}$. B. $\log_a b-\log_a c=\log_a\left(b-c\right)$.

C. $\log_a b-\log_a c=\log_a\dfrac{c}{b}$. D. $\log_a b=-\log_b a$.

Câu 136: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\ln\left(5a\right)-\ln\left(3a\right)$ bằng

A. $\dfrac{\ln 5}{\ln 3}$. B. $\dfrac{\ln\left(5a\right)}{\ln\left(3a\right)}$. C. $\ln\left(2a\right)$. D. $\ln\dfrac{5}{3}$.

Câu 137: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b=2$. Tính $P=\log_{a^3}b^2$.

A. $P=\dfrac{4}{3}$. B. $P=3$. C. $P=\dfrac{3}{4}$. D. $P=12$.

Câu 138: Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề dưới đây đúng?

A. $\log\left(a+b\right)=\dfrac{1}{2}\left(\log a+\log b\right)$. B. $\log\left(a+b\right)=\dfrac{1}{2}\left(1+\log a+\log b\right)$.

C. $\log\left(a+b\right)=1+\log a+\log b$. D. $\log\left(a+b\right)=\dfrac{1}{2}+\log a+\log b$.

Câu 139: Cho $\log_a x = 3,\ \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \dfrac{7}{12}$. B. $P = \dfrac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \dfrac{12}{7}$.

Câu 140: Cho $\log_2 3 = a,\ \log_2 5 = b$. Tính theo a, b giá trị $\log_6 90$.

A. $\log_6 90 = \dfrac{1+2a+b}{1+2a}$. B. $\log_6 90 = \dfrac{1+2a+2b}{1+2a}$. C. $\log_6 90 = \dfrac{1+a+b}{1+2a}$. D. $\log_6 90 = \dfrac{1+2a+b}{1+a}$.

Câu 141: Biết $\log_6 45 = a + \dfrac{b+\log_2 5}{c+\log_2 3},\ (a;b;c \in \mathbb{Z})$. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = 2$. D. $S = 3$.

Câu 142: Nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9. B. 2^{18}. C. 8. D. 2.

Câu 143: Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \log_2(x-1) + (4-x)^\pi$.

A. $\forall x \in (1;4)$. B. $\forall x \in [1;4]$. C. $\forall x \in (1;+\infty)\setminus\{4\}$. D. $\forall x \in (1;4]$.

Câu 144: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4-x^2)$ là

A. $[-2;2]$. B. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-2;2)$.

Câu 145: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^{-4}$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = 2^x$. D. $y = \left(\dfrac{2}{19}\right)^x$.

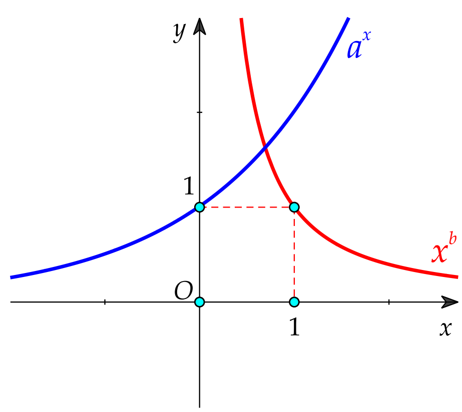
Câu 146: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = x^2 - 2x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = x^{-2}$. D. $y = \left(\dfrac{2}{19}\right)^x$.

Câu 147: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $[0;1]$. D. $[1;2]$.

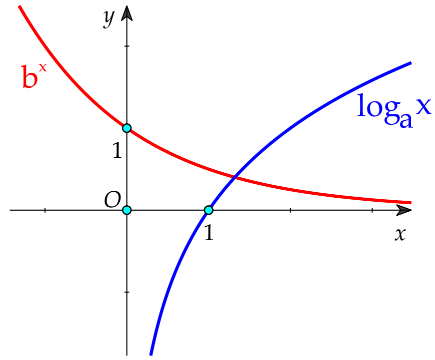
Câu 148: Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = x^b$, $(a>0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > b > 1$. B. $a > 1 > b > 0$. C. $1 > b > a > 0$. D. $a > 1 > 0 > b$.

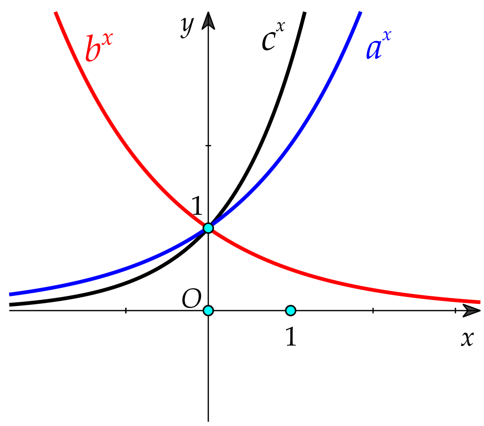
Câu 149: Cho hai đồ thị $y = \log_a x$ và $y = b^x$, $(a;b>0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > b > 1$. B. $a > 1 > b > 0$. C. $1 > b > a > 0$. D. $a > 1 > 0 > b$.

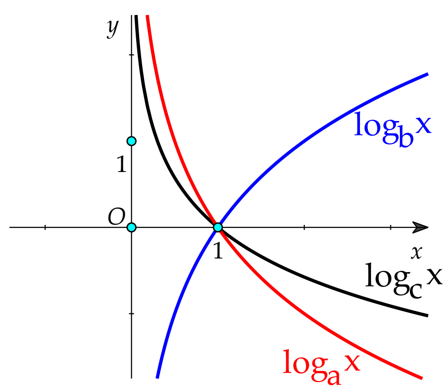
Câu 150: Cho các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$, $(a, b, c > 0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $c > a > b$. B. $a > c > b$. C. $c > b > a$. D. $a > b > c$.

Câu 151: Cho ba đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$, $(0 < a;\, b;\, c \neq 1)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b > c > 1 > a > 0$. B. $b > 1 > a > c > 0$ C. $b > 1 > c > a > 0$. D. $1 > b > c > a > 0$.

Câu 152: Giá trị của một chiếc ô tô sau t năm kể từ khi mua được ước lượng bằng công thức $G(t) = 600e^{-0,12t}$ (triệu đồng). Tính giá trị của chiếc xe này tại hai thời điểm: lúc mua và lúc đã sử dụng 5 năm (làm tròn kết quả đến hàng triệu).

A. 532 và 329 triệu đồng. B. 532 và 292 triệu đồng.

C. 600 và 292 triệu đồng. D. 600 và 329 triệu đồng.

Câu 153: Biết rằng năm 2003 dân số Việt Nam là 80902000 người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số hằng năm đó thì năm 2020 dân số Việt Nam sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

A. 101119000 người. B. 103681000 người.

C. 103870000 người. D. 106969000 người.

Câu 154: Ông Long gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng với hình thức lãi kép. Sau 5 năm ông rút hết tiền ra được một khoản 283142000 đồng. Hỏi ông Long gửi với lãi suất bao nhiêu, biết rằng trong thời gian đó lãi suất không thay đổi?

A. $6,8\%$ /năm. B. 7% /năm. C. $7,2\%$ /năm. D. 8% /năm.

Câu 155: Giả sử số lượng cá thể trong một mẻ cấy vi khuẩn sau t ngày kể từ lúc ban đầu được ước lượng bởi công thức $N(t)=1200.(1,148)^t$. Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn đạt đến 5000 cá thể (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

A. $10,3$ ngày. B. $12,3$ ngày. C. $13,0$ ngày. D. $61,7$ ngày.

Câu 156: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau **ít nhất** bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 8 năm. B. 9 năm. C. 10 năm. D. 11 năm.

Câu 157: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2027. D. Năm 2046.

Câu 158: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=A.e^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, $Tr.79$). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. $109.256.100$. B. $108.374.700$. C. $107.500.500$. D. $108.311.100$.

Câu 159: Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n)=\dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}}$. Hỏi cần phát **ít nhất** bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202. B. 203. C. 206. D. 207.

Câu 160: Đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. B. $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. C. $y'=x\ln 10$. D. $y'=\dfrac{10}{x}$.

Câu 161: Đạo hàm của hàm số $y=e^{x^2+2x+5}$ là

A. $y'=e^{x^2+2x+5}$. B. $y'=(2x+2)e^{x^2+2x+5}$. C. $y'=(2x+5)e^{x^2+2x+5}$. D. $y'=(x^2+2x+5)e^{x^2+2x+4}$.

Câu 162: Đạo hàm của hàm số $y = xe^{\sin x}$ là

A. $y' = e^{\sin x} + x\cos xe^{\sin x}$. B. $y' = e^{\sin x} - x\cos xe^{\sin x}$.
C. $y' = e^{\sin x} + xe^{\sin x}$. D. $y' = xe^{\sin x}$.

Câu 163: Biết $\left(xe^x\right)' = e^x\left(ax+b\right)$, $a;b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

A. -2. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 164: Hàm số $y = \log_2\left(4x - x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. B. $(0;4)$. C. $(2;4)$. D. $(-\infty;2)$.

Câu 165: Cho hàm số $y = e^{\sin x}$. Số nghiệm trên đoạn $(0;3\pi)$ của phương trình $y' = 0$ là

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 166: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = xe^{2x}$ là

A. $\frac{1}{2e}$ B. 0. C. $2e^4$. D. $-\frac{1}{2e}$.

Câu 167: Gọi $a;b$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \log_3\left(1-x\right)$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$. Tổng $a+b$ bằng

A. 6. B. 7. C. 5. D. 0.

Câu 168: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - mx + 1\right)^{\frac{2}{7}}$ là $\mathbb{R}$?

A. 0. B. 3. C. 5. D. Vô số.

Câu 169: Cho $f\left(x\right) = e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2).f(3)...f(2019) = e^{\frac{m}{n}}$ với m,n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = 2020$. B. $m - n^2 = 1$. C. $m - n^2 = -1$. D. $m - n^2 = -2020$.

Câu 170: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 5$ là

A. $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 5$. B. $x = \frac{1}{2} + \log_2 5$. C. $x = 1 + \frac{1}{2}\log_2 5$. D. $x = 1 + \log_2 5$.

Câu 171: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(2x+1\right) = 5$ là

A. $x = 32$. B. $x = \frac{31}{2}$. C. $x = \frac{21}{2}$. D. $x = \frac{9}{2}$.

Câu 172: Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$ là

A. $\{3\}$. B. $\{-1;-3\}$. C. $\{1;3\}$. D. $\{-1;3\}$.

Câu 173: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 + 7x\right) = 3$ là

A. $\{1\}$. B. $\{1;-8\}$. C. $\{-8\}$. D. $\{1;8\}$.

Câu 174: Cho phương trình $9^x - 2.3^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 3^x$ ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 - 2t - 3 = 0$. B. $3t^2 - 6t - 3 = 0$. C. $t^2 - 6t - 3 = 0$. D. $3t^2 - 2t - 3 = 0$.

Câu 175: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2}.\log_2 x = 0$ là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 176: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2+2x} - 10.3^{x^2+x} + 9 = 0$ là

A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 177: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$. Biết $x_1 + x_2 = \frac{a}{b}, (a;b \in \mathbb{N}), \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

A. $T = 9$. B. $T = 10$. C. $T = 13$. D. $T = 12$.

Câu 178: Ký hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = |x_1 - x_2|$

A. $T = 4$. B. $T = 1$. C. $T = 2$. D. $T = 3$.

Câu 179: Cho phương trình: $\log_4(3^x - 1).\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{3^x - 1}{16}\right) = \frac{3}{4}$. Giải phương trình trên bằng cách đặt $t = \log_4(3^x - 1)$, ta thu được phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2 - 8t + 3 = 0$. B. $4t^2 - 8t + 1 = 0$. C. $4t^2 - 4t + 3 = 0$. D. $4t^2 + 8t + 3 = 0$.

Câu 180: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$. Biết $x_1 + x_2 = a + b\log_3 2, (a;b \in \mathbb{Z})$. Tính $T = a + b$.

A. $T = 0$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 2$.

Câu 181: Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\frac{4x^2 - 4x + 1}{2x}\right) + 4x^2 + 1 = 6x$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{4}\left(a + \sqrt{b}\right)$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. $a + b = 16$. B. $a + b = 11$. C. $a + b = 14$. D. $a + b = 13$.

Câu 182: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 - 1) > 1$.

A. $(-2;2)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(-1;2)$. D. $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

Câu 183: Tìm nghiệm của bất phương trình: $(2,97)^{\frac{x-3}{x^2+1}} < 1$.

A. $x < 4$. B. $x < 3$. C. $x < 2$. D. $x < 1$.

Câu 184: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 3) + \log_3(x - 5) < 1$ có dạng $(a;b)$, tính $a + b$.

A. 9. B. 6. C. 8. D. 11.

Câu 185: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$.

A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(2;+\infty)$.. C. $(-\infty;0)$.. D. $(0;+\infty)$.

Câu 186: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(2x - 7)\ln(x + 1) > 0$.

A. $(-1;0) \cup \left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. B. $(-1;1) \cup \left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. C. $(-1;2) \cup \left(\frac{7}{2};+\infty\right)$. D. $(-1;3) \cup \left(\frac{7}{2};+\infty\right)$.

Câu 187: Cho hàm số $f(x) = \ln^2(x^2 - 2x + 4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x) > 0$.

A. $x \neq 1$. B. $x > 0$. C. $x > 1$. D. $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 188: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^x = m$ có nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. B. $[0;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 189: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. B. $[0;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 190: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{x-1}\left(2^x-m\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $(2;+\infty)$. B. $[2;+\infty)$. C. $(0;+\infty)$. D. $[1;+\infty)$.

Câu 191: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm.

A. $(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(4;+\infty)$. D. $[4;+\infty)$.

Câu 192: Biết tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}(x+m-4)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T=(a;b)$, trong đó a,b là các số nguyên hoặc phân số tối giản, giá trị a^2-4b bằng

A. 46. B. 30. C. -12. D. 4.

Câu 193: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2k-1=0$ có nghiệm thuộc $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. 0. B. 4. C. 3. D. Vô số.

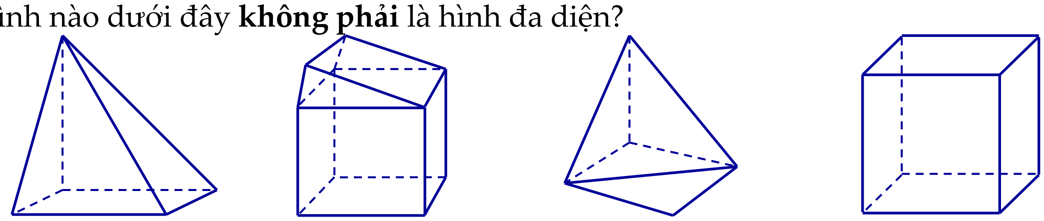
Câu 194: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. B. $[2;4]$. C. $(2;4)$. D. $(3;4)$.

Câu 195: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right)>\log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $m>9$. B. $m<2$. C. $0<m<1$. D. $m\ge 1$.

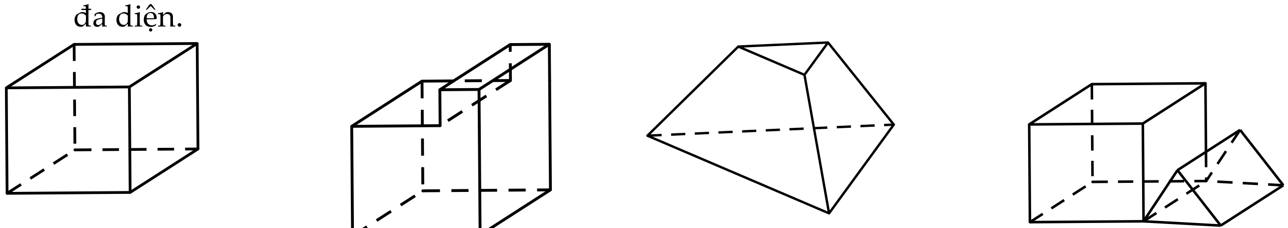
Câu 196: Hình nào dưới đây **không phải** là hình đa diện?



Hình 1 *Hình 2* *Hình 3* *Hình 4*

A. Hình 4. B. Hình 1. C. Hình 2. D. Hình 3.

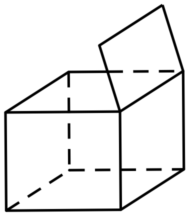
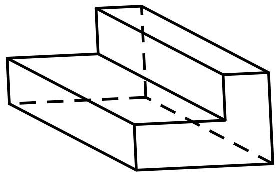
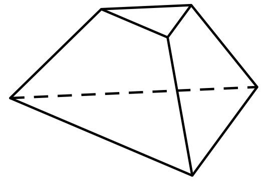
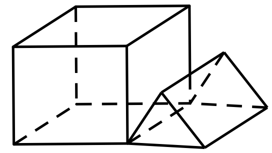
Câu 197: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số hình đa diện.



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

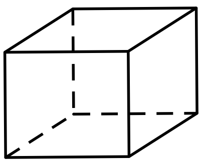
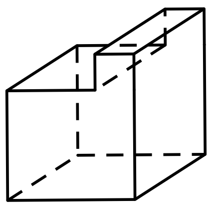
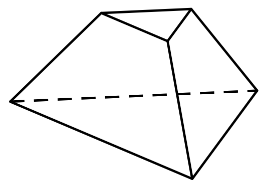
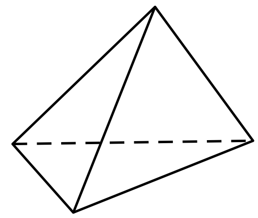
Câu 198: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số **không là** hình đa diện.



Hình 2

Hình 3

Hình 4

Hình 1

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

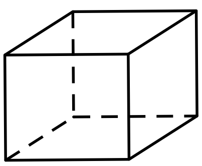
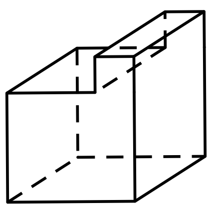
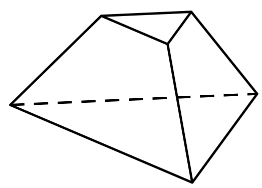
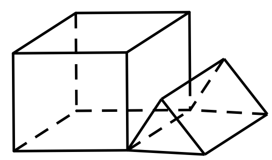
Câu 199: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm hình **không là** đa diện lồi.



Hình 2

Hình 3

Hình 4

Hình 1

A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

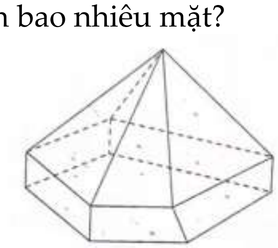
Câu 200: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số hình đa diện lồi.



Hình 2

Hình 3

Hình 4

Hình 1

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 201: Hình đa diện dưới đây bao gồm bao nhiêu mặt?



A. 11. B. 9. C. 13. D. 8.

Câu 202: Bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 203: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 204: Hình chóp tam giác đều có cạnh bên và cạnh đáy **không** bằng nhau, có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 205: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 206: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 207: Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 208: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. B. Hình lập phương.

C. Hình chóp tứ giác đều. D. Mặt cầu.

Câu 209: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. Mười hai mặt đều. B. Hình lập phương.

C. Tứ diện đều. D. Mặt cầu.

Câu 210: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của ít nhất hai mặt.

B. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của nhiều nhất hai mặt.

C. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

D. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của đúng ba mặt.

Câu 211: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có ít nhất một điểm chung.

B. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có một cạnh chung.

C. Hai mặt bất kì của đa diện không có điểm chung nào.

D. Hai mặt bất kì của đa diện hoặc không có điểm chung, hoặc có một điểm chung, hoặc có một cạnh chung.

Câu 212: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mỗi mặt của đa diện có ít nhất ba cạnh.

B. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của ít nhất hai mặt.

C. Mỗi mặt của đa diện có nhiều nhất ba cạnh.

D. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có một cạnh chung.

Câu 213: Có bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 214: Khối tứ diện đều có kí hiệu nào sau đây?

A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{5;3\}$.

Câu 215: Khối lập phương có kí hiệu nào sau đây?

A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{4;3\}$.

Câu 216: Khối mười hai mặt đều có kí hiệu nào sau đây?

A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{5;3\}$.

Câu 217: Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có tên gọi nào sau đây?

A. Bát diện đều. B. Hình lập phương. C. Tứ diện đều. D. Mười hai mặt đều.

Câu 218: Khối đa diện đều loại $\{3;3\}$ có tên gọi nào sau đây?

A. Bát diện đều. B. Hình lập phương. C. Tứ diện đều. D. Mười hai mặt đều.

Câu 219: Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh bát diện đều đó được làm từ các que tre có độ dài $8\,\text{cm}$. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 chiếc đèn (*giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể*)?

A. $128\,\text{m}$. B. $192\,\text{m}$. C. $960\,\text{m}$. D. $96\,\text{m}$.

Câu 220: Cho khối lập phương có thể tích bằng 27. Diện toàn toàn phần của khối lập phương đã cho bằng

A. 72. B. 36. C. 18. D. 54.

Câu 221: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. B. $\dfrac{a^3}{9}$. C. a^3. D. $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 222: Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên có diện tích bằng $8a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $8a^3$. D. $\dfrac{8a^3}{3}$.

Câu 223: Cho khối chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA=1$, $OB=2$ và thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng 3. Độ dài OC bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. B. $\dfrac{9}{2}$. C. 9. D. 3.

Câu 224: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 225: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'C=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $A'.ABCD$ bằng

A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $\dfrac{a^3}{3}$. C. a^3. D. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 226: Cho hình lăng trụ có diện tích đáy là $B=6$ và đường cao là $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $V=12$. B. $V=6$. C. $V=8$. D. $V=12$.

Câu 227: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. B. $\dfrac{3a^3}{4}$. C. $\dfrac{3a^3}{2}$. D. $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 228: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của C trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$, góc giữa CC' và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 229: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\dfrac{8a^3}{3}$. C. $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 230: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Biết (SBC) hợp với mặt đáy một góc 30^0, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{15}a^3}{6}$.

Câu 231: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 232: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với đáy. Biết SC hợp với (SAB) một góc 30^0, thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 233: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $BC = a$. Biết AC' hợp với mặt đáy một góc 60^0, thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2\sqrt{15}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SA \perp (ABC)$, $BC = 2a$. Góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 235: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\frac{1}{3}V$. B. $\frac{1}{2}V$. C. $\frac{1}{12}V$. D. $\frac{1}{4}V$.

Câu 236: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{1}{6}$. C. $V = \frac{1}{12}$. D. $V = \frac{2}{3}$.

Câu 237: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần (số bé chia số lớn) là

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 238: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của AA'. Biết thể tích khối chóp $M.BCC'B'$ là V. Khi đó thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $3V$. B. $2V$. C. $\frac{3}{2}V$. D. $\frac{4}{3}V$.

Câu 239: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB // CD$, $AB = 2CD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SA và SD. Tính tỉ số $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}}$.

A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 240: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 241: Cho khối lập phương L và gọi B là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của L. Tỉ số thể tích của B và L là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 242: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có các góc $ASB = BSC = CSA = 60^0$ và độ dài các cạnh $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 243: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB} = x$, V_1 là thể tích khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1 = \frac{1}{2}V$.

A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \sqrt{2}$. C. $x = \frac{-1+\sqrt{41}}{4}$. D. $x = \frac{-1+\sqrt{33}}{4}$.

Câu 244: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 245: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), giá trị $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ **nhỏ nhất** là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 246: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng R, chiều cao bằng h, độ dài đường sinh bằng l. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $l = \sqrt{R^2 - h^2}$. B. $h = \sqrt{R^2 - l^2}$. C. $l = \sqrt{R^2 + h^2}$. D. $R^2 = l^2 + h^2$.

Câu 247: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi rh$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 248: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. B. πrl. C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Câu 249: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Câu 250: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. B. 12π. C. 16π. D. 24π.

Câu 251: Cho khối trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích một đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 8. B. 10. C. 4. D. 6.

Câu 252: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $BC=3a$ và $AC=5a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ có diện tích toàn phần bằng

A. $28\pi a^2$. B. $24\pi a^2$. C. $56\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.

Câu 253: Cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng d khi quay quanh Δ là

A. Mặt cầu. B. Mặt trụ. C. Mặt nón. D. Mặt phẳng.

Câu 254: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V=4\pi$. C. $V=16\pi\sqrt{3}$. D. $V=12\pi$.

Câu 255: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. B. 36π. C. 54π. D. 27π.

Câu 256: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD=6$ và góc CAD bằng 60^0. Thể tích của khối trụ là.

A. 24π. B. 112π. C. 126π. D. 162π.

Câu 257: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 258: Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. B. $2,6m$. C. $2,1m$. D. $2,3m$.

Câu 259: Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=12\pi$. B. $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 260: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \dfrac{3a}{2}$. D. $l = 3a$.

Câu 261: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

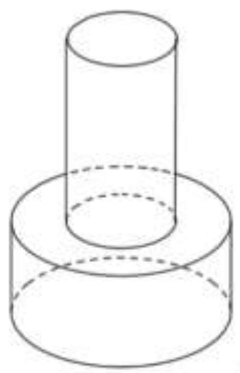
A. 8π. B. $\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π.

Câu 262: Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \dfrac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 263: Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \dfrac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\ \text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. $24\,\text{cm}^3$. B. $15\,\text{cm}^3$. C. $20\,\text{cm}^3$. D. $10\,\text{cm}^3$.



Câu 264: Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A. $V = 12\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 60\pi$.

Câu 265: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua trục thu được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 8. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. B. $4\sqrt{2}\pi$ C. $8\sqrt{2}\pi$. D. $16\sqrt{2}\pi$.

Câu 266: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 và chiều cao bằng 3. Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục của nó có diện tích bằng

A. 3. B. 8. C. 12. D. 6.

Câu 267: Cắt khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 bởi mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của trục khối nón, thiết diện thu được là hình tròn có diện tích 9π. Thể tích khối nón bằng

A. 54π. B. 16π. C. 72π. D. 216π.

Câu 268: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V = 9\sqrt{3}\pi.$ B. $V = 9\pi.$ C. $V = 3\sqrt{3}\pi.$ D. $V = 3\pi.$

Câu 269: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

Câu 270: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π. C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π.

Câu 271: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Câu 272: Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 273: Cho mặt cầu $S(O;r)$ và một điểm A với $OA > r$. Từ A dựng các tiếp tuyến với mặt cầu $S(O;r)$, gọi M là tiếp điểm bất kì. Tập hợp các điểm M là

A. một hình nón. B. một đường tròn. C. một đường thẳng. D. một mặt phẳng.

Câu 274: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Mọi hình hộp có một mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 275: Một khối cầu có bán kính bằng 2, một mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn có diện tích là 2π. Khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 276: Cắt khối cầu $S(I;10)$ bởi mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng bằng 6 ta thu được thiết diện là hình tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

A. 8π. B. 64π. C. 32π. D. 16π.

Câu 277: Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$ B. $2\pi R^2$ C. $4\pi R^2$ D. πR^2

Câu 278: Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $4\pi R^3$ C. $2\pi R^3$ D. $\frac{3}{4}\pi R^3$

Câu 279: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π. C. 16π. D. 4π.

Câu 280: Cho khối cầu có đường kính là 6. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. 54π. B. 108π. C. 9π. D. 36π.

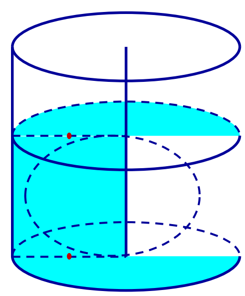
Câu 281: Cho mặt cầu bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $2R$. Gọi V_1; V_2 theo thứ tự là thể tích khối cầu và khối trụ đã cho . Khi đó tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Câu 282: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. 2. B. 1,2. C. 1,3. D. 1.

Câu 283: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng?



A. $4,2\,\text{cm}$. B. $3,6\,\text{cm}$. C. $2,7\,\text{cm}$. D. $2,6\,\text{cm}$.

Câu 284: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng 1. Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là

A. 4π. B. $\frac{16\pi}{3}$. C. 16π. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 285: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{16}$ B. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$ C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{16}$ D. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$

Câu 286: Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2\sqrt{3}R$ B. $a=\frac{\sqrt{3}R}{3}$ C. $a=2R$ D. $a=\frac{2\sqrt{3}R}{3}$

Câu 287: Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a (khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương)

A. $\frac{\pi a^3}{6}$ B. $\frac{\pi a^3}{8}$ C. $\frac{\pi a^3}{2}$ D. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 288: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\sqrt{3}a$. B. $R=\sqrt{2}a$. C. $R=\frac{25a}{8}$. D. $R=2a$.

Câu 289: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 290: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$

Câu 291: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2$, $AB=1$, $BC=\sqrt{3}$. Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

B. 1. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 292: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ B. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ C. $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ D. $V=\frac{5\pi}{3}$

Câu 293: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{4\pi a^2}{3}$. C. $2\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Câu 294: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng a. Gọi V là thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của V là

A. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 295: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V=144$. B. $V=576$. C. $V=576\sqrt{2}$. D. $V=144\sqrt{6}$.

HẾT

Huế, 19h30 ngày 06 tháng 12 năm 2020

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;0\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

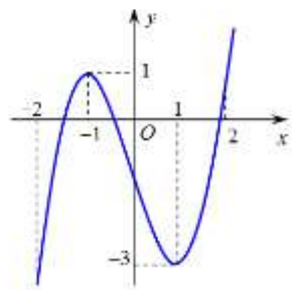
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 2: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau:



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;1\right)$.

B. $\left(-1;2\right)$.

C. $\left(-2;-1\right)$.

D. $\left(-1;1\right)$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số ta có, hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$. Trong các khoảng đã cho trong các đáp án lựa chọn chỉ có khoảng $\left(-2;-1\right)$ nằm trong $\left(-\infty;-1\right)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 3: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-4$.

B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=x^3-3x^2+3x$.

D. $y=x^2-4x+1$.

Lời giải:

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2+3x$. Ta có $f'\left(x\right)=3x^2-6x+3=3\left(x-1\right)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow f\left(x\right)=x^3-3x^2+3x-4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 5: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

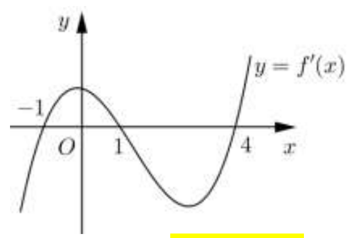
Lời giải:

Tập xác định: $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}>0$, $\forall x\in(5;+\infty)$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$. B. $(2;+\infty)$. C. $(-2;1)$. D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải:

Cách 1:

Ta thấy $f'(x)<0$ với $\left[\begin{array}{l}x\in(1;4)\\x<-1\end{array}\right.$ nên $f(x)$ nghịch biến trên $(1;4)$ và $(-\infty;-1)$ suy ra $g(x)=f(-x)$ đồng biến trên $(-4;-1)$ và $(1;+\infty)$. Khi đó $f(2-x)$ đồng biến biến trên khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$

Cách 2:

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<4\end{array}\right.$.

Ta có $\left(f(2-x)\right)'=(2-x)'.f'(2-x)=-f'(2-x)$.

Để hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến thì $\left(f(2-x)\right)'>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$.

Cách 3: Chọn giá trị…. (*thầy đã hướng dẫn kĩ*)

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. B. $(0;2)$. C. $(3;5)$. D. $(5;+\infty)$.

Lời giải:

Xét hàm số $y=f(5-2x)$. Ta có: $y'=\left[f(5-2x)\right]'=-2f'(5-2x)$.

Xét bất phương trình: $y'<0\Leftrightarrow f'(5-2x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<5-2x<-1\\5-2x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<x<4\\x<2\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và khoảng $(3;4)$.

Vì $(0;2)\subset(-\infty;2)$ nên chọn đáp án B.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 8: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Lời giải:

$D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$; $y'=\dfrac{m^2-4m}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow m^2-4m<0\Leftrightarrow 0<m<4$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

A. 2. B. Vô số. C. 1. D. 3.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-5m\}$. Ta có: $y'=\dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}5m-2>0\\-5m\in[-10;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{2}{5}\\-5m\geq-10\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{5}<m\leq 2$.

Vì m nguyên nên $m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số m.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 10: Số giá trị nguyên của tham số m trên $\left[-100;100\right]$ để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m-2}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$ là

A. 1. B. 99. C. 100. D. 101.

Lời giải:

Hàm số xác định khi $\sin x\neq m$. Ta có: $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)\Rightarrow \sin x\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có: $y'=\dfrac{2-2m}{\left(\sin x-m\right)^2}.\left(\sin x\right)'=\dfrac{2-2m}{\left(\sin x-m\right)^2}.\cos x$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$ thì $y'>0,\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2-2m>0\\ m\notin\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\ m\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\end{cases}\Rightarrow m\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};1\right).$$

Do $\begin{cases}m\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};1\right)\\ m\in\left[-100;100\right],m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m\in\left\{-100;-99;...;-1;0\right\}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3-2x^2+\left(m+3\right)x+m$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=-4$. B. $m=0$. C. $m=-2$. D. $m=1$.

Lời giải:

Ta có: $y'=mx^2-4x+m+3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$*$ Nếu $m=0$: $y'=-4x+3\geq 0\Leftrightarrow x\leq\dfrac{3}{4}\Rightarrow m=0$ loại.

$*$ Nếu $m\neq 0$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \Delta'_{y'}=-m^2-3m+4\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m\leq -4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 1.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 12: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''\left(x_0\right)>0$ hoặc $f''\left(x_0\right)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'\left(x_0\right)=0$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'\left(x_0\right)=0$.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

Lời giải:

+ Khẳng định A sai.

Thật vây, xét hàm số $y = x^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Ta có $y' = 4x^3$; $y'' = 12x^2$. Suy ra $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) = 0 \end{cases}$ nhưng $x = 0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số vì $x = 0$ là nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$ và qua $x = 0$ ta có y' đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$

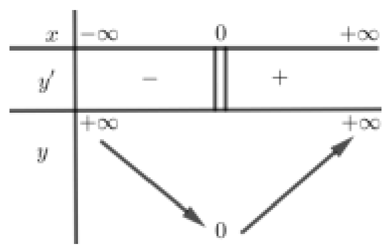
Để khẳng định A đúng thì ta cần phải xét thêm yếu tố là hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai khác 0 tại điểm x_0.

+ Khẳng định C sai.

Thật vậy, xét hàm số $y = |x| = \sqrt{x^2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Có: $y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2}} = \dfrac{x}{|x|} \Rightarrow$ hàm số không có đạo hàm tại $x = 0$.

Bảng biến thiên:



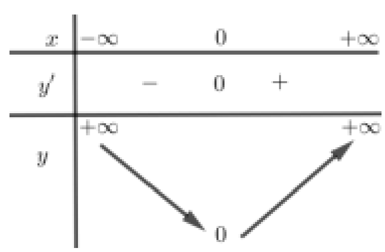
Qua bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số $y = |x|$ vẫn đạt cực trị tại $x = 0$ dù tại đó $y'(0)$ không xác định.

+ Khẳng định D sai.

Thật vậy, xét hàm số $y = x^2$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 2x \Leftrightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Bảng biến thiên:



Quan sát bảng biến thiên ta nhận thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 0$ và $y'(0)$ xác định.

+ Khẳng định B đúng vì qua hai ví dụ đã xét ở các khẳng định C và D ta nhận thấy hàm số $y = f(x)$ có thể đạt cực trị tại điểm x_0 mà tại đó $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 13: Điểm cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực đại của hàm số là $x = 1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 14: Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$ C. $y = -x^4 - 2x^2 - 1$ D. $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$

Lời giải:

Ta có tính chất sau: hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b < 0$.

Khi đó ta thấy ngay hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có ba điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 15: Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

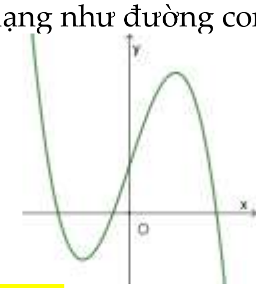
A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. D. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, \left(a;b;c;d \in \mathbb{R}\right)$ không có cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

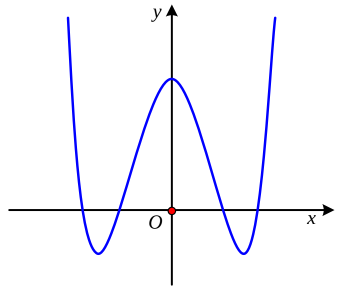
Lời giải:

Dựa vào đồ thị trên là của hàm số bậc ba (loại **A** và **D**).

Nhánh cuối cùng đi xuống nên $a < 0$, nên **Chọn B.**

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 17: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^4 + 4x^2 + 3$. B. $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. C. $y = x^4 - 4x^2 + 3$. D. $y = x^3 - 4x^2 - 3$.

Lời giải:

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc bốn: $y = ax^4 + bx^2 + c\,(a \neq 0)$ và $a > 0$ nên loại **B** và **D**. Mặt khác đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b < 0$. Do đó loại **A.**

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 19: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là

A. $(-2;28)$. B. $(-2;2)$. C. $(2;-4)$. D. $x = -2$.

Lời giải:

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$, lại có $y(2) = -4$, $y(-2) = 28$.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	28	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số trên là $(2;-4)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 20: Cho hàm số $y = x - \sin 2x + 3$. Chọn kết luận đúng

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{\pi}{3}$ B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\dfrac{\pi}{6}$

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \dfrac{\pi}{6}$ D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{\pi}{6}$

Lời giải:

Ta có: $y'=1-2\cos 2x$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Lập bảng xét dấu của y' trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$

x	$-\frac{\pi}{2}$		$-\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{\pi}{6}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 21: Biết $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $y(-2)=2$. B. $y(-2)=22$. C. $y(-2)=6$. D. $y(-2)=-18$.

Lời giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Vì $M(0;2)$, $N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases} y'(0)=0 \\ y'(2)=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases}\ (1)\ \text{ và }\ \begin{cases} y(0)=2 \\ y(2)=-2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} d=2 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases}\ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a=1;\ b=-3;\ c=0;\ d=2\Rightarrow y=x^3-3x^2+2\Rightarrow y(-2)=-18$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 22: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a;b;c\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tính $P=a-2b+3c$.

A. $P=3$. B. $P=6$. C. $P=-2$. D. $P=2$.

Lời giải:

Ta có $y'=4ax^3+2bx=2x(2ax^2+b)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{b}{2a} \end{array}\right.$.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy $a<0$; $b>0$, hàm đạt cực đại tại $x=\pm1$ và $y(\pm1)=2$, hàm đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y(0)=1$. Suy ra, $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=2 \\ c=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$. Do đó: $P=a-2b+3c=-2$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 23: Ta xác định được các số a,b,c để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T=4a+b+c$.

A. 20. B. 23. C. 24. D. 22.

Lời giải:

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y=x^3+ax^2+bx+c$; $y'=3x^2+2ax+b$.

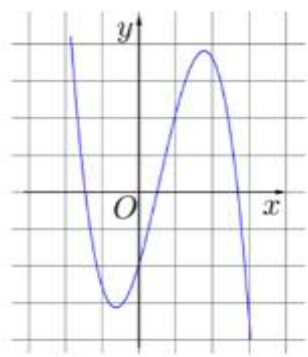
Đồ thị hàm số qua điểm $(0;1)$ nên $c=1$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(-2;0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2-3b>0 \\ y(-2)=0 \\ y'(-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2-3b>0 \\ -8+4a-2b+c=0 \\ 12-4a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{17}{4} \\ b=5 \end{cases}$.

Do đó: $T=4a+b+c=4.\dfrac{17}{4}+5+1=23$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 24: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d, (a;b;c;d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$. B. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$. D. $a<0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a<0 \Rightarrow$ **loại phương án C.**

$y'=3ax^2+2bx+c=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a.c<0 \Rightarrow c>0 \Rightarrow$ **loại phương án D.** Do $(C)\cap Oy=D(0;d)\Rightarrow d<0.$

Bổ sung

Dựa vào đồ thì ta thấy $x_1+x_2>0 \Rightarrow \dfrac{-2b}{3a}>0 \Rightarrow b>0$ nên loại B.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 25: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

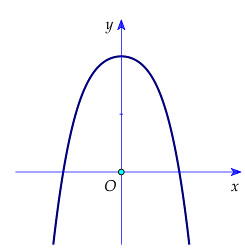
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,\ b\geq 0,\ c>0.$

B. $a>0,\ b\geq 0,\ c<0.$

C. $a<0,\ b\leq 0,\ c>0.$

D. $a<0,\ b\leq 0,\ c\geq 0.$



Lời giải:

+ Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$ và $(C)\cap Oy=(0;c)\Rightarrow c>0$. Mặt khác hàm số có duy nhất một cực trị nên suy ra $a.b\ge 0$, do $a<0\Rightarrow b\le 0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải:

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)=x^3(x-3)^2(x+3)^2(x+1)$.

Ta thấy chỉ có $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm booij lẻ nên qua đó $f'(x)$ có sự đổi dấu.

vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 28: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=1$. B. $m=-1$. C. $m=5$. D. $m=-7$.

Lời giải:

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=3$ suy ra $y'(3)=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Lại có $y''=2x-2m$.

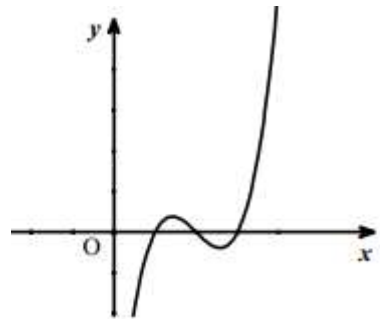
+) Với $m=1$, $y''(3)=6-2=4>0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ (loại).

+) Với $m=5$, $y''(3)=6-10=-4<0$. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ (thỏa mãn).

Vậy với $m=5$ hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

Lời giải:

Ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt. Do vậy hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 30: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2(m^2-m-6)x^2+m-1$ có 3 điểm cực trị.

A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải:

Hàm số $y=x^4+2(m^2-m-6)x^2+m-1$ có 3 điểm cực trị

$\Leftrightarrow a.b<0 \Leftrightarrow 2(m^2-m-6)<0 \Leftrightarrow m\in(-2;3)$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $m\in\{-1;0;1;2\}$. Vậy có 4 thỏa yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 31: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+1$ có đúng một điểm cực đại?

A. 2020. B. 2018. C. 1. D. 2019.

Lời giải:

TH1: Nếu $m=0$ thì hàm số trở thành $y=x^2+1$. Hàm số có 1 điểm cực tiểu $\Rightarrow m=0$ không thỏa mãn.

TH2: Nếu $m\neq 0$. Hàm số $y=mx^4+(m+1)x^2+1$ là hàm số bậc 4 trùng phương có đúng một điểm cực đại $\Leftrightarrow$ Hàm số chỉ có 1 cực trị và điểm đó là điểm cực đại

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \left[\begin{array}{l} ab>0 \\ b=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \left[\begin{array}{l} m+1<0 \\ m+1=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m\le -1 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -1.$$

Kết hợp điều kiện $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2020;2020], m\neq 0$

$\Rightarrow m\in\{-2020;-2019;-2018;-2017;....;-2;-1\}$. Vậy có 2020 giá trị m thỏa mãn.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 32: Tập hợp giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-2)x^2 + 2m$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2]$. B. $(-\infty;0]$. C. $(0;+\infty)$. D. $(0;2)$.

Lời giải:

Ta có $y' = 4mx^3 + 2(m-2)x \Leftrightarrow y' = 2x(2mx^2 + m - 2)$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = 2 - m \ \ (1) \end{array}\right.$.

TH1: $m \le 0$ thì $2mx^2 + m - 2 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	

Ta có $x = 0$ là điểm cực đại, nên $m \le 0$ không thỏa mãn.

TH 2: Khi $m > 0$ thì hàm số trùng phương luôn luôn có điểm cực tiểu.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 33: Tìm tất cả cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Lời giải:

$y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$ (*)

Vậy x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Theo định lí Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1.x_2 = \dfrac{m}{3} \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 - \dfrac{2m}{3} \Rightarrow 4 - \dfrac{2m}{3} = 6 \Rightarrow m = -3$ (thỏa mãn (*)).

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 34: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m < \dfrac{3}{2}$. B. $m < -\dfrac{3}{2}$. C. $m \le \dfrac{3}{2}$. D. $m > \dfrac{3}{2}$.

Lời giải:

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ $y' = 3x^2 - 6x + 2m$

+ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 36 - 24m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{3}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5;7)$ như sau:

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	‖
y	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9 ‖

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 6$. B. $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = 2$. C. $\max\limits_{[-5;7)} f(x) = 9$. D. $\max\limits_{[-5;7)} f(x) = 6$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5;7)$, ta có: $\min\limits_{[-5;7)} f(x) = f(1) = 2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

C. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0

D. Hàm số có 3 điểm cực trị

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có 3 điểm cực trị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 37: Biết rằng hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại x_0. Tính $P = x_0 + 2020$.

A. $P = 5$. B. $P = 2021$. C. $P = 2023$. D. $P = 2020$.

Lời giải:

Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [0;4] \\ x = 3 \in [0;4] \end{array}\right.$.

Ta có $\begin{cases} f(0) = 28 \\ f(3) = 1 \\ f(4) = 8 \end{cases} \Rightarrow \min\limits_{[0;4]} f(x) = 1$ khi $x = 3 = x_0 \Rightarrow P = 2023.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 38: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

A. $M = 1$. B. $M = 8\sqrt{3}$. C. $M = 9$. D. $M = 6$.

Lời giải:

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \notin \left[0; \sqrt{3}\right] \end{array}\right.$.

Lại có $y(0) = 3;\ y(1) = 2;\ y\left(\sqrt{3}\right) = 6$. Vậy $M = 6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 39: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M = 5$. B. $M = -5$. C. $M = \dfrac{1}{3}$. D. $M = -\dfrac{1}{3}$.

Lời giải:

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$. Ta có: $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0;2]$.

$y(0) = \dfrac{1}{3},\ y(2) = -5 \Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $M = \dfrac{1}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 40: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m = \dfrac{17}{4}$. B. $m = 10$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Lời giải:

Ta có $y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = \dfrac{2x^3 - 2}{x^2}$, $y' = 0 \Rightarrow x = 1 \in \left[\dfrac{1}{2}; 2\right]$

Khi đó $f(1) = 3, f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}, f(2) = 5.$ Vậy $m = \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x) = f(1) = 3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 41: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{3}{2}\right]$ là

A. 0. B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. C. 2. D. 1.

Lời giải:

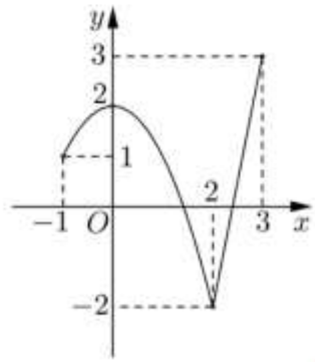
Ta có: $f'(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{2x - x^2}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$

$f(0) = \sqrt{2.0 - 0^2} = 0;\ f(1) = \sqrt{2.1 - 1^2} = 1;\ f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \sqrt{2.\dfrac{3}{2} - \left(\dfrac{3}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vì $f(1) > f\left(\dfrac{3}{2}\right) > f(0)$ nên $\max\limits_{\left[0;\frac{3}{2}\right]} f(x) = f(1) = 1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(-\sin x+1)$. Giá trị của M – m bằng



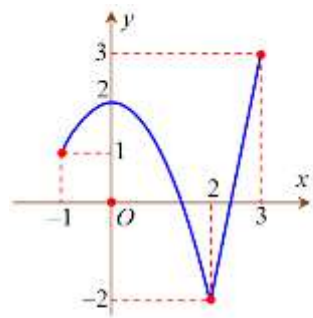
A. 0. B. 1. C. 4. D. 5.

Lời giải:

Đặt $t=-\sin x+1$ vì $-1\le \sin x\le 1 \Rightarrow t\in[0;2]$. Xét hàm số $y=f(t)$ với $t\in[0;2]$, từ đồ thị đã cho, ta có: $M=\max\limits_{[0;2]} f(t)=f(0)=2; \min\limits_{[0;2]} f(t)=f(2)=-2 \Rightarrow M-m=4.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ lên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(3\sin^2 x-1)$ bằng

A. 3. B. 2. C. 0. D. 1

Lời giải:

Đặt $t=3\sin^2 x-1 \Rightarrow t\in[-1;2]$

Nhận xét: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(3\sin^2 x-1)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(t)$ trên $[-1;2]$.

Dựa vào đồ thị ta có: $\max\limits_{\mathbb{R}} y=\max\limits_{[-1;2]} f(t)=2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x(x-2)^2(x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$ bằng

A. $f(0)$. B. $f(2)$. C. $f(3)$. D. $f(4)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = -x(x-2)^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$

x	0		2		3		4
$f'(x)$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	$f(4)$

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là $f(3)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 45: Giả sử giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{(m+1)x+2}{-x+m}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\dfrac{1}{2}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (-5;-3)$. B. $m \in (2;4)$. C. $m \in (-9;-6)$. D. $m \in \left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$y' = \dfrac{m^2+m+2}{(-x+m)^2} > 0, \forall x \in D$. Suy ra $\min\limits_{[1;3]} y = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y(1) = \dfrac{1}{2} \\ m \notin [1;3] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m+3}{m-1} = \dfrac{1}{2} \\ m \notin [1;3] \end{cases} \Leftrightarrow m = -7 \in (-9;-6)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 46: Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m \le 0$. B. $m > 4$. C. $0 < m \le 2$. D. $2 < m \le 4$.

Lời giải:

Ta có $y' = \dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

☑ Nếu $m = 1 \Rightarrow y = 1,\ \forall x \ne -1$. Không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

☑ Nếu $m < 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2} + \dfrac{m+2}{3} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$ (loại).

☑ Nếu $m > 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y(2) + y(1) = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow \dfrac{2+m}{3} + \dfrac{1+m}{2} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$ (t/m).

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 47: Tìm số dương b để giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3bx^2 + b - 1$ trên đoạn $[-1;b]$ bằng 10

A. $b=\frac{5}{2}$. B. $b=\frac{3}{2}$. C. $b=11$. D. $b=10$.

Lời giải:

Ta có $y'=3x^2-6bx$, cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;b] \\ x=2b\notin[-1;b] \end{array}\right.$ với mọi $b>0$.

Bảng biến thiên:

x	-1		0		b
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	$b-1$	$\searrow$	

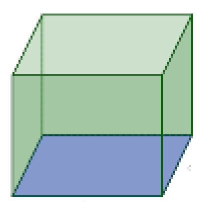
Yêu cầu bài toán tương đương $b-1=10 \Leftrightarrow b=11$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 48: Người ta muốn xây một cái bể hình hộp đứng có thể tích $V=18\left(m^3\right)$, biết đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng và bể không có nắp. Hỏi cần xây bể có chiều cao h bằng bao nhiêu mét để nguyên vật liệu xây dựng là ít nhất (biết nguyên vật liệu xây dựng các mặt là như nhau)?

A. $2(m)$. B. $\frac{5}{2}(m)$. C. $1(m)$. D. $\frac{3}{2}(m)$.

Lời giải:



Gọi x $(x>0)$ là chiều rộng hình chữ nhật đáy bể, suy ra chiều dài hình chữ nhật đáy bể là $3x$.

$V=h.x.3x=h.3x^2=18\ \ (x>0) \Rightarrow h=\frac{18}{3x^2}=\frac{6}{x^2}$.

Gọi P là diện tích xung quanh cộng với diện tích một đáy bể của hình hộp chữ nhật.
Nguyên vật liệu ít nhất khi P nhỏ nhất.

Ta có: $P=2hx+2.h.3x+3x^2=2.\frac{6}{x^2}.x+2.\frac{6}{x^2}.3x+3x^2=\frac{48}{x}+3x^2$.

Đặt $f(x)=\frac{48}{x}+3x^2$, $(x>0)$. Ta có $f'(x)=\frac{-48}{x^2}+6x$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-48}{x^2}+6x=0 \Leftrightarrow x^3=8 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	36	$\nearrow$	

Suy ra vật liệu ít nhất khi $h=\frac{6}{x^2}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}(m)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 49: Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài (theo đơn vị mét) của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là **nhỏ nhất**?

A. $\frac{56}{4+\pi}$. B. $\frac{112}{4+\pi}$. C. $\frac{84}{4+\pi}$. D. $\frac{92}{4+\pi}$.

Lời giải:

Gọi chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông là $x\,(m)$ ($0<x<28$)

=> chiều dài của đoạn dây làm thành hình tròn là $28-x\ (m)$

+) Diện tích hình vuông là: $\left(\frac{x}{4}\right)^2=\frac{x^2}{16}$

+) Bán kính hình tròn là: $R=\frac{28-x}{2\pi}$

=> Diện tích hình tròn: $\pi R^2=\pi.\left(\frac{28-x}{2\pi}\right)^2=\frac{784-56x+x^2}{4\pi}$

+) Tổng diện tích hai hình: $\frac{x^2}{16}+\frac{784-56x+x^2}{4\pi}=\left(\frac{\pi+4}{16\pi}\right)x^2-\frac{14}{\pi}x+\frac{196}{\pi}$

Xét $f(x)=\left(\frac{\pi+4}{16\pi}\right)x^2-\frac{14}{\pi}x+\frac{196}{\pi}$.

Nhận thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\left(\frac{-b}{2a}\right)=\frac{14}{\pi}.\frac{16\pi}{2(\pi+4)}=\frac{112}{\pi+4}$.

Vậy chiều dài của đoạn dây làm thành hình vuông để tổng diện tích của hai hình đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{112}{4+\pi}$ m.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 50: Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Covid-19, các chuyên gia WHO ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=15t^2-t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

A. Ngày thứ 5. B. Ngày thứ 10. C. Ngày thứ 25. D. Ngày thứ 20.

Lời giải:

Ta có: $f(t)=15t^2-t^3$; $f'(t)=30t-3t^2=-3(t-5)^2+75\le 75$. Suy ra $f'(t)_{\max}=75\Leftrightarrow t=5$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải:

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ta chọn đáp án **C.**

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải:

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận đứng, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 53: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $x=1$ B. $y=-1$ C. $y=2$ D. $x=-1$

Lời giải:

Xét phương trình $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 54: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-x}$ có tiệm cận ngang là

A. $y=2$. B. $y=-1$. C. $y=\dfrac{1}{2}$. D. $x=2$.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x+1}{2-x}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{2}{x}-1}=-1$; Tương tự: $\lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x+1}{2-x}=-1$.

Vậy đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 55: Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x-2}{1-x}$. B. $y=\dfrac{x+1}{2+x}$. C. $y=x^4-x^2+2$. D. $y=-x^3+3x-1$.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\dfrac{x-2}{1-x}=-1$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{1-x}$ nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 56: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=-2, y=-3$. B. $x=-2, y=3$. C. $x=-2, y=1$. D. $x=2, y=1$.

Lời giải:

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3x+1}{x+2}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{-3+\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{2}{x}}=-3$. Do đó đường thẳng $y=-3$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{-3x+1}{x+2}=-\infty$ (vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+}(-3x+1)=-5<0$ và $x+2>0$ khi $x\to(-2)^+$) nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1;3)$. B. $I(-1;1)$. C. $I(3;1)$. D. $I(1;3)$.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{3x+1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{3x+1}{x-1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=3$ nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị. Do đó $I(1;3)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 58: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. B. $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. C. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. D. $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x=0$.

Đồ thị các hàm số ở các đáp án B,C,D đều không có tiệm cận đứng do mẫu vô nghiệm.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 59: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2+1}$. B. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. C. $y=\dfrac{x^2-1}{x+2}$. D. $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x^2+1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x+1}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-1}{x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 60: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{1}{x^2}} = 1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

Mặc khác:

$\lim\limits_{x\to 1} y = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{(x-4)}{(x+1)} = -\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{(x-4)}{(x+1)} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to(-1)^-} \dfrac{(x-4)}{(x+1)} = +\infty$

$\Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 61: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 1. B. 3. C. 0. D. 2 .

Lời giải:

Ta có $x^2-4=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không phải là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{1}{x+2}=-\infty$, nên đườngthẳng $x=-2$ là tiệm cân đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x-2}{x^2-4}\right)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 62: Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. B. $y=\dfrac{x+4}{x-2}$. C. $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$. D. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$.

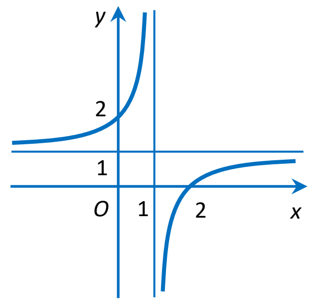
Lời giải:

Từ bảng biến thiên, suy ra tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=2$ nên loại A, **B.**

Từ bảng biến thiên, suy ra $y' < 0$. Xét $y = \dfrac{2x-7}{x-2}$ có $y' = \dfrac{3}{(x-2)^2} > 0$ (loại).

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 63: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x-2}{x-1}$. B. $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. C. $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. D. $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải:

Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$ nên loại đáp án B và D.

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$ nên loại đáp án C.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 64: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		‖	$+$	‖		
y		‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↘	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty$, suy ra đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$, suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 65: Cho hàm số $y = f \quad x$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	‖	$+$	
y	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3　　　B. 1.　　　C. 4.　　　D. 2.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có:

+ $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to\ -3^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to\ -3^+} =-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng.

+ $\lim\limits_{x\to3^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to3^+} =-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 66: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	
y	-4	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3.　　　B. 2.　　　C. 4.　　　D. 1.

Lời giải:

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=4$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=4$.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 67: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 4.　　　B. 3.　　　C. 1.　　　D. 2.

Lời giải:

Đặt $h(x)=\dfrac{1}{2f(x)-1}$.

*) Tiệm cận ngang:

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=0$.

$$\lim_{x\to-\infty} h(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{2f(x)-1} = 0.$$

Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y=0$.

*) Tiệm cận đứng:

Xét phương trình: $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có ba nghiệm phân biệt $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<1<b<2<c$.

Đồng thời $\lim\limits_{x\to a^+} h(x) = \lim\limits_{x\to b^-} h(x) = \lim\limits_{x\to c^+} h(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số $y=h(x)$ có ba đường tiệm cận đứng là $x=a$, $x=b$ và $x=c$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=h(x)$ là bốn.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 68: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \Vert 2$	$\searrow$	$-\infty \Vert 1$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ là

A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $3f(x)-2=0$ (hay $f(x)=\frac{2}{3}$) có 4 nghiệm x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa $x_1\in(-\infty;-1)$, $x_2\in(-1;0)$, $x_3\in(0;1)$, $x_4\in(1;+\infty)$. Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ có 4 tiệm cận đứng là $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$, $x=x_4$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{3f(x)-2} = 0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{3f(x)-2} = 2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ có 2 tiệm cận ngang là $y=0$, $y=2$.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3f(x)-2}$ là 6.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 69: Số đường tiệp cận của đồ thị $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x+3}$ là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ x+3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq -1.$

Vì $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ đều không tồn tại nên đồ thị không có tiệm cận.

Vì $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị đã cho.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 70: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải:

Tập xác định hàm số $D=[-16;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có

$$\lim_{x\to 0} y=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=\frac{1}{8}.$$

$$\lim_{x\to(-1)^+} y=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{x+16}-4}{(x+1)x}=\lim_{x\to(-1)^+}\frac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=+\infty.$$

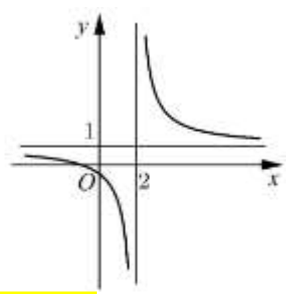
vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\sqrt{x+16}+4\right)=\sqrt{15}+4>0$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}(x+1)=0$ và $x\to(-1)^+$ thì $x>-1\Rightarrow x+1>0$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+16}+4\right)}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=-1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 71: Đường cong ở hình là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $y'<0,\forall x\neq 1.$ B. $y'<0,\forall x\neq 2.$ C. $y'>0,\forall x\neq 2.$ D. $y'>0,\forall x\neq 1.$

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2 và hàm số nghịch biến vậy chọn B.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 72: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d};(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-2

Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. $ac > 0, ab > 0$. B. $ad < 0; bc > 0$. C. $cd < 0; bd > 0$. D. $ab > 0; cd > 0$.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta có :

+) TCĐ : $x = -\dfrac{d}{c} = -1 < 0 \Rightarrow \dfrac{d}{c} > 0 \Rightarrow c, d$ cùng dấu.

+) TCN : $y = \dfrac{a}{c} = -2 > 0 \Rightarrow a, c$ trái dấu.

+) Xét với $x = 0 \Rightarrow y = \dfrac{b}{d} < 0$, suy ra b, d trái dấu.

Như vậy a, b cùng dấu; c, d cùng dấu.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 73: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải:

Dựa vào BBT: $\begin{cases} -\dfrac{c}{b} = 2 \\ \dfrac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2b \\ a = b \end{cases}$ (1)

Mặt khác, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $ac - b > 0$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được: $-2b^2 - b > 0 \Leftrightarrow b \in \left(-\dfrac{1}{2}; 0\right) \Rightarrow b < 0 \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ c > 0 \end{cases}$.

Cách giải khác:

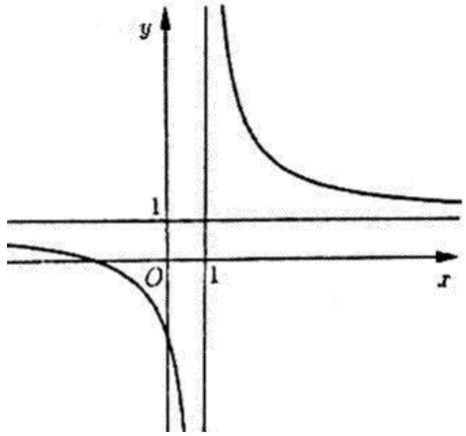
Tiệm cận đứng: $x = 2 > 0 \Rightarrow -\dfrac{c}{b} > 0 \Rightarrow bc < 0.$

Tiệm cận ngang: $y = 1 > 0 \Rightarrow \dfrac{a}{b} > 0 \Rightarrow ab > 0.$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $x > 2 > 0 \Rightarrow -\dfrac{1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow c > 0.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 74: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-c},\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải:

Từ hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-c}\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ và đồ thị của hàm số, ta có tiệm cận đứng $x=1\Rightarrow c=1$, tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow a=1$ và $f\left(0\right)=-\dfrac{b}{c}<0\Rightarrow\dfrac{b}{c}>0\Rightarrow b>0$.

Vậy $a,b,c>0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 75: Tìm tham số m để đồ thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

A. $m=-1$. B. $m=\dfrac{1}{2}$. C. $m=2$. D. $m=1$.

Lời giải:

Ta có:

Tiệm cận ngang của hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ là

$y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}=\dfrac{m+1}{2}=1\Rightarrow\ m=1.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 76: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Hiệu $a-2b$ có giá trị là

A. 4. B. 0. C. 1. D. 5.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{2}{b}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{b}$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} \dfrac{2}{b} = 2 \\ \dfrac{a}{b} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy: $a - 2b = 3 - 2 = 1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{-3x+1}{x-2m}$ có 2 đường tiệm cận và 2 đường tiệm cận đó cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 1.

A. $m = \pm\dfrac{1}{3}$. B. $m = -\dfrac{1}{6}$. C. $m = \dfrac{1}{6}$. D. $m = \pm\dfrac{1}{6}$.

Lời giải:

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2m\}$.

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -3$.

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2m \Leftrightarrow -3.2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \dfrac{1}{6}$.

+ Tiệm cận ngang cắt Oy tại $B(0;-3) \Rightarrow OB = 3$.

+ Tiệm cận đứng cắt Ox tại $A(2m;\ 0) \Rightarrow OA = |2m|$.

+ Diện tích hình chữ nhật bằng 1

$\Rightarrow OA.OB = 1 \Leftrightarrow 3.|2m| = 1 \Leftrightarrow |2m| = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m = \dfrac{1}{3} \\ 2m = -\dfrac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1}{6}\ (\text{loai}) \\ m = -\dfrac{1}{6} \end{array}\right.$. Vậy $m = -\dfrac{1}{6}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 78: Có tất cả bao nhiêu giá trị khác nhau của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2+mx+4}$ có hai đường tiệm cận?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải:

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x^2}}{1 + \dfrac{m}{x} + \dfrac{4}{x^2}} = 0$.

Nên đồ thị hàm số luôn có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Do đó để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận thì phương trình: $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m^2 - 16 = 0 \\ m \neq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} m^2 - 16 > 0 \\ m = -5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m^2 - 16 = 0 \\ m \neq -5 \end{cases} \\ \begin{cases} m^2 - 16 > 0 \\ m = -5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -4 \\ m = -5 \end{array}\right.$.

Vậy $m \in \{-4;4;-5\}$. Nên có 3 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 79: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

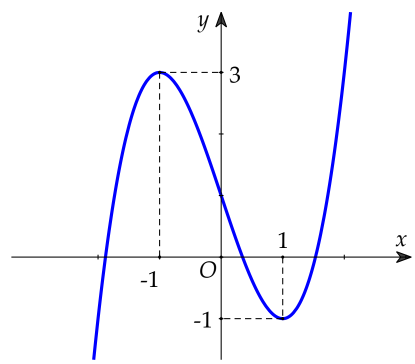
Lời giải:

Ta có: $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

Xét sự tương giao của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 80: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải:

Ta có: $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 81: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f(x)\right]^2=9$ là

A. 6. B. 5. C. 3. D. 4.

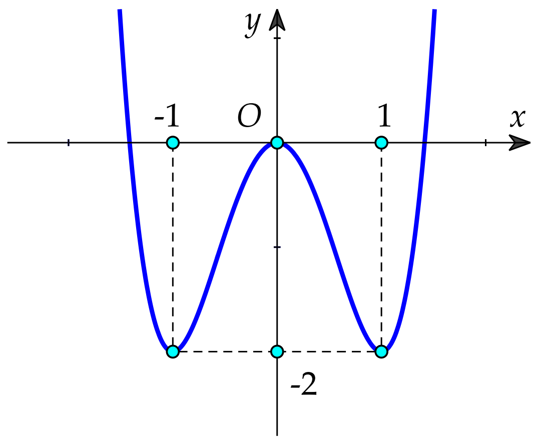
Lời giải:

Ta có: $\left[f(x)\right]^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=3 \longrightarrow \text{Có 4 nghiệm phân biệt} \\ f(x)=-3 \longrightarrow \text{Có 1 nghiệm} \end{array}\right.$.

Rõ ràng 5 nghiệm này phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 82: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\left[f(x)\right]^2 + 2f(x) = 0$ là

A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

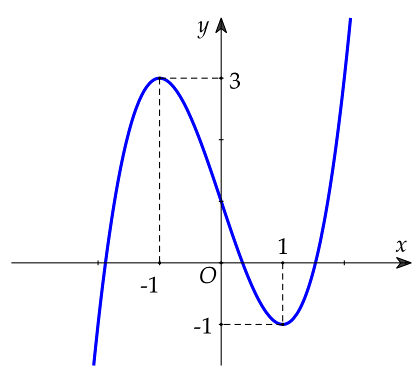
Lời giải:

Ta có: $\left[f(x)\right]^2 + 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \xrightarrow{\quad} \text{Có 3 nghiệm} \\ f(x) = -2 \xrightarrow{\quad} \text{Có 2 nghiệm} \end{array}\right.$.

Rõ ràng 5 nghiệm này phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

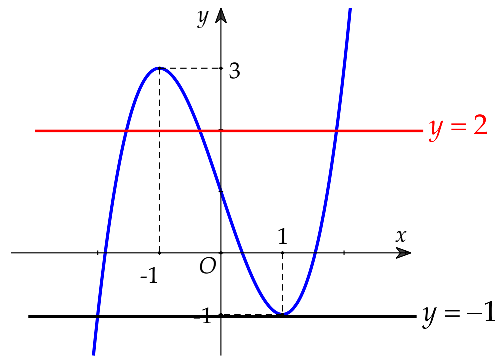
Câu 83: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\left|2f(x) - 1\right| = 3$ là

A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

Lời giải:



Ta có: $\left|2f(x)-1\right|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2f(x)-1=3\\2f(x)-1=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=2 \longrightarrow \text{Có 3 nghiệm phân biệt}\\f(x)=-1 \longrightarrow \text{Có 2 nghiệm}\end{array}\right.$.

Rõ ràng 5 nghiệm này phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 84: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left[f(x)\right]^2-3f(x)+2=0$ là

A. 6. B. 5. C. 8. D. 4.

Lời giải:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$ $y=2$ $y=1$

Ta có: $\left[f(x)\right]^2-3f(x)+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=1 \longrightarrow \text{Có 4 nghiệm phân biệt}\\f(x)=2 \longrightarrow \text{Có 4 nghiệm phân biệt}\end{array}\right.$.

Rõ ràng 8 nghiệm này phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2f(x)-m=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-2;2)$. B. $(-1;1)$. C. $(-4;4)$. D. $[-1;1]$.

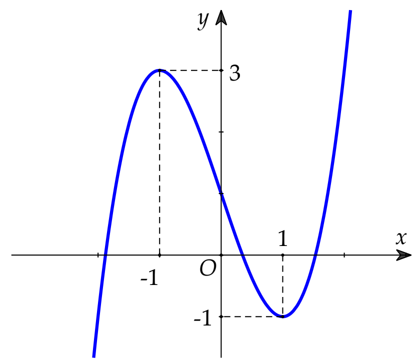
Lời giải:

Ta có: $2f(x)-m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2<\dfrac{m}{2}<2 \Leftrightarrow -4<m<4$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 86: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)-m+1=0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $[-1;3]$. C. $(0;4)$. D. $[0;4]$.

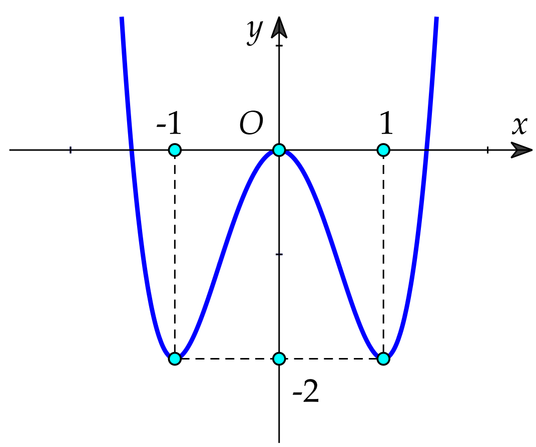
Lời giải:

Ta có: $f(x)-m+1=0 \Leftrightarrow f(x)=m-1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1<m-1<3 \Leftrightarrow 0<m<4$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 87: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)+m-1=0$ có bốn nghiệm phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $(-2;0)$. C. $(-3;-1)$. D. $(1;3)$.

Lời giải:

Ta có: $f(x)+m-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1-m$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -2<1-m<0 \Leftrightarrow -3<-m<-1 \Leftrightarrow 1<m<3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 88: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm là

A. $(-3;1)$. B. $(-3;1]$. C. $(1;+\infty)$. D. $[1;+\infty)$.

Lời giải:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

$y = 1$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m \le 1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 89: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-3;1)$. B. $(-3;1]$. C. $(1;+\infty)$. D. $[1;+\infty)$.

Lời giải:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

$y = 1$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m > 1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 90: Số giao điểm của đồ thị $y = x^3 - 3x$ và trục hoành là

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải:

Xét phương trình: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 91: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm là

A. $[2;+\infty)$. B. $[-1;1]$. C. $[-2;3]$. D. $[-2;5]$.

Lời giải:

Đặt $t = \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow t \in [-1;1]$.

Phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $t \in [-1;1] \Leftrightarrow m \in [-2;5]$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 92: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(|\sin x|) = m$ có nghiệm là

A. $[2;+\infty)$. B. $[-1;1]$. C. $[-2;3]$. D. $[-2;5]$.

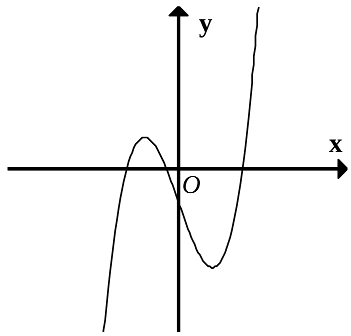
Lời giải:

Đặt $t = |\sin x|, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow t \in [0;1]$.

Phương trình $f(t) = m$ có nghiệm $t \in [0;1] \Leftrightarrow m \in [-2;3]$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 93: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+x^2-1$. B. $y=x^4-3x^2-1$. C. $y=-x^3-3x-1$. D. $y=x^3-3x-1$.

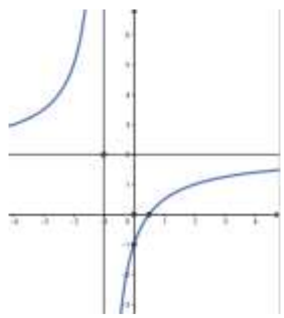
Lời giải:

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và B.

Đồ thi hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên D đúng.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 94: Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. B. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. C. $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. D. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x=-1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra chọn B

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 95: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=x^4-2x^2-1$. B. $y=-x^4+2x^2-1$. C. $y=x^3-x^2-1$. D. $y=-x^3+x^2-1$.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ suy ra hàm số đã cho có 3 cực trị $\rightarrow$ loại C, D.

Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a>0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 96: Cho hàm số $y=x^3+3x$ có đồ thị (C). Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 4 là

A. $k=0$. B. $k=-2$. C. $k=6$. D. $k=9$.

Lời giải:

Ta có hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến là nghiệm của phương trình $x^3+3x=4 \Leftrightarrow x=1$

Ta có $y'=3x^2+3$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(1)=6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 97: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là

A. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{2}$ B. $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ C. $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ D. $y=\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{2}$

Lời giải:

Ta có $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(1)=\dfrac{1}{2}$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là $y=\dfrac{1}{2}(x-1)+0 \Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 98: Cho hàm số $y=x^3+3x$ có đồ thị (C).Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 4 là

A. $k=0$ B. $k=-2$ C. $k=6$ D. $k=9$

Lời giải:

Ta có hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến là nghiệm của phương trình $x^3+3x=4 \Leftrightarrow x=1$

Ta có $y'=3x^2+3$. Hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(1)=6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 99: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-2x+1$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là

A. $y=3x-2$. B. $y=-3x+2$. C. $y=x-\dfrac{2}{3}$. D. $y=-x+\dfrac{2}{3}$

Lời giải:

Ta có: $y'=x^2+2x-2 \Rightarrow y'(1)=1+2-2=1$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ là: $y-\dfrac{1}{3}=y'(1)(x-1) \Leftrightarrow y=x-\dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 100: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(H): y=\dfrac{2x-4}{x-3}$ tại giao điểm của (H) và Ox là

A. $y=2x$. B. $y=-2x+4$. C. $y=-2x-4$. D. $y=2x-4$.

Lời giải:

$y=\dfrac{2x-4}{x-3} \Rightarrow y=0 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow M(2;0)$ nên giao điểm của (H) và Ox là $M(2;0)$.

$y'=\dfrac{-2}{(x-3)^2}$ $\forall x\neq 3$ nên hệ số góc tiếp tuyến là $y'(2)=-2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại giao điểm của (H) và Ox là

$y=-2(x-2)+0=-2x+4$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 101: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-2x+4}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=0$ là

A. $y=4x+3$. B. $y=\dfrac{1}{2}x+2$. C. $y=-\dfrac{1}{2}x+2$. D. $y=-\dfrac{1}{2}x-2$.

Lời giải:

Ta có $y'=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}$; $y'(0)=-\dfrac{1}{2}$; $y(0)=2$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=0$ là $y=y'(0)(x-0)+2\Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 102: Cho hàm số $y=x^3-x-1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung là

A. $y=2x-1$. B. $y=-x-1$. C. $y=2x+2$. D. $y=-x+1$.

Lời giải:

Gọi M là giao điểm của (C) và trục tung. Khi đó $M(0;-1)$.

Ta có $y'=3x^2-1$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $y=y'(x_M).(x-x_M)+y_M=y'(0).(x-0)-1=-x-1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 103: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $9x-y-14=0$?

A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải:

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-3$. Gọi $d:9x-y-14=0\Rightarrow d:y=9x-14$. Gọi Δ là tiếp tuyến cần tìm.

$\Delta\,//\,d:y=9x-14\Rightarrow$ Phương trình Δ có dạng $y=9x+m,\ (m\neq -14)$.

Δ tiếp xúc (C) $\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-3x+2=9x+m\\3x^2-3=9\end{cases}(*)$ có nghiệm

$$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-3x+2=9x+m\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\Rightarrow m=-14\,(l)\\x=-2\Rightarrow m=18\,(n)\end{array}\right.$$

Suy ra phương trình tiếp tuyến cần tìm là $\Delta:y=9x+18$.

Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 104: Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$?

A. $y = 9x - 12$. B. $y = 9x - 14$. C. $y = 9x - 13$. D. $y = 9x - 11$.

Lời giải:

$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$.

Gọi d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$.

Hệ số góc tiếp tuyến bằng $9 \Rightarrow f'(x_0) = 3x_0^2 - 3 = 9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 0 \Rightarrow d_1 : y = 9x + 18 \\ x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 4 \Rightarrow d_2 : y = 9x - 14 \end{array}\right.$.

Vậy đường thẳng $y = 9x - 14$ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 105: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị là (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -9$ là

A. $y + 16 = -9(x + 3)$. B. $y = -9(x + 3)$. C. $y - 16 = -9(x - 3)$. D. $y - 16 = -9(x + 3)$.

Lời giải:

Ta có: $y' = x^2 + 6x$.

Gọi $M(x_0;\ y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với (C).

Ta có hệ số góc của tiếp tuyến là $y'(x_0) = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow x_0^2 + 6x_0 + 9 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -3$.

Với $x_0 = -3 \Rightarrow M(-3;\ 16)$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(-3;\ 16)$ có dạng: $y - 16 = -9(x + 3)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 106: Số giao điểm của hai đồ thị $y = x^4 - 2x^2$ và $y = -x^2 + 2$ là

A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải:

Xét phương trình: $x^4 - 2x^2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = -1 \left(\text{Vô nghiệm}\right) \\ x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 107: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ với trục hoành là

A. $(0;-2)$. B. $(2;0)$. C. $(0;2)$. D. $(-2;0)$.

Lời giải:

Ta có: Trục hoành có phương trình: $y = 0$

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+2}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = -2$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 108: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ và đường thẳng $y = x - 1$ là

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải:

Xét phương trình: $\dfrac{2x-1}{x+1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x=0 \\ x\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 109: Biết đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A,\ B$ có hoành độ lần lượt $x_A,\ x_B$. Khi đó giá trị của $x_A.x_B$ bằng

A. 6. B. -2. C. 2. D. -6.

Lời giải:

Với $x\neq 1$, xét phương trình: $x+1=\dfrac{2x+5}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)(x+1)=2x+5 \Leftrightarrow x^2-2x-6=0\ (1)$

Ta có: $\Delta'=7>0$ và $x=1$ không phải là nghiệm của (1).

Theo Vi-ét ta có: $x_A.x_B=-6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 110: Biết đồ thị hàm số $y=(x-1)^2(x-5)$ cắt trục hoành tại hai điểm A và B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 36. B. 16. C. 4. D. 6.

Lời giải:

Xét phương trình: $(x-1)^2(x-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$

Suy ra tọa độ giao điểm cần tìm là $A(1;0),\ B(5;0)$. Vậy $AB=|x_A-x_B|=4$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 111: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. $(-1;3)$. B. $[-1;3]$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(3;+\infty)$.

Lời giải:

Ta có: $x^3-3x-m+1=0 \Leftrightarrow m=x^3-3x+1$.

Đặt $f(x)=x^3-3x+1;\ f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1<m<3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 112: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x^3-3x^2-1|=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(1;5)$. B. $[1;5]$. C. $(-\infty;1)$. D. $(0;5)$.

Lời giải:

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-1;\ f'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

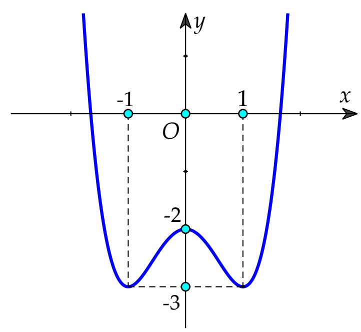
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2			$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$		$+\infty$
$\left\|f(x)\right\|$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	0 $\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1<m<5$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 113: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$ có đồ thị như hình bên dưới:

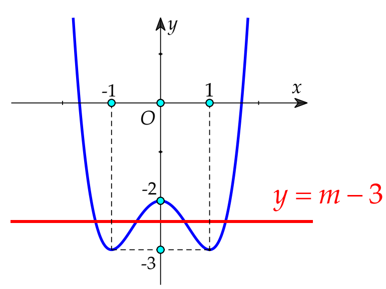


Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2+m-1=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(-3;-2)$. B. $(0;1)$. C. $(-4;-3)$. D. $(0;5)$.

Lời giải:

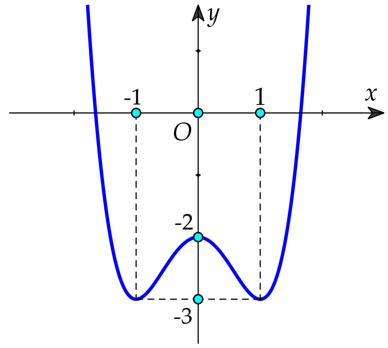
Ta có: $-x^4+2x^2+m-1=0\Leftrightarrow x^4-2x^2-2=m-3$.



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3<m-3<-2\Leftrightarrow 0<m<1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 114: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2-2\right|=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $(-3;-2)$. B. $(2;3)$. C. $(-2;3)$. D. $(0;2)$.

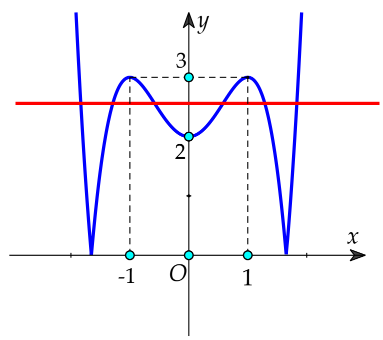
Lời giải:

Ta có: $y=\left|f(x)\right|=\begin{cases} f(x) & \text{khi } y\ge 0 \\ -f(x) & \text{khi } y<0 \end{cases}$.

Đồ thị hàm số $(C'): y=\left|f(x)\right|$ được suy ra từ đồ thị $(C): y=f(x)$ như sau:

+) Giữ lại (C) ứng với $y\ge 0$, bỏ phần (C) ứng với $y<0$.

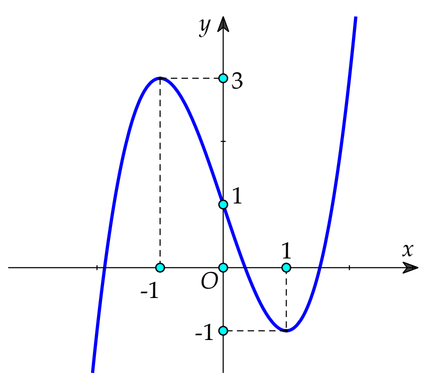
+) Lấy đối xứng phần đồ thị (C) bị bỏ qua trục Ox.



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2<m<3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 115: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình bên dưới:



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x|^3-3|x|+1=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. $[-1;3]$. B. $[-1;1]$. C. $(-1;1)$. D. $(0;3)$.

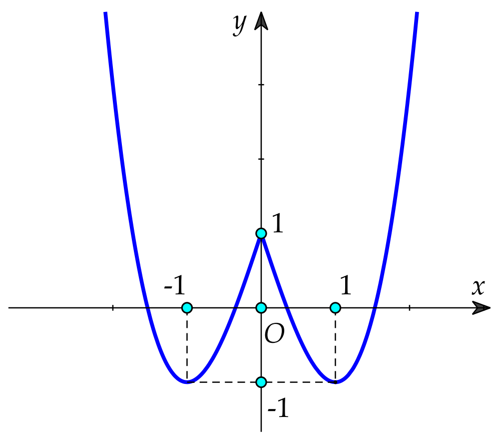
Lời giải:

Ta có: $y=f(|x|)=\begin{cases} f(x) & \text{khi } x\ge 0 \\ f(-x) & \text{khi } x<0 \end{cases}$. s

Đồ thị hàm số $(C'): y=f(|x|)$ được suy ra từ đồ thị $(C): y=f(x)$ như sau:

+) Giữ lại (C) ứng với $x\ge 0,$ bỏ phần (C) ứng với $x<0.$

+) Lấy đối xứng phần đồ thị (C) được giữ qua trục $Oy.$



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -1<m<1.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 116: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

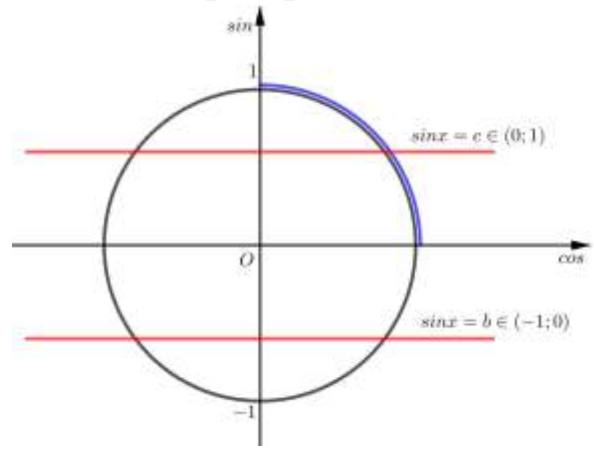
Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Như vậy $f(\sin x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=a\in(-\infty;-1)\ (1)\\ \sin x=b\in(-1;0)\ (2)\\ \sin x=c\in(0;1)\ (3)\\ \sin x=d\in(1;+\infty)\ (4)\end{array}\right.$.

Vì $\sin x\in[-1;1],\forall x\in\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ nên (1) và (4) vô nghiệm.

Cần tìm số nghiệm của (2) và (3) trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.



Dựa vào đường tròn lượng giác: (2) có 2 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$, (3) có 3 nghiệm trên $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 5 nghiệm.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 117: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

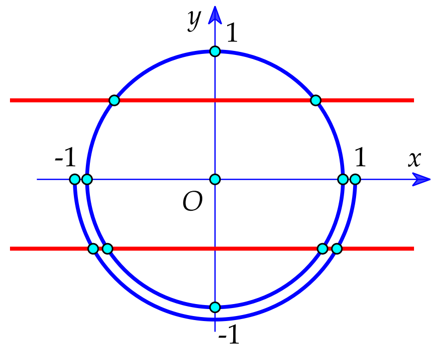
A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Lời giải:

Ta có $2f(\sin x)+3=0\Leftrightarrow f(\sin x)=-\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$$f(\sin x)=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sin x=t_1\in(-\infty;-1) & (1)\\ \sin x=t_2\in(-1;0) & (2)\\ \sin x=t_3\in(0;1) & (3)\\ \sin x=t_4\in(1;+\infty) & (4)\end{array}\right.$$



Phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

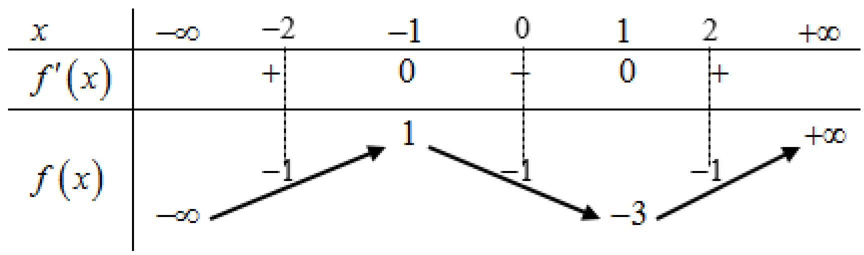
Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của (2).

Do đó tổng số nghiệm của phương trình đã cho là 6.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 118: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$ của phương trình $2f(2\cos x+1)+3=0$ là

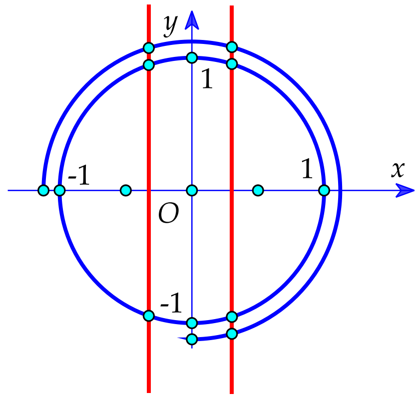
A. 6. B. 7. C. 11. D. 12

Lời giải:

Ta có: $2f(2\cos x+1)+3=0 \Leftrightarrow f(2\cos x+1)=-\frac{3}{2}$

Dựa vào BBT ta có:

$$f(2\cos x+1)=-\frac{3}{2}<-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\cos x+1=m\in(-\infty;-2) \\ 2\cos x+1=n\in(0;1) \\ 2\cos x+1=p\in(1;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x=\frac{m-1}{2}\in\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right) & (1) \\ \cos x=\frac{n-1}{2}\in\left(-\frac{1}{2};0\right) & (2) \\ \cos x=\frac{p-1}{2}\in\left(0;\frac{1}{2}\right) & (3) \end{array}\right.$$



+) Phương trình (1) vô nghiệm.

$\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$.

+) Phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt trên

$\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$.

+) Phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt trên

Rõ ràng 7 nghiệm này phân biệt.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 119: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

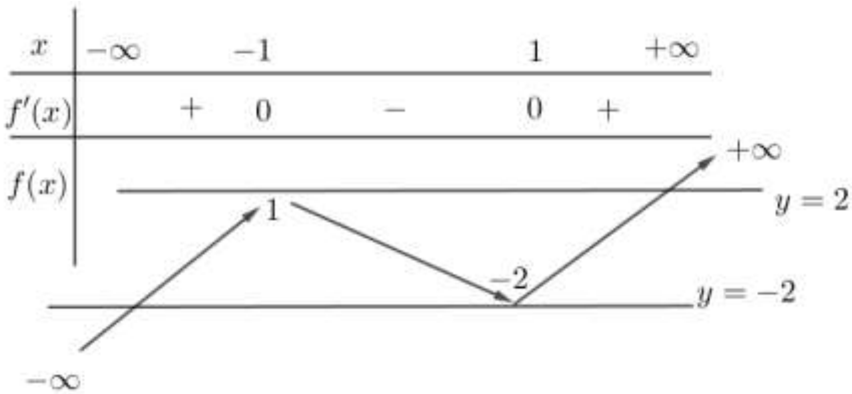
Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x^2-x\right)\right|=2$ là

A. 1 . B. 3 . C. 2 . D. 4 .

Lời giải:

Ta có: $\left|f\left(x^2-x\right)\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^2-x\right)=2 \\ f\left(x^2-x\right)=-2 \end{array}\right.$

Dựa vào BBT ta có:



Suy ra: $\left[\begin{array}{l} f\left(x^2-x\right)=2 \\ f\left(x^2-x\right)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x=a\ ,a\in\left(1;+\infty\right) \\ x^2-x=b\ ,b\in\left(-\infty;-1\right) \\ x^2-x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x=a\in\left(1;+\infty\right)\quad (1) \\ x^2-x=b\in\left(-\infty;-1\right)\quad (2) \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Xét bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{3}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

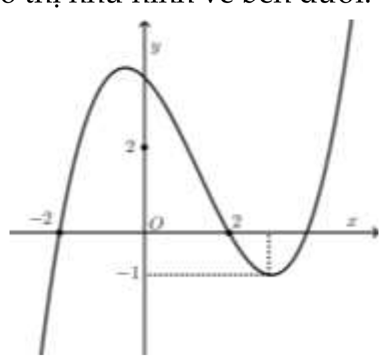
+) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình (2) vô nghiệm.

Vậy có 4 nghiệm đã cho thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 120: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là

A. 6. B. 10. C. 12. D. 3.

Lời giải:

Xét $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\\f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Xét $g\left(x\right)=x^3-3x$, $g'\left(x\right)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Quan sát đồ thị:

$+$ Xét $f\left(x^3-3x\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=1>2\\x^3-3x=b\in\left(0;2\right)\\x^3-3x=c\in\left(-2;0\right)\end{array}\right.$ (có lần lượt 1, 3, 3 nên có tất cả 7 nghiệm).

$+$ Xet $f\left(x^3-3x\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x=c>2\\x^3-3x=d>2\\x^3-3x=c\in<-2\end{array}\right.$ (có 3 nghiệm).

Vậy có tất cả 10 nghiệm.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 121: Cho a,b là các số thực thỏa mãn $0<a\neq1, 0<b\neq1$, $x;\,y$ bất kì. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $a^x.a^y=a^{x+y}$. B. $a^x.\left(a^y\right)^2=a^{x+2y}$. C. $a^x.b^x=\left(ab\right)^x$. D. $\frac{a^x}{b^y}=\left(\frac{a}{b}\right)^{x-y}$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 122: Cho $a>0$. Dạng lũy thừa của biểu thức $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}}$ bằng:

A. $a^{\frac{40}{27}}$ B. $a^{\frac{20}{81}}$. C. $a^{\frac{40}{81}}$. D. $a^{\frac{1}{81}}$.

Lời giải:

Ta có: $\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}}=\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a^{\frac{4}{3}}}}}=\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a.a^{\frac{4}{9}}}}=\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a^{\frac{13}{9}}}}=\sqrt[3]{a.a^{\frac{13}{27}}}=\sqrt[3]{a^{\frac{40}{27}}}=a^{\frac{40}{81}}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 123: Gọi α là số thực thỏa mãn $\frac{\sqrt[3]{a.a^{\frac{33}{5}}}}{a^3}=a^{\alpha}$ với $0<\alpha\neq1$. Khi đó α thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-1;0\right)$. B. $\left(0;1\right)$. C. $\left(1;3\right)$. D. $\left(3;4\right)$.

Lời giải:

$$\frac{\sqrt[3]{a.a^{\frac{33}{5}}}}{a^3}=\frac{\sqrt[3]{a^{\frac{38}{5}}}}{a^3}=\frac{a^{\frac{38}{15}}}{a^3}=a^{\frac{-7}{15}}\Rightarrow \alpha=-\frac{7}{15}\in(-1;0).$$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 124: Với $a,\ b$ là các số thực dương phân biệt, rút gọn biểu thức $A=-\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$.

A. $\sqrt[4]{a}$. B. $-\sqrt[4]{a}$. C. $\sqrt[4]{b}$. D. $-\sqrt[4]{b}$.

Lời giải:

Ta có:

$$A=-\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=-\frac{\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}}+\frac{\sqrt[4]{a}\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}=-\left(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}\right)+\sqrt[4]{a}=\sqrt[4]{b}.$$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 125: Với $a,\ b$ là những số dương, rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt[5]{a^2b^4}^{\,5}}{\sqrt[5]{\sqrt{a^{10}b^{30}}}}$.

A. $\frac{a}{b}$. B. ab. C. a. D. b.

Lời giải:

Với $a,\ b$ là những số dương, ta có: $\frac{\sqrt[5]{a^2b^4}^{\,5}}{\sqrt[5]{\sqrt{a^{10}b^{30}}}}=\frac{a^2b^4}{\sqrt[5]{a^5b^{15}}}=\frac{a^2b^4}{ab^3}=ab$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 126: Hàm số nào sau đây có tập xác định **khác** với tập xác định các hàm số còn lại?

A. $y=x^0$. B. $y=x^{-2017}$. C. $y=\log x^2$. D. $y=x^e$.

Lời giải:

Các hàm số $y=x^0$; $y=x^{-2017}$ và $y=\log x^2$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, hàm số $y=x^e$ có tập xác định $(0;+\infty)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 127: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(x^2+4\right)^{\sqrt{3}}$. B. $y=(x+4)^{\frac{1}{2}}$. C. $y=\left(\frac{x+2}{x}\right)^3$. D. $y=\left(x^2+2x-3\right)^{-2}$.

Lời giải:

Ta có: $x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 128: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\left(2x^2-x+7\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\frac{4x-1}{3\sqrt[3]{2x^2-x+7}}$. B. $y'=\frac{4x-1}{\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$.

C. $y' = \dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$. D. $y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$.

Lời giải:

Để ý rằng: $2x^2-x+7>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có: $y=\left(2x^2-x+7\right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \dfrac{1}{3}.\left(2x^2-x+7\right)^{-\frac{2}{3}}.\left(2x^2-x+7\right)' = \dfrac{4x-1}{3\sqrt[3]{\left(2x^2-x+7\right)^2}}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 129: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(2x-1\right)^{\sqrt{2}}$.

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. B. $D=\left(0;+\infty\right)\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. C. $D=\left(-\infty;+\infty\right)$. D. $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải:

Xét hàm số $y=\left(2x-1\right)^{\sqrt{2}}$.

Do $\sqrt{2}$ không phải là số nguyên suy ra điều kiện là: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 130: Nếu $(a-1)^{-\frac{1}{3}} < \left(a-1\right)^{-\frac{1}{2}}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>2$. B. $a<1$. C. $1<a<2$. D. $a>1$.

Lời giải:

Ta có $(a-1)^{-\frac{1}{3}} < \left(a-1\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{a-1}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\dfrac{1}{a-1}\right)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a-1}>1 \Leftrightarrow \dfrac{2-a}{a-1}>0 \Leftrightarrow 1<a<2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 131: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}\cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4\cdot\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$ ta được kết quả $A=a^{\frac{m}{n}}$, trong đó m, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $m^2-n^2=25$. B. $m^2+n^2=43$. C. $3m^2-2n=2$. D. $2m^2+n=15$.

Lời giải:

Ta có: $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}\cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4\cdot\sqrt[7]{a^{-2}}} = \dfrac{a^{\frac{5}{3}}\cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4\cdot a^{-\frac{2}{7}}} = \dfrac{a^4}{a^4\cdot a^{-\frac{2}{7}}} = a^{\frac{2}{7}}$.

Do đó: $m=2$, $n=7$. Khi đó: $2m^2+n=15$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 132: Cho a,b là các số thực dương thỏa $a^{2b}=5$. Tính $K=2a^{6b}-4$.

A. $K=242$. B. $K=246$. C. $K=202$. D. $K=226$.

Lời giải:

Ta có $K=2\left(a^{2b}\right)^3-4=2.5^3-4=246$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 133: Cho các số thực dương a, b thỏa $a^{\frac{2016}{2017}} > a^{\frac{2017}{2019}}$ và $\log_b \frac{2016}{2017} < \log_b \frac{2017}{2019}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < \log_a b < 1$. B. $\log_a b > 1$. C. $\log_b a < 0$. D. $0 < \log_b a < 1$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{2016}{2017} > \frac{2017}{2019}$

$\Rightarrow a^{\frac{2016}{2017}} > a^{\frac{2017}{2019}} \Rightarrow a > 1$, $\log_b \frac{2016}{2017} < \log_b \frac{2017}{2019} \Rightarrow 0 < b < 1$.

Suy ra: $\begin{cases} a > 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < \log_b 1 = 0.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 134: Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$. B. $\log_a b - \log_a c = \log_a (b - c)$.

C. $\log_a b^4 = 4\log_a b$. D. $\log_{a^3} c = \frac{1}{3}\log_a c$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 135: Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$. B. $\log_a b - \log_a c = \log_a (b - c)$.

C. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{c}{b}$. D. $\log_a b = -\log_b a$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 136: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$. B. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. C. $\ln(2a)$. D. $\ln\frac{5}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\ln(5a) - \ln(3a) = \ln\frac{5a}{3a} = \ln\frac{5}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 137: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính $P = \log_{a^3} b^2$.

A. $P = \frac{4}{3}$. B. $P = 3$. C. $P = \frac{3}{4}$. D. $P = 12$.

Lời giải:

Ta có: $P = \log_{a^3} b^2 = \frac{2}{3}\log_a b = \frac{4}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 138: Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề dưới đây đúng?

A. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. B. $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.

C. $\log(a+b)=1+\log a+\log b$. D. $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

Lời giải:

Ta có: $a^2+b^2=8ab\Leftrightarrow(a+b)^2=10ab\Leftrightarrow\log(a+b)^2=\log(10ab)$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=1+\log a+\log b\Leftrightarrow\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 139: Cho $\log_a x=3$, $\log_b x=4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} x$.

A. $P=\frac{7}{12}$. B. $P=\frac{1}{12}$. C. $P=12$. D. $P=\frac{12}{7}$.

Lời giải:

Ta có: $P=\log_{ab} x=\frac{1}{\log_x ab}=\frac{1}{\log_x a+\log_x b}=\frac{1}{\frac{1}{\log_a x}+\frac{1}{\log_b x}}=\frac{12}{7}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 140: Cho $\log_2 3=a$, $\log_2 5=b$. Tính theo a, b giá trị $\log_6 90$.

A. $\log_6 90=\frac{1+2a+b}{1+2a}$. B. $\log_6 90=\frac{1+2a+2b}{1+2a}$. C. $\log_6 90=\frac{1+a+b}{1+2a}$. D. $\log_6 90=\frac{1+2a+b}{1+a}$.

Lời giải:

Ta có: $\log_6 90=\frac{\log_2 90}{\log_2 6}=\frac{\log_2(2.3^2.5)}{\log_2(2.3)}=\frac{1+2\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}=\frac{1+2a+b}{1+a}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 141: Biết $\log_6 45=a+\frac{b+\log_2 5}{c+\log_2 3}$, $(a;b;c\in\mathbb{Z})$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. B. $S=0$. C. $S=2$. D. $S=3$.

Lời giải:

Ta có: $\log_6 45=\frac{\log_2 45}{\log_2 6}=\frac{\log_2(3^2.5)}{\log_2(2.3)}=\frac{2\log_2 3+\log_2 5}{1+\log_2 3}=\frac{2(1+\log_2 3)+\log_2 5-2}{1+\log_2 3}=2+\frac{-2+\log_2 5}{1+\log_2 3}$

Suy ra: $a=2;b=-2;c=1$. Vậy $S=a+b+c=1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 142: Nếu $\log_8 a+\log_4 b^2=5$ và $\log_4 a^2+\log_8 b=7$ thì giá trị của ab bằng

A. 2^9. B. 2^{18}. C. 8. D. 2.

Lời giải:

Đặt $x=\log_2 a\Rightarrow a=2^x$; $y=\log_2 b\Rightarrow b=2^y$.

Ta có $\begin{cases}\log_8 a+\log_4 b^2=5\\ \log_4 a^2+\log_8 b=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{3}x+y=5\\ x+\frac{1}{3}y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=15\\ 3x+y=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\ y=3\end{cases}$. Suy ra $ab=2^{x+y}=2^9$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 143: Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \log_2(x-1) + (4-x)^{\pi}$.

A. $\forall x \in (1;4)$. B. $\forall x \in [1;4]$. C. $\forall x \in (1;+\infty) \setminus \{4\}$. D. $\forall x \in (1;4]$.

Lời giải:

Biểu thức xác định khi $\begin{cases} x-1>0 \\ 4-x>0 \end{cases} \Rightarrow x \in (1;4)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 144: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(4-x^2)$ là

A. $[-2;2]$. B. $(-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-2;2)$.

Lời giải:

Hàm số xác định khi $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-2;2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 145: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^{-4}$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = 2^x$. D. $y = \left(\frac{2}{19}\right)^x$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 146: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = x^2 - 2x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = x^{-2}$. D. $y = \left(\frac{2}{19}\right)^x$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 147: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m-1)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

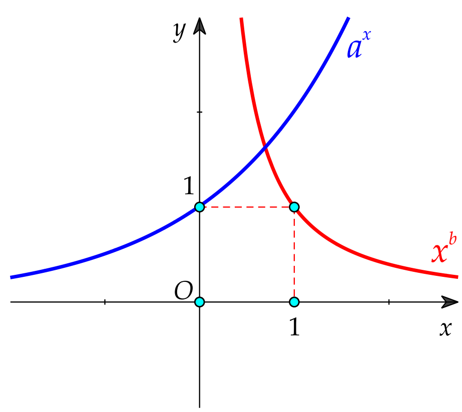
A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $[0;1]$. D. $[1;2]$.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < m-1 < 1 \Leftrightarrow m \in (1;2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 148: Cho hai đồ thị $y = a^x$ và $y = x^b$, $(a>0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



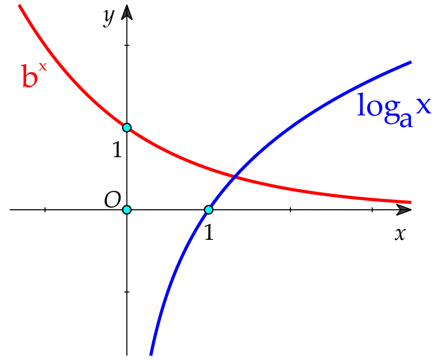
Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > b > 1$. B. $a > 1 > b > 0$. C. $1 > b > a > 0$. D. $a > 1 > 0 > b$.

Lời giải:

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

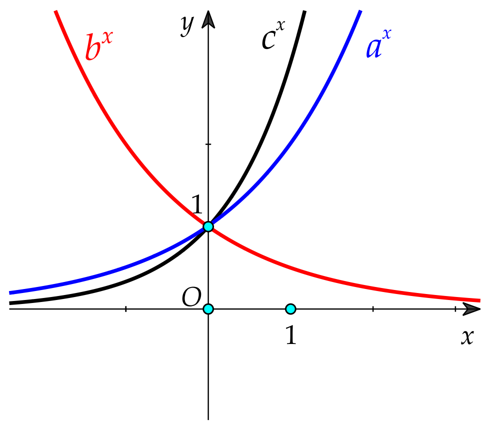
Câu 149: Cho hai đồ thị $y = \log_a x$ và $y = b^x$, $(a;b>0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > b > 1.$ B. $a > 1 > b > 0.$ C. $1 > b > a > 0.$ D. $a > 1 > 0 > b.$

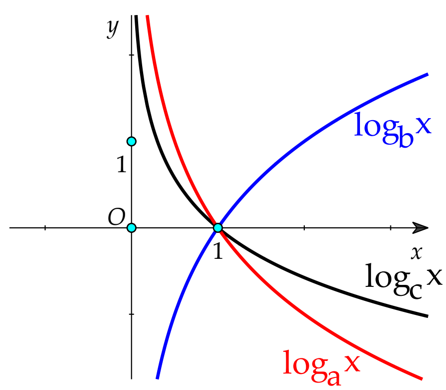
Câu 150: Cho các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$, $(a, b, c > 0)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $c > a > b.$ B. $a > c > b.$ C. $c > b > a.$ D. $a > b > c.$

Câu 151: Cho ba đồ thị $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$, $(0 < a;\ b;\ c \neq 1)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b > c > 1 > a > 0.$ B. $b > 1 > a > c > 0$ C. $b > 1 > c > a > 0.$ D. $1 > b > c > a > 0.$

Câu 152: Giá trị của một chiếc ô tô sau t năm kể từ khi mua được ước lượng bằng công thức $G(t)=600e^{-0,12t}$ (triệu đồng). Tính giá trị của chiếc xe này tại hai thời điểm: lúc mua và lúc đã sử dụng 5 năm (làm tròn kết quả đến hàng triệu).

A. 532 và 329 triệu đồng.
B. 532 và 292 triệu đồng.
C. 600 và 292 triệu đồng.
D. 600 và 329 triệu đồng.

Lời giải:

Tại thời điểm lúc mua: $G(0)=600$ (triệu đồng).

Tại thời điểm đã sử dụng 5 năm: $G(5)=600.e^{-0.12.5}\approx 329$ (triệu đồng).

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 153: Biết rằng năm 2003 dân số Việt Nam là $80\,902\,000$ người và tỉ lệ tăng dân số là $1,47\%$. Hỏi nếu giữ nguyên tỉ lệ tăng dân số hằng năm đó thì năm 2020 dân số Việt Nam sẽ là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

A. $101\,119\,000$ người.
B. $103\,681\,000$ người.
C. $103\,870\,000$ người.
D. $106\,969\,000$ người.

Lời giải:

Công thức tính dân số theo dữ kiện đã cho là $N(t)=80\,902\,000e^{0,0147t}$, t tính bằng năm và $t=0$ ứng với đầu năm 2003.

Ta có: $2020-2003=17\Rightarrow$ đầu năm 2020 ứng với $t=17$.

Vậy dân số Việt Nam đầu năm 2020 là $N(17)=80\,902\,000e^{0,0147.17}\approx 103\,870\,000$ người.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 154: Ông Long gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng với hình thức lãi kép. Sau 5 năm ông rút hết tiền ra được một khoản $283\,142\,000$ đồng. Hỏi ông Long gửi với lãi suất bao nhiêu, biết rằng trong thời gian đó lãi suất không thay đổi?

A. $6,8\%$ /năm.
B. 7% /năm.
C. $7,2\%$ /năm.
D. 8% /năm.

Lời giải:

Gọi lãi suất là r. Ta có: $200\,000\,000(1+r)^5=283\,142\,000\Rightarrow r=\sqrt[5]{\dfrac{283142}{200000}}-1\approx 0,072=7,2\%$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 155: Giả sử số lượng cá thể trong một mẻ cấy vi khuẩn sau t ngày kể từ lúc ban đầu được ước lượng bởi công thức $N(t)=1200.(1,148)^t$. Sau bao lâu thì số lượng vi khuẩn đạt đến 5000 cá thể (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

A. $10,3$ ngày.
B. $12,3$ ngày.
C. $13,0$ ngày.
D. $61,7$ ngày.

Lời giải:

Số lượng vi khuẩn đạt đến 5000 cá thể khi:

$$5000=1200.(1,148)^t\Leftrightarrow(1,148)^t=\frac{5000}{1200}\Leftrightarrow t=\log_{1,148}\frac{5000}{1200}\approx 10,3 \text{ ngày.}$$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 156: Một người gửi tiết kiệm với lãi suất $8,4\%$ /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau **ít nhất** bao nhiêu năm người đó thu được gấp đôi số tiền ban đầu?

A. 8 năm.
B. 9 năm.
C. 10 năm.
D. 11 năm.

Lời giải:

Gọi số tiền gửi ban đầu là P. Sau n năm, số tiền thu được là $P_n = P.(1+0,084)^n = P.(1,084)^n$.

Để $P_n = 2P$ thì phải có $(1,084)^n = 2$.

Do đó $n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59$. Vì n là số tự nhiên nên ta chọn $n = 9$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 157: Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2027. D. Năm 2046.

Lời giải:

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+1$ là $600(1+6\%)^1$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+2$ là $600(1+6\%)^2$.

Diện tích rừng trồng mới của năm $2019+n$ là $600(1+6\%)^n$.

Ta có $600(1+6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow (1+6\%)^n > \dfrac{5}{3} \Leftrightarrow n > \log_{(1+6\%)} \dfrac{5}{3} \approx 8,76$

Như vậy kể từ năm 2019 thì năm 2028 là năm đầu tiên diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 158: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = A.e^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, $Tr.79$). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Lời giải:

Từ năm 2017 đến năm 2035 có 18 năm.

Áp dụng công thức $S = A.e^{nr} = 93.671.600.e^{18.0,81\%} \approx 108.374.700$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 159: Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỷ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}}$.

Hỏi cần phát **ít nhất** bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A. 202. B. 203. C. 206. D. 207.

Lời giải:

Để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30% điều kiện là $P(n) = \dfrac{1}{1+49e^{-0,015n}} > 30\% = \dfrac{3}{10}$

$\Leftrightarrow 1+49e^{-0,015n}<\dfrac{10}{3} \Leftrightarrow e^{-0,015n}<\dfrac{1}{21} \Leftrightarrow -0,015n<\ln\left(\dfrac{1}{21}\right) \Leftrightarrow n>-\dfrac{1}{0,015}\ln\left(\dfrac{1}{21}\right) \approx 202,968$

$\Rightarrow n \geq 203 \Rightarrow n_{\min}=203$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 160: Đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. B. $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. C. $y'=x\ln 10$. D. $y'=\dfrac{10}{x}$.

Lời giải:

Ta có: $y=\log x=\log_{10} x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 161: Đạo hàm của hàm số $y=e^{x^2+2x+5}$ là

A. $y'=e^{x^2+2x+5}$. B. $y'=(2x+2)e^{x^2+2x+5}$. C. $y'=(2x+5)e^{x^2+2x+5}$. D. $y'=\left(x^2+2x+5\right)e^{x^2+2x+4}$.

Lời giải:

Ta có: $y'=e^{x^2+2x+5}.\left(x^2+2x+5\right)'=(2x+2)e^{x^2+2x+5}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 162: Đạo hàm của hàm số $y=xe^{\sin x}$ là

A. $y'=e^{\sin x}+x\cos xe^{\sin x}$. B. $y'=e^{\sin x}-x\cos xe^{\sin x}$.

C. $y'=e^{\sin x}+xe^{\sin x}$. D. $y'=xe^{\sin x}$.

Lời giải:

Ta có: $y'=e^{\sin x}+x\left(e^{\sin x}\right)'=e^{\sin x}+x\cos xe^{\sin x}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 163: Biết $\left(xe^x\right)'=e^x(ax+b)$, $a;b\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

A. -2. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải:

Ta có: $\left(xe^x\right)'=e^x+xe^x=e^x(x+1) \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$. Vậy $a+b=2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 164: Hàm số $y=\log_2\left(4x-x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. B. $(0;4)$. C. $(2;4)$. D. $(-\infty;2)$.

Lời giải:

Hàm số xác định khi $4x-x^2>0 \Leftrightarrow x\in(0;4)$.

Ta có: $y'=\dfrac{\left(4x-x^2\right)'}{\left(4x-x^2\right)\ln 2}=\dfrac{4-2x}{\left(4x-x^2\right)\ln 2}=0 \Leftrightarrow x=2\in(0;4)$.

Bảng biến thiên:

x	0		2		4
y'		+	0	−	

y	$\nearrow$ $\searrow$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên $(0;2)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 165: Cho hàm số $y=e^{\sin x}$. Số nghiệm trên đoạn $(0;3\pi)$ của phương trình $y'=0$ là

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải:

Ta có: $y'=\cos x e^{\sin x}=0\Leftrightarrow \cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Do $x\in(0;3\pi)$ nên $0<\frac{\pi}{2}+k\pi<3\pi\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<k<\frac{5}{2}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=0;k=1;k=2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 166: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=xe^{2x}$ là

A. $\frac{1}{2e}$ B. 0. C. $2e^4$. D. $-\frac{1}{2e}$.

Lời giải:

Ta có: $y'=e^{2x}+2xe^{2x}=e^{2x}(2x+1)=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}\Rightarrow y\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2e}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	$-\frac{1}{2e}$	$\nearrow$	

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $-\frac{1}{2e}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 167: Gọi $a;b$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\log_3(1-x)$ trên đoạn $[-2;0]$. Tổng $a+b$ bằng

A. 6. B. 7. C. 5. D. 0.

Lời giải:

Xét hàm số $y=x^2+\log_3(1-x)$. TXĐ: $D=(-\infty;1)$.

Ta có $y'=2x-\frac{1}{(1-x).\ln 3}$. Dễ thấy $y'=2x-\frac{1}{(1-x).\ln 3}<0\ \forall x\in[-2;0]$.

Mặt khác $y(-2)=5;\ y(0)=0$.

Vì vậy: $\max\limits_{[-2;0]}y=y(-2)=5\Rightarrow a=5$; $\min\limits_{[-2;0]}y=y(0)=0\Rightarrow b=0$. Khi đó ta có $a+b=5$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 168: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-mx+1\right)^{\frac{2}{7}}$ là $\mathbb{R}$?

A. 0. B. 3. C. 5. D. Vô số.

Lời giải:

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2-mx+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta=m^2-4<0\Leftrightarrow m\in(-2;2)$.

Do $\begin{cases} m\in(-2;2)\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 169: Cho $f(x)=e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2).f(3)...f(2019)=e^{\frac{m}{n}}$ với m,n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m-n^2$.

A. $m-n^2=2020$. B. $m-n^2=1$. C. $m-n^2=-1$. D. $m-n^2=-2020$.

Lời giải:

Ta có: $\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}=\sqrt{\frac{x^2(x+1)^2+x^2+(x+1)^2}{x^2(x+1)^2}}=\sqrt{\frac{x^4+2x^3+3x^2+2x+1}{x^2(x+1)^2}}$

$=\sqrt{\frac{x^2+\frac{1}{x^2}+2x+\frac{2}{x}+3}{(x+1)^2}}=\sqrt{\frac{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)+1}{(x+1)^2}}=\sqrt{\frac{\left(x+\frac{1}{x}+1\right)^2}{(x+1)^2}}=\frac{x+\frac{1}{x}+1}{x+1}=1+\frac{1}{x(x+1)}$

$=1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.

Suy ra $f(x)=e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}=e^{1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}$.

Do đó $f(1)=e^{1+1-\frac{1}{2}}$; $f(2)=e^{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$; $f(2)=e^{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}$;...;; $f(2019)=e^{1+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}}$.

Suy ra $f(1).f(2).f(3)...f(2019)=e^{1+1-\frac{1}{2}}.e^{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}.e^{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}}...e^{1+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}}$

$=e^{1+1-\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+...+1+\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}}=e^{2019+1-\frac{1}{2020}}=e^{\frac{2020^2-1}{2020}}$.

Nên $m=2020^2-1; n=2020$. Vậy $m-n^2=-1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 170: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=5$ là

A. $x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2 5$. B. $x=\frac{1}{2}+\log_2 5$. C. $x=1+\frac{1}{2}\log_2 5$. D. $x=1+\log_2 5$.

Lời giải:

Ta có: $2^{2x-1}=5\Leftrightarrow 2x-1=\log_2 5\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_2 5$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 171: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x+1)=5$ là

A. $x = 32$. B. $x = \dfrac{31}{2}$. C. $x = \dfrac{21}{2}$. D. $x = \dfrac{9}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2(2x+1) = 5 \Leftrightarrow 2x+1 = 2^5 \Leftrightarrow x = \dfrac{31}{2}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 172: Tập nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$ là

A. $\{3\}$. B. $\{-1;-3\}$. C. $\{1;3\}$. D. $\{-1;3\}$.

Lời giải:

Ta có: $3^{x^2-2x} = 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} = 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 173: Nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+7x) = 3$ là

A. $\{1\}$. B. $\{1;-8\}$. C. $\{-8\}$. D. $\{1;8\}$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2(x^2+7x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 7x = 8 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -8 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 174: Cho phương trình $9^x - 2.3^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 3^x$ ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 - 2t - 3 = 0$. B. $3t^2 - 6t - 3 = 0$. C. $t^2 - 6t - 3 = 0$. D. $3t^2 - 2t - 3 = 0$.

Lời giải:

Ta có: $9^x - 2.3^{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2.3.3^x - 3 = 0 \xrightarrow{t=3^x} t^2 + 6t - 3 = 0$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 175: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-x^2}.\log_2 x = 0$ là

A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases} 4 - x^2 \ge 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (0;2]$ (*)

Ta có: $\sqrt{4-x^2}.\log_2 x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{4-x^2} = 0 \\ \log_2 x = 0 \end{array}\right. \xrightarrow{(*)} x = 2;\ x = 1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 176: Số nghiệm của phương trình $3^{2x^2+2x} - 10.3^{x^2+x} + 9 = 0$ là

A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải:

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \left(3^{x^2+x}\right)^2 - 10.3^{x^2+x} + 9 = 0$ $(*)$

Đặt $t = 3^{x^2+x} > 0$, phương trình $(*)$ trở thành: $t^2 - 10t + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \text{ (thỏa mãn)} \\ t = 9 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$.

+) Với $t=1$, ta có $3^{x^2+x}=1 \Leftrightarrow x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

+) Với $t=9$, ta có $3^{x^2+x}=9 \Leftrightarrow x^2+x=2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Kết luận: Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-2;-1;0;1\}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 177: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0$. Biết $x_1+x_2=\frac{a}{b}, (a;b\in\mathbb{N}), \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b$.

A. $T=9$. B. $T=10$. C. $T=13$. D. $T=12$.

Lời giải:

Ta có: $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x=1 \Leftrightarrow x=2 \\ \log_2 x=-2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \end{array}\right.$.

Suy ra: $x_1+x_2=\frac{9}{4} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a=9 \\ b=4 \end{array}\right. \Rightarrow T=a+b=13.$

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 178: Ký hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3$. Tính giá trị của biểu thức $T=|x_1-x_2|$

A. $T=4$. B. $T=1$. C. $T=2$. D. $T=3$.

Lời giải:

Ta có: $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3 \Leftrightarrow 4^{x^2-x}+2.2^{x^2-x}-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-x}=1 \\ 2^{x^2-x}=-3(l) \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy $T=|x_1-x_2|=1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 179: Cho phương trình: $\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{3^x-1}{16}\right)=\frac{3}{4}$. Giải phương trình trên bằng cách đặt $t=\log_4(3^x-1)$, ta thu được phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2-8t+3=0$. B. $4t^2-8t+1=0$. C. $4t^2-4t+3=0$. D. $4t^2+8t+3=0$.

Lời giải:

Điều kiện : $3^x-1>0 \Leftrightarrow x>0$.

$$\log_4(3^x-1).\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{3^x-1}{16}\right)=\frac{3}{4} \Leftrightarrow \log_4(3^x-1).\log_{4^{-1}}\left(\frac{3^x-1}{16}\right)=\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \log_4(3^x-1).\left[-\log_4\left(\frac{3^x-1}{16}\right)\right]=\frac{3}{4} \Leftrightarrow -\log_4(3^x-1).\left[\log_4(3^x-1)-\log_4 16\right]=\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\log_4(3^x-1).\left[\log_4(3^x-1)-2\right]=\frac{3}{4}$$

Đặt $t=\log_4\left(3^x-1\right)$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2-2t+\frac{3}{4}=0 \Leftrightarrow 4t^2-8t+3=0.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 180: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $9^x-3^{x+1}+2=0$. Biết $x_1+x_2=a+b\log_3 2, \left(a;b\in\mathbb{Z}\right)$. Tính $T=a+b$.

A. $T=0$. B. $T=1$. C. $T=-1$. D. $T=2$.

Lời giải:

Ta có: $9^x-3^{x+1}+2=0 \Leftrightarrow 9^x-3.3^x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3^x=1 \Leftrightarrow x=0\\ 3^x=2 \Leftrightarrow x=\log_3 2\end{array}\right.$.

Suy ra: $x_1+x_2=\log_3 2 \Rightarrow \begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases} \Rightarrow T=a+b=1.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 181: Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$ và $x_1+2x_2=\frac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=16$. B. $a+b=11$. C. $a+b=14$. D. $a+b=13$.

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ x\neq\frac{1}{2}\end{cases}$

Ta có $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x \Leftrightarrow \log_7\left(\frac{\left(2x-1\right)^2}{2x}\right)+4x^2-4x+1=2x$

$\Leftrightarrow \log_7\left(2x-1\right)^2+\left(2x-1\right)^2=\log_7 2x+2x\left(1\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\log_7 t+t \Leftrightarrow f'\left(t\right)=\frac{1}{t\ln 7}+1>0$ với $t>0$

Vậy hàm số đồng biến

Phương trình $\left(1\right)$ trở thành $f\left(\left(2x-1\right)^2\right)=f\left(2x\right) \Leftrightarrow \left(2x-1\right)^2=2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{3+\sqrt{5}}{4}\\ x=\frac{3-\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$

Vậy $x_1+2x_2=\left[\begin{array}{l}\frac{9-\sqrt{5}}{4}\ \left(l\right)\\ \frac{9+\sqrt{5}}{4}\ \left(tm\right)\end{array}\right. \Rightarrow a=9;b=5 \Rightarrow a+b=9+5=14.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 182: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2-1\right)>1$.

A. $\left(-2;2\right)$. B. $\left(-\infty;-2\right)$. C. $\left(-1;2\right)$. D. $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải:

Điều kiện: $x^2-1>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có: $\log_3(x^2-1)>1 \Leftrightarrow x^2-1>3 \Leftrightarrow x^2-4>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Đối chiếu điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 183: Tìm nghiệm của bất phương trình: $(2,97)^{\frac{x-3}{x^2+1}}<1$.

A. $x<4$. B. $x<3$. C. $x<2$. D. $x<1$.

Lời giải:

Ta có: $(2,97)^{\frac{x-3}{x^2+1}}<1 \Leftrightarrow (2,97)^{\frac{x-3}{x^2+1}}<(2,97)^0 \Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x^2+1}<0 \Leftrightarrow x-3<0 \Leftrightarrow x<3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 184: Biết tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-3)+\log_3(x-5)<1$ có dạng $(a;b)$, tính $a+b$.

A. 9. B. 6. C. 8. D. 11.

Lời giải:

Điều kiện $x>5$.

$\log_3(x-3)+\log_3(x-5)<1 \Leftrightarrow \log_3\left[(x-3)(x-5)\right]<1 \Leftrightarrow x^2-8x+15<3$

$\Leftrightarrow x^2-8x+12<0 \Leftrightarrow 2<x<6$.

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(5;6) \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow a+b=11$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 185: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1}>\left(\dfrac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$.

A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(2;+\infty)$.. C. $(-\infty;0)$.. D. $(0;+\infty)$.

Lời giải:

$2^{x-1}>\left(\dfrac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}} \Leftrightarrow 2^{x-1}>2^{-\frac{4}{x}} \Leftrightarrow x-1>-\dfrac{4}{x} \Leftrightarrow \dfrac{x^2-x+4}{x}>0 \Leftrightarrow x>0.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 186: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(2x-7)\ln(x+1)>0$.

A. $(-1;0)\cup\left(\dfrac{7}{2}:+\infty\right)$. B. $(-1;1)\cup\left(\dfrac{7}{2}:+\infty\right)$. C. $(-1;2)\cup\left(\dfrac{7}{2}:+\infty\right)$. D. $(-1;3)\cup\left(\dfrac{7}{2}:+\infty\right)$.

Lời giải:

TH1: $\begin{cases} x+1>0 \\ 2x-7>0 \\ \ln(x+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x>\dfrac{7}{2} \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(\dfrac{7}{2}:+\infty\right)$

TH2: $\begin{cases} x+1>0 \\ 2x-7<0 \\ \ln(x+1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x<\dfrac{7}{2} \\ x<0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-1;0)$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;0)\cup\left(\frac{7}{2};+\infty\right)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 187: Cho hàm số $f(x)=\ln^2(x^2-2x+4)$. Tìm các giá trị của x để $f'(x)>0$.

A. $x\neq 1$. B. $x>0$. C. $x>1$. D. $\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=\frac{4x-4}{x^2-2x+4}\ln(x^2-2x+4)$.

Nhận xét : $\ln(x^2-2x+4)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ do $x^2-2x+4>1\ \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó $f'(x)>0\Leftrightarrow 4x-4>0\Leftrightarrow x>1$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 188: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2^x=m$ có nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. B. $[0;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải:

Ta có: $\forall x\in\mathbb{R}: 2^x>0$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m>0$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 189: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2 x=m$ có nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. B. $[0;+\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải:

Ta có: $\forall x>0: \log_2 x\in\mathbb{R}$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 190: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{x-1}(2^x-m)=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $(2;+\infty)$. B. $[2;+\infty)$. C. $(0;+\infty)$. D. $[1;+\infty)$.

Lời giải:

Điều kiện: $x\geq 1$.

Ta có: $\sqrt{x-1}(2^x-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\2^x=m\end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2^x=m$ có 1 nghiệm lớn hơn 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 m>1\\m>0\end{cases}\Rightarrow m>2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 191: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm.

A. $(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(4;+\infty)$. D. $[4;+\infty)$.

Lời giải:

Phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\mx=(x+1)^2\end{cases}$.

Xét phương trình: $mx=(x+1)^2$.

Do $x=0$ không thỏa mãn nên phương trình $mx=(x+1)^2 \Leftrightarrow m=\dfrac{(x+1)^2}{x}=\dfrac{x^2+2x+1}{x},(x>-1)$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x+1}{x},(x>-1)\Rightarrow f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	0	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m cần tìm là $(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 192: Biết tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2)+\log_{\frac{1}{3}}(x+m-4)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T=(a;b)$, trong đó a,b là các số nguyên hoặc phân số tối giản, giá trị a^2-4b bằng

A. 46. B. 30. C. -12. D. 4.

Lời giải:

Điều kiện: $-1<x<1$.

Phương trình tương đương với $1-x^2=x+m-4 \Leftrightarrow x^2+x-5=-m$.

Xét hàm số $f(x)=x^2+x-5$ trên khoảng $(-1;1)$, ta có $f'(x)=2x+1$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Ta có BBT như sau:

x	-1		$-\frac{1}{2}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y	-5	↘	$-\frac{21}{4}$	↗	-3

Dựa vào BBT thì $-\dfrac{21}{4}<-m<-5 \Leftrightarrow 5<m<\dfrac{21}{4}$. Vậy $T=\left(5;\dfrac{21}{4}\right)$ nên $M=25-21=4$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 193: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2k-1=0$ có nghiệm thuộc $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$?

A. 0. B. 4. C. 3. D. Vô số.

Lời giải:

Xét phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2k-1=0$ trên $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Đặt $t=\sqrt{\log_3^2 x+1}$. Ta có: $\forall x\in\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]\Rightarrow \log_3^2 x\in[0;3]\Rightarrow t\in[1;2]$.

Phương trình trở thành $\left(t^2-1\right)+t-2k-1=0\Leftrightarrow t^2+t-2=2k$.

Xét $g(t)=t^2+t-2,\ t\in[1;2]\Rightarrow g'(t)=2t+1=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}\notin[1;2]$.

Ta có: $g(1)=0;\ g(2)=4\Rightarrow \min\limits_{t\in[0;2]} g(t)=0$ và $\max\limits_{t\in[0;2]} g(t)=4$.

Vậy để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 0\le 2k\le 4\Leftrightarrow 0\le k\le 2$. Mặt khác $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k=0;\ 1;\ 2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 194: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $[3;4]$. B. $[2;4]$. C. $(2;4)$. D. $(3;4)$.

Lời giải:

Ta có: $6^x+(3-m)2^x-m=0 \Leftrightarrow \dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x)=\dfrac{12^x.\ln 3+6^x.\ln 6+3.2^x.\ln 2}{\left(2^x+1\right)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $0<x<1\Leftrightarrow f(0)<f(x)<f(1)\Leftrightarrow 2<f(x)<4$ vì $f(0)=2,\ f(1)=4$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi chỉ khi $m\in(2;4)$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 195: Tìm các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right)>\log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $m>9$. B. $m<2$. C. $0<m<1$. D. $m\ge 1$.

Lời giải:

$\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right)>\log_{0,02} m$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. ĐK tham số m: $m>0$

Ta có: $\log_{0,02}\left(\log_2\left(3^x+1\right)\right)>\log_{0,02} m\Leftrightarrow \log_2\left(3^x+1\right)<m$

Xét hàm số $f(x)=\log_2\left(3^x+1\right),\ \forall x\in(-\infty;0)$ có $f'=\dfrac{3^x.\ln 3}{\left(3^x+1\right)\ln 2}>0,\ \forall x\in(-\infty;0)$

Bảng biến thiên $f(x)$:

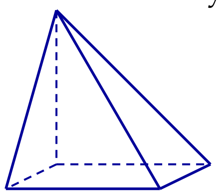
x	$-\infty$	0

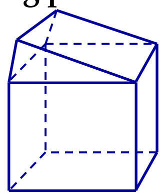
f'	$+$
f	$0 \nearrow 1$

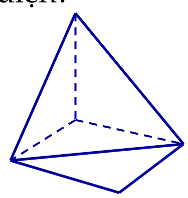
Khi đó với yêu cầu bài toán thì $m \geq 1$.

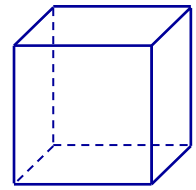
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 196: Hình nào dưới đây **không phải** là hình đa diện?


Hình 1

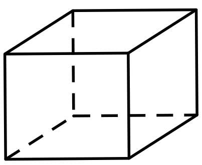

Hình 2

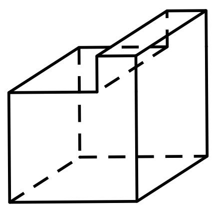

Hình 3

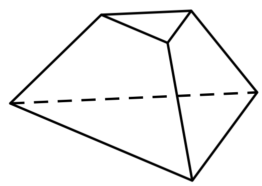

Hình 4

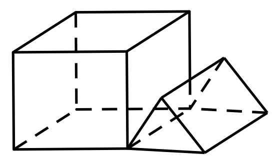
A. Hình 4. B. Hình 1. C. Hình 2. D. Hình 3.

Câu 197: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số hình đa diện.


Hình 1

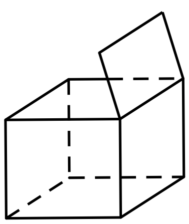

Hình 2

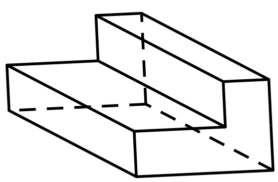

Hình 3

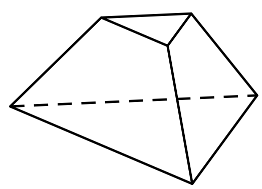

Hình 4

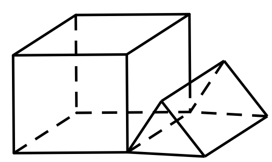
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 198: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số **không là** hình đa diện.


Hình 1

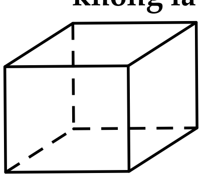

Hình 2

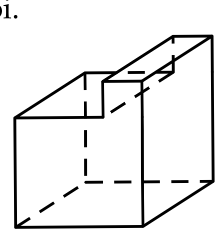

Hình 3

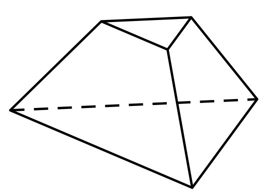

Hình 4

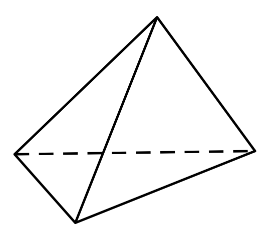
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 199: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm hình **không là** đa diện lồi.


Hình 1

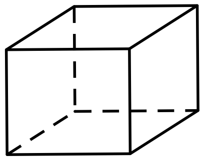

Hình 2

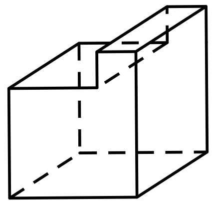

Hình 3


Hình 4

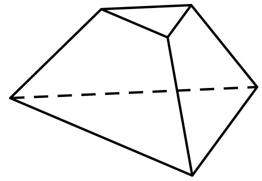
A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 200: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm số hình đa diện lồi.

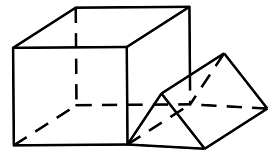




Hình 2



Hình 3

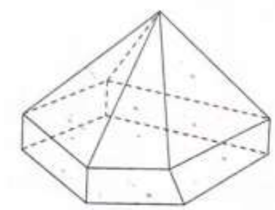


Hình 4

Hình 1

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 201: Hình đa diện dưới đây bao gồm bao nhiêu mặt?



A. 11. B. 9. C. 13. D. 8.

Câu 202: Bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 203: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 204: Hình chóp tam giác đều có cạnh bên và cạnh đáy **không** bằng nhau, có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 205: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 206: Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 207: Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 5. B. 6. C. 4. D. 9.

Câu 208: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. B. Hình lập phương.

C. Hình chóp tứ giác đều. D. Mặt cầu.

Câu 209: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

A. Mười hai mặt đều. B. Hình lập phương.

C. Tứ diện đều. D. Mặt cầu.

Câu 210: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của ít nhất hai mặt.

B. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của nhiều nhất hai mặt.

C. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.

D. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của đúng ba mặt.

Câu 211: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có ít nhất một điểm chung.

B. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có một cạnh chung.
C. Hai mặt bất kì của đa diện không có điểm chung nào.
D. Hai mặt bất kì của đa diện hoặc không có điểm chung, hoặc có một điểm chung, hoặc có một cạnh chung.

Câu 212: Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Mỗi mặt của đa diện có ít nhất ba cạnh.
B. Mỗi cạnh của đa diện là cạnh chung của ít nhất hai mặt.
C. Mỗi mặt của đa diện có nhiều nhất ba cạnh.
D. Hai mặt bất kì của đa diện luôn có một cạnh chung.

Câu 213: Có bao nhiêu khối đa diện đều?
A. 3. B. 6. C. 4. D. 5.

Câu 214: Khối tứ diện đều có kí hiệu nào sau đây?
A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{5;3\}$.

Câu 215: Khối lập phương có kí hiệu nào sau đây?
A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{4;3\}$.

Câu 216: Khối mười hai mặt đều có kí hiệu nào sau đây?
A. $\{3;4\}$. B. $\{3;3\}$. C. $\{3;5\}$. D. $\{5;3\}$.

Câu 217: Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ có tên gọi nào sau đây?
A. Bát diện đều. B. Hình lập phương. C. Tứ diện đều. D. Mười hai mặt đều.

Câu 218: Khối đa diện đều loại $\{3;3\}$ có tên gọi nào sau đây?
A. Bát diện đều. B. Hình lập phương. C. Tứ diện đều. D. Mười hai mặt đều.

Câu 219: Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh bát diện đều đó được làm từ các que tre có độ dài $8\,\text{cm}$. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 chiếc đèn (*giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể*)?
A. $128\,\text{m}$. B. $192\,\text{m}$. C. $960\,\text{m}$. D. $96\,\text{m}$.

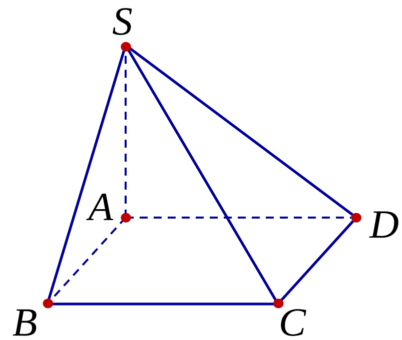
Lời giải:
Số cạnh của 1 chiếc đèn lồng bát diện đều là 12 cạnh nên để làm 1 chiếc đèn người thợ cần $12.8=96\,\text{cm}$ que tre. Vậy để làm 100 chiếc đèn, người thợ cần $9600\,\text{cm}$ hay $96\,\text{m}$ que tre.
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 220: Cho khối lập phương có thể tích bằng 27. Diện toàn toàn phần của khối lập phương đã cho bằng
A. 72. B. 36. C. 18. D. 54.

Lời giải:
Áp dụng công thức tính thể tích khối lập phương ta có $V=a^3 \Leftrightarrow a^3=27 \Leftrightarrow a=3$
Vậy diện tích toàn phần là : $S_{tp}=6.a^2=6.3^2=54$.
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 221: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $3a^3$. B. $\dfrac{a^3}{9}$. C. a^3. D. $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải:



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp.

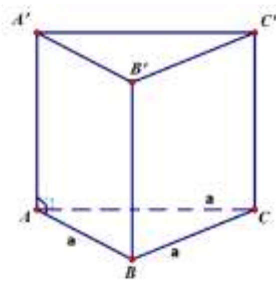
Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 222: Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt bên có diện tích bằng $8a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $8a^3$. D. $\frac{8a^3}{3}$.

Lời giải:



Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều nên ba mặt bên là các hình chữ nhật bằng nhau.

Mặt bên $ABB'A'$ có diện tích $S_{ABB'A'} = AB.AA' = 8a^2 \Leftrightarrow a.AA' = 8a^2 \Leftrightarrow AA' = 8a$.

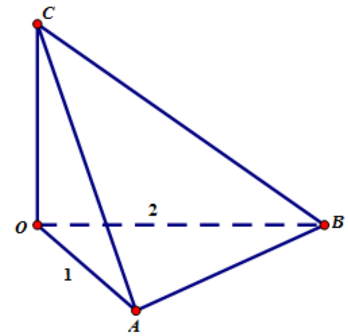
Thể tích của khối lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.8a = 2a^3\sqrt{3}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 223: Cho khối chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA = 1$, $OB = 2$ và thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng 3. Độ dài OC bằng

A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 9. D. 3.

Lời giải:



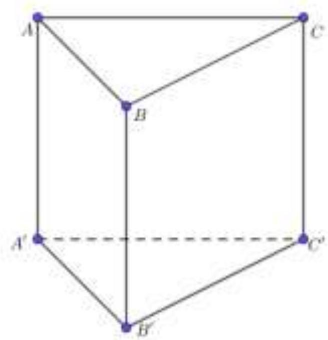
Thể tích khối chóp $O.ABC$ là $V_{O.ABC}=V_{C.OAB}=\frac{1}{3}OC.S_{\Delta OAB}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.1.2.OC=3\Rightarrow OC=9$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 224: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải:



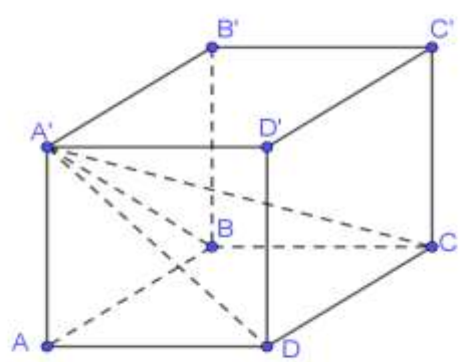
Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 225: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'C=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $A'.ABCD$ bằng

A. $2\sqrt{2}a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. a^3. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải:



Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$ nên có cạnh bằng a.

Khối chóp $A'.ABCD$ có chiều cao $AA'=a$, diện tích đáy a^2 có thể tích là $V=\frac{1}{3}a.a^2=\frac{1}{3}a^3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 226: Cho hình lăng trụ có diện tích đáy là $B=6$ và đường cao là $h=2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $V=12$. B. $V=6$. C. $V=8$. D. $V=12$.

Lời giải:

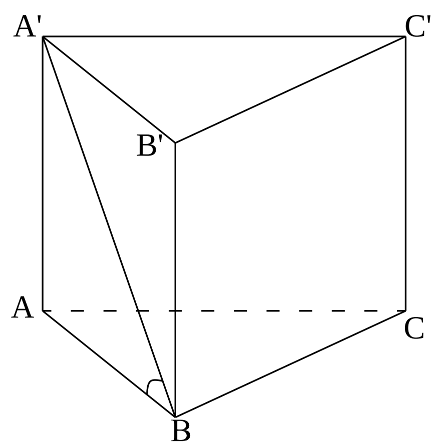
Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=hB=12$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 227: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $A'B$ tạo với mặt phẳng đáy góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải:



Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng đáy là $A'BA \Rightarrow A'BA=60^0$

Ta có : $A'A=AB.\tan 60^0=a\sqrt{3}$, $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC.\sin 60^0=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

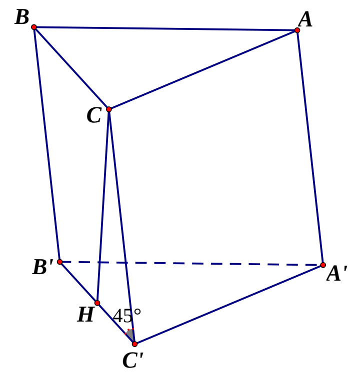
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3}{4}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 228: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của C trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$, góc giữa CC' và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của $B'C'$ ta có $CH \perp (A'B'C')$ và $\left(CH,(A'B'C')\right) = CC'H = 45°$.

Nên chiều cao $CH = C'H = \frac{a}{2}$. Diện tích đáy $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

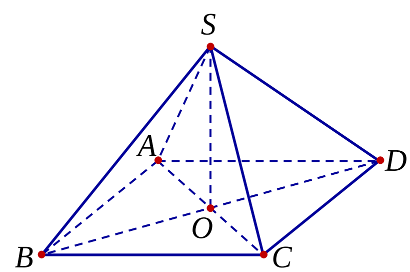
Vậy thể tích $V = S.CH = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 229: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $\frac{8a^3}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải:



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, tâm O, khi đó $\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AB = SA = 2a \end{cases}$.

Ta có: $S_{ABCD} = AB^2 = 4a^2$, $OA = \frac{1}{2}.2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{2}$.

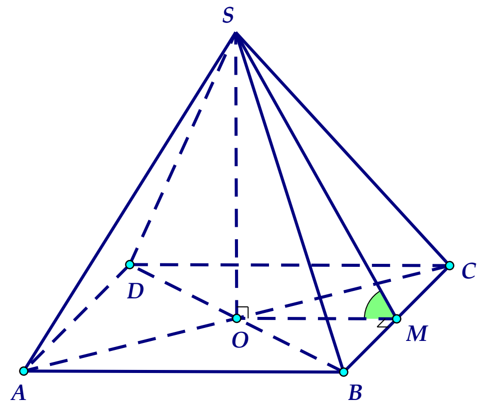
Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4\sqrt{2}\,a^3}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 230: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Biết (SBC) hợp với mặt đáy một góc 30^0, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{15}a^3}{6}$.

Lời giải:



Ta có: $S_{ABCD}=a^2$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm BC. Ta có: $BC\perp(SOM)\Rightarrow\begin{cases}BC\perp SM\\BC\perp OM\end{cases}$. Suy ra: $((SBC);(ABCD))=SMO$.

Xét tam giác SMO vuông tại O: $\tan SMO=\dfrac{SO}{OM}\Rightarrow SO=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$.

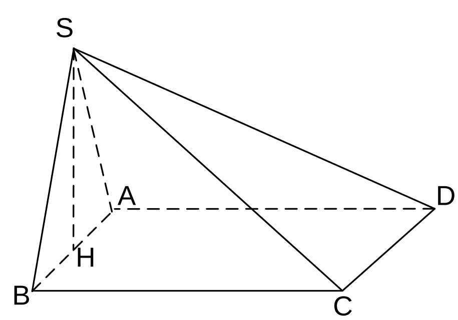
Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{18}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 231: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\dfrac{a^3}{2}$. C. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AB, ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\SH\perp AB\end{cases}$.

Suy ra: $SH\perp(ABCD)$. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=a^2$.

Do tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao $SH=\dfrac{a}{2}$ và diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$ là:

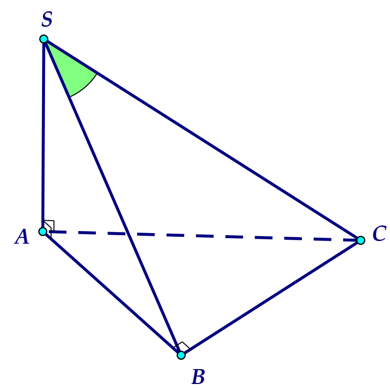
$V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a^3}{6}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 232: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với đáy. Biết SC hợp với (SAB) một góc 30^0, thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. B. $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{2}$. C. $\dfrac{\sqrt{11}a^3}{3}$. D. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải:



Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=a^2$.

Do $BC\perp(SAB)$ nên $((SB);(SAB))=BSC=30^\circ$.

Xét tam giác SBC vuông tại B: $\sin BSC=\dfrac{BC}{SC}\Leftrightarrow SC=4a$.

Suy ra: $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{(4a)^2-(a\sqrt{5})^2}=a\sqrt{11}$.

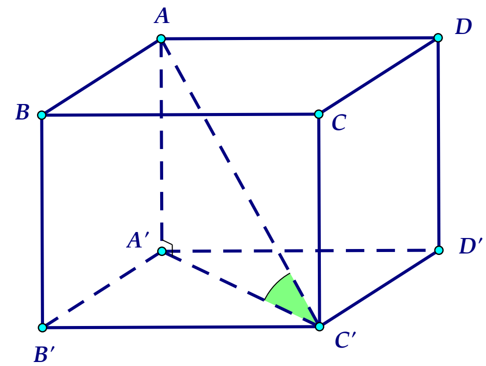
Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 233: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2a$, $BC=a$. Biết AC' hợp với mặt đáy một góc 60^0, thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2\sqrt{15}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{3}$. D. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải:



Do $AA' \perp (A'B'C'D')$ nên $(AC';(A'B'C'D')) = AC'A' = 60^\circ$.

Xét tam giác $AC'A'$ vuông tại A': $\tan AC'A' = \dfrac{AA'}{A'C'} \Rightarrow AA' = a\sqrt{15}$.

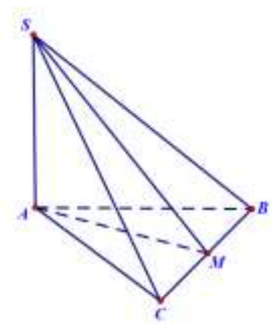
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = 2\sqrt{15}a^3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SA \perp (ABC)$, $BC = 2a$. Góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của BC. Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AM = \dfrac{1}{2}BC = a$.

Góc giữa (SBC) và (ABC) là SMA nên $SMA = 30^\circ$.

$SA = AM.\tan SMA = a.\tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

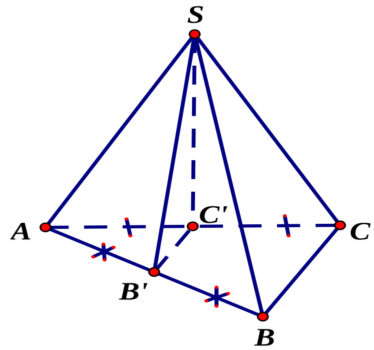
Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}AM.BC = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{1}{2}a.2a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 235: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

A. $\dfrac{1}{3}V$. B. $\dfrac{1}{2}V$. C. $\dfrac{1}{12}V$. D. $\dfrac{1}{4}V$.

Lời giải:



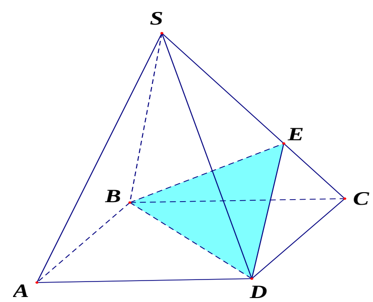
Ta có tỷ số thể tích $\frac{V_{A.SB'C'}}{V_{A.SBC}}=\frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$. Do đó $V_{A.SB'C'}=\frac{1}{4}V_{A.SBC}$ hay $V_{S.AB'C'}=\frac{1}{4}V$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 236: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\frac{1}{3}$.	B. $V=\frac{1}{6}$.	C. $V=\frac{1}{12}$.	D. $V=\frac{2}{3}$.

Lời giải:



Ta có: $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.BCD}}=\frac{SB.SD.SE}{SB.SD.SC}=\frac{SE}{SC}=\frac{2}{3}\Rightarrow V_{S.EBD}=\frac{2}{3}V_{S.BCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}$.

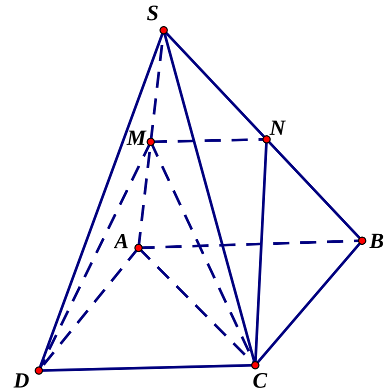
Vậy thể tích V của khối tứ diện $SEBD$ là $V=\frac{1}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 237: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M,N là trung điểm của SA,SB. Mặt phẳng $(MNCD)$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. Tỉ số thể tích hai phần (số bé chia số lớn) là

A. $\frac{3}{5}$.	B. $\frac{3}{4}$.	C. $\frac{1}{3}$.	D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải:



Giả sử thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là V.

Ta có $\frac{V_{S.MDC}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SD}{SD}.\frac{SC}{SC}=\frac{1}{2}$; $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SC}{SC}=\frac{1}{4}$;

$$\frac{V_{S.MDC}}{V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{V_{S.MDC}}{\frac{1}{2}V}+\frac{V_{S.MNC}}{\frac{1}{2}V}=\frac{V_{S.MNCD}}{\frac{1}{2}V}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.MNCD}=\frac{3}{8}V\Rightarrow V_{MNABCD}=V-\frac{3}{8}V=\frac{5}{8}V\Rightarrow\frac{V_{S.MNCD}}{V_{MNABCD}}=\frac{3}{5}.$$

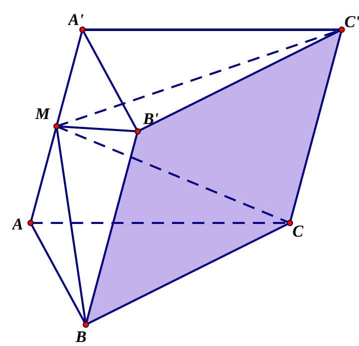
$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 238: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của AA'. Biết thể tích khối chóp $M.BCC'B'$ là V. Khi đó thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $3V$. B. $2V$. C. $\frac{3}{2}V$. D. $\frac{4}{3}V$.

Lời giải:

Dựng hình lại ta được :



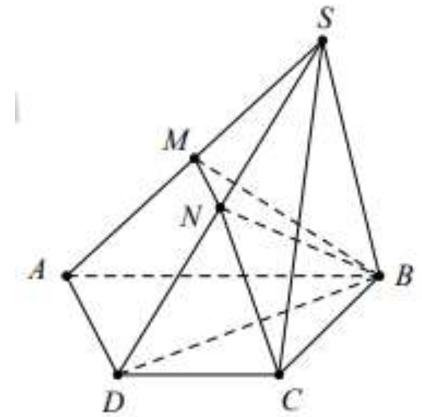
Theo đó : $V_{ABC.A'B'C'}=V_{M.A'B'C'}+V_{M.ABC}+V_{M.BCC'B'}\Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}+V\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{2}V.$

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 239: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB//CD$, $AB=2CD$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm của SA và SD. Tính tỉ số $\frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.BCDA}}$.

A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:



Ta có $\frac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.BMN} = \frac{1}{4}V_{S.BAD} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}V_{S.ABCD} = \frac{V_{S.ABCD}}{6}(1)$

Lại có $\frac{V_{S.BCN}}{V_{S.BCD}} = \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.BCN} = \frac{1}{2}V_{S.BCD} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{V_{S.ABCD}}{6}(2)$

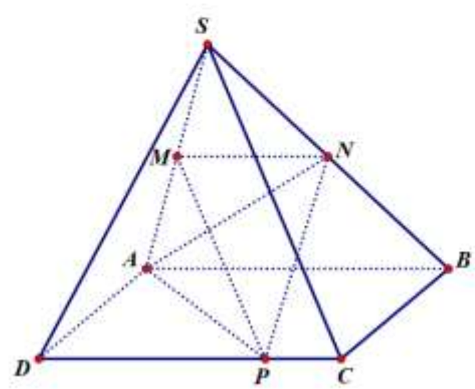
Lấy $(1)+(2)$, ta được $V_{S.BMN} + V_{S.BCN} = 2.\frac{1}{6}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow \frac{V_{S.BCNM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 240: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. B. $\frac{V}{12}$. C. $\frac{V}{6}$. D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải:



Vì M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB nên $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2}S_{\Delta SAN} = \frac{1}{4}S_{\Delta SAB}$.

Vì $AB//CD$, P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD nên $S_{\Delta PAB} = S_{\Delta CAB}$.

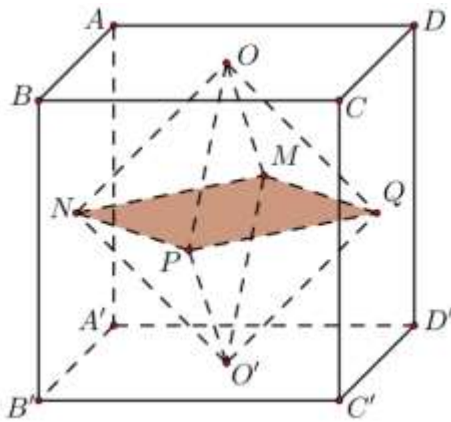
Do đó $V_{A.MNP} = V_{P.AMN} = \frac{1}{4}V_{P.ASB} = \frac{1}{4}V_{S.ABP} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8}V$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 241: Cho khối lập phương L và gọi B là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của L. Tỉ số thể tích của B và L là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:



Gọi thể tích của khối lập phương L và khối bát diện đều B lần lượt là V_L và V_B.

Gọi $a\sqrt{2}\left(a>0\right)$ là độ dài cạnh của khối lập phương L, ta có: $V_L = 2\sqrt{2}a^3$.

Mà $V_B = 2.V_{O.MNPQ} = 2.\frac{1}{3}.d\left(O,\left(MNPQ\right)\right).S_{MNPQ} = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

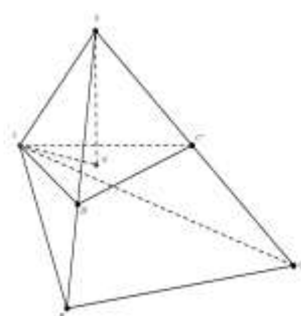
Vậy $\frac{V_B}{V_L} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.\frac{1}{2\sqrt{2}a^3} = \frac{1}{6}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 242: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có các góc $ASB = BSC = CSA = 60^0$ và độ dài các cạnh $SA = 1$, $SB = 2$, $SC = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:



Trên các cạnh SB, SC theo thứ tự ta lấy điểm B' và C' sao cho $SB' = SC' = 1$. Khi đó, các mặt bên và mặt đáy của khối chóp $S.AB'C'$ đều là các tam giác đều có cạnh bằng 1. Suy ra $S.AB'C'$ chính là khối tứ diện đều.

Gọi H là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng đáy thì H trùng với trọng tâm tam giác $AB'C'$.

Ta có $S_{\Delta AB'C'} = \frac{1^2.\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ và $AH = \frac{2}{3}.\frac{1.\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông SAH :

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$. Suy ra $V_{S.AB'C'}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác, theo công thức tỉ số thể tích thì $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

Do đó $V_{S.ABC}=6.V_{S.AB'C'}=6.\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

> * ***Tổng quát:*** Cho chóp $S.ABC$ có $SA=a, SB=b, SC=c$ và $\widehat{ASB}=\alpha, \widehat{BSC}=\beta, \widehat{ASC}=\gamma$.
>
> Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{abc}{6}\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma+2\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}$

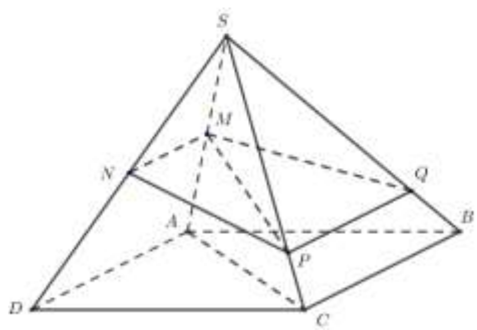
ÁP dụng công thức giải nhanh, ta được: $V_{S.ABC}=\frac{1.2.3}{6}\sqrt{1-3\cos^2 60^o+2\cos^3 60^o}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 243: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{1}{2}$. B. $x=\sqrt{2}$. C. $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$. D. $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$.

Lời giải:



Ta có M, N lần lượt là trung điểm của $SA, SD \Rightarrow MN // AD$, mà $AD // BC \Rightarrow MN // BC$.

Ta có $\begin{cases}(\alpha)\cap(SBC)=PQ\\ MN\subset(\alpha); BC\subset(SBC)\Rightarrow PQ // BC // MN\\ MN // BC\end{cases} \Rightarrow \frac{SP}{SC}=\frac{SQ}{SB}=x$.

Lại có $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}.\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}\left(\frac{SN}{SD}+\frac{SQ}{SB}\right) \Leftrightarrow \frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}.\frac{x}{2}.\left(\frac{1}{2}+x\right) \Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{x}{4}.\frac{1+2x}{2}$

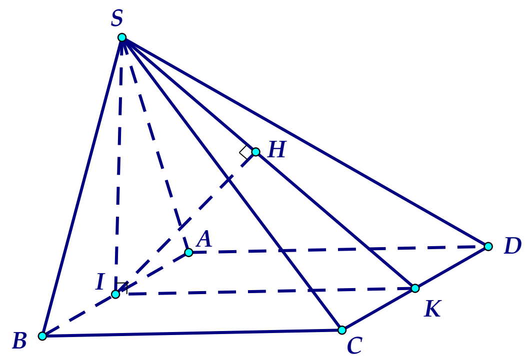
$\Leftrightarrow x(1+2x)=4 \Leftrightarrow 2x^2+x-4=0 \Rightarrow x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$ (vì $x>0$). Vậy $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$ thì $V_1=\frac{1}{2}V$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 244: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm AB. Từ giả thiết suy ra: $SI \perp (ABCD)$.

Do $AB//CD$ nên $d(A;(SCD)) = d(I;(SCD))$.

Dựng $IK \perp CD, K \in CD \Rightarrow CD \perp (SIK)$. Dựng $IH \perp SK \Rightarrow IH \perp (SCD)$.

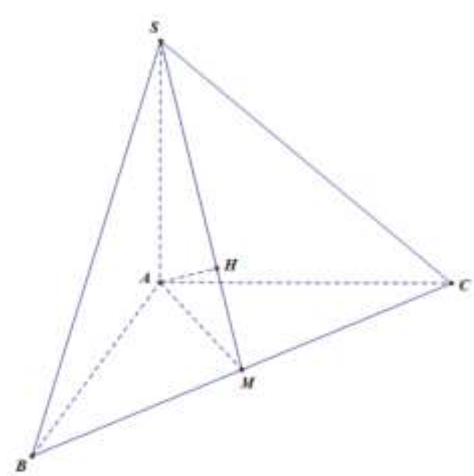
Xét tam giác SIK vuông tại I: $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} \Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 245: Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), giá trị $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ **nhỏ nhất** là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải:



Đặt $SA = h, AB = AC = a$. Ta có

$d\left(A;(SBC)\right) = AH = 3; \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{9} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{h^2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^4h^2}} \Rightarrow a^2h \geq 81\sqrt{3}$.

Ta có: $\left((SBC),(ABC)\right) = SMA = \alpha$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{6}a^2h \geq \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích nhỏ nhất bằng $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ khi $a = h \Rightarrow SM = a\sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{AM}{SM} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 246: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng R, chiều cao bằng h, độ dài đường sinh bằng l. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $l = \sqrt{R^2 - h^2}$. B. $h = \sqrt{R^2 - l^2}$. C. $l = \sqrt{R^2 + h^2}$. D. $R^2 = l^2 + h^2$.

Lời giải:

Áp dụng định lý Pytago ta có: $l = \sqrt{R^2 + h^2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 247: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $2\pi rh$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải:

Ta có: $V_{tru} = \pi r^2 h$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 248: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. B. πrl. C. $\frac{1}{3}\pi rl$. D. $2\pi rl$.

Lời giải:

Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng $2\pi rl$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 249: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\pi r^2 h$.

Lời giải:

Công thức tính thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 250: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. B. 12π. C. 16π. D. 24π.

Lời giải:

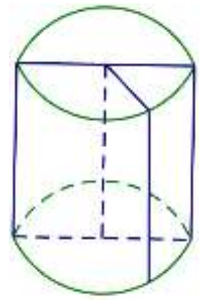
Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.3 = 24\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 251: Cho khối trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích một đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 8. B. 10. C. 4. D. 6.

Lời giải:



Ta có diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1 là $S_{mc} = 4\pi$.

Gọi r là bán kính đáy và l là đường sinh của khối trụ.

Mà diện tích đáy của hình trụ bằng diện tích của mặt cầu nên $S = S_{mc} \Leftrightarrow \pi r^2 = 4\pi \Leftrightarrow r = 2$.

Và $S_{xq} = 4 \Leftrightarrow 2\pi.2.l = 4 \Leftrightarrow l = \dfrac{1}{\pi}$ suy ra thể tích khối trụ $V = \pi.r^2.l = 4$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 252: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $BC = 3a$ và $AC = 5a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ có diện tích toàn phần bằng

A. $28\pi a^2$. B. $24\pi a^2$. C. $56\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.

Lời giải:

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục là cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ có đường sinh là $BC = 3a$ và bán kính đáy là $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = 4a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành là

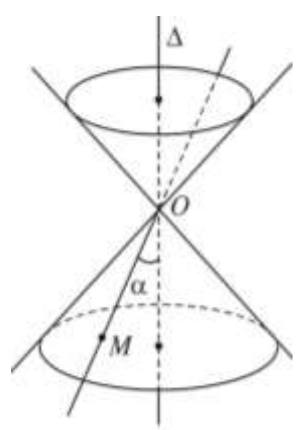
$S = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi.4a.3a + 2\pi(4a)^2 = 56\pi a^2$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 253: Cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng d khi quay quanh Δ là

A. Mặt cầu. B. Mặt trụ. C. Mặt nón. D. Mặt phẳng.

Lời giải:



Do d và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc nhau nên theo định nghĩa ta có mặt tròn xoay tạo thành khi d khi quay quanh Δ là mặt nón.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 254: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V=4\pi$. C. $V=16\pi\sqrt{3}$. D. $V=12\pi$.

Lời giải:

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4=4\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 255: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 18π. B. 36π. C. 54π. D. 27π.

Lời giải:

Ta có hình trụ có bán kính đáy $R=3$.

Thiết diện qua trục thu được là một hình vuông nên hình trụ có chiều cao $h=2R=6$.

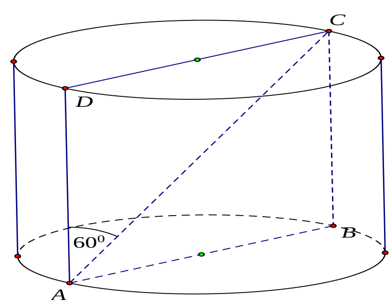
Vậy $S_{xq}=2\pi Rh=36\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 256: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD=6$ và góc CAD bằng 60^0. Thể tích của khối trụ là.

A. 24π. B. 112π. C. 126π. D. 162π.

Lời giải:



Xét tam giác vuông DAC, ta có $CD=AD.\tan 60^0=6\sqrt{3}$.

Suy ra bán kính đường tròn đáy của khối trụ là $R=\dfrac{CD}{2}=3\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối trụ là $h=AD=6$.

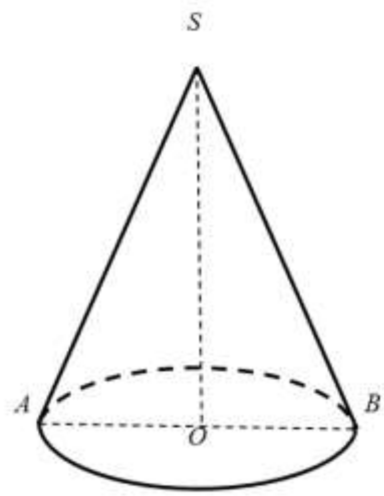
Vậy thể tích của khối trụ là: $V=\pi.R^2.h=\pi.\left(3\sqrt{3}\right)^2.6=162\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 257: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. C. $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. D. $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải:



Gọi khối nón đã cho có S là đỉnh, O là tâm đáy, đường sinh SA. Ta có $SA = 2a$, $OA = a$.

$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}SO.\pi.OA^2 = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\pi.a^2 = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 258: Một cở sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự dịnh làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A. $2,8m$. B. $2,6m$. C. $2,1m$. D. $2,3m$.

Lời giải:

Ta có:

$V_1 = \pi R_1^2 h$; $V_2 = \pi R_2^2 h$ và $V = \pi R^2 h$

Theo đề bài ta lại có:

$V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h = \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} \approx 2,059(m)$

(V, R lần lượt là thể tích và bán kính của bể nước cần tính)

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 259: Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải:

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{3}\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 260: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 3a$.

Lời giải:

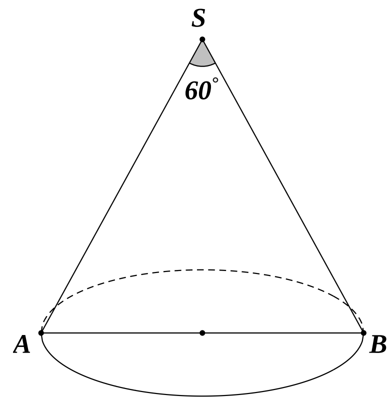
Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi al = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 261: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π. B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π.

Lời giải:



Gọi S là đỉnh của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Theo bài ra, ta có tam giác SAB là tam giác đều $\Rightarrow l = SA = AB = 2r = 4$.

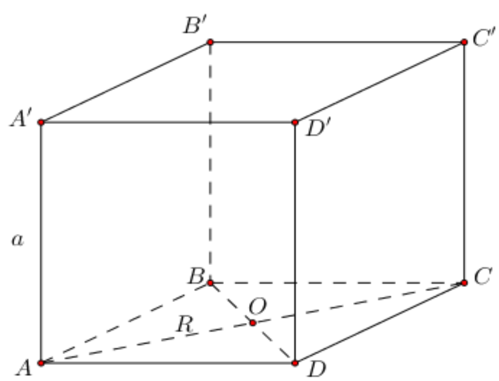
Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = 8\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 262: Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải:



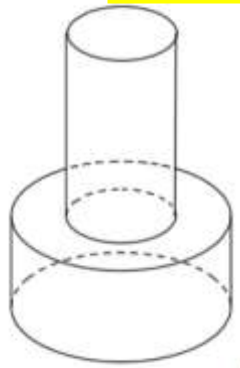
Bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; chiều cao $h = a$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.\frac{a^2}{2}.a = \frac{\pi a^3}{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 263: Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng 30 cm^3, thể tích khối trụ (H_1) bằng

A. $24\,\text{cm}^3$. B. $15\,\text{cm}^3$. C. $20\,\text{cm}^3$. D. $10\,\text{cm}^3$.



Lời giải:

Gọi thể tích của toàn bộ khối đồ chơi là $V = 30\,\text{cm}^3$, thể tích của khối trụ (H_1) và thể tích khối trụ (H_2) lần lượt là V_1 và V_2.

Ta có: $V = V_1 + V_2 \quad (*)$; $V_1 = h_1.\pi r_1^2$

Mà $r_2 = \frac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ nên $V_2 = h_2.\pi r_2^2 = 2h_1.\pi.\frac{1}{4}r_1^2 = \frac{1}{2}h_1.\pi r_1^2 = \frac{1}{2}V_1$.

Từ $(*)$ ta có $30 = V_1 + \frac{1}{2}V_1 \Rightarrow V_1 = 20\left(\text{cm}^3\right)$. Vậy thể tích khối trụ (H_1) bằng $20\,\text{cm}^3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 264: Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A. $V = 12\pi$. B. $V = 20\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 60\pi$.

Lời giải:

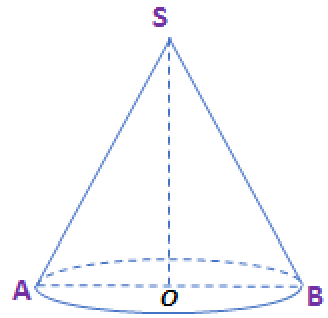
Ta có $S_{xq} = 15\pi \Rightarrow \pi rl = 15\pi \Leftrightarrow l = 5 \Rightarrow h = 4$. Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 265: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua trục thu được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 8. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. B. $4\sqrt{2}\pi$ C. $8\sqrt{2}\pi$. D. $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải:



Từ giả thiết ta có thiết diện qua trục là tam giác SAB vuông cân tại S có diện tích bằng 8, do đó:

$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA.SB=\frac{1}{2}SA^2=8\Rightarrow SA=l=4$.

$AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=4\sqrt{2}=2R\ \Rightarrow R=2\sqrt{2}$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.2\sqrt{2}.4=8\sqrt{2}\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 266: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 1 và chiều cao bằng 3. Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục của nó có diện tích bằng

A. 3. B. 8. C. 12. D. 6.

Lời giải:

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng đi qua trục của nó là một hình chữ nhật, 1 cạnh có độ dài bằng chiều cao của hình trụ và cạnh còn lại có độ dài gấp đôi bán kính đáy của hình trụ.

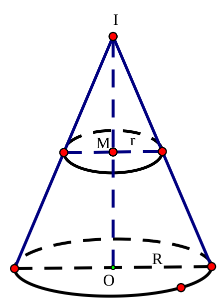
Vậy diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng đi qua trục của nó là: $S=3.2=6$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 267: Cắt khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 bởi mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của trục khối nón, thiết diện thu được là hình tròn có diện tích 9π. Thể tích khối nón bằng

A. 54π. B. 16π. C. 72π. D. 216π.

Lời giải:



Gọi r là bán kính hình tròn thiết diện, ta có $\pi.r^2=9\pi\Rightarrow r=3$.

Gọi R là bán kính đáy khối nón, ta có $\frac{R}{r}=\frac{IO}{IM}=\frac{6}{3}=2\Rightarrow R=2r=6$.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi.R^2.h=\frac{1}{3}.\pi.6^2.6=72\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 268: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V = 9\sqrt{3}\pi$. B. $V = 9\pi$. C. $V = 3\sqrt{3}\pi$. D. $V = 3\pi$.

Lời giải:

Ta có Trong ΔHIA: $\tan 30^o = \frac{HI}{IA} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \frac{1}{\tan 30^o} = \sqrt{3}$.

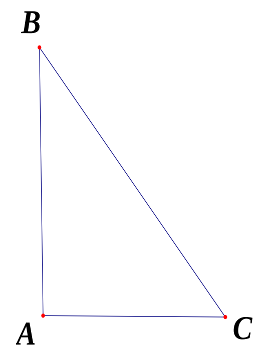
Xét $\Delta SIA: h = SI = IA.\tan 60^o = 3 \Rightarrow V_N = \frac{1}{3}.\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3 = 3\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 269: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. B. $l = \sqrt{2}a$. C. $l = \sqrt{3}a$. D. $l = 2a$.

Lời giải:



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có $BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow BC = 2a$

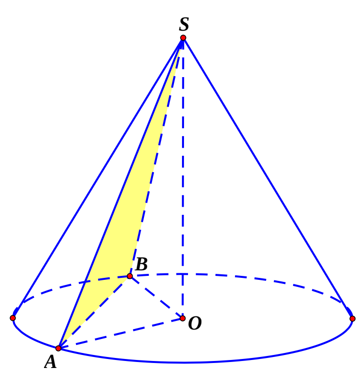
Đường sinh của hình nón cũng chính là cạnh huyền của tam giác $\Leftrightarrow l = BC = 2a$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 270: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π. C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π.

Lời giải:



Ta có $S_{SAB}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}\Rightarrow AB^2=36\Rightarrow SA^2=36$.

$R=OA=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{36-20}=4$

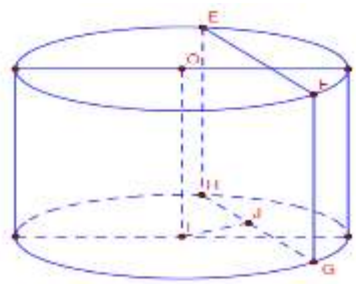
Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{32\sqrt{5}}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 271: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A. $216\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $54\pi a^3$. D. $108\pi a^3$.

Lời giải:



Gọi J là trung điểm GH. Khi đó $IJ\perp GH$ và $IJ=3a$.

Theo giả thiết, ta có $EFGH$ là hình vuông, có độ dài cạnh bằng $6a\Rightarrow GH=6a$.

Trong tam giác vuông IJH, ta có $IH=\sqrt{(3a)^2+(3a)^2}=3\sqrt{2}a$.

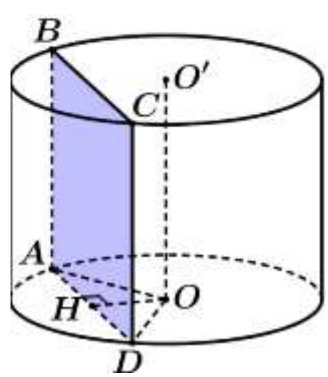
Vậy $V=\pi.IH^2.IO=\pi.18a^2.6a=108\pi a^3$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 272: Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $10\sqrt{3}\pi$. B. $5\sqrt{39}\pi$. C. $20\sqrt{3}\pi$. D. $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải:



Goi hình trụ có hai đáy là $O,\ O'$ và bán kính R.

Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục nên thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$ với AB là chiều cao khi đó $AB=CD=5\sqrt{3}$ suy ra $AD=BC=\dfrac{30}{5\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của AD ta có $OH=1$ suy ra $R=\sqrt{OH^2+\frac{AD^2}{4}}=\sqrt{1+\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4}}=2$.

Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.2.5\sqrt{3}=20\sqrt{3}\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 273: Cho mặt cầu $S(O;r)$ và một điểm A với $OA>r$. Từ A dựng các tiếp tuyến với mặt cầu $S(O;r)$, gọi M là tiếp điểm bất kì. Tập hợp các điểm M là

A. một hình nón. B. một đường tròn. C. một đường thẳng. D. một mặt phẳng.

Câu 274: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.

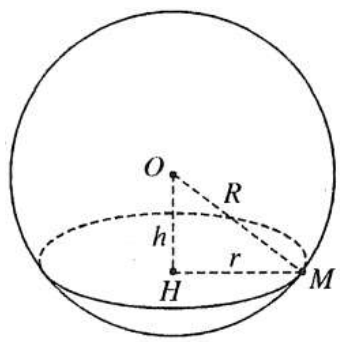
C. Mọi hình hộp có một mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 275: Một khối cầu có bán kính bằng 2, một mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn có diện tích là 2π. Khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải:



Gọi O,H lần lượt là tâm khối cầu và tâm hình tròn. R,r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính hình tròn.

Diện tích hình tròn $s=\pi r^2\Rightarrow r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\sqrt{\frac{2\pi}{\pi}}=\sqrt{2}$.

Gọi h là khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) suy ra $h=OH$.

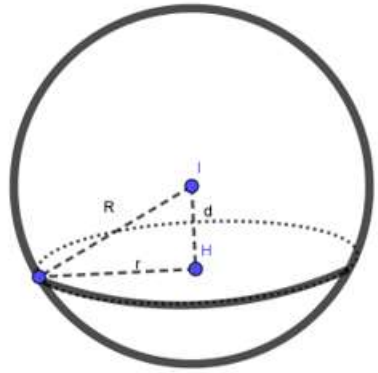
Ta có $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{4-2}=\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 276: Cắt khối cầu $S(I;10)$ bởi mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng bằng 6 ta thu được thiết diện là hình tròn có chu vi bằng bao nhiêu?

A. 8π. B. 64π. C. 32π. D. 16π.

Lời giải:



Theo đề bài mặt cầu có bán kính $R=10$, khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=6$.

Bán kính hình tròn là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

Vậy thiết diện là hình tròn có chu vi bằng $2\pi r=16\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 277: Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng:

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$ B. $2\pi R^2$ C. $4\pi R^2$ D. πR^2

Câu 278: Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^3$ B. $4\pi R^3$ C. $2\pi R^3$ D. $\frac{3}{4}\pi R^3$

Câu 279: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π. C. 16π. D. 4π.

Lời giải:

Diện tích của mặt cầu đã cho $S=4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 280: Cho khối cầu có đường kính là 6. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. 54π. B. 108π. C. 9π. D. 36π.

Lời giải:

Bán kính của khối cầu là: $R=\frac{6}{2}=3$.

Thể tích của khối cầu đã cho là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án D.***

Câu 281: Cho mặt cầu bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $2R$. Gọi V_1; V_2 theo thứ tự là thể tích khối cầu và khối trụ đã cho. Khi đó tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. 2.

Lời giải:

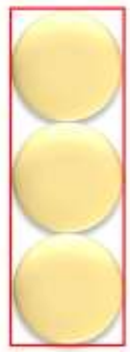
Ta có : $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\pi R^2.2R}=\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 282: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. 2. B. 1,2. C. 1,3. D. 1.

Lời giải:

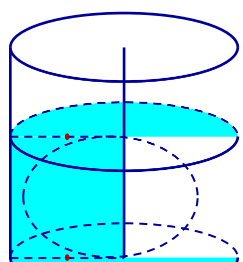


Gọi bán kính quả bóng bàn là r, ta có $S_1 = 3.4\pi r^2 = 12\pi r^2$

Bán kính đáy của hình trụ là r, đường sinh là $6r \Rightarrow S_2 = 2\pi rl = 2\pi r.6r = 12\pi r^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = 1$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 283: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng?



A. $4,2\,\text{cm}$. B. $3,6\,\text{cm}$. C. $2,7\,\text{cm}$. D. $2,6\,\text{cm}$.

Lời giải:

Gọi r là bán kính của viên billiards snooker.

Thể tích viên billiards là $V_{bi} = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Phần thể tích nước dâng lên sau khi bỏ viên billiards vào là $V = \pi.(5,4)^2.(2r - 4,5)$.

Vì thể tích nước dâng lên chính là thể tích của viên billiards nên ta có $V_{bi} = V_n$.

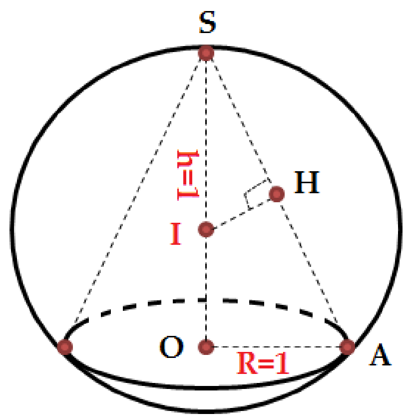
Ta có phương trình $\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi.(5,4)^2.(2r - 4,5) \overset{0<r<4,5}{\Leftrightarrow} r = 2,7$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 284: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng 1. Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là

A. 4π. B. $\dfrac{16\pi}{3}$. C. 16π. D. $\dfrac{4\pi}{3}$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của $SA \Rightarrow IH \perp SA$. Ta có: $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Lại có: $\Delta SIH \sim \Delta SAO \Rightarrow \dfrac{SI}{SH} = \dfrac{SA}{SO} \Rightarrow SI = \dfrac{SA.SH}{SO} = \dfrac{SA^2}{2.SO} = \dfrac{2}{2.1} = 1$.

Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là:

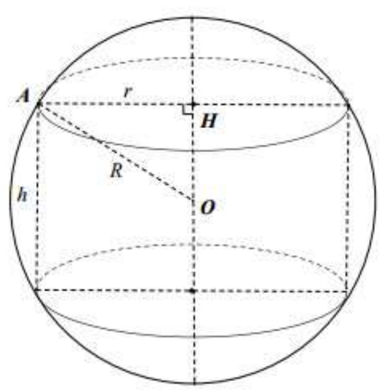
$S_{mat\ cau} = 4\pi.SI^2 = 4\pi.1 = 4\pi$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 285: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{9}{16}$ B. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$ C. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{16}$ D. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{3}$

Lời giải:



Ta có $r = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ (H) là $V_1 = \pi r^2 h = \pi.12.4 = 48\pi$.

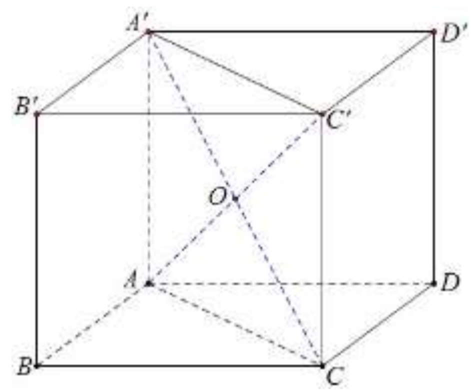
Thể tích của khối cầu (S) là $V_2 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi .4^3 = \dfrac{256\pi}{3}$. Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{9}{16}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 286: Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 2\sqrt{3}R$ B. $a = \dfrac{\sqrt{3}R}{3}$ C. $a = 2R$ D. $a = \dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$

Lời giải:



Gọi $O = AC' \cap A'C \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.

Bán kính mặt cầu: $R = OA = \dfrac{1}{2}AC' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \dfrac{2R}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án D.*

Câu 287: Tính thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a (khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương)

A. $\dfrac{\pi a^3}{6}$ B. $\dfrac{\pi a^3}{8}$ C. $\dfrac{\pi a^3}{2}$ D. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$

Lời giải:

Do khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh là a nên có bán kính là $r = \dfrac{a}{2}$

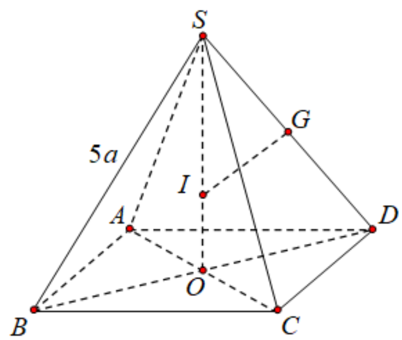
Suy ra thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^3 = \dfrac{4\pi a^3}{24} = \dfrac{\pi a^3}{6}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 288: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \dfrac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Lời giải:



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD, $GI \perp SD, I \in SO$.

Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a.\sqrt{2} = 6a$, $OD = 3a$.

Xét ΔSOD vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$

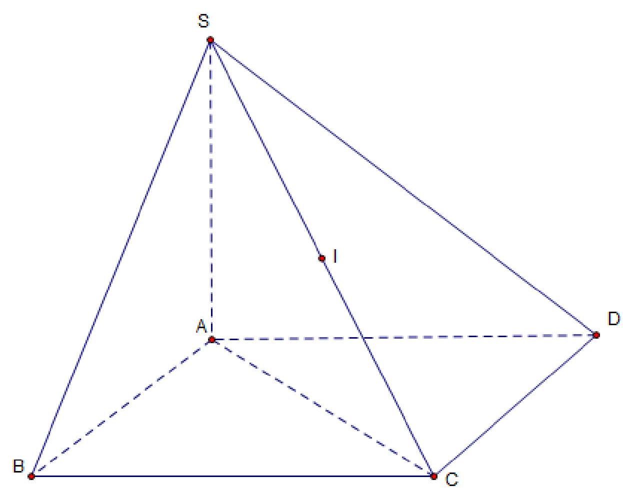
Ta có $\Delta SOD \sim \Delta SGI$, suy ra $\dfrac{SO}{SG} = \dfrac{SD}{SI} \Rightarrow 4a.R = \dfrac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \dfrac{25a}{8}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án C.***

Câu 289: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. B. $a\sqrt{6}$. C. $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. D. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải:



Cách 1 : Tự luận

+ Ta có : $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A (1).

+ Lại có : $\left.\begin{array}{l} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{array}\right\} \Rightarrow DC \perp SD \Rightarrow \Delta SDC$ vuông tại D (2).

+ Tương tự, ΔSBC vuông tại B (3).

+ Từ (1); (2); (3) suy ra $S; A; B; C; D$ cùng thuộc một mặt cầu đường kính SC.

Xét ΔSAC vuông tại A có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 2a^2} = a\sqrt{6}$.

Đường kính của mặt cầu là $SC = a\sqrt{6}$.

Cách 2 : Trắc nghiệm.
Dùng công thức tính nhanh

$$R_c = \sqrt{{R_d}^2 + \frac{h^2}{4}}$$

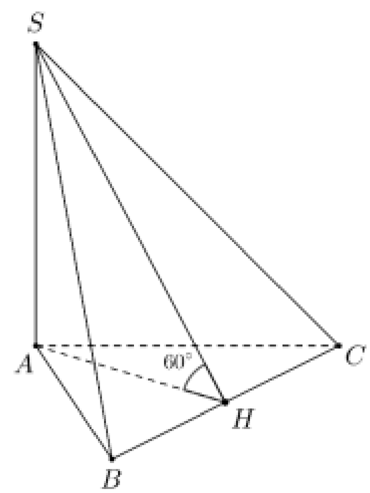
Đường kính của mặt cầu là : $2R_c = \sqrt{4{R_d}^2 + h^2} = \sqrt{2a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{6}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án B.*

Câu 290: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$

Lời giải:



Ta có tâm của đáy cũng là giao điểm ba đường cao của tam giác đều ABC nên bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy là $r = 4a.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Đường cao AH của tam giác đều ABC là $AH = \frac{4a.\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a$.

Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$ suy ra $SHA = 60°$.

Suy ra $\tan SHA = \frac{SA}{AH} = \frac{SA}{2\sqrt{3}a} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = 6a$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R_{mc} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \sqrt{9a^2 + \frac{16}{3}a^2} = \frac{\sqrt{129}}{3}a$.

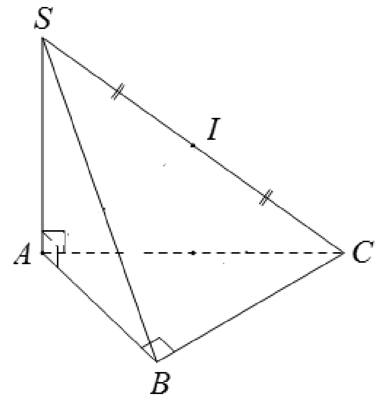
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{\sqrt{129}}{3}a\right)^2 = \frac{172\pi a^2}{3}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án A.*

Câu 291: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2$, $AB = 1$, $BC = \sqrt{3}$. Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

B. 1. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải:



Gọi I là trung điểm của SC. Ta có

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Ta thấy $SAC = SBC = 90^o \Rightarrow$ Các đỉnh A, C cùng nhìn cạnh SC dưới một góc vuông nên hình chóp $SABC$ nội tiếp mặt cầu đường kính SC.

Áp dụng định lí Pi-ta-go trong tam giác ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 1 + 3 = 4$.

Áp dụng định lí Pi-ta-go trong tam giác SAC ta có: $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$.

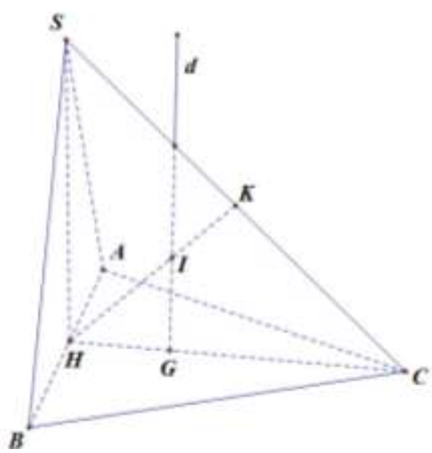
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = \dfrac{SC}{2} = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ *Chọn đáp án C.*

Câu 292: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ B. $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ C. $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ D. $V = \dfrac{5\pi}{3}$

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AB

Vì ΔSAB đều nên $SH \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH$ là đường cao của hình chóp $S.ABC$

Gọi G là trọng tâm của ΔABC $\Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
Qua G kẻ đường thẳng d song song với SH $\Rightarrow d \perp (ABC)$
Gọi K là trung điểm của SC, vì ΔSHC vuông cân tại H $(SH = HC)$ $\Rightarrow HK$ là đường trung trực ứng với SC.

Gọi $I = d \cap HK$ ta có $\begin{cases} IA = IB = IC \\ IS = IC \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$
Xét hai tam giác đều $\Delta ABC = \Delta SAB$ có độ dài các cạnh bằng 1.

G là trọng tâm ΔABC $\Rightarrow CG = \dfrac{2}{3}CH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔHIG vuông tại G ta có $IG = HG = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ $\Rightarrow IC = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \dfrac{4}{3}\pi IC^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Cách 2:

R_b, R_d là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB và ABC $\Rightarrow R_b = R_d = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là $R = \sqrt{R_b^2 + R_d^2 - \dfrac{GT^2}{4}}$ $\Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$

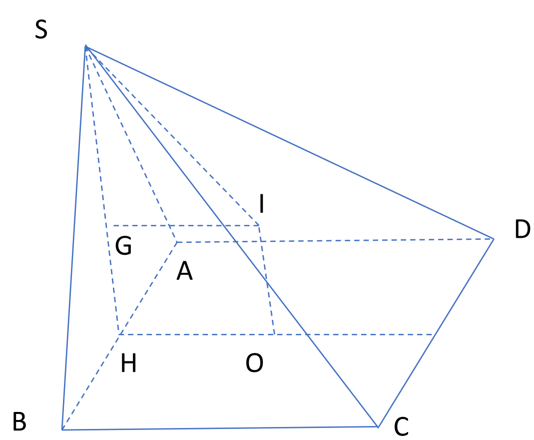
Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 293: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{7\pi a^2}{3}$. B. $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. C. $2\pi a^2$. D. $3\pi a^2$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của AB thì $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ thì O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.
Gọi d_1 là đường thẳng đi qua O và song song với SH thì $d_1 \perp (ABCD)$.
Gọi G là trọng tâm tam giác SAB thì G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.
Gọi d_2 là đường thẳng qua G và song song với HO thì $d_2 \perp (SAB)$.
Khi đó tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là giao điểm của d_1 và d_2.

Ta có : $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $GI = OH = \frac{a}{2}$, $R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án A.***

Câu 294: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng a. Gọi V là thể tích của khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của V là

A. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải:

Gọi I là tâm mặt cầu (S); O, O' lần lượt là tâm hai đường tròn đáy của khối trụ.
Gọi R là bán kính mặt cầu; r, h lần lượt bán kính và chiều cao của khối trụ.
Do khối trụ có hai đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu (S), suy ra I là trung điểm của OO'.

Theo đề ra ta có $IB = R = a \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - OI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{h^2}{4}}$.

$\Rightarrow V = \pi r^2.h = \pi.\left(a^2 - \frac{h^2}{4}\right)h = \pi\left(a^2h - \frac{h^3}{4}\right)$.

Xét V là hàm số theo h, $(0 < h < 2a)$, ta có

$$V' = \pi\left(a^2 - \frac{3}{4}h^2\right);\ V' = 0 \Leftrightarrow \pi\left(a^2 - \frac{3}{4}h^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \\ h = -\frac{2a\sqrt{3}}{3}\,(l) \end{array}\right.$$.

Bảng biến thiên

h	0		$\frac{2a\sqrt{3}}{3}$		$2a$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	$\nearrow$	$\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{9}$	$\searrow$	0

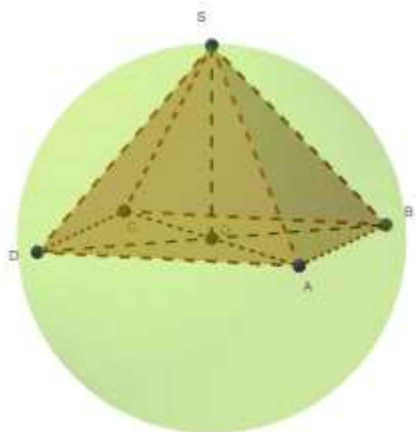
Giá trị lớn nhất của $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{9}$ tại $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

Câu 295: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V = 144$. B. $V = 576$. C. $V = 576\sqrt{2}$. D. $V = 144\sqrt{6}$.

Lời giải:



Gọi độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình chóp tứ giác đều lần lượt là $x; h\,(x, h > 0)$. Ta có đáy là hình vuông với độ dài nửa đường chéo bằng $\frac{x}{\sqrt{2}}$ suy ra độ dài cạnh bên $l = \sqrt{h^2 + \frac{x^2}{2}}$.

Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $R = \frac{l^2}{2h} = \frac{h^2 + \frac{x^2}{2}}{2h} = 9 \Leftrightarrow x^2 = 36h - 2h^2$.

Diện tích đáy của hình chóp $S = x^2$ nên $V = \frac{1}{3}h.x^2 = \frac{1}{3}h(36h - 2h^2)$

Ta có $\frac{1}{3}h.(36h - 2h^2) = \frac{1}{3}.h.h(36 - 2h) \le \frac{1}{3}.(\frac{h + h + 36 - 2h}{3})^3 = 576 \Rightarrow V \le 576$.

Dấu bằng xảy ra khi $h = h = 36 - 2h \Leftrightarrow h = 12, x = 12$.

Vậy $V_{max} = 576$.

Cách khác:

Gọi h là chiều cao hình chóp.

Ta có: khoảng cách từ O đến mặt đáy là : $h - 9$

$\Rightarrow$ cạnh đa giác đáy là: $\sqrt{2}\sqrt{9^2 - (h-9)^2} = \sqrt{36h - 2h^2}$

Thể tích hình chóp $V = \frac{1}{3}h\left(36h - 2h^2\right) = \frac{1}{3}h.h\left(36 - 2h\right) \le \frac{1}{3}\left(\frac{h + h + 36 - 2h}{3}\right)^3 = 576$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{7\pi a^2}{3}$.

Cách 2 : Áp dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy:

$$R=\sqrt{R_b^2+R_d^2-\frac{AB^2}{4}}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{21}}{6}a.$$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp là: $S=4\pi R^2=\dfrac{7\pi a^2}{3}$.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án B.***

________________________HẾT________________________

Huế, 19h30 ngày 06 tháng 12 năm 2020

CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

Phụ trách chung: **Giáo viên LÊ BÁ BẢO.**

Đơn vị công tác: **Trường THPT Đặng Huy Trứ, Thừa Thiên Huế.**

Email: lebabaodanghuytru2016@gmail.com *Facebook:* **Lê Bá Bảo**

Số điện thoại: **0935.785.115**